

## پراکندگی رامان القایی موج زنشی دو باریکه لیزر منتشر شده در دو جهت مخالف در پلاسمای مغناطیسه محوری

علیرضا پاک‌نژاد\*

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شبستر، کدپستی: ۵۳۸۱۶۳۷۱۸۱، شبستر-ایران

مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۹۹/۱/۲ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۹/۳/۲۰

### چکیده

پراکندگی رامان حاصل از زنش دو موج لیزر منتشر شونده در دو سوی مخالف در پلاسمای مغناطیسه بررسی شده است. موج‌های ورودی دارای قطبش دایروی راستگرد بوده و پلاسمای در یک میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت محوری قرار دارد. هم‌چنین اختلاف بسامد موج‌های ورودی بیش‌تر از دو برابر بسامد پلاسمای است. نیروی اثرگذار حاصل از موج زنشی، یک موج پلاسمایی را تحریک کرده و موج زنشی را در پلاسمای پراکنده می‌کند. چگالی جریان غیرخطی ناشی از جفت شدن موج پلاسمایی و موج زنشی باعث رشد دامنه این امواج می‌شود. با استفاده از معادله حرکت الکترون‌ها و معادله موج، رابطه پاشندگی موج پراکنده شده و آهنگ رشد ناپایداری به دست آمده است. نتایج نشان داد که حضور میدان مغناطیسی محوری باعث افزایش مقدار بیشینه آهنگ رشد می‌شود. هم‌چنین با افزایش بزرگی میدان مغناطیسی خارجی، آهنگ رشد افزایش می‌یابد به طوری که به ازای بسامد قطع، ناپایداری تشدید می‌شود. هم‌چنین هرچقدر اختلاف بسامد دو موج پمپ بیش‌تر باشد، آهنگ رشد نیز بیش‌تر خواهد شد.

**کلیدواژه‌ها:** پراکندگی رامان، موج زنشی، پلاسمای مغناطیسه، آهنگ رشد، بسامد قطع

## Stimulated Raman scattering of beat wave of two counter-propagating right circularly polarized lasers in an axially magnetized plasma

A. Paknezhad\*

Department of Physics, Faculty of Science, Islamic Azad University, Postalcode: 5381637181, Shabestar – Iran

Research Article

Received 21.3.2020, Accepted 9.6.2020

### Abstract

The stimulated Raman scattering caused by beating of two counter-propagating lasers in magnetized plasma has been investigated. The input waves have a right circular polarization and the plasma is embedded in a uniform axial external magnetic field. Also, the difference in frequency of the input waves is more than twice that of the plasma frequency. Pandromotive force generated by the beat wave excites a plasma wave and scatter the beat wave in the plasma. The nonlinear current density due to the coupling of the plasma wave and the beat wave causes the amplitude of these waves to increase. By using the equation of motion of electrons as well as the wave equation, the dispersion relation of the scattered wave and the growth rate of instability have been obtained. It shows that the presence of the magnetic field increases the maximum growth rate. Also, the growth increases by increasing the external magnetic field, so that, the instability is exacerbated at the cutoff frequency. Also, the greater the difference in the frequency of the two waves of pumps, the more the growth rate.

**Keywords:** Raman scattering, Beat wave, Magnetized plasma, Growth rate, Cut-off frequency

\*Email: a.paknezhad@iaushab.ac.ir

## ۱. مقدمه

در بسیاری از کاربردهای برهم‌کنش لیزر و پلاسما، از جمله گداخت لیزری، شتاب‌دهنده‌های الکترون و پروتون بر پایه لیزر و لیزرهای پرتو ایکس، ناپایداری‌هایی به‌واسطه عبور لیزر از پلاسما به وجود می‌آیند که باعث کاهش بهره‌وری سیستم و اتلاف انرژی منتقل شده به پلاسما توسط لیزر می‌شود [۱-۳]. یکی از این ناپایداری‌ها پراکندگی رامان القایی است که در آن لیزر پمپ شده پس از ورود به پلاسما به یک موج لانگمیر و یک یا دو موج الکترومغناطیسی پراکنده شده تبدیل می‌شود که تعداد موج‌های پراکنده شده بستگی به جهت پراکندگی دارد. این پراکندگی در چگالی‌های کم‌تر از ربع چگالی بحرانی رخ می‌دهد [۴-۷].

در برهم‌کنش پالس‌های کوتاه با پلاسما رقیق، هر دو ناپایداری پراکنشی رو به عقب و رو به جلو اتفاق می‌افتند. در این حالت، رخداد ناپایداری‌های رامان یک پدیده دو مرحله‌ای است که طی آن در ابتدای برهم‌کنش ناپایداری رو به عقب رامان (به‌دلیل آهنگ سریع رشد) و در زمان‌های طولانی‌تر ناپایداری رو به جلو اتفاق می‌افتد [۸-۹]. هنگامی که پالس فوق‌کوتاه باشد خود مدوله شدگی ناشی از برانگیزش رد موج نسبت به ناپایداری‌های پراکنشی غالب است [۱۰].

