



## محاسبه سطح مقطع تشکیل $\Lambda(1405)$ در برخورد کائون-دوترون: مقایسه با داده‌های E31

مریم حسنونند\*، سجاد شیرینزاده و راغولی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، صندوق پستی: ۸۴۱۵۶۸۳۱۱۱، اصفهان - ایران

مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۹۸/۱۰/۲۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۹/۲/۲

### چکیده

حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  (یا به اختصار  $\Lambda^*$ ) چند دهه است که هم از لحاظ نظری و هم از لحاظ تجربی مورد بررسی و بازنگری بوده است. هدف این مقاله بررسی نظری جرم و پهنای ذره  $\Lambda^*$  از طریق محاسبات ماتریس گذار T با استفاده از یک پتانسیل پدیده‌شناسی جداپذیر است. در محاسبات حاضر، احتمال تشکیل حالت  $\Lambda^*$  در واکنش  $K^-d \rightarrow \Lambda^* + n \rightarrow (\Sigma\pi)^0 + n$  بررسی و نتایج محاسبات با داده‌های تجربی اولیه آزمایش E-31 شتاب‌دهنده J-PARC، که مربوط به برخورد کائون منفی با تکانه  $1 \text{ GeV}/c$  با دوترون می‌باشد برآزش، شده است. با توجه به نتیجه بهترین برآزش، جرم و پهنای این حالت تشدید به ترتیب  $M_{\Lambda^*} = 1419 \pm 2.4 \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma = 30_{-4.5}^{+5} \text{ MeV}$  به دست آمد.

کلیدواژه‌ها: هسته‌ی کائونی، تشدید  $\Lambda(1405)$ ، داده‌های تجربی، آزمایش J-PARC-E31

## Calculating formation cross section of $\Lambda(1405)$ in Kaon-deuteron reaction: comparison to E31 data

M. Hassanvand\*, S. Shirinzadeh Varaghooli

Department of Nuclear Physics, Isfahan University of Technology, P.O.Box: 8415683111, Isfahan -Iran

Research Article

Received 11.1.2020, Accepted 21.4.2020

### Abstract

The  $\Lambda^*$  resonance has been studied and investigated both theoretically and experimentally for decades. The purpose of this paper is to study the mass and width of  $\Lambda^*$  resonance state theoretically by calculating the  $T$ -matrix using a generalized optical potential with a Yukawa-type separable potential. In the current calculation, the formation of  $\Lambda^*$  in the  $K^-d \rightarrow \Lambda^* + n \rightarrow (\Sigma\pi)^0 + n$  reaction is studied and the results of the analysis are fitted to the experimental data of E-31 carried out at J-PARC accelerator which is related to the collision of negative kaon of  $1 \text{ GeV}/c$  momentum with liquid deuteron and according to the best fit, mass and width of this resonant state calculated as  $M_{\Lambda^*} = 1419 \pm 2.4 \text{ MeV}/c^2$  and  $\Gamma = 30_{-4.5}^{+5} \text{ MeV}$ , respectively.

**Keywords:** Kaonic nuclear system,  $\Lambda(1405)$  resonance state, Experimental data, E-31, J-PARC

\*Email: hassanvand@iut.ac.ir

## ۱. مقدمه

مولکولی حالت  $\Lambda^*$  ( $\bar{K}N$ ) است. داده‌های اولیه کانال‌های این برهم‌کنش در هجدهمین همایش بین‌المللی فیزیک هسته‌ای و هادرون‌ها [۱۸] و نیز مقاله‌نامه‌ی مرجع [۱۶] گزارش شده است ولی نتایج نهایی هنوز منتشر نشده است. بنابراین مطالعات نظری که بتواند این داده‌ها را توصیف کند بسیار حایز اهمیت است.

به دلیل اهمیت جرم و پهنای حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  در سیستم‌های کائونی، بررسی و تعیین جرم و پهنای آن در این حوزه از فیزیک در اولویت قرار گرفته است. برای بررسی داده‌های تجربی  $E_{31}$  از شتاب‌دهنده‌ی J-PARC، و با توجه به این که انرژی کائون فرودی از مرتبه ۱ GeV می‌باشد، در این پژوهش برهم‌کنش از نوع برهم‌کنش در- پرواز<sup>۷</sup> در نظر گرفته شده است. در این برهم‌کنش در- پرواز کائون وارد هسته دوترون می‌شود و در اثر انتقال تکانه کائون، نوترون از هسته به بیرون پرتاب می‌شود، و کائون با پروتون حالت میانی (مجازی)<sup>۸</sup>  $\Lambda^*$  را تشکیل می‌دهد. سپس ذره  $\Lambda^*$  به ذرات نهایی  $\Sigma$  و  $\pi$  واپاشی می‌کند که از نظر بار الکتریکی در سه حالت خنثی  $\Sigma^0\pi^0$ ،  $\Sigma^+\pi^-$  و  $\Sigma^-\pi^+$  در نظر گرفته شده است. در این پژوهش با رهیافت کانال جفت‌شده سطح مقطع واکنش  $K^-d \rightarrow \Lambda^* + n \rightarrow (\Sigma\pi)^0 + n$  به دست می‌آید و سپس با مقایسه آن با داده‌های  $E_{31}$  مقادیر جرم و پهنای ذره  $\Lambda^*$  محاسبه می‌شود.

داده‌های گزارش‌شده در آزمایش  $E_{31}$  برای تعیین ساختار  $\Lambda^*$  بستر مناسبی فراهم می‌کند: این که ساختار دوقطبی که توسط مدل کایرال پیشنهاد شده است [۷-۹] به واقعیت نزدیک‌تر است یا ساختار تک‌قطبی این ذره که در مراجع [۵، ۶] گزارش شده است. هدف اصلی از مطالعه فعلی منحصراً نشان دادن موقعیت جرم و پهنای حالت تشدید  $\Lambda^*$  تولید شده در واکنش کائون- دوترون با استفاده از داده‌های آزمایش  $E_{31}$  است. در آزمایش  $E_{31}$  ابتدا پروتون‌ها با انرژی ۳۰ GeV و جریان  $0.9 \mu A$  به هم‌دیگر برخورد می‌کنند. سپس کائون‌های منفی تولید شده از واکنش با انرژی ۱ GeV، از میان دوترون مایع به طول ۸ cm و چگالی  $1.352 \text{ gr/cm}^3$  هدایت و در نهایت حالت‌های نهایی کانال‌های  $\Sigma^+\pi^-$  و  $\Sigma^0\pi^0$  اندازه‌گیری می‌شوند.

