



## معرفی یک روش محاسباتی بهینه برای بهبود پاسخ باریکه‌سازهای حفره - موازی در پزشکی هسته‌ای

وحید مسلمی، منصور عاشور\*

پژوهشکده‌ی کاربرد پرتوها، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۱۱۳۶۵-۳۴۸۶، تهران - ایران

**چکیده:** عملکرد باریکه‌سازهای حفره - موازی با تعیین پاسخ آن‌ها به یک چشمه‌ی پرتوزای نقطه‌ای قابل ارزیابی است و قدرت تفکیک باریکه‌سازها با اندازه‌گیری پهنای نیم‌ارتفاع (FWHM) تابع پاسخ به یک چشمه‌ی نقطه‌ای قابل حصول است. روش قراردادی در تعیین پاسخ باریکه‌سازهای موازی به یک چشمه‌ی نقطه‌ای با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو، انتقال نقطه به نقطه‌ی مقادیر علامت‌های محاسبه شده در سلول‌های آشکارساز به روی محورهای مختصات است. در این مقاله یک الگوریتم محاسباتی بهینه معرفی شده است که مقادیر علامت‌های ثبت شده در سلول‌های آشکارساز را به صورت بهینه روی محورهای مختصات ترسیم می‌کند. پاسخ باریکه‌سازهای حفره - موازی LEHR, LEUHR, LEHS و LEGP براساس روش محاسباتی مرسوم و روش محاسباتی بهینه‌شده با شبیه‌سازی به وسیله‌ی کد MCNP5 به دست آمده است. یافته‌ها نشان می‌دهد که پاسخ الگوریتم محاسباتی بهینه در مقایسه با روش محاسباتی مرسوم از دقت بالاتری برخوردار است. میانگین اختلاف مابین قدرت تفکیک محاسبه شده‌ی باریکه‌سازها بر مبنای روش بهینه و مقادیرهای تجربی به مراتب کم‌تر از روش محاسباتی مرسوم است. بنابراین می‌توان طراحی و ارزیابی باریکه‌سازهای حفره - موازی را با دقت بالاتری انجام داد.

**واژه‌های کلیدی:** باریکه‌ساز حفره - موازی، روش محاسباتی بهینه، قدرت تفکیک، پهنای نیم‌ارتفاع، کد مونت کارلو

## Introducing an Optimized Computing Method to Improve Parallel-Hole Collimators' Response in Nuclear Medicine

V. Moslemi, M. Ashoor\*

Radiation Application Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOL, P.O.Box: 11365-3486, Tehran-Iran

**Abstract:** Performance of parallel-hole collimators may be evaluated by determining their response to a point radioactive source which for instance, the amount of collimator resolution is calculated by measuring the full width at half maximum (FWHM) of point spread function (PSF). The conventional method in calculating the response of the collimator to a point source by using Monte Carlo simulations is to map the signal values in each detector cell to the center of cell on the x or y axis. In this paper, a new computing algorithm has been proposed which optimally maps the signal values on these axes. The responses of LEUHR, LEHR, LEGP and LEHS collimators are simulated based on the conventional method and the optimized computing one by the MCNP5 code. The results have been indicated that the response based on the optimized method has a higher accuracy compared to that of the conventional one. The average relative differences between the amounts of resolution based on the optimized method and experimental data have been found to be considerably fewer than those of the conventional one. Therefore, one may obtain parallel hole collimators' response with a higher accuracy by using the optimized computing method.

**Keywords:** Parallel Hole Collimator, Optimized Computing Method, Resolution, FWHM, MCNP

\*Email: mashoor@aeoi.org.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۹۷/۱/۲۶ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۳/۳۰

Archive of SID

## ۱. مقدمه

تصویرها است تأثیر می‌گذارد. تعیین پاسخ باریکه‌ساز به یک چشمه‌ی نقطه‌ای برای طراحی و بررسی عملکرد باریکه‌سازهای حفره - موازی بسیار حایز اهمیت است. به طور کلی به منظور سنجش پاسخ، سه رهیافت تحلیلی، شبیه‌سازی و تجربی وجود دارد. در رهیافت تحلیلی براساس رابطه‌های نظری، تابع پاسخ آشکارساز برآورد و با یک تابع توزیع بهنجار شده برازش می‌شود [۱۲، ۱۳]. مزیت این روش سهولت استفاده از آن و سریع بودن آن است؛ در این‌گونه روش‌های محاسباتی اثر پرتوهای پراکنده و پرتوهای نفوذ کرده لحاظ نمی‌شود [۱۴]. در رهیافت شبیه‌سازی، از کدهای مونت‌کارلو به منظور تعیین پاسخ باریکه‌ساز - آشکارساز به یک چشمه‌ی نقطه‌ای استفاده می‌شود [۱۵، ۱۶]. مزیت این روش نسبت به روش محاسباتی، لحاظ شدن پرتوهای پراکنده و نفوذ کرده از دیواره‌ی باریکه‌ساز در پاسخ سیستم است. اما مشکل این روش، زمان‌بر بودن آن است هرچند که مطالعاتی به منظور ارزیابی کدهای سریع در حال انجام است [۱۷-۱۹]. در رهیافت شبیه‌سازی به منظور افزایش دقت پاسخ لازم است که سیستم‌ها با تمام جزئیات مدل‌سازی شوند و هم‌چنین باید نتیجه‌های حاصل از شبیه‌سازی با داده‌های تجربی و محاسباتی مورد مقایسه و اعتبارسنجی قرار گیرد. کدهای مونت‌کارلو برای تعیین پاسخ باریکه‌ساز - آشکارساز به چشمه‌ی نقطه‌ای به کار می‌روند و استفاده از این کدها به منظور تعیین پاسخ باریکه‌ساز تنها مرسوم نیست. در روش اندازه‌گیری تجربی، چشمه‌ی نقطه‌ای در فاصله‌های مختلف نسبت به سطح باریکه‌ساز قرار می‌گیرد و تابع پاسخ باریکه‌ساز - آشکارساز اندازه‌گیری می‌شود و یا این‌که می‌توان چشمه‌ی نقطه‌ای را در محور چرخش دستگاه مقطع‌نگاری کامپیوتری گسیل تک‌فوتون<sup>(۵)</sup> (SPECT) قرار داد و با دوران دستگاه پاسخ را به دست آورد.

این مقاله یک روش جدید ترکیبی محاسباتی - شبیه‌سازی تحت عنوان روش «انتقال بهینه» به منظور تعیین پاسخ هندسی باریکه‌ساز به یک چشمه‌ی نقطه‌ای ارائه می‌دهد. با استفاده از رابطه‌های نظری ارائه شده و به کارگیری کد مونت‌کارلو، پاسخ هندسی باریکه‌سازهای حفره - موازی با ابعاد مختلف تعیین، و در نهایت قدرت تفکیک باریکه‌سازها که با روش‌های انتقال بهینه و مرسوم به دست آمده‌اند با نتیجه‌های نظری و داده‌های تجربی مقایسه می‌شود.