دامنه موج پلاسمایی تحریک شده توسط این پراکندگی با گذشت زمان رشد کرده و باعث شتاب‌گیری الکترون‌ها در امتداد انتشار لیزر می‌شود. هم‌چنین در این ناپایداری، دامنه موج لیزر پراکنده شده با زمان افزایش می‌یابد. مطالعات متعددی در مورد پراکندگی رامان در شرایط مختلف صورت گرفته است. در یکی از پژوهش‌های اخیر، شوت و فیش تحریک موج پلاسمایی در اثر عبور دو باریکه لیزر در دو سوی مخالف در پلاسما با اختلاف بسامد  $2\omega_p$  را بررسی کردند و نشان دادند که در اثر زنش دو موج لیزر ورودی، موج پلاسمایی با بسامد  $2\omega_p$  ایجاد می‌شود که می‌تواند سرعت الکترون‌ها را تا حد زیادی افزایش دهد [۱۱]. در ادامه، لیو و تریپاتی همین بررسی را در پلاسمای داغ انجام دادند و نشان دادند که موج زنش به دو موج پلاسمایی سریع و کند تبدیل می‌شود [۱۲]. سلیج و تریپاتی، پراکندگی رامان ناشی از انتشار دو لیزر که در جهت‌های مخالف در پلاسمای کم‌چگال منتشر می‌شوند را مطالعه کردند و نشان دادند که زنش دو موج لیزر ورودی باعث

تحریک موج پلاسمایی و پراکنده شدن موج لیزر در زاویه‌های مختلف نسبت به امتداد انتشار موج لیزر ورودی می‌شود. طبق نتایج این پژوهش، با افزایش زاویه پراکندگی، آهنگ رشد ناپایداری رامان ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد به طوری که در زاویه پراکندگی  $90^\circ$  آهنگ رشد بیشینه می‌شود [۱۳]. در برهم‌کنش یک لیزر تک‌فام با پلاسمای مغناطیده عرضی، روند تغییرات آهنگ رشد این ناپایداری بستگی به جهت پراکندگی، چگالی پلاسما و نوع قطبش لیزر متفاوت است و می‌تواند به‌طور پیوسته افزایش و یا کاهش یابد [۱۴-۱۶]. تابش هم‌زمان دو باریکه لیزر در دو جهت مخالف به پلاسما به‌عنوان یک ایده جدید مطرح است. ورما و همکاران [۱۷] اثر میدان مغناطیسی خارجی عمودی را بر آهنگ رشد ناپایداری رامان حاصل از تداخل دو پالس لیزر منتشر شونده در دو جهت مخالف در پلاسما بررسی کردند. نتایج نشان داد که حضور میدان مغناطیسی عرضی خارجی آهنگ رشد را در زاویه پراکندگی  $90^\circ$  به‌طور محسوسی کاهش می‌دهد در حالی که در پراکندگی رو به جلو و رو به عقب، با افزایش میدان مغناطیسی، آهنگ رشد نیز افزایش می‌یابد [۱۷]. هدف از پژوهش حاضر، بررسی تأثیر میدان مغناطیسی محوری بر آهنگ رشد پراکندگی رامان حاصل از دو باریکه لیزر با قطبش دایروی راستگرد منتشر شونده در دو سوی مخالف در پلاسما است.

## ۲. مکانیزم ایجاد پراکندگی رامان در انتشار دو پالس

## لیزر در پلاسما

انتشار دو پرتو لیزر با بسامدهای  $\omega_1$  و  $\omega_2$  را در یک پلاسمای سرد کم‌چگال با چگالی اولیه  $n_0$  در نظر گرفته و از نوسان یون‌ها در مقایسه با نوسان سریع الکترون‌ها صرف‌نظر می‌کنیم. نیروی اثرگذار حاصل از تداخل دو لیزر ورودی باعث نوسانات الکترونی با بسامد  $\omega_s = \omega_1 - \omega_2$  و بردار موج  $\vec{k}_s = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$  می‌شود، به طوری که الکترون‌ها با سرعت  $\vec{v} \parallel (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$  شروع به نوسان می‌کنند. این نوسانات در یک واپاشی پارامتریک<sup>۱</sup> به یک موج پلاسمایی (موج لانگمیر) با بسامد  $\omega \sim \omega_p$  و یک موج الکترومغناطیسی پراکنده شده (موج استوکس) با بسامد  $\omega_s = \omega - \omega_0$  و بردار موج  $\vec{k}_s = \vec{k} - \vec{k}_0$  تبدیل می‌شوند.