ذره  $\Lambda$  سبک‌ترین باریون دارای عدد شگفتی است که از کوآرک‌های  $u$ ،  $d$  و  $s$  تشکیل شده است [۱]. حالت تشدید  $\Lambda(1405)$  (که در این جا به صورت اختصاری با  $\Lambda^*$  نشان داده می‌شود) اولین حالت برانگیخته  $\Lambda$  دارای اسپین  $1/2^-$ ، ایزواسپین صفر و پاریته منفی است و اسپین- پاریته آن به صورت  $I(J^P) = 0(1/2^-)$  نشان داده می‌شود. در جدول داده‌های ذرات<sup>۱</sup>،  $\Lambda^*$  دارای جرم  $M_{\Lambda^*} = 1405.13 \text{ MeV}$  و پهنای  $\Gamma = 50.5 \pm 2.0 \text{ MeV}$  است، نیمه‌عمر این ذره از مرتبه  $8 \times 10^{-23} \text{ s}$  است و به صورت ۱۰۰٪ به کانال  $\Sigma\pi$  واپاشی می‌کند [۱]. در سال‌های اخیر اعتقاد به ساختار مولکولی  $\bar{K}N$  برای حالت  $\Lambda^*$  شدت یافته است [۲] به طوری که عدد شگفتی  $S=-1$  را عامل اصلی نیروی جاذبه قوی هسته‌ای بین کائون و نوکلئون می‌دانند. هم‌چنین انرژی حالت تشدید  $\Lambda^*$  با دو نظریه‌ی تبادل مزون<sup>۲</sup> [۳] و دینامیک کایرال<sup>۳</sup> [۴] بررسی شده است. براساس نتایج به دست آمده با استفاده از پتانسیل پدیده‌شناختی به روش کانال جفت‌شده<sup>۴</sup> مکان حالت مقید  $K^-p$  در صفحه انرژی اطراف  $1405 \text{ MeV}/c^2$  پیش‌بینی می‌شود [۵، ۶]. هم‌چنین براساس فرضیه جفت- قطب<sup>۵</sup>، مکان حالت مقید  $K^-p$  در اطراف دو انرژی  $1420 \text{ MeV}/c^2$  و  $1390$  پیش‌گویی شده است [۷-۹].

در حال حاضر آزمایش‌های بزرگی برای فراهم کردن قیده‌های بیش‌تر و معتبر بر برهم‌کنش  $\bar{K}N$  در حال اجرا است. برخی از این آزمایش‌ها جابه‌جایی تراز اتم  $K^-d$  را اندازه می‌گیرند [۱۰] و برخی دیگر طیف جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  را از طریق برهم‌کنش فوتونی [۱۱] و الکترونی [۱۲] با پروتون، برخورد پروتون- پروتون [۱۳، ۱۴] و برهم‌کنش کائون با پروتون [۱۵] و دوترون [۱۶] فراهم می‌کنند. در مقاله حاضر بر روی برهم‌کنش  $K^-d \rightarrow (\Sigma\pi)^0 n$  تمرکز شده که در آزمایش JPARC- $E_{31}$  مورد بررسی قرار گرفته است [۱۷]. هدف آزمایش  $E_{31}$  مطالعه طیف  $\Lambda^*$  از طریق واکنش  $(K^-, n)$  در هدف دوترون و کانال مناسبی برای بررسی کردن ساختار

1. Particle Data Group (PDG)
2. Meson-Exchange Theory
3. Chiral Dynamic Theory
4. Coupled Channel Method
5. Double Pole
6. Invariant Mass Spectrum

7. In-flight  
8. Virtual

رابطه‌ی کلی ماتریس انتقال به شکل زیر است:

$$T = \langle \Psi' | t_{fi} | \Psi \rangle \quad (1)$$

مؤلفه‌ی  $t_{fi}$  ماتریس انتقال برهم‌کنش دوجسمی  $i \rightarrow f$  را توصیف می‌کند و  $\Psi$  و  $\Psi'$  توابع موج اولیه و نهایی هستند. با جدا کردن مختصات مرکز جرم (cm) و نسبی (int) ذرات، مسأله ساده‌تر می‌شود:

$$T_{ij} = \langle \Psi' | t_{ij} | \Psi \rangle = \langle \Psi'^{int} | t_{ij} | \Psi^{int} \rangle \langle \Psi'^{cm} | \Psi^{cm} \rangle \quad (2)$$

در این‌جا از رهیافت کانال‌های جفت شده استفاده شده است. کانال جفت شده در این‌جا  $\bar{K}N - \Sigma\pi$  است که با نماد  $T_{\pi 1}$  (معادل  $T_{\pi 1}$ ) در متن نمایش داده می‌شود. علت در نظر گرفتن این کانال خاص در این برهم‌کنش قرار گرفتن ذره‌ی  $\Lambda^*$  با ایزو اسپین  $I = 0$  در کانال  $\bar{K}N$  به صورت یک حالت شبه مقید و نیز یک حالت تشدید فشاخ<sup>۴</sup> در کانال  $\Sigma\pi$  است. ماتریس گذار  $t_{fi}$  با رابطه‌ی زیر برای کانال جفت شده داده می‌شود:

$$t_{ij} = U_{ij} + \sum_{l=1,2} U_{il} G_l t_{lj} \quad (3)$$

که  $U_{ij}$  پتانسیل برهم‌کنش بین دو کانال  $i$  و  $j$  و  $G_l$  تابع گرین<sup>۵</sup> مسئله است که به صورت انتگرالی زیر نوشته می‌شود:

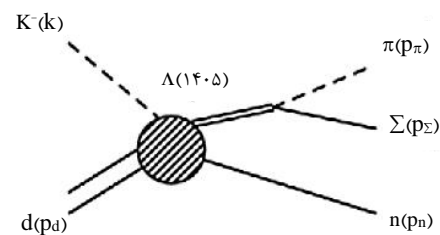
$$G_l = \frac{\mu_l}{\hbar^2} \int d\vec{q} g(\vec{q}) \frac{1}{k_l^2 - q^2 + i\epsilon_0} g(\vec{q}) \quad (4)$$

در این رابطه  $\mu_l$  جرم کاهش یافته متناظر با کانال  $l$ ،  $k_l$  تکانه نسبی در این کانال هستند و  $g(\vec{q})$  تابع ساختار یوکاوا<sup>۶</sup> برای پتانسیل‌های جداپذیر  $v_{ij}$  در فضای تکانه به صورت زیر نوشته می‌شوند:

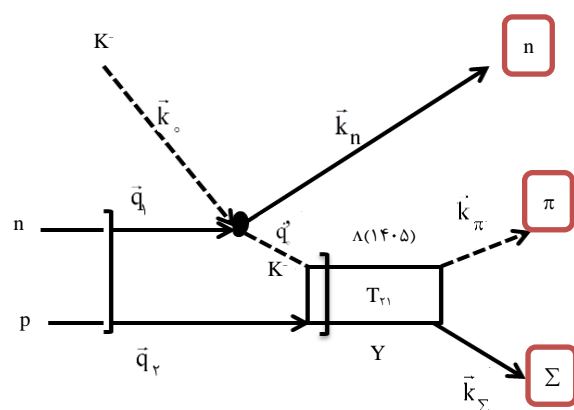
$$\langle \vec{k}' | v | \vec{k} \rangle = g(\vec{k}') U_0 g(\vec{k}) \quad (5)$$

## ۲. محاسبه نظری سطح مقطع جزئی برهم‌کنش

در این بخش سطح مقطع واکنش کائون-دوترون در انرژی اولیه ۱ GeV که در این کار محاسبه شده، توضیح داده می‌شود. برای محاسبه‌ی سطح مقطع جزئی<sup>۱</sup> واکنش، ابتدا باید ماتریس انتقال (احتمال گذار از حالت اولیه  $i$  به حالت نهایی  $f$ ) را محاسبه کرد. در مسئله مورد بررسی دو ماتریس انتقال (دو برهم‌کنش) در نظر گرفته شد که یکی مربوط به حالت اولیه برخورد کائون با دوترون و تشکیل حالت  $\Lambda^*$  و نوترون و دیگری مربوط به واپاشی حالت اولیه  $\Lambda^*$  به حالت نهایی  $\Sigma\pi$  است. در شکل ۱ به صورت طرح‌واره نحوه برخورد کائون با دوترون و تشکیل  $\Lambda^*$  و واپاشی  $\Lambda^*$  به کانال  $(\Sigma\pi)^0$  نشان داده شده است. در شکل ۲ با استفاده از نمودار فاینمن<sup>۲</sup> تصویر دقیق‌تری از برخورد کائون-دوترون و تشکیل ذرات نهایی ارایه شده است. حرکت‌شناسی<sup>۳</sup> برهم‌کنش نیز در شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۱. طرح‌واره برهم‌کنش  $K^- + d \rightarrow \Lambda^* + n \rightarrow (\Sigma\pi)^0 + n$



شکل ۲. حرکت‌شناسی برهم‌کنش  $K^- + d \rightarrow \Lambda^* + n \rightarrow (\Sigma\pi)^0 + n$

4. Feshbach Resonance  
5. Green's Function  
6. Yukawa Form Factor

1. Differential Cross Section  
2. Feynman Diagram  
3. Kinematics

است.  $G(\vec{q}'_0, \vec{q}'_1)$  تابع گرین بین کائون و پروتون است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$G(\vec{q}'_0, \vec{q}'_1) = \frac{1}{(E_i - E_n) - E_K(\vec{q}') - E_p(\vec{q}'_1) - i\varepsilon} \quad (10)$$

در معادله (۸) پارامترهای ثابت حذف شده‌اند و به همین علت در نمودارهای نظری که در بخش بعدی به دست می‌آیند، سطح مقطع جزئی به صورت نسبی (برحسب واحدهای اختیاری<sup>۱</sup> و نه لزوماً برحسب واحد مطلق سطح مقطع) به دست می‌آید. در معادله (۸) انتگرال برداری  $\int d\vec{K}$  محاسبه و سطح مقطع دیفرانسیلی به صورت  $d^4\sigma$  تبدیل شد:

$$d^4\sigma \propto \frac{E_0}{k_0} \delta(E_i - E_f) d\vec{k}_n d\vec{k} \left| \int d\vec{q}_1 \langle \vec{k} | t_{r1} | \vec{q} \rangle \langle \vec{q}'_0 | t_{kn} | \vec{q}_0 \rangle G(\vec{q}_1) \langle \vec{q}_1 | \Psi_i \rangle \right|^2 \quad (11)$$

که در این معادله

$$\vec{q} = \frac{M_p}{M_p + m_k} (\vec{k}_0 - \vec{k}_n) + \vec{q}_1$$

$$\vec{q}'_0 - \vec{q}_0 = -\vec{k}_n + \vec{q}_1$$

در ادامه با استفاده از پایستگی انرژی و تکانه و یک تابع گاوسی برای تابع موج دوترون رابطه را ساده تر می‌کنیم. کائون فرودی دارای تکانه  $1 \text{ GeV}/c$  و جرم سکون  $493.65 \text{ MeV}/c^2$  است. در نتیجه انرژی اولیه کائون فرودی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_{0K} = \sqrt{(m_{0K}c^2)^2 + (p_{0K}c)^2} \quad (12)$$

که در این رابطه  $E_{0K}$  انرژی اولیه کائون،  $m_{0K}$  جرم سکون کائون و  $p_{0K}$  تکانه اولیه کائون فرودی هستند.  $c$  در این رابطه سرعت نور را نشان می‌دهد. انرژی کل اولیه، که شامل انرژی کائون فرودی و انرژی سکون دوترون است، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_i = \sqrt{E_{0K}^2 + m_{0d}^2 c^4} \quad (13)$$

که در آن  $m_{0K}$  جرم سکون دوترون است.

$\vec{k}$  و  $\vec{k}'$  به ترتیب تکانه‌های نسبی ذرات برهم‌کنشی قبل و بعد از برهم‌کنش و  $U$  شدت پتانسیل مورد بررسی هستند. پتانسیلی که در پیکربندی تکانه جداپذیر است، در پیکربندی فضا نیز جداپذیر می‌باشد. پتانسیل‌های جداپذیر به طور معادل در فضای مکان به صورت  $\langle \vec{r}' | V | \vec{r} \rangle = g(\vec{r}') U g(\vec{r})$  معرفی می‌شوند، که در آن  $\vec{r}$  بردار جدایی نسبی ذرات است. با توجه به نمایش پتانسیل‌های جداپذیر، ماتریس انتقال  $t_{ij}$  به صورت زیر نشان داده می‌شود [۱۹، ۲۰]:

$$\langle \vec{k} | t_{ij} | \vec{q} \rangle = g(\vec{k}) T_{ji}(\vec{q}) g(\vec{q}) \quad (6)$$