در پزشکی هسته‌ای از باریکه‌سازها<sup>(۱)</sup> برای شکل‌گیری تصویر در دوربین گاما استفاده می‌شود. عمده‌ترین باریکه‌سازهای مورد استفاده از نوع حفره - موازی هستند و براساس بازه‌ی انرژی و کیفیت، تصویرهایی ارائه می‌دهند که به نوع‌های مختلفی تقسیم‌بندی می‌شوند. باریکه‌سازها از موادی با چگالی و عدد اتمی بالا ساخته می‌شوند تا اجازه‌ی عبور به پرتوهایی را که با حفره‌های باریکه‌ساز هم‌راستا نیستند، ندهند. پرتوهایی که به باریکه‌ساز برخورد می‌کنند در آن جذب می‌شوند و درصد خیلی کمی در حدود کم‌تر از ۰.۱٪ فوتون‌ها موفق به عبور از حفره‌های باریکه‌ساز می‌شوند که این یک ضعف اساسی دوربین‌های گاما است؛ به علت وجود باریکه‌ساز تعداد فوتون‌های ثبت شده به شدت کاهش می‌یابد [۱]. راه حل این مشکل در باریکه‌سازهای حفره - موازی افزایش قطر حفره‌های باریکه‌ساز و یا کاهش طول حفره‌ها است چون با این تغییرها، زاویه‌ای که تحت آن فوتون‌ها می‌توانند وارد حفره شوند افزایش یافته و تعداد فوتون‌های بیش‌تری از حفره‌ها عبور کرده و به آشکارساز می‌رسند. با افزایش قطر حفره‌ها یا کاهش طول، قدرت تفکیک باریکه‌ساز کاهش می‌یابد؛ این امر منجر به کاهش قدرت تفکیک خواهد شد. در باریکه‌سازهای حفره - موازی همواره بین افزایش حساسیت و افزایش قدرت تفکیک تصویرها یک تضاد وجود دارد [۲]؛ برای جبران این نقص و اصلاح رابطه‌ی مابین قدرت تفکیک و حساسیت، پژوهش‌گران به دنبال طراحی باریکه‌سازهای جدید [۳-۷] و بهینه‌سازی باریکه‌سازهای رایج هستند [۸-۱۰]. راه حل دیگر، تصویرگیری با باریکه‌سازهای با حساسیت بالا و اصلاح قدرت تفکیک با استفاده از الگوریتم‌های بازسازی تصویرها است [۱۱].

با قرارگیری چشمه‌ی پرتوزای نقطه‌ای در مقابل باریکه‌ساز، فوتون‌های عبوری یک توزیع حجمی زنگی شکل را ایجاد می‌کنند که تابع توزیع نقطه‌گستر<sup>(۲)</sup> یا پاسخ باریکه‌ساز نامیده می‌شود. حجم تابع متناسب با تعداد فوتون‌های عبوری از باریکه‌ساز و یا به عبارت دیگر حساسیت باریکه‌ساز است. شکل هندسی تابع توزیع نقطه‌گستر بر پارامترهای پهنای نیم - ارتفاع<sup>(۳)</sup> (FWHM) که بیان‌گر قدرت تفکیک باریکه‌ساز و پارامتر پهنای یک دهم ارتفاع<sup>(۴)</sup> (FWTM) که شاخصی از کنتراست

## ۲. مواد و روش‌ها

### ۱.۲ مفاهیم و مبانی محاسباتی

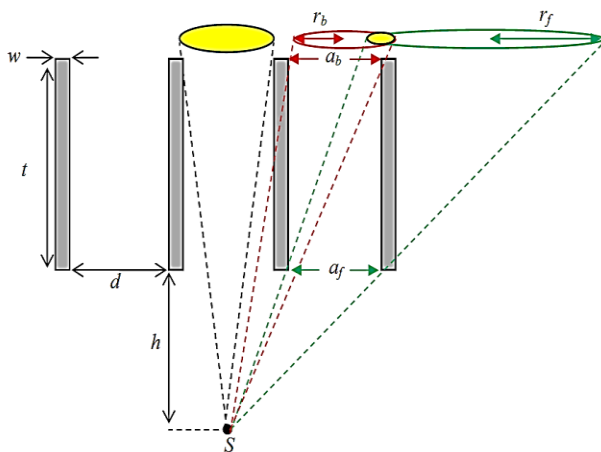
تعداد پرتوهای که وارد حفره‌های باریکه‌ساز می‌شوند متناسب با زاویه‌ی فضایی‌ای است که هر یک از حفره‌ها نسبت به موقعیت مکانی چشمه‌ی نقطه‌ای دارند. در شکل ۱ سطح مقطع یک باریکه‌ساز حفره- موازی با حفره‌هایی به قطر  $d$ ، طول  $t$  و ضخامت دیواره‌ی  $w$  نشان داده شده است. یک چشمه‌ی نقطه‌ای با قدرت چشمه‌ی  $S$  در فاصله‌ی  $h$  از باریکه‌ساز قرار گرفته است. زاویه‌ی فضایی برای حفره‌ای که دقیقاً مقابل چشمه‌ی نقطه‌ای قرار گرفته و حفره‌ی اصلی نامیده می‌شود، متناسب با نسبت مساحت سطح مقطع بالایی حفره‌ی باریکه‌ساز به مجذور فاصله‌ی آن تا چشمه‌ی نقطه‌ای است:

$$\Omega = \frac{\pi d^2}{4(h+t)^2} \quad (1)$$

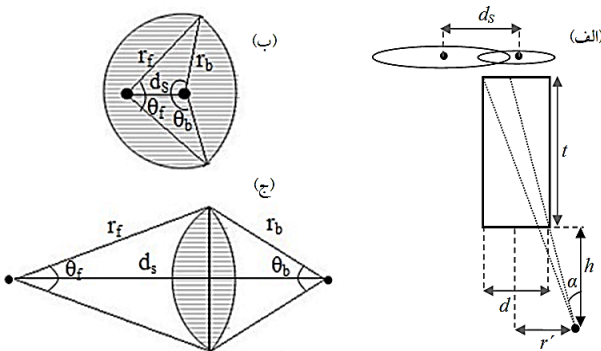
بنابراین تعداد فوتون‌های عبوری از حفره‌ی اصلی برابر است با [۲۰]

$$N = \frac{S}{4\pi} \Omega = \frac{Sd^2}{16(h+t)^2} \quad (2)$$

همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، برای حفره‌های مجاور حفره‌ی اصلی، تعداد فوتون‌های عبوری متناسب با ناحیه‌ی مشترک حاصل از تصویر سطح مقطع بالا و پایین حفره روی سطح آشکارساز است. اگر  $a_f$  سطح مقطع پایینی حفره در قسمت نزدیک به چشمه و  $a_b$  سطح مقطع بالایی حفره در قسمت نزدیک به آشکارساز باشد، و حفره‌ی مجاور به فاصله‌ی افقی  $r'$  از مرکز حفره‌ی اصلی و با زاویه‌ی  $\alpha$  نسبت به چشمه‌ی نقطه‌ای قرار گرفته باشد آن‌گاه تصویر سطح مقطع بالایی و پایینی حفره‌ی مجاور روی صفحه‌ی آشکارساز به ترتیب شعاع‌های  $r_b$  و  $r_f$  خواهند داشت. همان‌گونه که شکل ۲ نشان می‌دهد با توجه به تغییر فاصله‌ی چشمه تا باریکه‌ساز، شکل ناحیه‌ی مشترک بر روی صفحه‌ی آشکارساز تغییر می‌کند.



شکل ۱. عبور پرتوهای گسیل شده از یک چشمه‌ی پرتوزای نقطه‌ای  $S$  از درون حفره‌ی اصلی و حفره‌های مجاور باریکه‌ساز حفره- موازی.



شکل ۲. با عبور پرتوهای گاما از (الف) حفره‌های مجاور، فوتون‌های گاما به صورت ناحیه‌های هاشور خورده در تصاویر، (ب) برای حالت  $\theta_b \geq \pi$  و (ج) برای حالت  $\theta_b \leq \pi$  به سطح آشکارساز می‌رسند.