1. Parametric

نوسانات چگالی الکترونی ایجاد شده با بسامد  $\omega_p = \sqrt{\pi n} e^2 / m$  فرکانس پلاسمایی می‌باشند. الکترون‌ها در میدان‌های الکتریکی دو موج لیزر ورودی با سرعت‌های  $\vec{v}_1 = \frac{e\vec{E}_1}{mi(\omega_1 - \omega_c)}$  و  $\vec{v}_2 = \frac{e\vec{E}_2}{mi(\omega_2 - \omega_c)}$  ارتعاش می‌کنند. مؤلفه‌های افقی و عمودی این سرعت‌ها به صورت زیر است [۱۸]:

$$v_{1x} = iv_{1y} = \frac{eE_{1x}}{mi(\omega_1 - \omega_c)} \quad (5)$$

$$v_{2x} = iv_{2y} = \frac{eE_{2x}}{mi(\omega_2 - \omega_c)} \quad (6)$$

زنش موج‌های ورودی باعث نوسان الکترون‌ها تحت تأثیر نیروی اثرگذار در امتداد محور z می‌شود. نیروی اثرگذار و پتانسیل الکتریکی مربوطه در اثر تداخل دو میدان  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  عبارتند از:

$$\vec{F}_p = -\frac{e}{\gamma c} [(\vec{v}_1 \times \vec{B}_1)] + [(\vec{v}_2 \times \vec{B}_2)] = e\vec{V}\phi_p \quad (7)$$

$$\phi_p = -\frac{m}{\gamma e} \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = -\frac{e}{\gamma m} \frac{E_1 E_2}{(\omega_1 - \omega_c)(\omega_2 - \omega_c)} \quad (8)$$

موج زنشی با بسامد  $\omega_0 = \omega_1 - \omega_2$  و عدد موج  $\vec{k}_0 = (k_1 + k_2)\hat{z}$  در پلازما پیش می‌رود و بدین ترتیب نوسانات بار-فضا با بسامد  $\omega_0$  و پتانسیل الکتروستاتیک  $\phi$  در پلازما ایجاد می‌شود. معادله حرکت الکترون و معادله پیوستگی در این حالت عبارتند از:

$$m \frac{\partial \vec{v}_0}{\partial t} = e\vec{k} \frac{\partial}{\partial z} (\phi + \phi_p) \quad (9)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

با حل معادله‌های ۹ و ۱۰، سرعت نوسان و چگالی الکترون‌ها به صورت زیر خواهند بود:

$$v_z = -\frac{ek_z}{m\omega_0} (\phi + \phi_p) \hat{z} \quad (11)$$

$$n = -\frac{n_0 k_z v_z}{\omega_0} \quad (12)$$

نوسانات چگالی الکترونی ایجاد شده با بسامد  $\omega_p$  با سرعت الکترونی  $v_0$  جفت شده و یک چگالی جریان غیرخطی ایجاد می‌کند که باعث رانده شدن موج استوکس می‌شود. در یک فرایند بازخورد، موج استوکس به صورت غیرخطی با موج زنشی جفت شده و نیروی اثرگذاری ایجاد می‌کند که باعث نوسان الکترون‌ها با بسامد  $\omega = \omega_0 - \omega_s$  و بردار انتشار  $\vec{k} = \vec{k}_0 + \vec{k}_s$  می‌شود. بدین ترتیب موج استوکس و موج لانگمیر یک‌دیگر را تقویت کرده و دامنه آن‌ها با گذشت زمان رشد می‌کند و ناپایداری رامان شکل می‌گیرد.

حال اگر یک میدان مغناطیسی خارجی هم در امتداد انتشار دو لیزر پمپ با قطبش دایروی در پلازما قرار داشته باشد در این صورت چرخش الکترون‌ها حول میدان مغناطیسی باعث تغییر رابطه پاشندگی موج‌های پمپ شده و می‌تواند بر آهنگ رشد ناپایداری تأثیر بگذارد. این مسئله در پژوهش حاضر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### ۳. نوسانات پلازما توسط موج زنشی

دو باریکه لیزر با قطبش دایره‌ای راستگرد با بسامدهای زاویه‌ای  $\omega_1$  و  $\omega_2$  را در نظر می‌گیریم که در امتداد محور  $\hat{z}$  در دو سوی مخالف وارد کانال پلازما با چگالی اولیه  $n_0$  می‌شوند. پلازما در میدان مغناطیسی خارجی  $\vec{B} = B_0 \hat{z}$  قرار دارد. میدان‌های الکتریکی مربوط به این دو موج به صورت زیر است:

$$\vec{E}_1 = (\hat{x} + i\hat{y}) E_{1r} e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} \quad (1)$$

$$\vec{E}_2 = (\hat{x} + i\hat{y}) E_{2r} e^{i(k_2 z - \omega_2 t)} \quad (2)$$

رابطه پاشندگی برای این دو موج عبارت است از:

$$\frac{c^2 k_1^2}{\omega_1^2} = 1 - \frac{\omega_p^2 / \omega_1^2}{1 - \omega_c / \omega_1} \quad (3)$$

$$\frac{c^2 k_2^2}{\omega_2^2} = 1 - \frac{\omega_p^2 / \omega_2^2}{1 - \omega_c / \omega_2} \quad (4)$$

در این روابط،  $\vec{k}_1$  و  $\vec{k}_2$  بردار انتشار موج‌های ورودی،  $\omega_c = eB_0/mc$  فرکانس چرخشی الکترونی، m جرم الکترون و

