

## استفاده از تحلیل‌های عددی و حساسیت برای بررسی رفتار تیرهای خمشی بتن مسلح تقویت شده با ورق‌های FRP\*

محمد رضا اصفهانی<sup>(۱)</sup> طیبه محمدی<sup>(۲)</sup>

**چکیده** در این مقاله، با بهره گرفتن از روش‌های عددی و نتیجه‌های آزمایشگاهی، رفتار تیرهای خمشی بتن مسلح تقویت شده با ورق‌های FRP مورد بررسی قرار می‌گیرد. در تحلیل عددی، از الگو آسیب دیدگی مومسان بتن برای شبیه سازی رفتار غیر خطی بتن و نرم شوندگی کرنش آن استفاده می‌شود. در بخش آزمایشگاهی ۸ عدد تیر بتن مسلح تقویت شده با ورق‌های FRP به ابعاد مقطع ۱۵۰ و ۲۰۰ میلی متر و طول ۲۳۰۰ میلی متر در آزمایشگاه ساخته و آزمایش شدند. رفتار خمشی این تیرها و ۴ نمونه تیر آزمایشی دیگر پژوهشگران (در مجموع ۱۲ نمونه) به کمک نرم افزار توانمند اجزای محدود ABAQUS که از توانایی کاربرد الگوی آسیب دیدگی مومسان بتن برخوردار است، تحلیل شدند. مقایسه بین نتیجه‌های تحلیل‌های عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که تحلیل عددی انجام شده با دقت بالایی می‌تواند نمودار بار-جابجایی، بار بیشینه، توزیع کرنش و حالت شکست تیرهای بتنی تقویت شده با FRP را پیش‌بینی می‌کند. برای تعیین اثر عامل‌های مختلف بر نتیجه‌های حاصل از تحلیل عددی و همچنین برای تعیین شرایط بهینه الگو سازی عددی، تحلیل حساسیتی بر روی بعضی از نمونه‌ها انجام شده است. بر اساس تحلیل حساسیت انجام شده، از مهمترین عامل‌های اثرگذار الگو در تحلیل عددی، کارمایه، شکست می باشد که نقش تعیین کننده ای در پیش بینی شکست‌های ناشی از جدا شدگی FRP ایفا می‌کند.

**واژه‌های کلیدی** بتن مسلح، تحلیل حساسیت، تقویت خمشی، الگوی آسیب دیدگی مومسان بتن، مکانیک شکست، FRP

### Numerical and sensitivity analysis of RC beams strengthened with FRP

M. R. Esfahani

T. Mohamadi

**Abstract** In this paper, using numerical methods and test results, the behavior of reinforced concrete beams strengthened with Fiber-Reinforced Polymers (FRP) is investigated. In the numerical analysis, the concrete damaged plasticity model is used for considering the nonlinear behavior and strain softening of concrete. The ABAQUS finite element program is utilized for the analysis of 12 flexural beams strengthened with FRP sheets. Comparison between the test results and values obtained from the analysis shows that the numerical method can accurately predict the load-deflection, failure load, strain distribution and failure mode of the strengthened beams. In order to evaluate the effect of different parameters on the numerical results, a sensitivity analysis was carried out. Based on the sensitivity analysis, it was found the concrete fracture energy is an important parameter in the prediction of the behavior of the strengthened beams.

**Key Words** Plastic Damage Model, FRP Laminates, Debonding, Strengthening, Fracture Energy

\* نسخه‌ی اول مقاله در تاریخ ۱۳۸۷/۹/۹ و نسخه‌ی نهایی آن در تاریخ ۱۳۸۹/۳/۲۳ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) استاد دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

(۲) نویسنده‌ی مسئول، کارشناس ارشد سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

## مقدمه

در میان روش‌های عددی مختلف به کار برده شده تاکنون می‌توان به روش اجزای محدود غیر خطی برای شبیه سازی رفتار کلی تیرهای بتنی مسلح تقویت شده با ورق‌های FRP ارایه شده توسط Baluch and Ziraba [2] اشاره کرد. این روش می‌تواند رفتار اعضای تقویت شده دارای هر نوع تاریخچه بارگذاری پیش از تقویت را پیش‌بینی کند. در این روش رفتار پیوستگی بتن و میل‌گرد و ورق‌های FRP با اجزای بین رویه ای ۶ نقطه‌ای الگوسازی شده است. Arduini و همکارانش [3] نیز هشت تیر تقویت شده با ورق‌های FRP را با استفاده از نرم افزار اجزای محدود ABAQUS تحلیل کرده‌اند. این تحلیل به تیرهای با تاریخچه بارگذاری یکنواخت و بدون آسیب دیدگی پیش از تقویت محدود می‌شود. در این تحلیل بتن با روش ترک پیوسته و فرض چسبندگی کامل بین بتن و FRP الگوسازی می‌شود.