پاسخ معادله (۳) به صورت ماتریسی چنین است:

$$t = [\mathbb{1} - UG]^{-1} U \quad (7)$$

برای به دست آوردن سطح مقطع جزئی برهم‌کنش از رابطه کلی زیر و پارامترهای شکل ۲ استفاده شده است:

$$d^4\sigma \propto \frac{E_0}{k_0} \delta(E_i - E_f) d\vec{k}_n d\vec{k} d\vec{K} \times \delta^3(\vec{K} + \vec{k}_n - \vec{k}_0) |T_{fi}|^2 \quad (8)$$

و در آن،

$$T_{fi} = \int d\vec{q} d\vec{q}' d\vec{q}''_0 \langle \vec{k}_\pi, \vec{k}_\Sigma | t_{r1} | \vec{q}'_0, \vec{q}'_1 \rangle \langle \vec{q}'_0, \vec{k}_n | t_{kn} | \vec{k}_0, \vec{q}_1 \rangle G(\vec{q}'_0, \vec{q}'_1) \langle \vec{q}'_0, \vec{q}'_1 | \Psi_i \rangle \quad (9)$$

که در آن  $E_i$  و  $E_f$  انرژی کل اولیه و نهایی،  $\vec{k}_n$  تکانه نوترون خروجی،  $E_0$  و  $\vec{k}_0$  انرژی و تکانه کائون فرودی و  $\vec{K}$  و  $\vec{k}$  به ترتیب

$$\vec{K} = \vec{k}_\Sigma + \vec{k}_\pi$$

و

$$\vec{k} = \frac{M_\Sigma \vec{k}_\pi - m_\pi \vec{k}_\Sigma}{M_\Sigma + m_\pi}$$

است که  $\vec{k}_\Sigma$  و  $\vec{k}_\pi$  تکانه‌های ذرات  $\Sigma$  و  $\pi$  و  $M_\Sigma$  و  $m_\pi$  جرم آن‌ها هستند. هم‌چنین  $\vec{q}'_1$  و  $\vec{q}'_2$  تکانه پروتون و نوترون در هسته دوترون،  $\vec{q}'_0$  تکانه کائون در حالت میانی،  $t_{Kn}$  ماتریس انتقال کائون-نوترون،  $\Psi_i$  تابع موج دوترون

1. Arbitrary Units

$\mu_i(j)$  جرم کاهش یافته کانال  $i(j)$  و  $s_{ij}$  هم پارامترهای شدت برهم‌کنش هستند و  $\lambda_i$  ها برد برهم‌کنش هستند [۲۰].

در معادله (۱۶) کمیت‌های  $\lambda_1, \lambda_2$  و  $s_{ij}$  برای ایزواسپین‌های  $I=0$ ،  $I=1$  دارای مقدارهای متفاوتی هستند که از داده‌های طول پراکندگی به‌دست آمده‌اند [۲۱] و برای ایزواسپین  $I=0$ :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 3.9 fm^{-1}, s_{11} = -1.288, s_{12} = s_{21} = 0.2783, s_{22} = -0.660.$$

و برای ایزواسپین  $I=1$ :

$$\lambda_1 = 3.4 fm^{-1}, \lambda_2 = 1.26 fm^{-1}, s_{11} = 0.8669 - i0.2653, \\ s_{22} = 5.0427, s_{12} = s_{21} = 2.8363.$$

گزارش شده‌اند.

با استفاده از پارامترهای شدت پتانسیل ( $s_{ij}$ ها) و برد برهم‌کنش ( $\lambda_i$ )، یک پتانسیل مختلط به صورت تحلیلی ساخته شد که وابسته به جرم و پهنای ذره  $\Lambda^*$  است (که در این جا آن‌ها  $M$  و  $\Gamma$  نامیده می‌شوند). به عبارت دیگر با تغییر جرم و پهنای ذره  $\Lambda^*$ ، پتانسیل مختلط وردش یافته و با مقایسه نتایج محاسباتی با داده تجربی بهترین برازش انجام و مقادیر  $M$  و  $\Gamma$  تعیین می‌شوند. جزئیات این پتانسیل در معادلات ۲-۱۰ و ۲-۱۱ مرجع [۲۰] شرح داده شده است.

کانال  $\Sigma\pi$  دارای سه زیر کانال  $\Sigma^0\pi^0$ ،  $\Sigma^+\pi^+$  و  $\Sigma^-\pi^+$  است. ماتریس انتقال مربوط به هر کانال طبق روابط زیر تعریف می‌شود:

$$T_{\Sigma^-\pi^+} = -\sqrt{\frac{1}{3}} T_{I=0} \quad (18)$$

$$T_{\Sigma^+\pi^+} = \sqrt{\frac{1}{3}} T_{I=0} + \sqrt{\frac{1}{2}} R_1 e^{i\varphi} (T_{I=1} + R_s e^{i\varphi} T_{I=1}^{\Sigma^*}) \quad (19)$$

$$T_{\Sigma^-\pi^+} = \sqrt{\frac{1}{3}} T_{I=0} - \sqrt{\frac{1}{2}} R_1 e^{i\varphi} (T_{I=1} + R_s e^{i\varphi} T_{I=1}^{\Sigma^*}) \quad (20)$$

در معادله‌های (۱۸ تا ۲۰) کمیت‌های  $\varphi$ ،  $R_1$ ،  $R_s$  و  $\varphi_s$  به همراه جرم و پهنای  $\Lambda^*$  ( $M$  و  $\Gamma$ ) پارامترهای آزاد هستند که از نتیجه بهترین برازش با داده‌های تجربی به‌دست می‌آیند. در این رابطه‌ها منظور از  $\Sigma^*$ ، اولین حالت برانگیخته  $\Sigma$  با جرم حدود  $1385 \text{ MeV}/c^2$  است. هم‌چنین  $T_{I=1}^{\Sigma^*}$  از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$T_{I=1}^{\Sigma^*} = \alpha \frac{\Gamma_{\Sigma^*}}{\gamma} \frac{1}{(Y - M_{\Sigma^*})c^\gamma + i \frac{\Gamma_{\Sigma^*}}{\gamma}} \quad (21)$$

بعد از محاسبات ریاضی طولانی، در نهایت رابطه سطح مقطع جزئی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{d^2\sigma}{dYd\cos\theta_n} \propto \frac{E_c}{k_c} |t_{kn}|^2 \frac{k_n^\gamma Y c^\gamma}{(1 + \frac{E_Y}{k_n})k_n - k_c \cos\theta_n} |\Psi_0|^2 \\ \times |g(\tilde{k}) T_{r_1}(\gamma)|^2 \frac{E_\Sigma E_\pi - \text{Re}[\tilde{k}]}{E_\Sigma + E_\pi} \quad (14)$$

که در این رابطه  $\theta_n$  زاویه نوترون خروجی و در آزمایش  $E_{\Sigma 1}$  صفر درجه است. در این معادله متغیر  $Y$  جرم ناوردا است که در چارچوب مرکز جرم  $\Sigma$  و  $\pi$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Yc^\gamma = \sqrt{m_\pi^\gamma c^\gamma + \hbar^\gamma c^\gamma \tilde{k}^\gamma} + \sqrt{m_\Sigma^\gamma c^\gamma + \hbar^\gamma c^\gamma \tilde{k}^\gamma} \quad (15)$$

جرم ناوردا از تفریق انرژی نوترون خروجی از انرژی کل اولیه نیز حاصل می‌شود. به این ترتیب از معادله (۱۴) شکل طیف نظری برای واکنش  $K^-d \rightarrow \Lambda^* + n \rightarrow (\Sigma\pi)^0 + n$  به‌دست می‌آید.