الکترون‌ها در میدان الکتریکی موج پراکنده شده با سرعت‌های عمودی و افقی زیر شروع به ارتعاش می‌کنند:

$$\vec{v}_{s\perp} = \frac{eE_{sx}}{mi(\omega_s - \omega_c)} \vec{x} + \frac{eE_{sy}}{mi(\omega_s - \omega_c)} \vec{y} \quad (19)$$

$$\vec{v}_{s\parallel} = \frac{eE_{sz}}{mi(\omega_s - \omega_c)} \vec{z} \quad (20)$$

جفت شدگی غیرخطی ارتعاش الکترون‌ها با سرعت‌های  $\vec{v}_0$  و  $\vec{v}_s$  نیروی اثرگذار دیگری را ایجاد می‌کند که پتانسیل مربوط به آن به صورت زیر است:

$$\Phi_p = -\frac{m}{2e} \vec{v}_s \cdot \vec{v}_s = -\frac{m}{2e} v_s \cdot v_{s\parallel} = -\frac{m}{2e} v_s \cdot v_s \sin\theta_s \quad (21)$$

در برهم‌کنش غیرخطی، با استفاده مجدد از معادله حرکت الکترون‌ها و معادله پیوستگی، سرعت و چگالی الکترونی وابسته به پتانسیل اثرگذار  $\Phi_p$  و پتانسیل الکتروستاتیکی  $\Phi = -(\frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 - \omega_p^2 / \omega^2}) \Phi_p$  عبارتند از:

$$V = -\frac{ek}{m\omega} (1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 - \omega_p^2 / \omega^2}) \Phi_p \quad (22)$$

$$N = -\frac{n_e ek^z}{m\omega^z} (1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 - \omega_p^2 / \omega^2}) \Phi_p \quad (23)$$

جفت شدن نوسانات چگالی با بسامد  $\omega$  با نوسانات الکترون با بسامد  $\omega_0$  و سرعت  $v_0$  چگالی جریان غیرخطی  $\vec{J}_s^{NL} = -\frac{Ne\vec{v}_s}{\gamma}$  را ایجاد می‌کند که مؤلفه  $\hat{z}$  آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$J_{sz}^{NL} = -\frac{n_e e^z k^z v_s^z}{\epsilon m i \omega^z (\omega_s - \omega_c)} \times (1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 - \omega_p^2 / \omega^2}) E_{sz} \quad (24)$$

معادله انتشار موج الکترومغناطیسی پراکنده شده با میدان الکتریکی  $\vec{E}_s$  در پلاسما عبارت است از:

$$-k_s^z \vec{E}_s + \vec{k}_s (\vec{k}_s \cdot \vec{E}_s) + \frac{\omega_s^z}{c^z} [1 - \frac{\omega_p^z / \omega_s^z}{1 - (\omega_c \cos\theta_s / \omega_s)}] \vec{E}_s = -\frac{\epsilon \pi i \omega_s}{c^z} \vec{J}_s^{NL} \quad (25)$$

با قرار دادن روابط ۱۱ و ۱۲ در معادله پواسون،  $\nabla^2 \phi = 4\pi en$ ، معادله مشخصه زیر به دست می‌آید:

$$\phi \epsilon = -\chi_e \phi_p \quad (13)$$

که در آن  $X_e = -\omega_p^z / \omega_0^z$  ضریب هدایت‌پذیری الکتریکی و  $\epsilon = 1 + X_e$  ثابت دی‌الکتریک پلاسما هستند. با ترکیب روابط ۱۱، ۱۲ و ۱۳ داریم:

$$\phi = -\frac{\omega_p^z / \omega_s^z}{1 - \omega_p^z / \omega_s^z} \phi_p \quad (14)$$

$$v_s = -\frac{ek_s^z}{m\omega_s} (1 - \frac{\omega_p^z / \omega_s^z}{1 - \omega_p^z / \omega_s^z}) \phi_p \quad (15)$$

$$n = -\frac{n_e ek_s^z}{m\omega_s^z} (1 - \frac{\omega_p^z / \omega_s^z}{1 - \omega_p^z / \omega_s^z}) \phi_p \quad (16)$$

#### ۴. محاسبه رابطه پاشندگی

موج زنبشی با بسامد  $\omega_0$  و عدد موج  $\vec{k}_0$  به‌عنوان یک موج پمپ عمل کرده و طی یک واپاشی پارامتریک به یک موج الکترومغناطیسی پراکنده شده (موج استوکس) با بسامد  $\omega_s$  و عدد موج  $\vec{k}_s$  و هم‌چنین یک موج پلاسمايي (موج لانگمیر) با بسامد  $\omega = \omega_s + \omega_0$ ، عدد موج  $\vec{k} = \vec{k}_s + \vec{k}_0$  و پتانسیل الکتروستاتیکی  $\Phi = \Phi e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$  تبدیل می‌شود. لازم به ذکر است که در یک پلاسماي سرد، رابطه پاشندگی موج لانگمیر به صورت  $k = \omega/c$  است که در آن  $c$  سرعت نور در خلأ می‌باشد.