به بسیاری از تحلیل‌های دیگر نیز می‌توان اشاره کرد که در آن‌ها مانند دو تحلیل عددی نامبرده، تحقیق و مطالعه بیشتر بر روی فن الگوسازی متمرکز می‌شود. همچنین از نقطه نظر عملی ویژگی‌های مواد نیز بر روی نتیجه‌های شبیه‌سازی موثر می‌باشند. بنابراین تحلیل حساسیت نتیجه‌های عددی برای حالت‌های مختلف الگوسازی و ویژگی‌های مختلف مواد می‌تواند در پیش‌بینی رفتار تیرهای تقویت شده با FRP با اهمیت باشد.

در این مقاله برای انجام تحلیل حساسیت، به تحلیل عددی دوازده تیر خمشی بتنی مسلح تقویت شده با ورق‌های FRP با استفاده از الگوی آسیب دیدگی مومسان بتن که در نرم افزار اجزای محدود ABAQUS وجود دارد، پرداخته شده و نتیجه‌های تحلیل با نتیجه‌های آزمایشگاهی توسط نویسندگان این مقاله و دیگر پژوهشگران مقایسه می‌شود. سپس با انجام یک تحلیل حساسیت عامل‌های موثر در تحلیل عددی بررسی و میزان اثر گذاری هر یک از آن‌ها تعیین می‌شود.

امروزه تقویت سازه های بتن مسلح به کمک ورق‌های پلیمری مسلح شده با الیاف (FRP) به عنوان یک روش جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد. کاربرد FRP برای مقاوم‌سازی نسبت به روش‌های سنتی دارای برتری‌هایی مانند افزایش مقاومت و سختی زیاد، سبکی وزن، مقاومت در برابر خوردگی، ضخامت کم و حمل و نقل و نصب آسان می‌باشد. پس از چسباندن ورق FRP به تیر بتنی، پاسخ سازه در موردهایی مانند شکل‌پذیری، مقاومت و نوع شکست با رفتار سازه تقویت نشده، متفاوت است. بنابراین، آزمایش‌های تجربی و یافتن روش‌های تحلیلی و عددی برای پیش‌بینی رفتار سازه‌های تقویت شده ضروری به نظر می‌رسد. به همین دلیل تاکنون مطالعات زیادی بر روی سازه‌های تقویت شده انجام شده است. براساس آزمایش‌های تجربی انجام شده انواع شکست تیرهای خمشی بتنی مسلح تقویت شده با ورق‌های FRP عبارتند از: ۱- تسلیم فولادهای طولی به همراه گسیختگی ورق‌های FRP؛ ۲- خردشدن بتن در فشار پیش از گسیختگی ورق‌های FRP؛ ۳- جدا شدن انتهای ورق‌های FRP از سطح بتن به همراه پوشش بتن روی میل‌گردهای طولی؛ ۴- جدا شدن انتهای ورق‌های FRP از سطح بتن به همراه بخشی از پوشش بتن؛ ۵- جدا شدن ورق‌های FRP از سطح بتن به همراه بخشی از پوشش بتن به علت ترک خمشی و یا ترک خمشی-برشی [1].

تا به امروز تحلیل‌های عددی بسیاری برای بررسی رفتار تیرهای خمشی تقویت شده با FRP ارایه شده است، ولی در هر یک از این روش‌ها، تنها بعضی از جنبه‌های مهم و تاثیرگذار بر تحلیل، مانند رفتار غیر خطی مواد، چگونگی بارگذاری و گسترش ترک مورد توجه قرار گرفته‌اند. هر یک از این موردها می‌تواند در پاسخ تحلیل بسیار موثر باشد، بنابراین انجام یک تحلیل حساسیت برای یافتن عامل‌های موثر در تحلیل عددی ضروری به نظر می‌رسد.

می‌شود که خردشدگی فشاری بتن و ترک خوردگی آن ساز و کارهای اصلی شکست بتن می‌باشند [5]. هردوی این پدیده‌ها ناشی از شروع و گسترش ترک‌ها می‌باشند. عامل‌های اصلی مورد نیاز برای استفاده از این الگو عبارتند از:

الف- منحنی نرم شونده‌گی بتن در بارگذاری کششی تک محوری که در شکل (۳) نمایش داده شده است. در منحنی‌های شکل (۳)،  $f'_t$  مقاومت کششی بتن است که شروع ترک‌های ریز در بتن را مشخص می‌کند،  $G_F$  کل کارمایه شکست است که بنابر تعریف میزان کارمایه لازم برای شروع، گسترش و شکست کامل یک ترک در واحد سطح می‌باشد و  $w$  مقدار بازشدگی عرض ترک است. برای مقایسه نتیجه‌ها، از سه نوع منحنی نرم شونده‌گی بتن در بار کششی برای تحلیل‌ها استفاده می‌شود. نظریه مکانیک شکست  $G_F$  با رابطه زیر داده می‌شود.

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma(w) dw \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $\sigma$  تنش کششی بتن تابع باز شدگی عرض ترک  $w$  می‌باشد.  $w_c$  عرض ترک بحرانی بوده که با ازای آن تنش  $\sigma$  صفر است.