اگر موقعیت چشمه به گونه‌ای باشد که  $\theta_b \geq \pi$  آن‌گاه مساحت ناحیه‌ی مشترک به صورت شکل ۲-ب و در صورتی که  $\theta_b < \pi$  باشد مساحت ناحیه‌ی مشترک به صورت شکل ۲-ج خواهد بود. پارامترهای نشان داده شده در شکل ۲ با معادله‌های زیر قابل محاسبه هستند:

$$\theta_f = \cos^{-1} \left[ \frac{r_f^2 + d_s^2 - r_b^2}{2r_f d_s} \right] \text{ و } \theta_b = \cos^{-1} \left[ \frac{r_b^2 + d_s^2 - r_f^2}{2r_b d_s} \right] \quad (3)$$

$$r_f = \left(1 + \frac{t}{h}\right) \frac{d}{2}, \quad r_b = \frac{d}{2} \quad (4)$$

$$d_s = r_f + r_b - \left[ d - \frac{(r' - \frac{d}{2})t}{h} \right] \quad (5)$$

جدول ۱. مشخصه‌های هندسی باریکه‌سازهای حفره-موازی

نوع باریکه‌ساز	قطر حفره‌ها (mm)	ارتفاع حفره‌ها (mm)	ضخامت دیواره (mm)
LEUHR	۱٫۱	۳۵	۰٫۱۵
LEHR	۱٫۵	۳۵	۰٫۲۵
LEGP	۱٫۹	۳۵	۰٫۲۵
LEHS	۲٫۶	۳۵	۰٫۳۵

فاصله‌ی چشمه‌ی نقطه‌ای تا باریکه‌ساز براساس شرایط اندازه‌گیری عملی تنظیم شد. در شبیه‌سازی مونت کارلو نتیجه‌هایی قابل قبول هستند که خطای نسبی آن‌ها کم‌تر از ۵٪ باشد. بنابراین باید تعداد ذره‌های شبیه‌سازی را افزایش داد تا خطای نتیجه‌ها از مقدار پیش‌گفته کم‌تر باشد و به همین دلیل در هر شبیه‌سازی تعداد ۱۰<sup>۹</sup> فوتون استفاده شد و فوتون‌های فرودی در هر سلول آشکارساز با استفاده از تالی FA که ارتفاع تپ را اندازه می‌گیرد محاسبه شد. در هر سلول فوتون‌هایی که در یک پنجره‌ی انرژی معادل ۲۰٪ انرژی چشمه‌ی نقطه‌ای (۲۸ keV = ۱۴۰ keV × ۰٫۲) قرار داشتند ثبت شدند. به همین منظور در فایل ورودی کد مونت کارلو بازه‌ی انرژی ۱۲۶ keV تا ۱۵۴ keV برای ثبت فوتون‌های فرودی در سلول‌های آشکارساز در نظر گرفته شد و فوتون‌هایی که در خارج از این بازه‌ی انرژی قرار داشتند در محاسبات لحاظ نشدند.

### ۳.۲ الگوریتم محاسبه‌ی پاسخ باریکه‌ساز

در محاسبه‌ی پاسخ باریکه‌ساز با استفاده از کدهای مونت کارلو، آشکارسازها به سلول‌های مکعبی تقسیم‌بندی می‌شوند. ابعاد سلول برابر با قدرت تفکیک ذاتی دوربین گاما در نظر گرفته می‌شود تا قدرت تفکیک سیستم که ترکیبی از قدرت تفکیک ذاتی دوربین گاما و قدرت تفکیک باریکه‌ساز است به دست آید. هر چند که این روش برای تعیین تصویرهای اطراف یک فانتوم یا یک حجم می‌تواند مفید باشد ولی به منظور محاسبه‌ی پاسخ باریکه‌ساز به یک چشمه‌ی نقطه‌ای به علت در نظر گرفته نشدن موقعیت مکانی تصویرهای حفره‌های مجاور روی صفحه‌ی آشکارساز، محاسبه‌ها با خطای زیادی همراه است.

اینک این سوال مطرح است که چگونه باید عدد خوانده شده به وسیله سلول‌های آشکارساز را که بیان‌گر مقدار علامت تولید شده در یک حجم است به یک موقعیت مکانی در فضای

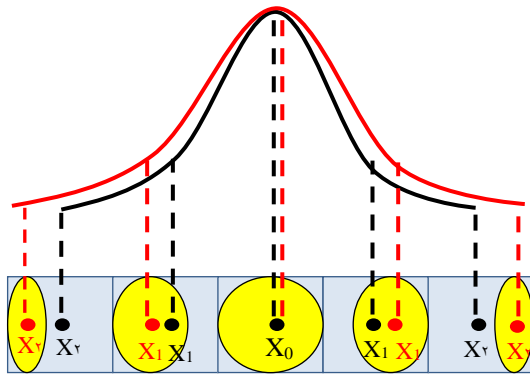
ناحیه‌ی مشترک در شکل‌های ۲-ب و ۲-ج برابر است با،

$$A = \left( \frac{\theta_f r_f^2}{2} + \frac{\theta_b r_b^2}{2} \right) - \left[ r_f \sin\left(\frac{\theta_f}{2}\right) r_f \cos\left(\frac{\theta_f}{2}\right) - r_b \sin\left(\frac{2\pi - \theta_b}{2}\right) r_b \cos\left(\frac{2\pi - \theta_b}{2}\right) \right] = \left( \frac{\theta_f r_f^2}{2} + \frac{\theta_b r_b^2}{2} \right) - \left[ r_f^2 \sin\left(\frac{\theta_f}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_f}{2}\right) + r_b^2 \sin\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \right] \quad (6)$$

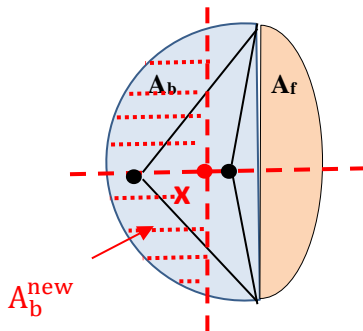
### ۲.۲ شبیه‌سازی

به منظور شبیه‌سازی باریکه‌ساز از کد MCNP5 استفاده شد. با مشخص شدن چشمه، اجزای فیزیکی و پارامتر مورد اندازه‌گیری مشخص می‌گردد و براساس تابع‌های توزیع احتمال در برخورد فوتون گاما با ماده، کمیت‌هایی نظیر ارتفاع تپ، انرژی ذخیره شده یا شار پرتوهای گاما در یک حجم یا سطح معلوم تعیین می‌شود. چهار مدل مختلف باریکه‌سازهای حفره-موازی که به‌وسیله‌ی شرکت نوکلرفیلدز<sup>(۶)</sup> ساخته و داده‌های تجربی آن‌ها ارایه شده است برای شبیه‌سازی و ارزیابی روش انتقال بهینه انتخاب شدند. مشخصه‌های این باریکه‌سازها در جدول ۱ درج شده است.

داده‌های تجربی توسط یک دوربین گامای مدل جی‌ای-اینفینیا<sup>(۷)</sup> که آشکارساز آن از نوع NaI(Tl) و به صورت یکپارچه با ضخامت ۹٫۵۲۵ mm و ابعاد ۴۰۰ mm × ۵۴۰ mm است به دست آمده است. در شبیه‌سازی مونت کارلو آشکارساز به سلول‌های مکعب مستطیلی‌شکل تقسیم و ضخامت هر سلول ۹٫۵۲۵ mm و اندازه‌ی سلول مربعی با توجه به قطر حفره‌ها و ضخامت در باریکه‌سازهای LEUHR<sup>(۸)</sup>، LEHR<sup>(۹)</sup> و LEGP<sup>(۱۰)</sup> و LEHS<sup>(۱۱)</sup> به ترتیب ۰٫۶۲۵، ۰٫۸۷۵، ۱٫۰۷۵ و ۱٫۴۷۵ mm در نظر گرفته شد. تمامی باریکه‌سازها از جنس سرب و دارای حفره‌هایی به شکل شش‌ضلعی هستند که طول و عرض آن‌ها به ترتیب ۵۴۰ mm و ۴۰۰ mm است. برای تعیین پاسخ باریکه‌سازها چشمه‌ی نقطه‌ای تکنسیم (انرژی ۱۴۰ keV) در هوا و در فاصله‌های ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ mm نسبت به سطح باریکه‌ساز قرار گرفت. در رهیافت شبیه‌سازی مونت کارلو سعی شد بیش‌ترین تطابق با اندازه‌گیری عملی وجود داشته باشد از جمله جنس و ابعاد باریکه‌سازها و آشکارساز و همچنین



شکل ۳. انتقال نقطه به نقطه‌ی مقدارهای علامت تولید شده در هر سلول آشکارساز به روی محور X.