موج پراکنده شده تحت زاویه  $\theta_s$  نسبت به محور  $\hat{z}$  در صفحه  $xOz$  در پلاسما منتشر می‌شود. موج پراکنده شده دارای قطبش دایروی بوده و میدان الکتریکی و رابطه پاشندگی آن به صورت زیر است:

$$\vec{E}_s = (\hat{x} \cos\theta_s + \hat{z} \sin\theta_s + i\hat{y}) \times E_{s_s} e^{i(\vec{k}_s \cdot \vec{r} - \omega_s t)} \quad (17)$$

$$\frac{c^z k_s^z}{\omega_s^z} = 1 - \frac{\omega_p^z / \omega_s^z}{1 - \omega_c \cos\theta_s / \omega_s} \quad (18)$$

## ۵. محاسبه آهنگ رشد

در برهم‌کنش خطی، با قرار دادن  $v_0 = 0$  در رابطه ۳۱، شرط تشدید موج لانگمیر و موج استوکس یعنی  $\omega = \omega_p$  و  $\omega_s = \omega_p - \omega_0$  خواهد بود؛ در صورتی که برهم‌کنش غیرخطی باشد، نیروی اثرگذار حاصل از زنش موج های پمپ، باعث می‌شود که  $v_0 \neq 0$  باشد. در این حالت، دامنه موج پمپ و دامنه موج استوکس با گذشت زمان افزایش می‌یابد. بدین ترتیب با قرار دادن  $\omega = \omega_p + i\gamma$  و  $\omega_s = \omega_p - \omega_0 + i\gamma$  در رابطه ۳۱ و با انتخاب جملات حقیقی، آهنگ رشد ناپایداری رامان به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\gamma = \frac{kv_s}{4} \sqrt{\frac{\omega_p}{\omega_c + \omega_s - \omega_p}} \sin\theta_s \quad (32)$$

با ترکیب روابط ۸، ۱۵ و ۳۲، رابطه صریحی برای آهنگ رشد بهنجار شده به دست می‌آید:

$$\frac{\gamma}{\omega_p} = \frac{a_1 a_2}{8} \left(1 - \frac{\omega_p^\gamma / \omega_s^\gamma}{1 - \omega_p^\gamma / \omega_s^\gamma}\right) \times \frac{\omega_1 \omega_2 (\omega_s / \omega_p)}{(\omega_1 - \omega_c)(\omega_2 - \omega_c)} \sqrt{\frac{\omega_p}{\omega_c + \omega_s - \omega_p}} \sin\theta_s \quad (33)$$

در رابطه ۳۳،  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  پتانسیل برداری بهنجار دو موج پمپ می‌باشند که به صورت  $\alpha_1 = eE_1 / mc\omega_1$  و  $\alpha_2 = eE_2 / mc\omega_2$  تعریف می‌شوند. هم‌چنین بسامد پلاسمايي هم به صورت  $\omega_p \sim ck$  در نظر گرفته شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، آهنگ رشد ناپایداری به بسامد و دامنه موج‌های پمپ، بسامد پلاسمايي، بزرگی میدان مغناطیسی و زاویه پراکندگی بستگی دارد به طوری که در پراکندگی مستقیم آهنگ رشد صفر شده و در پراکندگی قائم ( $\theta = 90^\circ$ ) آهنگ رشد بیشینه می‌شود. در واقع در پراکندگی قائم، جفت‌شدگی کامل بین نوسانات چگالی الکترونی ناشی از موج استوکس و موج زنشی رخ داده و مطابق رابطه ۲۱، پتانسیل اثرگذار  $\Phi_p$  به بیش‌ترین مقدار ممکن می‌رسد. در نتیجه آهنگ رشد بیشینه می‌شود. در پراکندگی مستقیم، میدان الکتریکی موج استوکس عمود بر میدان الکتریکی موج زنشی بوده و جفت‌شدگی حاصل نمی‌شود؛ در نتیجه آهنگ رشد صفر خواهد بود.

رابطه پاشندگی این موج با بسامد  $\omega_s = \omega_p - \omega_0$  در حالت تشدید به صورت زیر است:

$$\frac{c^\gamma k_s^\gamma}{\omega_s^\gamma} = 1 - \frac{\omega_p^\gamma / \omega_s^\gamma}{1 - (\omega_c \cos\theta_s / \omega_s)} \quad (26)$$

حال معادله موج پراکنده شده با زاویه پراکندگی  $\theta_s$  را در امتداد محور  $Z$  در نظر می‌گیریم:

$$-k_s^\gamma E_{sz} + (k_s^\gamma \cos^\gamma \theta_s) E_{sz} + \frac{\omega_s^\gamma}{c^\gamma} \left[1 - \frac{\omega_p^\gamma / \omega_s^\gamma}{1 - (\omega_c \cos\theta_s / \omega_s)}\right] E_{sz} z = \frac{4\pi i \omega_s}{c^\gamma} J_{sz}^{NL} \quad (27)$$