منحنی نرم شدگی بتن را می‌توان به صورت تجربی به دست آورد. به عنوان مثال، مقاومت کششی  $(f'_t)$  را می‌توان از نتیجه‌های آزمایش شکاف خوردگی استوانه (Split Cylinder Test) تعیین کرد [6] و کارمایه شکست ( $G_F$ ) را می‌توان با استفاده از رفتار بار - تغییر شکل تیرهای بتنی شکاف‌دار محاسبه کرد [7]. در صورتی که این عامل‌های تجربی در دسترس نباشند، می‌توان از رابطه‌های (۲) و (۳) برای محاسبه آن‌ها بهره گرفت [8-10].

$$f'_t = 0.6 \sqrt{f'_c} \quad (2)$$

$$G_F = 2.5 a_0 \left( \frac{f'_c}{0.051} \right)^{0.46} \left( 1 + \frac{d_a}{11.27} \right)^{0.22} \left( \frac{w}{c} \right)^{-0.3} \quad (3)$$

در رابطه‌های (۲) و (۳) مقاومت کششی بتن

## نتیجه‌های آزمایشگاهی

درستی نتیجه‌های تحلیل عددی با مقایسه با نتیجه‌های آزمایشگاهی دو مجموعه کار پژوهشی جدا از هم بررسی شدند. چهار نمونه آزمایش شده مجموعه اول (B1, B3, B5, B7) [4] تیرهایی به عرض مقطع ۲۰۰، ارتفاع ۱۵۰ و طول ۲۳۰۰ میلی‌متر می‌باشند (شکل ۱). از این چهارنمونه، سه نمونه با ورق‌های FRP با تعداد لایه‌های مختلف تقویت شده‌اند و یک نمونه دیگر به عنوان نمونه مبنای تقویت نشده مورد آزمایش قرار گرفته است. شکل (۱) ابعاد هندسی و آرایش میل‌گردهای طولی و عرضی هریک از نمونه‌ها را نشان می‌دهد. همچنین، جزییات نمونه‌های آزمایشگاهی و حالت شکست هر یک از تیرها در جدول (۱) ارائه شده است. برای جزییات ویژگی‌های مکانیکی بتن، میل‌گردها و ورق‌های FRP به مرجع [4] مراجعه شود. نمونه‌های آزمایشگاهی مجموعه دوم تیرهایی به عرض مقطع ۱۵۰، ارتفاع ۲۰۰ و طول ۲۰۰۰ میلی‌متر می‌باشند. شش نمونه با ورق‌های CFRP به ضخامت ۱/۱۷۶ میلی‌متر و با عرض و تعداد لایه‌های مختلف تقویت شده‌اند و دو نمونه دیگر به عنوان نمونه‌های مبنای تقویت نشده مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. مقاومت کششی نهایی ورق‌های CFRP ۳۸۰۰ MPa بوده است. برای پیش‌گیری از جدا شدن انتهای ورق‌های FRP از سطح تیر در تعدادی از نمونه‌های تقویت شده، ورق‌های CFRP از روی تکیه‌گاه عبور داده شده‌اند تا زمینه برای بررسی حالت‌های دیگر شکست (غیر از جدا شدن انتهای ورق‌های FRP) فراهم آید (شکل ۲). ابعاد هندسی و آرایش میلگردهای طولی و عرضی هر یک از نمونه‌ها در شکل (۲) آورده شده است. همچنین، جزییات نمونه‌های آزمایشگاهی و حالت شکست هر یک از آنها در جدول (۲) ارائه شده است.

## شبیه‌سازی رفتار مصالح

بتن. از الگوی آسیب دیدگی مومسان بتن برای شبیه‌سازی رفتار آن استفاده می‌شود. در این الگو فرض

کشسان پلیمرهای الیافی ( $E_{fip}$ )، نسبت پواسون ( $\nu$ ) و کرنش نهایی شکست ( $\epsilon_{II}$ ) می‌باشند.

### تحلیل عددی

در این مطالعه تحلیل عددی با استفاده از نرم افزار اجزای محدود ABAQUS [11] انجام شده است. به دلیل تقارن، تنها نیمی از طول تیرها، شبیه‌سازی شده‌اند. نوع اجزای انتخابی برای شبیه‌سازی تیرها در جدول (۳) ارایه شده است.

در این شبیه‌سازی از تماس مقید (Tied Contact) برای چسباندن ورق‌های FRP به سطح تیر استفاده شده است. این نوع تماس، چسباندن دو سطح با شبکه بندی متفاوت را امکان‌پذیر می‌سازد. همچنین تعریف این نوع تماس بین دو سطح باعث می‌شود که در هر یک از نقاط روی سطح با شبکه بندی ریزتر، جابه جایی، دما و فشار برابر با نزدیک‌ترین نقطه بر روی سطح با شبکه‌بندی درشت‌تر باشد. این روش امکان الگوسازی تنش‌های برشی و قائم در طول کل صفحات چسبیده را فراهم می‌سازد.

### مقایسه نتیجه‌های عددی و نتیجه‌های آزمایشگاهی

نمودارهای بار- تغییر مکان وسط دهانه برای چهار تیر مجموعه اول و هشت تیر مجموعه دوم به همراه نتیجه‌های تجربی آنها در شکل‌های (۷) و (۸) ارایه شده است.