در ادامه برای به‌دست آوردن مقادیر عددی سطح مقطع جزئی اطلاعاتی راجع به پتانسیل برهم‌کنش لازم است.

برهم‌کنش‌های  $\bar{K}N$  در هر دو حالت ایزواسپین  $I=0$ ،  $I=1$  جاذب هستند، اما حالت ایزواسپینی  $I=0$  بسیار جاذب‌تر است. به همین دلیل هر چه تعداد زوج برهم‌کنش‌های  $\bar{K}N$  با ایزواسپین  $I=0$  در یک سیستم هسته‌ای کائونی بیش‌تر باشد، چنین سیستمی می‌تواند به یک حالت هسته‌ای مقیدتر منجر شود.

ابتدا فرض می‌کنیم رزونانس  $\Lambda^*$  حالت مقید  $\bar{K}N$  با ایزواسپین  $I=0$  باشد، سپس مورد  $I=1$  بررسی می‌شود. پتانسیل جداپذیر یوکاواگونه در فضای تکانه مطابق معادله (۱۶) نوشته می‌شود. در این جا دو کانال  $\bar{K}N(K^-p)$  و  $\Sigma\pi$  در نظر گرفته می‌شود. مؤلفه‌های پتانسیل هم طبق رابطه (۱۷) نوشته می‌شوند [۲۰]:

$$g(\tilde{k}) = \frac{\lambda_1^\gamma}{\lambda_1^\gamma + \tilde{k}^\gamma} \quad (16)$$

$$U_{ij} = \frac{1}{\pi^\gamma} \cdot \frac{\hbar^\gamma}{\sqrt{\mu_i \mu_j}} \cdot \frac{1}{\lambda_1^\gamma} s_{ij} \quad (17)$$

در این رابطه  $N$  تعداد داده‌های تجربی،  $Y_i^{exp}$  مقادیر تجربی،  $Y_i^{calc}$  مقادیر حاصل از محاسبات نظری و  $\sigma_i$  خطای داده تجربی است.

در حالت کلی توزیع اختلاف  $\chi^2$  نسبت به  $\chi_{min}^2$ ،  $(\chi^2 - \chi_{min}^2) / \Delta\chi^2 = \kappa$ ، را با یک تابع توزیع پواسون  $P(\kappa) = \kappa e^{-\kappa}$  مشخص می‌کنند. با توجه به تابع توزیع مفروض، توزیع افزایش تا مقدار  $\kappa = \Delta\chi^2$ ، به صورت

$$L(\kappa) = 1 - (1 + \kappa)e^{-\kappa} \quad (25)$$

داده می‌شود. با توجه به رابطه (۲۵)،  $\Delta\chi^2$  های ۲/۳۶، ۳/۸۹، ۴/۴۷، ۶/۶۴ و ۹/۲۳ به ترتیب با ترازهای اطمینان ۶۸/۳ (یک انحراف استاندارد)، ۹۰، ۹۵، ۹۹ و ۹۹/۹ درصد متناظرند. در بخش پایانی این پژوهش نمودارهای تراز اطمینان ۶۸/۳ درصد برای برازش محاسبه شد. در ادامه نتایج به‌دست آمده بررسی می‌شوند.

۱.۲ مقایسه نتایج تجربی با نتایج نظری با پتانسیل تک‌قطبی  
نتایج تجربی که از شتاب‌دهنده JPARC به‌دست آمده به همراه خطاهایشان به‌همراه نتایج نظری که انجام داده‌ایم را برای ایزواسپین‌های ۱،  $I=0$  در نمودارهای مختلفی نشان خواهیم داد. در این بخش ما از پتانسیل تک‌قطبی استفاده خواهیم کرد. سطح مقطع جزئی برهم‌کنش کائون-دوترون برحسب جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  برای ایزواسپین  $I=0$  در  $R_s = 0$  در شکل ۳ نشان داده شده است. داده‌های تجربی با مربع‌ها نشان داده شده است.

نتیجه بهترین برازش  $M_{\Lambda^*} = 1415 \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma = 41 \text{ MeV}$  با مقدار  $\chi^2 = 51/9$  را نشان می‌دهد. نمودار به‌دست آمده دارای دو طیف است. طیفی که مربوط به  $\Sigma^*$  یا همان  $\Sigma(1385)$  است که فقط ایزواسپین  $I=1$  را دارد و طیف دوم مربوط به حالت رزونانسی  $\Lambda^*$  و شامل ایزواسپین ۱،  $I=0$  است. با تغییر پارامترهای آزاد مسئله، بهترین برازش (کمینه  $\chi^2$ ) برای پتانسیل تک‌قطبی در  $R_s = 0/75$  با  $\chi^2 = 25/3$  به‌دست آمد که در شکل ۴ نشان داده شده است. بهترین نتیجه برای  $\chi^2$  ذره  $\Lambda^*$  را دارای پهنای  $\Gamma = 30 \text{ MeV}$  و جرم  $M_{\Lambda^*} = 1419 \text{ MeV}/c^2$  معرفی می‌کند.