با ترکیب روابط ۲۴، ۲۶ و ۲۷، رابطه پاشندگی موج پراکنده شده به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\mu_s \omega_s^\gamma - c^\gamma k_s^\gamma + c^\gamma k_s^\gamma \cos^\gamma \theta_s = -4\pi i \omega_s \left[ \frac{n_s \mu_s e^\gamma k^\gamma v_s^\gamma}{4\pi m i \omega_s^\gamma (\omega_s - \omega_c)} \right] \quad (28)$$

که در آن  $\mu_s = 1 - \frac{\omega_p^\gamma / \omega_s^\gamma}{1 - (\omega_c \cos\theta_s / \omega_s)}$  می‌باشد. رابطه ۲۸ را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$(\mu_s \omega_s^\gamma - c^\gamma k_s^\gamma) \left(1 + \frac{c^\gamma k_s^\gamma \cos^\gamma \theta_s}{\mu_s \omega_s^\gamma - c^\gamma k_s^\gamma}\right) = -4\pi i \omega_s \left[ \frac{n_s \mu_s e^\gamma k^\gamma v_s^\gamma}{4\pi m i \omega_s^\gamma (\omega_s - \omega_c)} \right] \quad (29)$$

با استفاده از شرط تشدید موج استوکس در پلاسماي مغناطیسه رابطه زیر را می‌توان به دست آورد:

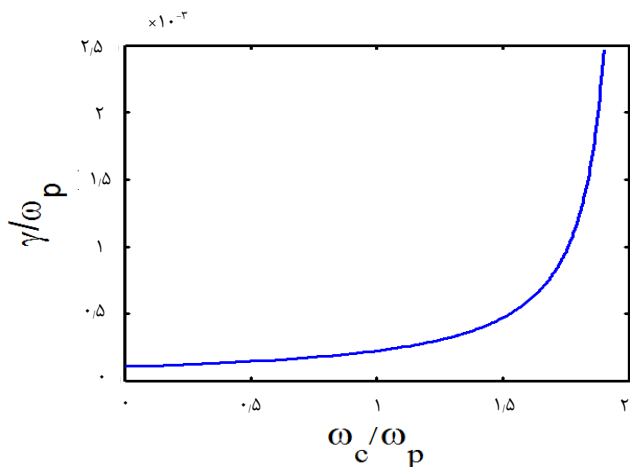
$$\mu_s \omega_s^\gamma - c^\gamma k_s^\gamma = c^\gamma k_s^\gamma \sin^\gamma \theta_s \quad (30)$$

با جای‌گذاری رابطه ۳۰ در رابطه ۲۹، رابطه پاشندگی غیرخطی موج استوکس به دست می‌آید:

$$\mu \omega_s^\gamma - c^\gamma k_s^\gamma = - \left[ \frac{\mu \omega_p^\gamma \omega_s k^\gamma v_s^\gamma}{4\omega_s^\gamma (\omega_s - \omega_c)} \right] \sin^\gamma \theta_s \quad (31)$$

شکل ۲ نحوه تغییرات آهنگ رشد نسبت به بسامد چرخشی بهنجار در پراکندگی قائم را نشان می‌دهد. افزایش میدان مغناطیسی خارجی باعث افزایش سریع آهنگ رشد می‌شود. در واقع برای یک موج الکترومغناطیسی با قطبش دایروی راستگرد، اثر میدان مغناطیسی محوری باعث افزایش سرعت نوسانات عرضی الکترونی شده و جفت شدن این نوسانات با نوسانات چگالی پلاسما باعث افزایش دامنه افت و خیز نوسانات چگالی پلاسما در یک برهم‌کنش غیرخطی می‌شود. بدین ترتیب آهنگ رشد افزایش می‌یابد و زمانی که بسامد یکی از موج‌های ورودی با بسامد چرخشی الکترون‌ها در میدان مغناطیسی خارجی برابر باشد، تشدید صورت گرفته و دامنه نوسانات پلاسما به یک‌باره افزایش یافته و در این حالت، ناپایداری تشدید می‌شود.

در شکل ۳ نیز نحوه تغییرات آهنگ رشد نسبت به بسامد بهنجار یکی از لیزرهای ورودی  $(\omega_1/\omega_p)$ ، به طوری که  $\omega_1/\omega_p = 0.2$ ، در پراکندگی قائم رسم شده است. نتایج نشان می‌دهد که برای میدان مغناطیسی ضعیف از مرتبه  $\omega_c/\omega_p = 0.5$ ، با افزایش اختلاف بسامد دو موج لیزر ورودی آهنگ رشد نیز افزایش می‌یابد. دلیل این پدیده آن است که هرچه اختلاف بسامد دو لیزر بیشتر باشد، نیروی پاندروموتیو حاصل از زنش دو موج افزایش یافته و طبق رابطه ۱۱، سرعت نوسانات الکترونی در میدان الکتریکی موج زنش و هم‌چنین دامنه نوسانات چگالی پلاسما تحت تأثیر این نیرو افزایش یافته و در نتیجه آهنگ رشد هم بیشتر تر شود.