نتیجه‌های تحلیل عددی در شکل‌های (۷) و (۸) براساس منحنی تنش- کرنش فشاری بتن، نوع ج (شکل ۴) هستند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود هماهنگی بسیار خوبی بین نتیجه‌های آزمایشگاهی و عددی وجود دارد. نتیجه‌های عددی نیز مانند آزمایشگاهی نشان می‌دهند که مقاومت تیر پس از جدا شدن انتهای ورق‌های FRP از سطح تیر و یا پارگی ورق‌های FRP به اندازه مقاومت تیر بدون تقویت کاهش می‌یابد (شکل ۸).

$f'_c$  (MPa)، مقاومت فشاری بتن  $f'_c$  (MPa)، کارمایه شکست بتن  $(\frac{J}{m^2})$ ،  $G_F$ ، برای سنگدانه‌های گوشه‌دار و شکسته  $\alpha_s = 1.44$ ، بیشترین اندازه سنگدانه  $d_a$  (mm) و نسبت آب به سیمان در اختلاط بتن  $w/c$  است. هنگامی که عامل‌های  $f'_c$  و  $G_F$  معلوم شوند، بنا به شکل (۳)، می‌توان منحنی نرم شونده‌گی را با کمک تابع‌های خطی و یا دو خطی تخمین زد [7].

ب- منحنی تنش- کرنش بتن در بارگذاری فشاری تک محوری در شکل (۴) نشان داده شده است. در شکل (۴)،  $E_c$  ضریب کشسانی بتن،  $f_{c0}$  تنش بحرانی است که شروع ترک‌ها را مشخص می‌کند و  $f'_c$  مقاومت فشاری بتن می‌باشد. در تحلیل‌های عددی این پژوهش از منحنی تنش- کرنش، نوع ب و ج شکل (۴) [8,9] برای مقایسه استفاده شده است.

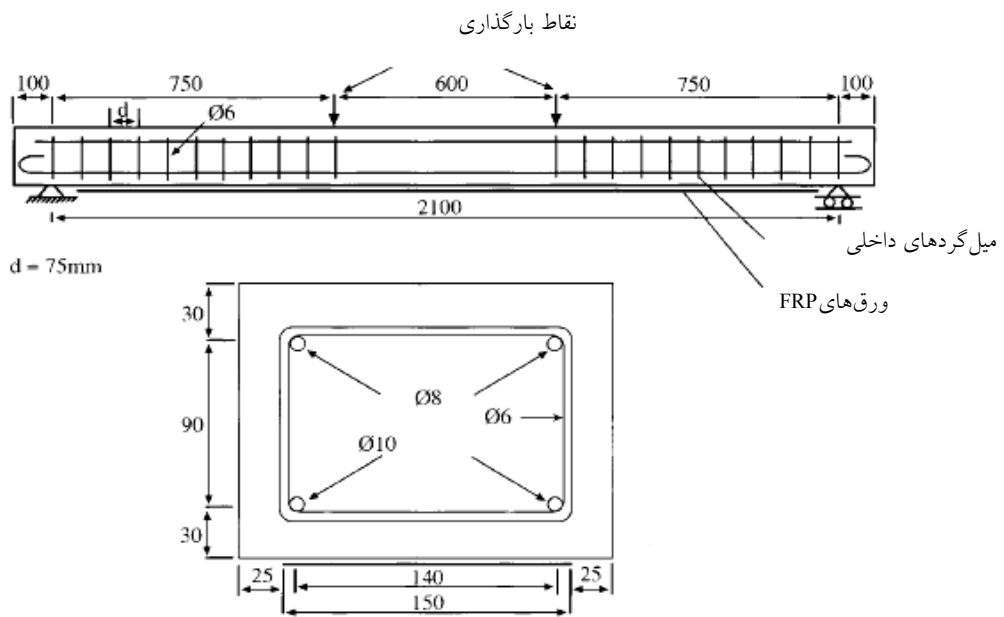
اگر داده‌های تجربی از ضریب کشسانی بتن ( $E_c$ ) و رفتار فشاری بتن در دست نباشد، می‌توان رابطه‌های (۴) و (۵) را به کار برد [8].

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad (\text{MPa}) \quad (4)$$

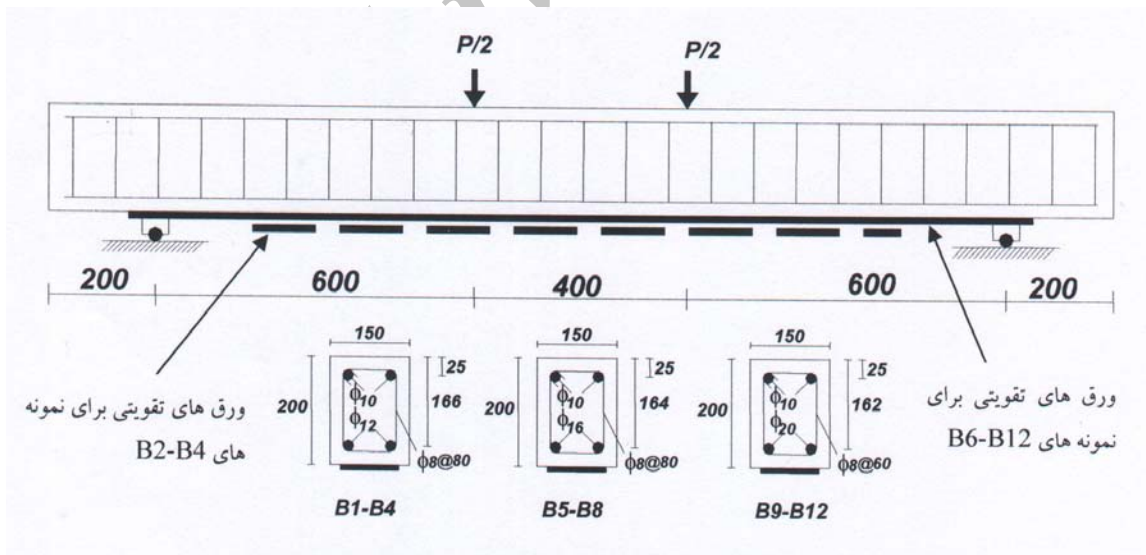
$$\epsilon_0 = 1.71 \frac{f'_c}{E_c} \quad (5)$$