شکل ۴. تعیین نقطه‌ی مرکزی در ناحیه‌ی مشترک ایجاد شده روی سطح آشکارساز.

در نقطه‌ی مرکزی نصف مساحت ناحیه‌ی مشترک (A) با مساحت ناحیه‌ی  $A_b^{new}$  برابر خواهد بود. بنابراین

$$A = \frac{A_f + A_b}{2} = A_b^{new} = r_b^r \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) - r_b^r \sin \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) \cos \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) \quad (8)$$

$$\frac{A}{r_b^r} = \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) - \sin \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) \cos \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) \quad (9)$$

در نقطه‌ی مرکزی ناحیه‌ی مشترک که یک زاویه‌ی  $\theta_b^{new}$  برای آن وجود دارد، دو طرف رابطه‌ی ۹ با هم برابر خواهد بود. برای یافتن  $\theta_b^{new}$  با استفاده از روش میان‌یابی، یک تابع هدف Y به صورت زیر تعریف می‌شود تا در زاویه‌ی مطلوب  $\theta_b^{new}$  مقدار آن صفر شود.

$$Y = \frac{A}{r_b^r} - \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) + \sin \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) \cos \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) \quad (10)$$

دو بعدی انتقال داد. برای درک بهتر این موضوع در شکل ۳ نحوه‌ی شکل‌گیری تصویرهای حفره‌ی اصلی و حفره‌های مجاور باریکه‌ساز روی سلول‌های آشکارساز نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۳ نیز مشخص شده است برای تعیین پاسخ باید علامت تولید شده در هر سلول در مختصات مشخصی روی محور X نشان داده شود و پاسخ باریکه‌ساز بر مبنای انتخاب نقطه‌ها بر روی محور X تحت تأثیر قرار می‌گیرد. در شکل ۳ نقطه‌های انتخاب شده روی محور X که با رنگ سیاه نشان داده شده‌اند (انتقال قراردادی) در مرکز سلول‌های آشکارساز قرار دارند و نقطه‌های قرمز رنگ در مرکز تصویرهای ناحیه‌های مشترک بر روی صفحه‌ی آشکارساز واقع شده‌اند (انتقال بهینه). هدف، تعیین این نقطه‌های قرمز رنگ است. در روش انتقال قراردادی که علامت تولید شده در هر سلول به مرکز آن سلول تعلق می‌گیرد پاسخ ایجاد شده باریکه‌تر می‌شود و نتیجه‌های حاصل از شبیه‌سازی‌ها نیز نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن نقطه‌های مرکزی سلول‌های آشکارساز به عنوان نقطه‌های مرجع، پاسخ باریکه‌ساز دچار کم‌انگاری<sup>(۱۲)</sup> می‌شود.

ناحیه‌ی مشترک ایجاد شده به وسیله‌ی تصویرهای سطح مقطع‌های بالایی ( $A_b$ ) و پایینی ( $A_f$ ) حفره‌های مجاور بر روی صفحه‌ی آشکارساز به صورت طرح‌وار در شکل ۴ نشان داده شده است. این ناحیه نسبت به محور Y نامتقارن است و از این رو تعیین مرکز آن (نقطه‌های قرمز رنگ) به سادگی امکان‌پذیر نیست. مرکز ناحیه‌ی مشترک جایی است که در آن خط‌های متعامد مساحت ناحیه‌ی مشترک را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنند. همان‌طور که در شکل ۴ نیز نشان داده شده است نقطه‌ی مرکزی ناحیه‌ی مشترک، بر روی محور X و در قسمت  $A_b$  واقع شده است و خط عمودی عبوری از نقطه‌ی مرکزی مساحت قسمت  $A_b$  را به دو بخش بزرگ‌تر و کوچک‌تر تقسیم می‌کند. مساحت قسمت بزرگ‌تر که  $A_b^{new}$  نامیده می‌شود از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$A_b^{new} = r_b^r \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) - r_b^r \sin \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) \cos \left( \frac{\theta_b^{new}}{2} \right) \quad (v)$$

پس از شبیه‌سازی باریکه‌ساز با استفاده از کد MCNP5، پارامتر ارتفاع تپ محاسبه شده در هریک از سلول‌های آشکارساز به مقدارهای X نظیر نسبت داده شد. با برازش تابع توزیع نرمال پاسخ هریک از باریکه‌سازها به چشمه‌ی نقطه‌ای تعیین و قدرت تفکیک باریکه‌سازها با اندازه‌گیری پهنای نیم‌ارتفاع در فاصله‌های مختلف چشمه تا باریکه‌ساز به دست آمد. به منظور ارزیابی صحت روش انتقال بهینه، مقدارهای قدرت تفکیک محاسبه شده برای باریکه‌سازهای مختلف علاوه بر مقایسه با داده‌های تجربی با نتیجه‌های حاصل از رابطه‌ی نظری (معادله‌ی ۱۱) نیز مقایسه شده است.

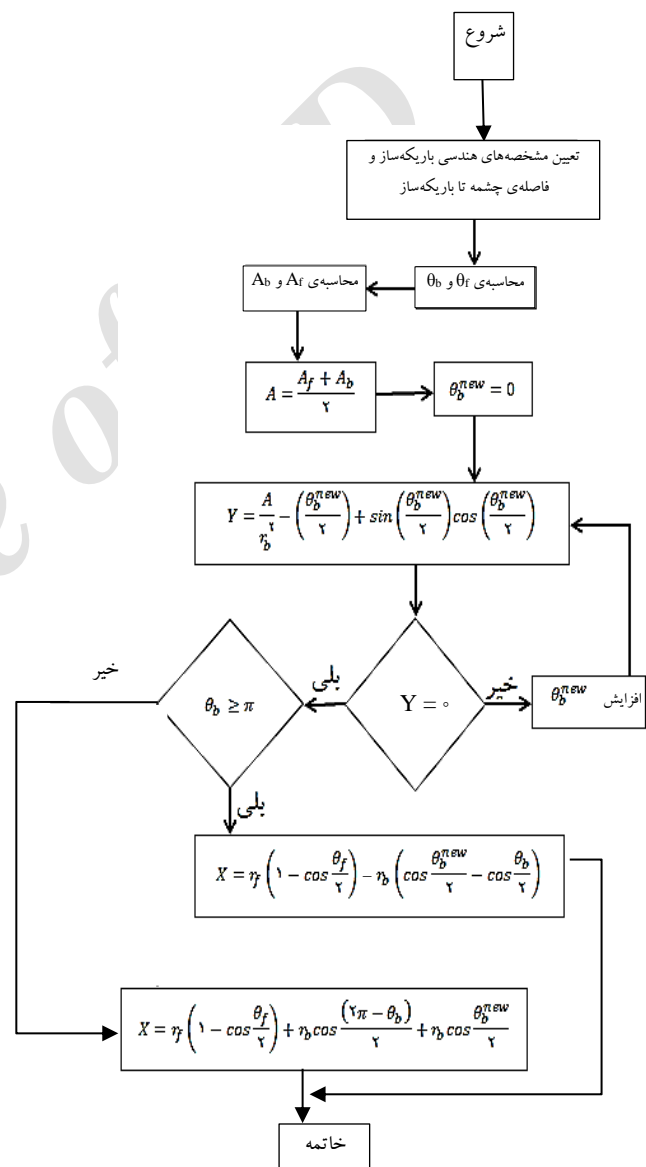
$$R_c = d \frac{h+t+B}{t} \quad (11)$$

که در آن B فاصله‌ی باریکه‌ساز تا آشکارساز است. در این مقاله این فاصله، ناچیز در نظر گرفته شده است.