شکل ۲. نمودار تغییرات آهنگ رشد بهنجار به‌عنوان تابعی از بسامد چرخشی بهنجار به ازای،  $\omega_1/\omega_p = 6$ ،  $\omega_2/\omega_p = 2$ ،  $\alpha_1 = 0.2$  و  $\alpha_2 = 0.2$ ،  $\theta = \pi/2$

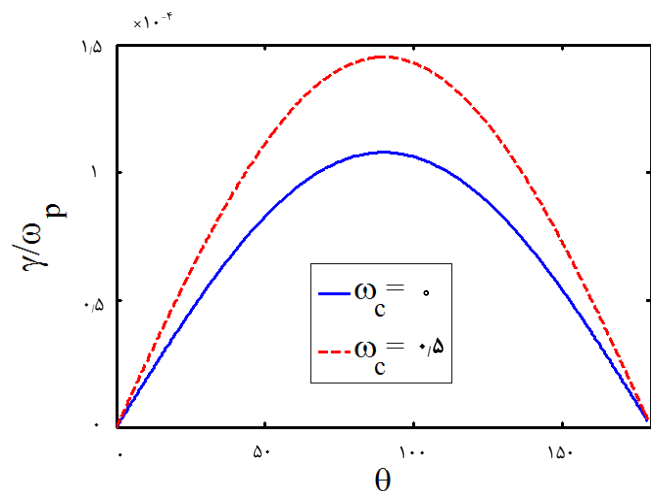
هم‌چنین در پلاسما غیرمغناطیده  $(\omega_c = 0)$ ، آهنگ رشد بهنجار شده به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\gamma}{\omega_p} = \frac{a_1 a_2}{\lambda} \left( \frac{\omega_c}{\omega_p} - \frac{\omega_p/\omega_c}{1 - \omega_p^2/\omega_c^2} \right) \times \sqrt{\frac{\omega_p}{\omega_c + \omega_c - \omega_p}} \sin \theta_s \quad (34)$$

## ۶. تحلیل محاسبات ریاضی

با توجه به رابطه ۳۳، می‌توان نحوه تغییرات آهنگ رشد بهنجار را نسبت به هر یک از پارامترهای وابسته به آن بررسی کرد. شدت لیزرهای ورودی از مرتبه  $10^{16} \text{ W/m}^2$ ، طول موج آن‌ها از مرتبه میکرومتر و بزرگی میدان مغناطیسی خارجی هم در حدود چند کیلوگوس در نظر گرفته شده است. نحوه تغییرات آهنگ رشد نسبت به زاویه پراکندگی در شکل ۱ نشان داده شده است.

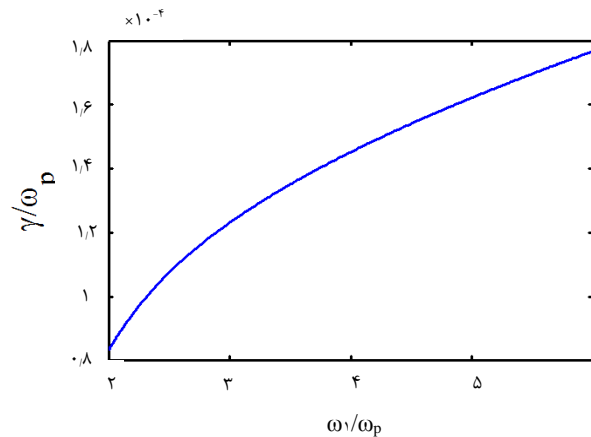
همان‌طور که مشاهده می‌شود، آهنگ رشد در پراکندگی‌های تقریباً مستقیم صفر بوده و در پراکندگی عمود به بیشینه مقدار خود می‌رسد، به طوری که در پلاسما مغناطیده، اثر میدان مغناطیسی محوری به ازای  $\omega_c/\omega_p = 0.5$  باعث می‌شود که آهنگ رشد بیشینه نسبت به پلاسما غیرمغناطیده حدود ۵۰ درصد افزایش یابد.



شکل ۱. نمودار تغییرات آهنگ رشد بهنجار به‌عنوان تابعی از زاویه پراکندگی  $\theta_s$  به ازای،  $\omega_1/\omega_p = 6$ ،  $\omega_2/\omega_p = 2$ ،  $\alpha_1 = 0.2$  و  $\alpha_2 = 0.2$