در این رابطه طبق داده‌های منتشر شده توسط PDG [۱]، جرم و پهنای  $\Sigma^*$ ، به ترتیب  $M_{\Sigma^*} = 1383/7 \text{ MeV}$  و  $\Gamma_{\Sigma^*} = 36 \text{ MeV}$  در نظر گرفته می‌شود. طیف  $\Sigma(1385)$  که دارای ایزواسپین  $I=1$  می‌باشد، نیز به ماتریس انتقال  $\Sigma^+\pi^-$  و  $\Sigma^-\pi^+$  اضافه می‌شود. طیف مربوط به کانال  $\Sigma^-\pi^+$  از جمع طیف‌های  $\Lambda^*$  و  $\Sigma^*$  طبق معادله (۲۲) به‌دست می‌آید:

$$T_{\Sigma^-\pi^+} = |T_{\Lambda^*} - T_{\Sigma^*}|^2 = |T_{\Lambda^*}|^2 + |T_{\Sigma^*}|^2 - 2|T_{\Lambda^*}| |T_{\Sigma^*}| \cos\theta \quad (22)$$

هم‌چنین طیف مربوط به کانال  $\Sigma^+\pi^-$  از رابطه (۲۳) به‌دست می‌آید.

$$T_{\Sigma^+\pi^-} = |T_{\Lambda^*} + T_{\Sigma^*}|^2 = |T_{\Lambda^*}|^2 + |T_{\Sigma^*}|^2 + 2|T_{\Lambda^*}| |T_{\Sigma^*}| \cos\theta \quad (23)$$

جمله اول این معادله‌ها مربوط به اندازه طیف  $\Lambda^*$ ،  $(|T_{\Lambda^*}|^2)$ ، و جمله دوم مربوط به طیف  $\Sigma^*$ ،  $(|T_{\Sigma^*}|^2)$ ، است و جمله سوم بخش برهم‌نهی دو طیف را نشان می‌دهد (برهم‌نهی هم‌دوس<sup>۱</sup>). در ادامه نمودارهای حاصل از این بخش بررسی و تفسیر می‌شوند.

در این جا هدف مقایسه نمودارهای نظری به‌دست آمده در این پژوهش با داده‌های تجربی E-31 و در نهایت رسیدن به بهترین برازش<sup>۲</sup> (کمینه‌ی مقدار  $\chi^2$ ) در دو حالت با ایزواسپین‌های ۱،  $I=0$  (با در نظر گرفتن طیف  $\Lambda^*$  و  $\Sigma^*$ ) است. در طیف با ایزواسپین  $I=0$  از پارامترهای مربوط به پتانسیل تک‌قطبی [۲۱]، که در معادله‌های (۱۶) و (۱۷) به آن‌ها اشاره شد، و در طیف با ایزواسپین  $I=1$  از پارامترهای پتانسیل دوقطبی استفاده شده است [۲۱].

در این پژوهش تحلیل  $\chi^2$  برای مقایسه داده‌های تجربی با طیف نظری به کار رفته است. مقدار  $\chi^2$  از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(Y_i^{exp} - Y_i^{calc})^2}{\sigma_i^2} \quad (24)$$

1. Coherent Superposition
2. Fit
3. Chi-Square Test

بهترین برازش را انجام می‌دهیم. کمترین مقدار  $\chi^2$  برای پتانسیل دوقطبی در  $R_s = 0.9$  برابر با  $\chi^2 = 38$  به دست آمد و در شکل ۵ نشان داده شده است. این مقدار از تعداد داده‌های تجربی ( $N=30$ ) بیش‌تر و بنابراین برازش خوبی در مقایسه با پتانسیل تک قطبی به دست نیامده است.

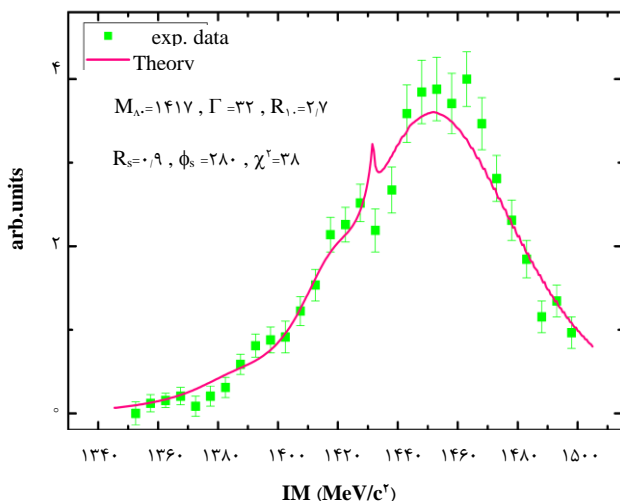
### ۳. نتیجه‌گیری

در این بخش به‌طور کمی با مقایسه طیف‌های نظری با داده‌های تجربی و محاسبه نمودار تراز اطمینان<sup>۱</sup>، درستی نتیجه به دست آمده در این مقاله بررسی می‌شود. برای تعیین جرم و پهنای  $\Lambda^*$  محل کمینه‌ی  $\chi^2$  در صفحه‌ی  $M-\Gamma$  مشخص شده و با ترسیم منحنی‌های تراز اطمینان برای برازش مورد بررسی، خطای کمیت‌های جرم و پهنای  $\Lambda^*$  تعیین می‌شوند.

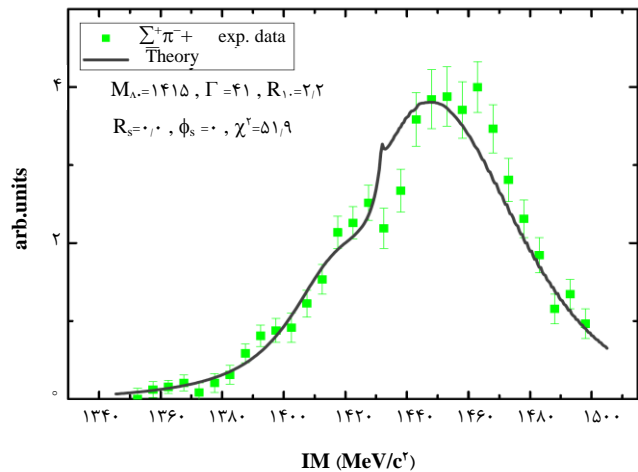
برای دو پارامتر آزاد جرم  $M$  و پهنای  $\Gamma$ ، نمودار تراز اطمینان را برای  $68/3\%$  درصد رسم کرده و در شکل ۶ نشان داده‌ایم. ستاره مشخص شده در صفحه  $M-\Gamma$ ، محل جرم و پهنایی را نشان می‌دهد که برای آن  $\chi^2_{\min}$  با مقدار  $\chi^2_{\min} = 25/3$  به دست آمده است. نتیجه حاصل از شکل ۶، جرم و پهنای  $\Lambda^*$  را با خطای مربوط به آن نشان می‌دهد:

$$M_{\Lambda^*} = 1419_{-27.4}^{+27.4} \text{ MeV}/c^2$$

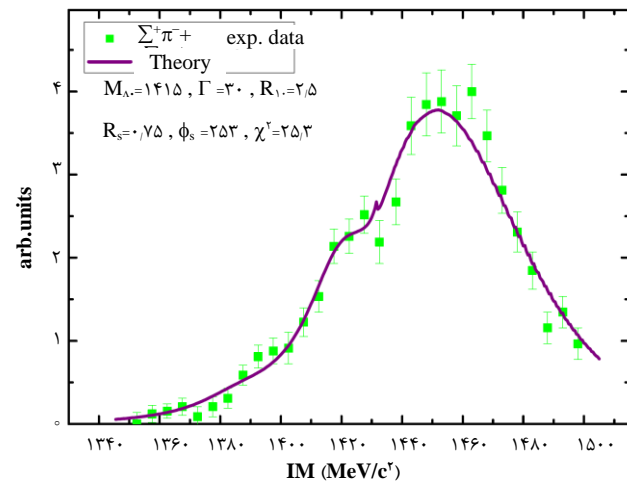
$$\Gamma_{\Lambda^*} = 30_{-4.5}^{+5} \text{ MeV}$$