**فولاد.** از الگوی کشسان- مومسان کامل برای شبیه‌سازی رفتار فولاد استفاده می‌شود [11]. در این روش رفتار فولاد تا رسیدن به تنش تسلیم کشسان می‌باشد. در این نقطه فولاد در اثر بار ثابت جاری می‌شود (شکل ۵). عامل‌های مورد نیاز این الگو، ضریب کشسانی فولاد ( $E_s$ )، نسبت پواسون ( $\nu$ ) و تنش تسلیم ( $f_y$ ) می‌باشند.

**ورق‌های FRP.** از الگو شکست ترد برای شبیه‌سازی رفتار ورق‌های FRP به کار می‌رود [11]. در این روش رفتار ورق‌های FRP تا رسیدن به کرنش نهایی ( $\epsilon_{II}$ ) خطی فرض می‌شود (شکل ۶). در این نقطه، ترک گسترش می‌یابد و ماده همه ظرفیت باربری خود را به یک‌باره از دست می‌دهد. عامل‌های مورد نیاز برای این الگو، ضریب



شکل ۱ ابعاد هندسی و آرایش میل گردهای طولی و عرضی نمونه های مجموعه اول



شکل ۲ ابعاد هندسی و آرایش میل گردهای طولی و عرضی نمونه های مجموعه دوم

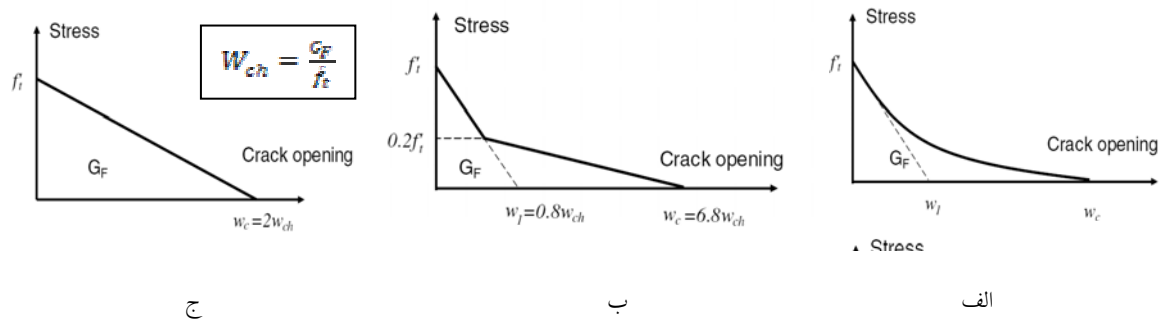
جدول ۱ جزئیات نمونه‌های آزمایشگاهی مجموعه اول [4]

نمونه‌ها	$f_c^*$	نوع و سطح مقطع ورق‌های FRP ( $mm^2$ )	نوع شکست
B1	61	۰	خرد شدگی فشاری بتن بعد از تسلیم میل‌گردها
B3	61	۶۰- کربن	جدا شدن انتهای ورق‌های FRP
B5	61	۱۸۰- کربن	جدا شدن انتهای ورق‌های FRP
B7	61	۲۷۰- شیشه	جدا شدن انتهای ورق‌های FRP

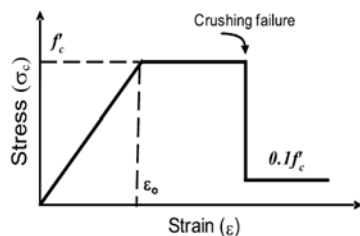
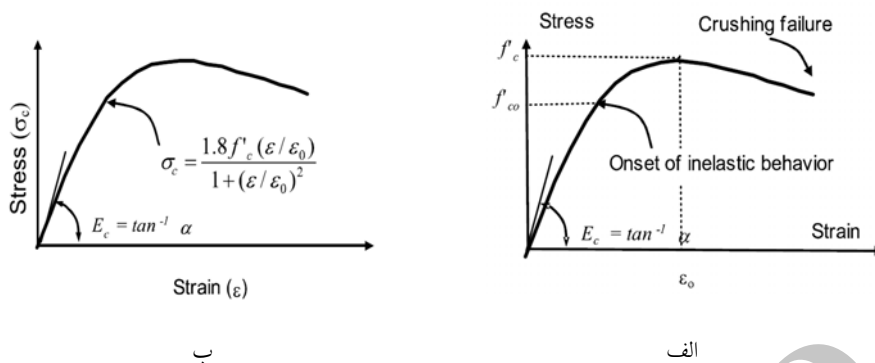
جدول ۲ جزئیات نمونه‌های آزمایشگاهی نمونه‌های مجموعه دوم