### ۳. یافته‌ها و بحث

به منظور بهبود پاسخ باریکه‌سازهای حفره- موازی به یک چشمه‌ی نقطه‌ای گاما در شبیه‌سازی به روش مونت کارلو، یک الگوریتم محاسباتی جدید ارایه شده است که به کمک رابطه‌های نظری استخراج شده، شدت پرتوهای گامای جذبی در سلول‌های آشکارساز را به مرکز ناحیه‌های مشترک حاصل از تصویر سطح مقطع‌های بالا و پایین حفره‌های مجاور بر روی سطح آشکارساز انتقال می‌دهد. بعد از شبیه‌سازی، تابع‌های توزیع نقطه‌گستر باریکه‌سازها به دو روش انتقال قراردادی و بهینه محاسبه شدند. در جدول ۲ انتقال نقطه به نقطه‌ی مقدارهای خواننده شده در سلول‌های آشکارساز به روی محور مختصات X برای باریکه‌سازهای LEHR، LEUHR، LEHP و LEHS در فاصله‌ی ۱۰۰ میلی‌متری چشمه تا سطح باریکه‌ساز ارایه شده است. عدم تشابه در مقدارهای علامت‌ها در فاصله‌های مشابه در باریکه‌سازها ناشی از خطای ذاتی روش مونت کارلو است که در نقاط دورتر از حفره‌ی اصلی نیز به دلیل افت و خیزهای آماری و علامت به نوفه‌ی<sup>(۱۳)</sup> کم این خطا افزایش می‌یابد. برای سلول مرکزی که بیش‌ترین شدت پرتوهای گاما به آن برخورد می‌کند خطای نسبی شبیه‌سازی کم‌تر از ۱٪ و برای سلول‌های جانبی‌تر که شدت پرتوهای گامای برخوردی کاهش می‌یابد خطای نسبی کم‌تر از ۵٪ شد.

در این پژوهش، براساس رابطه‌های نظری یک الگوریتم محاسباتی پیاده شد که با توجه به فاصله‌ی چشمه‌ی نقطه‌ای تا سطح باریکه‌ساز، نقطه‌های مرکزی ناحیه‌های مشترک حفره‌های مجاور را بر روی سطح آشکارساز محاسبه می‌کند و مقدارهای شدت علامت در سلول‌های آشکارساز به این نقاط تعلق می‌گیرد. الگوریتم پیش‌گفته اصطلاحاً الگوریتم انتقال بهینه نام‌گذاری و با استفاده از نرم‌افزار MATLAB تدوین شد. روندنمای این الگوریتم در شکل ۵ ملاحظه می‌شود.



شکل ۵. روندنمای محاسبه‌ی نقطه‌ی مرکزی در ناحیه‌ی مشترک روی سطح آشکارساز در روش انتقال بهینه.

**جدول ۲.** انتقال نقطه به نقطه‌ی مقادیر خوانده شده در سلول‌های آشکارساز به روی محور X برای باریکه‌سازهای مختلف در فاصله‌ی ۱۰۰ mm از چشمه تا سطح باریکه‌ساز (مختصات روی محور X).

LEUHR			LEHR			LEGP			LEHS		
شدت علامت در آشکارساز	روش مرسوم	روش بهینه	شدت علامت در آشکارساز	روش مرسوم	روش بهینه	شدت علامت در آشکارساز	روش مرسوم	روش بهینه	شدت علامت در آشکارساز	روش مرسوم	روش بهینه
$2 \times 10^{-9}$	-۴,۰۵	-۴,۴۵	$1,18 \times 10^{-7}$	-۵,۲۵	-۵,۷۲	$1,12 \times 10^{-7}$	-۶,۴۵	-۷,۴۹	$2,24 \times 10^{-7}$	-۸,۲۵	-۹,۴۷
$7,02 \times 10^{-7}$	-۲,۷	-۳,۰۷	$1,9 \times 10^{-6}$	-۳,۵	-۳,۹۷	$3,78 \times 10^{-6}$	-۴,۳	-۴,۹۳	$6,39 \times 10^{-6}$	-۵,۵	-۶,۲۱
$2,36 \times 10^{-6}$	-۱,۳۵	-۱,۶۷	$4,71 \times 10^{-6}$	-۱,۷۵	-۱,۹	$9,02 \times 10^{-6}$	-۲,۱۵	-۲,۳۳	$1,56 \times 10^{-5}$	-۲,۷۵	-۲,۹۶
$3,32 \times 10^{-6}$	۰	۰	$6,15 \times 10^{-6}$	۰	۰	$1,1 \times 10^{-5}$	۰	۰	$1,83 \times 10^{-5}$	۰	۰
$2,43 \times 10^{-6}$	۱,۳۵	۱,۴۷	$4,91 \times 10^{-6}$	۱,۷۵	۱,۹	$9,27 \times 10^{-6}$	۲,۱۵	۲,۳۳	$1,55 \times 10^{-5}$	۲,۷۵	۲,۹۶
$7,38 \times 10^{-7}$	۲,۷	۳,۰۷	$1,84 \times 10^{-6}$	۳,۵	۳,۹۷	$3,59 \times 10^{-6}$	۴,۳	۴,۹۳	$6,4 \times 10^{-6}$	۵,۵	۶,۲۱
$4 \times 10^{-9}$	۴,۰۵	۴,۴۵	$9,9 \times 10^{-8}$	۵,۲۵	۵,۷۲	$3,34 \times 10^{-7}$	۶,۴۵	۷,۴۹	$2,76 \times 10^{-7}$	۸,۲۵	۹,۴۷

شکل ۸ می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف بین قدرت تفکیک روش انتقال بهینه و مقدارهای تجربی در تمامی فاصله‌ها کم‌تر از مقدارهای اختلاف با روش انتقال متداول بوده و تقریباً مستقل از فاصله‌ی چشمه از باریکه‌ساز و هم‌چنین نوع باریکه‌ساز است. در روش انتقال قراردادی با افزایش فاصله‌ی چشمه از باریکه‌ساز و هم‌چنین با افزایش قطر حفره‌های باریکه‌ساز مقدار اختلاف افزایش می‌یابد زیرا زاویه‌ی فضایی بزرگ‌تر می‌شود و فوتون‌های گامای بیش‌تری به سلول‌های آشکارساز برخورد می‌کنند، به عبارت دیگر پاسخ باریکه‌ساز پهن‌تر می‌شود. همان‌طور که در شکل ۳ نیز مشاهده می‌شود با افزایش فاصله‌ی جانبی سلول‌های آشکارساز نسبت به سلولی که در مقابل حفره‌ی اصلی قرار گرفته است، ناحیه‌ی مشترک ناشی از تصویر سطح مقاطع بالا و پایین حفره‌ها بر روی سطح آشکارساز باریکه‌ساز می‌شود و در نتیجه، فاصله‌ی مرکز ناحیه‌ی مشترک و مرکز سلول افزایش می‌یابد و چون در روش انتقال قراردادی بدون توجه به این‌که موقعیت ناحیه‌ی مشترک به چه صورتی است، مقدار علامت تولید شده در سلول به مرکز آن انتقال می‌یابد بنابراین در روش انتقال قراردادی با افزایش فاصله‌ی چشمه از باریکه‌ساز اختلاف قدرت تفکیک با مقدار اندازه‌گیری شده افزایش می‌یابد. با افزایش قطر حفره‌های باریکه‌ساز ابعاد سلول‌های آشکارساز نیز بزرگ‌تر می‌شود که در نتیجه فاصله‌ی بین نقطه‌ی مرکزی ناحیه‌ی مشترک و نقطه‌ی مرکزی سلول آشکارساز افزایش می‌یابد. بنابراین در روش انتقال قراردادی با افزایش قطر حفره اختلاف مقدارهای قدرت تفکیک با مقدار اندازه‌گیری شده بیش‌تر می‌شود.