شکل ۵. سطح مقطع دیفرانسیلی برهم‌کنش کائون-دوترون برحسب جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  برای ایزواسپین  $I=1$  در  $R_s=0.9$ . داده‌های تجربی با مربع‌ها نشان داده شده است. نتیجه بهترین برازش  $M=1417 \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma=32 \text{ MeV}$  با  $\chi^2=38$  را نشان می‌دهد.



شکل ۳. سطح مقطع دیفرانسیلی برهم‌کنش کائون-دوترون برحسب جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  برای ایزواسپین  $I=0$  در  $R_s=0$ . داده‌های تجربی با مربع‌ها نشان داده شده است. نتیجه بهترین برازش  $M=1415 \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma=41 \text{ MeV}$  با  $\chi^2=51.9$  را نشان می‌دهد.



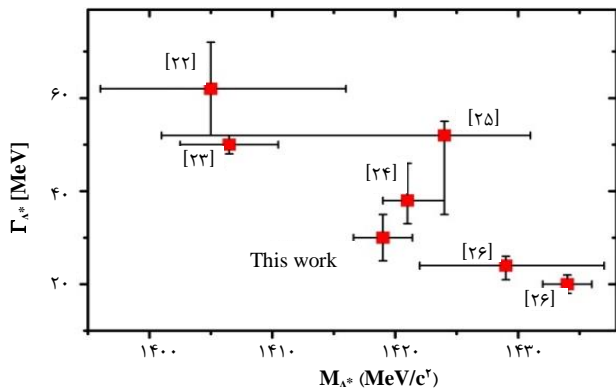
شکل ۴. سطح مقطع دیفرانسیلی برهم‌کنش کائون-دوترون برحسب جرم ناوردای  $\Sigma\pi$  برای ایزواسپین  $I=0$  در  $R_s=0.75$ . داده‌های تجربی با مربع‌ها نشان داده شده است. نتیجه بهترین برازش  $M=1419 \text{ MeV}/c^2$  و  $\Gamma=30 \text{ MeV}$  با  $\chi^2=25.3$  را نشان می‌دهد.

### ۲.۲ مقایسه نتایج تجربی با نتایج نظری با پتانسیل دوقطبی

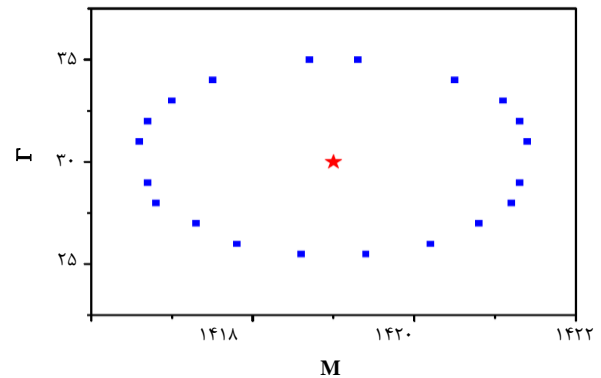
بعد از محاسبه نتایج نظری با پتانسیل تک‌قطبی و مقایسه آن‌ها با داده‌های تجربی، حالا می‌خواهیم نتایج نظری را با پتانسیل دیگری که شامل تصویر دوقطبی برای  $\Lambda^*$  است، به دست بیاوریم و آن‌ها را با داده‌های تجربی آزمایش E-31 مقایسه کنیم. با توجه به این‌که مقدار  $\chi^2$  در  $R_s=0$  برای هر دو پتانسیل یکسان است و نتایج یکسان می‌دهد، بنابراین برای یافتن کمینه  $\chi^2$  از  $R_s=0.1$  شروع می‌کنیم و جستجو برای



نتیجه‌ی جرم با مقدار بالاتر می‌تواند درک ما نسبت به تصویر تک‌قطبی را اصلاح کند و تاییدی بر نتایج به‌دست آمده در نظریه کایرال برای ذره  $\Lambda^*$  باشد. در هر صورت داده‌های با دقت بالا در آزمایش‌های آینده در تبیین موضوع بسیار مؤثر است.



شکل ۷. مقایسه نتایج مختلف به دست آمده برای جرم و پهنای ذره  $\Lambda^*$ .



شکل ۶. نمودار تراز اطمینان (۶۸ درصد) برای تعیین جرم و پهنای ذره  $\Lambda^*$ .

نتیجه به‌دست آمده در این پژوهش به‌همراه چند نتیجه دیگر [۲۶-۲۲] برای جرم و پهنای ذره  $\Lambda^*$  در شکل ۷ نشان داده شده‌اند. پراکندگی مقادیر جرم و پهنای در این شکل به خوبی نشان‌دهنده عدم توافق نتایج نظری مختلف با یک‌دیگر در این زمینه است. مراجع [۲۳، ۲۲] بر مبنای تصویر تک‌قطبی نتایج خود را به‌دست آورده‌اند و جرم در حدود  $1405 \text{ MeV}/c^2$  و پهنای بین  $50-56 \text{ MeV}$  به‌دست آمده است. در حالی که در مراجع [۲۶-۲۴] تصویر دوقطبی مد نظر بوده و جرم بین  $1420-1440 \text{ MeV}/c^2$  و پهنای بین  $20-50 \text{ MeV}$  است. قطب اول (با جرم کمتر و حدود  $1350 \text{ MeV}/c^2$ ) در نظریه کایرال پیش‌بینی می‌شود اما قابل آشکارسازی نیست و به صورت یک پیوستار در طیف نهایی ظاهر می‌شود، به همین علت در شکل ۷ فقط محل قطب دوم از این مراجع رسم شده است. همان‌گونه که از شکل پیداست، نتیجه به دست آمده در این مقاله، با پتانسیل پدیده شناختی تک‌قطبی و برازش با داده‌های  $E_{31}$  هم با نتایج به دست آمده با نظریه کایرال نزدیکی بیشتری دارد. در حالی که مقدار پذیرفته شده در جدول داده‌های ذرات به مقادیر گزارش شده در مراجع [۲۳، ۲۲] تطابق دارد. یکی از دلایل آن می‌تواند مقدارهای خطای بزرگ در آزمایش  $E_{31}$  باشد که باعث می‌شود نتیجه به دست آمده تا حدودی غیر دقیق باشد. بنابراین داده‌های دقیق و با خطای کمتر می‌تواند در تعیین ویژگی‌های این حالت تشدیدی مؤثر باشد. داده‌های دیگری نیز سعی در بررسی برهم‌کنش  $\bar{K}N$  دارند: داده‌های شامل سیستم سه جسمی  $K\bar{K}pp$  و چهار جسمی  $K\bar{K}pp$  و نیز داده‌های آزمایش فوتونی، که در مقدمه ذکر شد. از طرف دیگر در صورت تایید