نمونه‌ها	$f_c$ (MPa)	عرض هر لایه از ورق‌های FRP (mm)	تعداد لایه‌های ورق‌های FRP	فاصله انتهای ورق‌های FRP از تکیه‌گاه (mm)	حالت شکست*
B1-12D-0L	۲۵/۲	۰	۰	۰	۲
B2-12D-1L15	۲۵/۲	۱۵۰	۱	۱۰۰	۱
B3-12D-2L15	۲۵/۲	۱۵۰	۲	۱۰۰	۳
B4-12D-3L15	۲۵/۲	۱۵۰	۳	۱۰۰	۳
B9-20D-0L	۲۴/۱	۰	۰	۰	۲
B10-20D-1L10	۲۴/۱	۱۰۰	۱	۰	۱
B11-20D-1L15	۲۴/۱	۱۵۰	۱	۰	۵
B12-20D-2L15	۲۴/۱	۱۵۰	۲	۰	۵

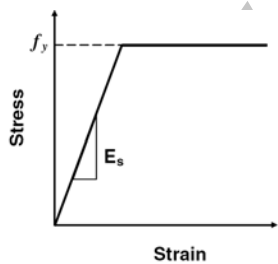
\*حالت ۱: تسلیم فولادهای طولی و گسیختگی ورق FRP به همراه خرد شدن بتن ناحیه فشاری؛ حالت ۲: جاری شدن فولادهای طولی و خرد شدن بتن ناحیه فشاری بعد از تسلیم میل‌گردهای طولی؛ حالت ۳: جدا شدن انتهای ورق‌های FRP از سطح بتن به همراه پوشش بتن روی میل‌گردهای طولی؛ حالت ۵: جدا شدن ورق‌های FRP از سطح بتن به همراه بخشی از پوشش بتن به علت ترک خمشی و یا خمشی-برشی و خرد شدگی فشاری بتن.



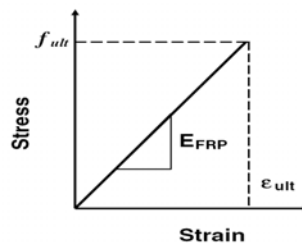
شکل ۳ منحنی نرم شوندهگی بتن: (الف) حالت کلی (ب) تقریب دو خطی (ج) تقریب خطی [7, 8]



شکل ۴ منحنی تنش-کرنش بتن در فشار تک محوری: (الف) حالت کلی، (ب) الگوی A [8]، (ج) الگوی B [9]