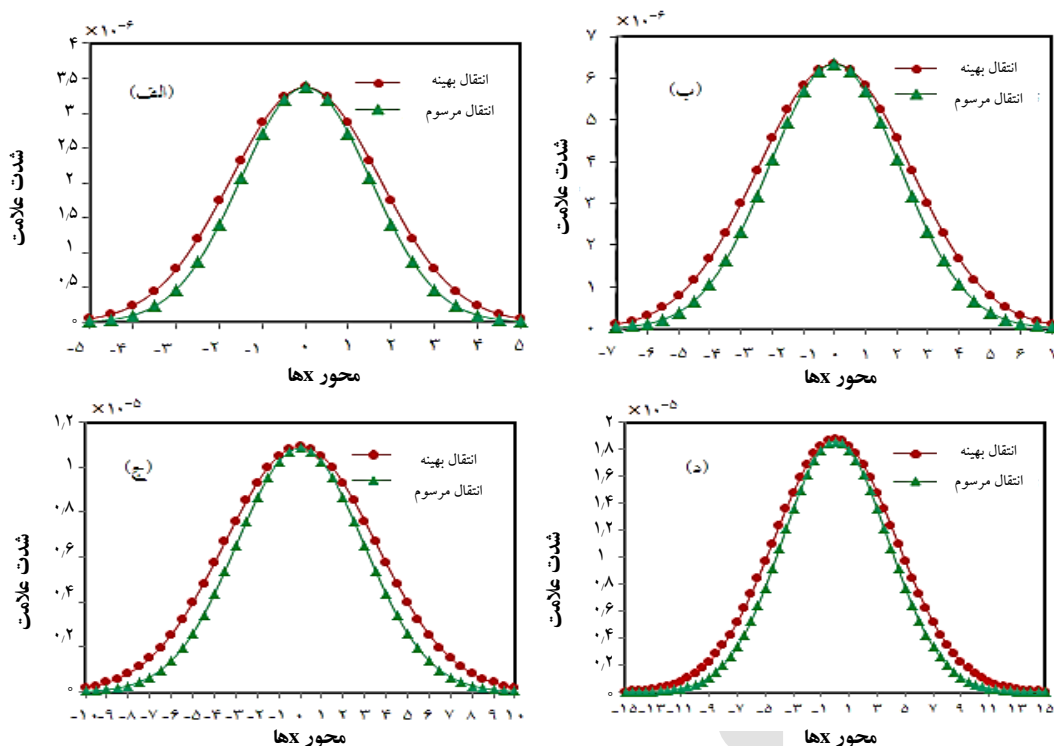
مقادیر جدول‌بندی شده در جدول ۲ بعد از برازش با تابع بهنجار به صورت نمودار در شکل ۶ نشان داده شده است. پاسخ‌های روش انتقال قراردادی باریکه‌سازها از پاسخ‌های روش انتقال بهینه هستند. اختلاف در پاسخ، ناشی از تفاوت در نحوه‌ی انتقال مقدارهای علامت ثبت شده در سلول‌های آشکارساز به روی محور مختصات است.

قدرت تفکیک باریکه‌سازهای مختلف با استفاده از پارامتر پهنای نیم- ارتفاع پاسخ آن‌ها برای فاصله‌های مختلف چشمه‌ی نقطه‌ای تا باریکه‌ساز محاسبه و نتیجه‌ها در جدول‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ درج شده است (تمامی اعداد برحسب میلی‌متر هستند).

برای تشریح بهتر این‌که کدام روش محاسباتی می‌تواند پاسخ‌های دقیق‌تری را تولید نماید درصد اختلاف آن‌ها با محاسبه‌های نظری و داده‌های تجربی در جدول‌های ۳ تا ۶ درج شده است. قدرت تفکیک مکانی باریکه‌سازهای حفره- موازی در شکل ۷ به صورت تابعی از فاصله‌ی چشمه از باریکه‌ساز رسم شده است. مشاهده می‌شود که قدرت تفکیک مکانی باریکه‌سازها در انتقال بهینه به قدرت تفکیک حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی و رابطه‌های نظری خیلی نزدیک است در حالی که قدرت تفکیک مکانی انتقال متداول اختلاف قابل توجهی با مقادیر حاصل از اندازه‌گیری‌های تجربی و رابطه‌های نظری دارد.

در شکل ۸ تفاضل بین مقدارهای قدرت تفکیک تجربی با مقدارهای محاسبه شده با استفاده از روش‌های انتقال بهینه و انتقال قراردادی برای باریکه‌سازهای حفره- موازی و برای فاصله‌های مختلف چشمه از موازی‌ساز نشان داده شده است. با توجه به





شکل ۶. پاسخ باریکه‌سازهای (الف) LEUHR، (ب) LEHR، (ج) LEGP و (د) LEHS به چشمه‌ی نقطه‌ای تک‌نیم در فاصله‌ی ۱۰۰ mm از سطح باریکه‌ساز و در هوا. پاسخ‌ها به دو روش انتقال بهینه و انتقال مرسوم محاسبه شده است.

جدول ۳. قدرت تفکیک باریکه‌ساز LEUHR

فاصله‌ی چشمه‌ی نقطه‌ای تا باریکه‌ساز (mm)	اندازه‌گیری تجربی	محاسبه‌های نظری	انتقال نقطه به نقطه به نقطه‌ی مرسوم		درصد اختلاف با داده تجربی		درصد اختلاف با محاسبه‌های نظری	
			انتقال مرسوم	انتقال بهینه	انتقال مرسوم	انتقال بهینه	انتقال مرسوم	انتقال بهینه
۵۰	۳	۲٫۹	۲٫۵	۲٫۹	۱۶٫۷٪	۳٫۳٪	۱۳٫۸٪	۰
۱۰۰	۴٫۷	۴٫۶	۳٫۹	۴٫۴	۱۷٪	۶٫۴٪	۱۵٫۲٪	۵٫۱٪
۱۵۰	۵٫۹	۵٫۷	۵٫۲	۵٫۷	۱۲٪	۳٫۳٪	۸٫۸٪	۰
۲۰۰	۷٫۵	۷	۶٫۴	۷٫۲	۱۴٫۷٪	۴٪	۸٫۶٪	۳٫۱٪