1. C. Patrignani, et al, (*Particle Data Group*), *Chin. Phys. C* 40 100001 (2016) and 2017 update.
2. R.H. Dalitz, T.C. Wong, G. Rajasekaran, *Model Calculation for the  $Y^*(1405)$  Resonance State*, *Phys. Rev.* **153**, 1617 (1967).
3. A. Müller-Groeling, K. Holinde, J. Speth,  *$K^-N$  interaction in the meson exchange framework*, *Nucl. Phys. A.* **513**, 557 (1990).
4. T. Waas, N. Kaiser, W. Weise, *Effective kaon masses in dense nuclear and neutron matter*, *Phys. Lett. B.* **379** 34-38 (1996).
5. Y. Akaishi, T. Yamazaki, *Nuclear  $K$  bound states in light nuclei*, *Phys. Rev. C.* **65**, 044005 (2002).
6. T. Yamazaki, Y. Akaishi, ( $K^-$ ,  $\pi^-$ ) production of nuclear  $K$  bound states in proton-rich systems via  $A^*$  doorways, *Phys. Lett. B.* **535**, 70-76 (2002).
7. E. Oset, A. Ramos, C. Bennhold, *Low lying  $S=-1$  excited baryons and chiral symmetry*, *Phys. Lett. B.* **527**, 99-105 (2002).
8. T. Hyodo, et. al, *Flavor  $SU(3)$  breaking effects in the chiral unitary model for meson-baryon scatterings*, *Phys. Rev. C.* **68**, 018201 (2003).
9. B. Borasoy, R. Nissler, W. Weise, *Chiral dynamics of kaon-nucleon interactions, revisited*, *Eur. Phys. J. A: Hadrons and Nuclei*, **25**, 79-96 (2005).
10. J. Zmeskal, et al., *Measurement of the strong interaction induced shift and width of the  $1s$  state of kaonic deuterium at J-PARC*, *Act. Phys. Pol. B.* **46**, 101 (2015).
11. K. Moriya, et al., [CLAS Collaboration], *Measurement of the  $\Sigma\pi$  photo-production line shapes near the  $\Lambda(1405)$* , *Phys. Rev. C.* **87**, 035206 (2013).
12. H.Y. Lu, R.A. Schumacher, [CLAS Collaboration], *First observation of the  $\Lambda(1405)$  line shape in electro-production*, *Phys. Rev. C.* **88**, 045202 (2013).
13. I. Zychor, et al., *Lineshape of the  $\Lambda(1405)$  hyperon measured through its  $\Sigma^0\pi^0$  decay*, *Phys. Lett. B.* **660**, 167 (2008).
14. G. Agakishiev, et al., [HADES Collaboration], *Baryonic resonances close to the  $KN$  threshold: The case of  $\Lambda(1405)$  in  $pp$  collisions*, *Phys. Rev. C.* **87**, 025201 (2013).
15. S. Prakhov, et al., [Crystall Ball Collaboration],  *$K^-p \rightarrow \pi^0\pi^0\Sigma^0$  at  $p_K=514-750\text{MeV}/c$  and comparison with other  $\pi^0\pi^0$  production*, *Phys. Rev. C.* **70**, 034605 (2004).
16. S. Kawasaki, et al., *Spectroscopic Experiment of  $\Lambda(1405)$  via the In-flight  $d(K^-,n)$  Reaction at J-PARC K1.8BR*, *JPS Conference Proceedings*, **13**, 020018 (2017).
17. S. Ajimura, et al., *Spectroscopic study of hyperon resonances below  $KN$  threshold via the  $(K^-,n)$  reaction on Deuteron*, *Proposal for the J-PARC 50-GeV Proton Synchrotron*.
18. K. Inoue, et al., *presentation at the International workshop on Hadrons and Nuclear Physics, Osaka, Japan, 12-14 March 2017*, <https://indico2.riken.jp/Indico/contributionDisplay.py?contribId=43&confId=2389>.
19. Y. Yamaguchi, *Two-nucleon problem when the potential is nonlocal but separable. I*, *Phys. Rev.* **95**, 1628 (1954).
20. Y. Akaishi, K.S. Myint, T. Yamazaki, *Kaonic nuclear systems  $KbarN$  and  $KbarNN$  as decaying states*, *Proc. Jap. Acad., Ser. B.* **84**, 264-273 (2008).
21. N.V. Shevchenko, *one versus two pole  $KN-\Sigma\pi$  potential:  $Kd$  scattering length*, *Phys. Rev. C.* **85**, 034001 (2012).
22. M. Hassanvand, et al., *Theoretical analysis of  $\Lambda(1405) \rightarrow (\Sigma\pi)^0$  mass spectra produced in  $p+p \rightarrow p+\Lambda(1405)+K^+$  reactions*, *Phys. Rev. C.* **87** 055202 (2013).
23. R.H Dalitz, A. Deloff, *The shape and parameters of the  $\Lambda(1405)$  resonance*, *J. of Phys. G: Nucl. and Part. Phys.* **17**, 289 (1991).
24. Z.H. Guo, J.A. Oller, *Meson-baryon reactions with strangeness=-1 within a chiral framework*, *Phys. Rev. C.* **87**, 035202 (2013).
25. Y. Ikeda, T. Hyodo, W. Weise, *Improved constraints on chiral  $SU(3)$  dynamics from kaonic hydrogen*, *Phys. Lett. B.* **706** (2011).
26. M. Mai, U.G. Meißner, *Constraints on the chiral unitary  $KN$  amplitude from  $\pi\Sigma K^+$  photo-production data*, *The Eur. Phys. J. A.* **51**, 30 (2015).