## مراجع

1. T.W. Huang, et al, *Electron acceleration induced by interaction of two relativistic laser pulses in underdense plasmas*, *Phys. Rev. E*, **98**, 053207 (2018).
2. L. Hao, et al, *Simulation of stimulated Brillouin scattering and stimulated Raman scattering in shock ignition*, *Phys. Plasmas*, **23**, 042702, (2016).
3. N. Lemos, et al, *X-ray sources using a picosecond laser driven plasma accelerator*, *Physics of plasmas*, **26**, 83110 (2019).
4. V. Sajal, A. Panwar, V.K. Tripathi, *Relativistic forward stimulated Raman scattering of a laser in a plasma channel*, *Phys. Scr.* **74**, 484-488 (2006).
5. Z.J. Liu, et al, *Controlling stimulated Raman scattering by two-color light in inertial confinement Fusion*, *Phys. Plasmas*, **24**, 082704 (2017).
6. J.G. Moreau, et al, *Stimulated Raman scattering in the relativistic regime in near-critical plasmas*, *Phys. Rev. E* **95**, 013208 (2017),
7. A. Paknezhad, D. Dorrani, *Nonlinear backward Raman scattering in the short laser pulse interaction with a cold underdense transversely magnetized plasma*, *Laser and Particle Beams*, **29**, 373-380 (2011).
8. J. Yazdanpanah, *Self modulation and scattering instability of a relativistic short laser pulse in an underdense plasma*, *Plasma Phys. Control. Fusion*, **61**, 085021 (2019).
9. D.F. Gordon, et al, *Seeding of the forward Raman instability by ionization fronts and Raman backscatter*, *Phys. Rev. E*, **64**, 046404 (2001).
10. C.B. Schroeder, et al, *Nonlinear pulse propagation and phase velocity of laser-driven plasma waves*, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 135002 (2011).
11. G. Shevets, N.J. Fisch, *Parametric Excitations of Fast Plasma Waves by Counterpropagating Laser Beams*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3328 (2001).
12. S. Liu, V.K. Tripathi, *Second-harmonic generation of Raman scattered light in a plasma channel*, *Phys. Rev. E*, **54**, 4098 (1996).
13. H.A. Salih, V.K. Tripathi, M. Rafat, *Stimulated Raman scattering of the beat wave of counter-propagating lasers*, *Phys. Plasmas*, **11**, 2 (2004).
14. A. Paknezhad, *Effect of dc-magnetic field on the growth rate of Raman backscattering of Xmode laser in magnetized collisional*, *Plasma Laser and Particle Beams*, **34**, 80-85 (2016).
15. A. Paknezhad, *Nonlinear Raman forward scattering of a short laser pulse in a collisional transversely magnetized plasma*, *Phys. Plasmas*, **20**, 012110 (2013).
16. V. Sajal, D. Dahya, V.K. Tripathi, *Stimulated forward Raman scattering of a laser in a magnetized plasma*, *Phys. Plasmas*, **14**, 032109 (2007).
17. K. Verma, et al, *Stimulated Raman scattering of beat wave of two counter-propagating X-mode, Lasers in a magnetized plasma*, *Phys. Plasmas*, **21**, 022104 (2014).
18. A. Vyas, et al, *Effect of the axial magnetic field on coexisting stimulated Raman and Brillouin scattering of a circularly*, *Laser and Particle Beams*, **35**, 19-25 (2017).



شکل ۳. نمودار تغییرات آهنگ رشد بهنجار به عنوان تابعی از بسامد لیزر ورودی بهنجار به ازای،  $\omega_c/\omega_p = 0.5$  و  $\alpha_r = \alpha_l = 0.2$  و  $\theta = \pi/2$ .

## ۷. نتیجه گیری

در حالتی که دو باریکه لیزر با قطبش دایروی راستگرد و شدت بالا در دو جهت مخالف وارد محیط پلاسما می‌شوند، در صورتی که اختلاف بسامد دو موج از بسامد پلاسما بزرگ‌تر باشد، پراکندگی رامان القایی رخ می‌دهد. طبق نتایج حاصل از تحقیقات قبلی در این زمینه، حضور میدان مغناطیسی خارجی در امتداد قائم بر انتشار لیزرها باعث کاهش آهنگ رشد ناپایداری رامان می‌شود [۵]، در حالی که نتایج پژوهش حاضر نشان داد که حضور میدان مغناطیسی خارجی در امتداد انتشار لیزر آهنگ رشد را افزایش داده و باعث تشدید ناپایداری در بسامد قطع می‌شود. هم‌چنین حضور میدان مغناطیسی خارجی، زاویه پراکندگی مربوط به آهنگ رشد بیشینه را تغییر نمی‌دهد ولی مقدار آهنگ رشد را به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای افزایش می‌دهد. در ادامه می‌توان این مطالعه را برای لیزر با قطبش بیضوی یا دایروی چپ‌گرد و هم‌چنین لیزر گاوسی انجام داد. نتایج حاصل از این پژوهش می‌تواند در آزمایش‌های گداخت لیزری به‌منظور کنترل ناپایداری و کاهش اتلاف انرژی گداخت حایز اهمیت باشد. هم‌چنین در شتاب‌دهنده‌های پلاسمایی، حضور میدان مغناطیسی خارجی محوری می‌تواند انرژی جنبشی الکترون‌های شتاب گرفته توسط پراکندگی رامان در امتداد انتشار لیزر را تا حدود زیادی افزایش دهد.