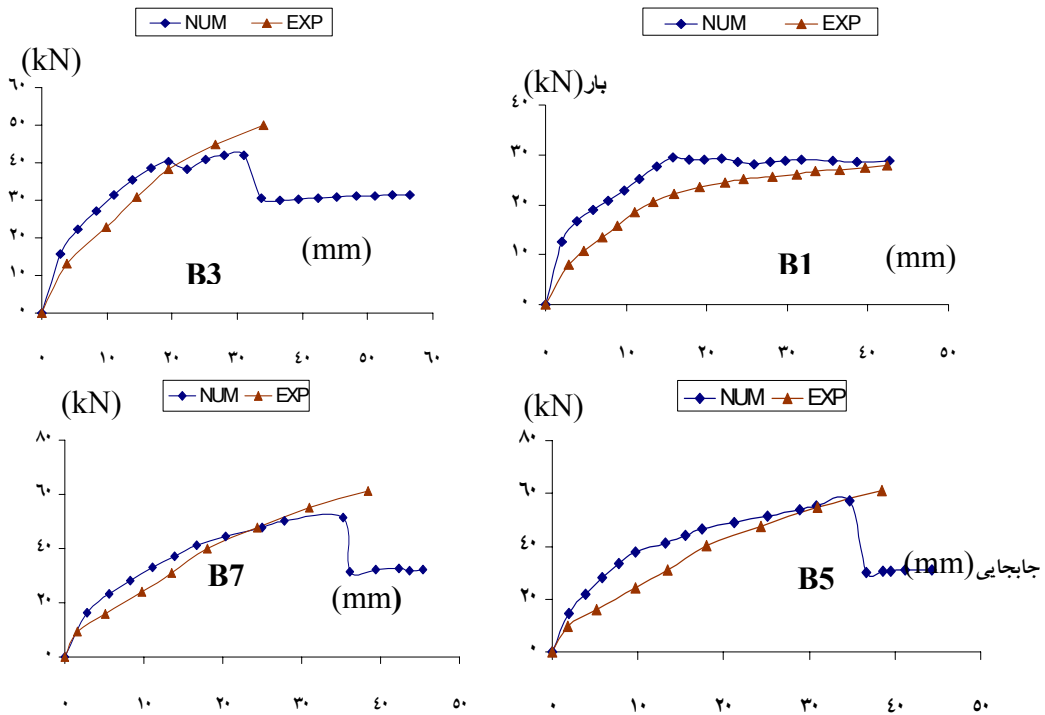
شکل ۶ منحنی تنش-کرنش ورق‌های FRP



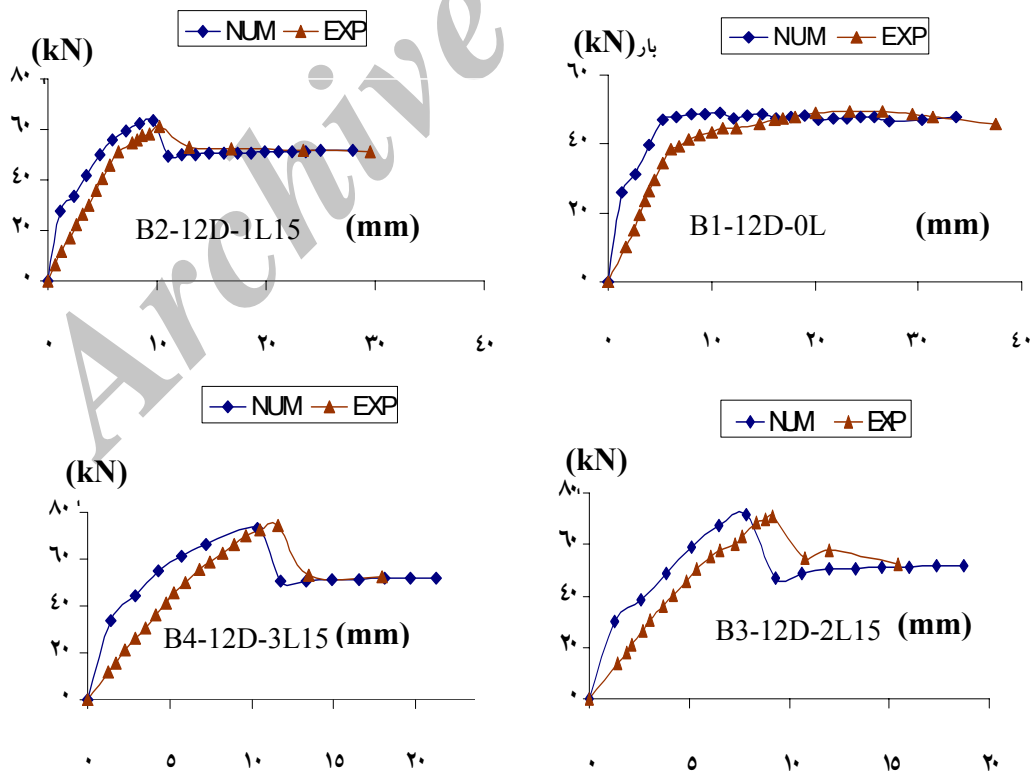
شکل ۵ منحنی تنش-کرنش فولاد

جدول ۳ نوع اجزای انتخابی برای تحلیل عددی

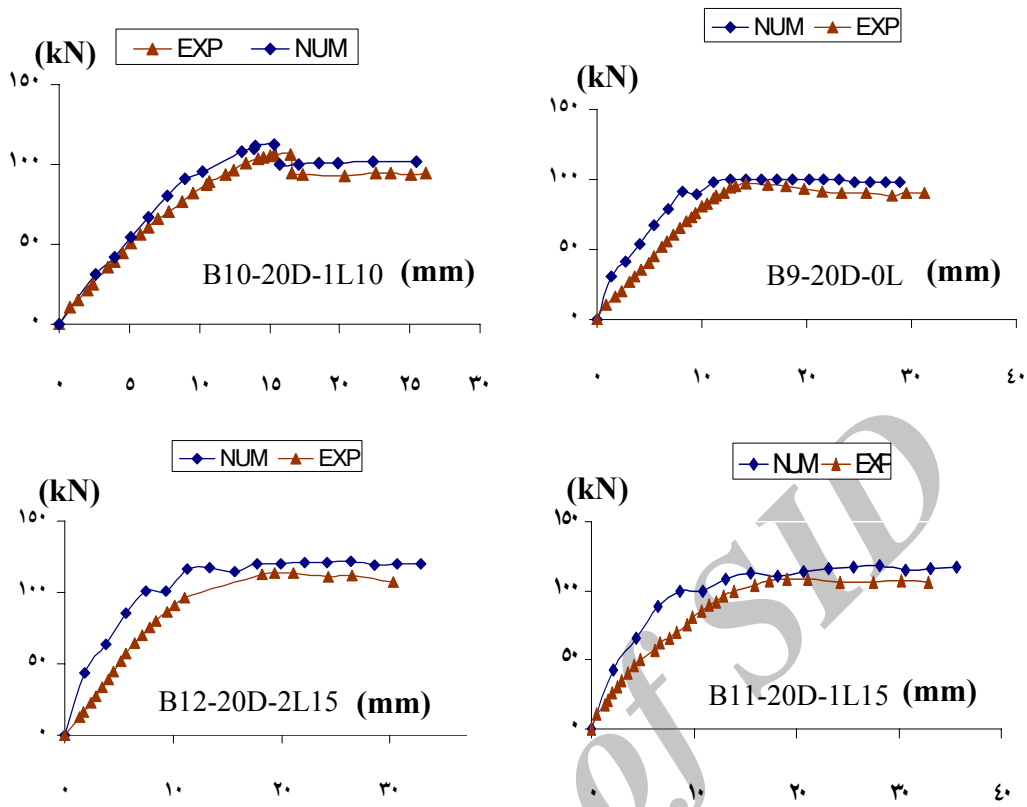
توضیحات	نشانه نرم افزاری	جزء انتخابی	ماده
-	CPE4R	جزء کرنش صفحه ای چهار گرهی	بتن
جزء جاسازی شده	T2D2	جزء خرابایی دو گرهی	فولاد
-	T2D2	جزء خرابایی دو گرهی	ورق‌های FRP