جدول ۴. قدرت تفکیک باریکه‌ساز LEHR

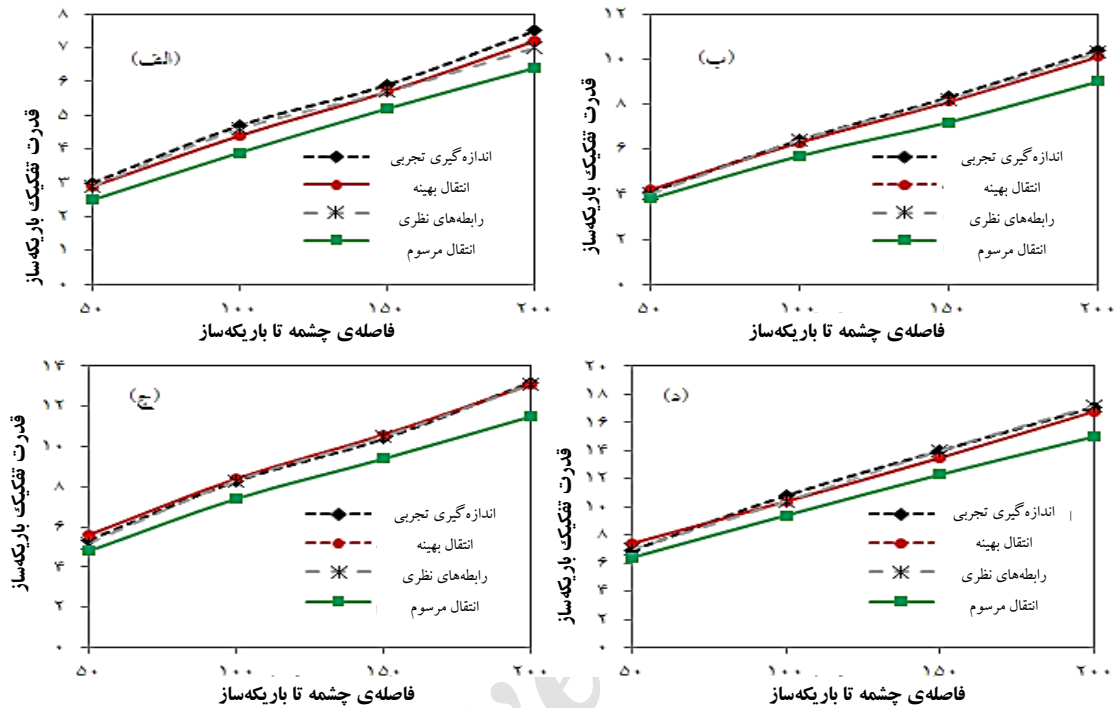
فاصله‌ی چشمه‌ی نقطه‌ای تا باریکه‌ساز (mm)	اندازه‌گیری تجربی	محاسبه‌های نظری	انتقال نقطه به نقطه به نقطه‌ی مرسوم		درصد اختلاف با داده تجربی		درصد اختلاف با محاسبه‌های نظری	
			انتقال مرسوم	انتقال بهینه	انتقال مرسوم	انتقال بهینه	انتقال مرسوم	انتقال بهینه
۵۰	۴٫۱	۴٫۰	۳٫۸	۴٫۱	۷٫۳٪	۲٫۴٪	۵٪	۲٫۵٪
۱۰۰	۶٫۴	۶٫۴	۵٫۷	۶٫۳	۱۱٪	۱٫۳٪	۱۱٪	۱٫۸٪
۱۵۰	۸٫۳	۸٫۲	۷٫۲	۸٫۱	۱۳٫۲٪	۱٫۲٪	۱۲٫۲٪	۱٫۴٪
۲۰۰	۱۰٫۴	۱۰٫۳	۹	۱۰٫۱	۱۳٫۵٪	۲٫۹٪	۱۲٫۶٪	۲٫۲٪

جدول ۵. قدرت تفکیک باریکه‌ساز LEGP

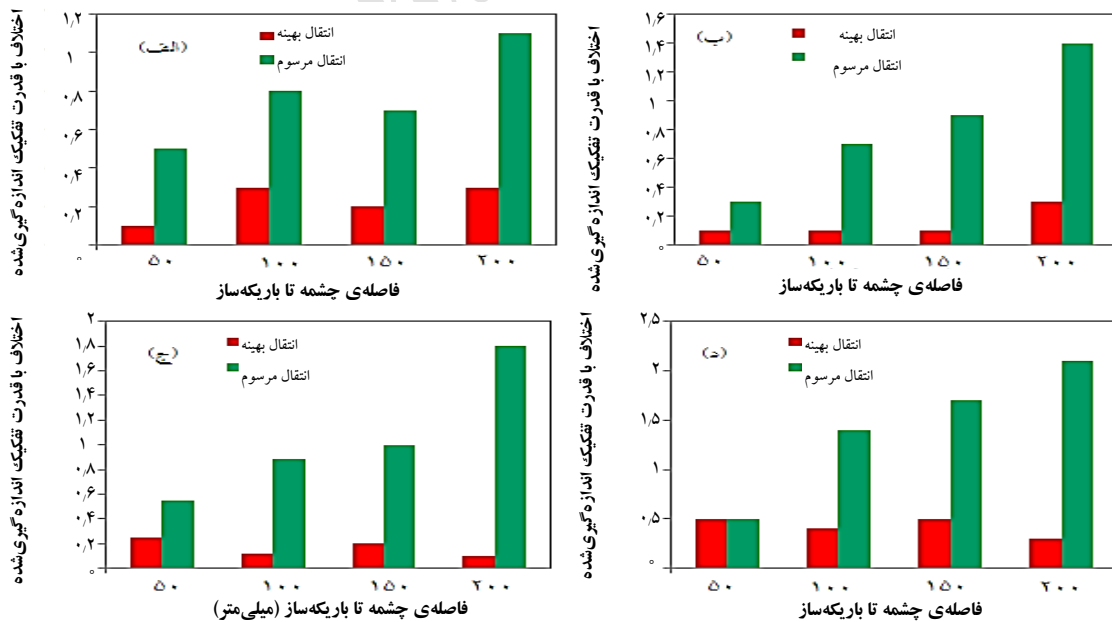
فاصله‌ی چشمه‌ی نقطه‌ای تا باریکه‌ساز (mm)	اندازه‌گیری تجربی	محاسبه‌های نظری	انتقال نقطه به نقطه به نقطه‌ی مرسوم		درصد اختلاف با داده تجربی		درصد اختلاف با محاسبه‌های نظری	
			انتقال مرسوم	انتقال بهینه	انتقال مرسوم	انتقال بهینه	انتقال مرسوم	انتقال بهینه
۵۰	۵٫۳۵	۵٫۳	۴٫۸	۵٫۶	۱۰٫۱۳٪	۴٫۷٪	۹٫۴٪	۶٫۳٪
۱۰۰	۸٫۲۸	۸٫۳	۷٫۴	۸٫۴	۱۰٫۶٪	۱٫۴٪	۱۰٫۸٪	۱٫۳٪
۱۵۰	۱۰٫۴	۱۰٫۵	۹٫۴	۱۰٫۶	۹٫۶٪	۱٫۹٪	۱۰٫۵٪	۱٫۱٪
۲۰۰	۱۳٫۲	۱۳٫۱	۱۱٫۵	۱۳٫۱	۱۰٫۶٪	۰٫۷٪	۱۲٫۲٪	۰

جدول ۶. قدرت تفکیک باریکه‌ساز LEHS

فاصله‌ی چشمه‌ی نقطه‌ای تا باریکه‌ساز (mm)	اندازه‌گیری تجربی	محاسبه‌های نظری	انتقال نقطه به نقطه‌ی مرسوم	انتقال نقطه به نقطه‌ی بهینه	درصد اختلاف با داده تجربی		درصد اختلاف با محاسبه‌های نظری	
					انتقال مرسوم	انتقال بهینه	انتقال مرسوم	انتقال بهینه
۵۰	۶٫۹	۷	۶٫۴	۷٫۴	۷٫۲٪	۷٫۲٪	۸٫۶٪	۶٫۲۵٪
۱۰۰	۱۰٫۸	۱۰٫۴	۹٫۴	۱۰٫۴	۱۳٪	۳٫۷٪	۹٫۶٪	۰
۱۵۰	۱۴	۱۴	۱۲٫۳	۱۳٫۵	۱۲٫۱٪	۳٫۶٪	۱۲٫۱٪	۴٫۱٪
۲۰۰	۱۷٫۱	۱۷٫۲	۱۵	۱۶٫۸	۱۲٫۳٪	۱٫۷٪	۱۲٫۸٪	۲٫۷٪



شکل ۷. رابطه‌ی بین قدرت تفکیک مکانی باریکه‌سازهای (الف) LEUHE، (ب) LEHR، (ج) LEGP و (د) LEHS و فاصله‌ی چشمه‌ی نقطه‌ای از باریکه‌ساز (اعداد بر حسب میلی‌متر هستند).



شکل ۸. اختلاف قدرت تفکیک مکانی محاسبه شده به روش انتقال بهینه و انتقال مرسوم با قدرت تفکیک اندازه‌گیری شده برای باریکه‌سازهای (الف) LEUHE، (ب) LEHR، (ج) LEGP و (د) LEHS در فاصله‌های مختلف از چشمه‌ی نقطه‌ای (اعداد بر حسب میلی‌متر هستند).

## ۴. نتیجه گیری

## مراجع

- در این مقاله به منظور بهبود پاسخ باریکه‌سازهای حفره- موازی به یک چشمه‌ی نقطه‌ای مولد گاما در رهیافت شبیه‌سازی مونت کارلو یک الگوریتم محاسباتی جدید ارائه شد. در روش محاسباتی مرسوم، برای تعیین پاسخ باریکه‌سازها، مقادارهای علامت‌های ثبت شده در سلول‌های آشکارساز به مرکز هر سلول انتقال داده می‌شود در حالی که در روش انتقال بهینه مقدار علامت در هر سلول به مرکز ناحیه‌ی مشترک حاصل از تصویر سطح مقطع‌های بالا و پایین حفره روی سطح آشکارساز انتقال می‌یابد. وقتی پاسخ باریکه‌ساز بر مبنای روش انتقال مرسوم محاسبه شود قدرت تفکیک اندازه‌گیری شده از واقعی کم‌تر است و همان‌طور که یافته‌ها نیز نشان می‌دهد میزان اختلاف با مقادارهای تجربی حداقل ۷٫۲٪ و حداکثر ۱۷٪ است در حالی که در روش انتقال بهینه اختلاف قدرت تفکیک محاسبه شده با مقادارهای تجربی حداقل ۱٫۲٪ و حداکثر ۷٫۲٪ است. از آنجایی که روش انتقال بهینه‌ی ارائه شده در این پژوهش پاسخ باریکه‌ساز را با خطای کم‌تری به دست می‌دهد بنابراین می‌توان طراحی و ارزیابی باریکه‌سازهای حفره- موازی را با دقت بالاتری انجام داد.
- پی‌نوشت‌ها**
1. Collimators
  2. Point Spread Function
  3. Full Width at Half of Maximum
  4. Full Width at Tenth of Maximum
  5. Single Photon Emission Computed Tomography
  6. Nuclear Fields
  7. GE- Infinia
  8. Low Energy Ultra High Resolution
  9. Low Energy High Resolution
  10. Low Energy General Propose
  11. Low Energy High Sensitivity
  12. Underestimation
  13. Signal to Noise
- [1] J.T. Bush Berg, J.A. Seibert, E.M. Leidholdt, J.M. Boone, The essential physics of medical imaging, Lippincott Williams & wilkins Press, 3<sup>th</sup> Edition, (2012).
- [2] E. Asma, R. Manjeshwar, Evaluation of the impact of resolution-sensitivity tradeoffs on detection performance for SPECT imaging 2008 IEEE. Nucl. Sci. Symp., (2008) 3730-33.
- [3] G. Trinci, R. Massari, M. Scandellari, S. Boccalini, A. Costantini, R. DiSero, A. Basso, R. Sala, F. Scopinaro, A. Soluri, A new variable parallel holes collimator for scintigraphic device with validation method based on Monte Carlo simulations, Nucl. Instrum. Methods, A621 (2010) 406-412.
- [4] S. Mahmood, K. Erlandsson, I. Cullum, B. Hutton, Design of a novel slit-slat collimator system for SPECT imaging of the human brain Phys. Med. Biol, 54 (2009) 3433-3450.
- [5] S.D. Metzler, R. Accorsi, S. Ayan, R.J. Jaszczak, Slit-slat and multi slit-slat collimator design and experimentally acquired phantom images from a rotating prototype, IEEE Trans. Nucl. Sci., 57 (2010) 125-134.
- [6] A. Khorshidi, M. Ashoor, Modulation transfer function assessment in parallel and fan beam collimator with square and cylindrical holes, Ann. Nucl. Med., 28 (2014) 59-66.
- [7] A. Khorshidi, M. Ashoor, S.H. Hosseini, A. Rajaei, Evaluation of collimators' response: Round and hexagonal holes in parallel and fan beam, Progress in Biophysics and Molecular Biology, 109 (2012) 59-66.
- [8] T. Yong Song, Y. Choi, Y.H. Chung, J.H. Jung, Y. Seong Choe, K. Han Lee, S. Eun Kim, B. Tae Kim, Optimization of pinhole collimator for small animal SPECT using Monte Carlo simulation IEEE Trans. Nucl. Sci., 50 (2003) 327-332.
- [9] D. Lowe, A. Truman, H. Kwok, A. Bergman, Optimisation of the design of round-hole parallel collimators for ultra-compact nuclear medicine imaging, Nucl. Instrum. Methods, A., 621 (2002) 406-412.

- [10] V. Moslemi, M. Ashoor, Design and performance evaluation of a new high energy parallel hole collimator for radioiodine planar imaging by gamma cameras: Monte Carlo simulation study, *Ann. Nucl. Med.*, (2017) DOI:10.1007/s 12149-017-1160-9.
- [11] B. Zhang, G.L. Zeng, High-resolution versus high-sensitivity SPECT imaging with geometric blurring compensation for various parallel-hole collimation geometries, *IEEE Trans. Inf. Technol. Biomed.*, 14 (2010) 1121-7.
- [12] C.E. Metz, F.B. Atkins, R.N. Beck, The geometric transfer function component for scintillation camera collimators with straight parallel holes, *Phys. Med. Biol.*, 25 6 (1980) 242-250.
- [13] H. Zaidi, E.C. Frey, B.M.W. Tsui, Collimator-detector response compensation in SPECT, *Quantitative Analysis in Nuclear Medicine Imaging*, Springer, (2006) 141-166.
- [14] S. Liu, T.H. Farncombe, Collimator-detector response compensation in quantitative SPECT reconstruction, *IEEE. Nucl. Sci. Symp. Conf.*, 5 (2007) 3955-60.
- [15] K. Assie, I. Gardin, P. Vera, I. Buvat, Validation of the Monte Carlo simulator GATE for Indium-111 imaging. *Phys. Med. Biol.*, 50 (2005) 3113-25.
- [16] A. Cot, E. Jane, J. Sempau, C. Falcon, S. Bullich, J. Pavia, F. Calvino, D. Ros, Modeling of high-energy contamination in SPECT imaging using Monte Carlo simulation, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 53, 1 (2006) 198-203.
- [17] S. Staelens, T. Wit, F. Beekman, Fast hybrid SPECT simulation including efficient septal penetration modeling (SP-PSF), *Phys. Med. Biol.*, 52 11 (2007) 3027-43.
- [18] X. Song, W.P. Segars, Y. Du, B.M.W. Tsui, E.C. Frey, Fast modeling of the collimator-detector response in Monte Carlo simulation of SPECT imaging using the angular response function. *Phys. Med. Biol.*, 50 8 (2005) 1791-1804.
- [19] E. Rault, S. Staelens, R.V. Holen, J.D. Beenhouwer, S. Vandenberghe, Fast simulation of yttrium-90 bremsstrahlung photons with GATE, *Med. Phys.*, 37 6 (2010) 2943-50.
- [20] J.F. Knoll, Radiation detection and measurement, John Wiley & Sons Press, 4<sup>th</sup> Edition (2010).