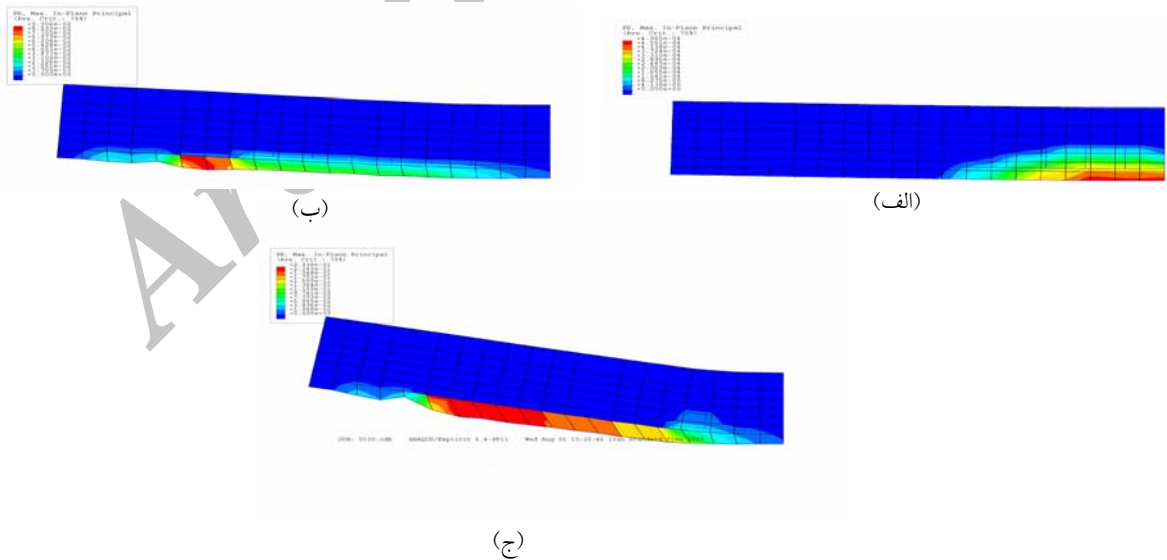
شکل ۷ نمودارهای بار-جابجه جایی وسط دهانه برای تیرهای مجموعه اول







شکل ۸ نمودارهای بار-جابجایی وسط دهانه برای تیرهای مجموعه دوم



شکل ۹ پیش بینی توزیع آسیب دیدگی در تیر B3-12D-2L15، (الف) پیش از بار بیشینه، (ب) در بار بیشینه (ج) پس از بار بیشینه و در انتهای تحلیل

### تحلیل حساسیت

در مقدار بار بیشینه و حالت شکست تیرها تغییر چندانی ایجاد نکرده است. با افزایش مقاومت کششی، سختی تیر کمی افزایش می‌یابد که از نظر کاربردی قابل چشم پوشی است. نتیجه مهمی که از این تحلیل گرفته می‌شود، آن است که مقاومت کششی بتن نمی‌تواند به تنهایی به عنوان معیار شکست برای پیش‌بینی شکست استفاده شود.

**حساسیت به کارمایه شکست ( $G_F$ ).** برای بررسی حساسیت تحلیل عددی به کارمایه شکست بتن ( $G_F$ )، تحلیل عددی با سه مقدار مختلف،  $0.5G_F$ ،  $G_F$  و  $2G_F$  انجام شده است. نتیجه‌های تحلیل عددی در شکل (۱۱) نمایش داده شده‌اند. نکته قابل توجه در این تحلیل آن است که در تیر B3-12D-2L15 که شکست آن به دلیل جدا شدن انتهای ورق‌های FRP می‌باشد، تغییر عامل  $G_F$  در پاسخ‌ها اثر چشم‌گیری دارد و دلیل آن را می‌توان شکست ناشی از رشد و گسترش ترک‌ها در منطقه کششی بتن دانست. ولی در تیر B11-20D-1L15 که به دلیل خرد شدگی فشاری بتن دچار شکست شده است، تغییر این عامل، اثر چندانی در پاسخ‌ها ندارد. نتیجه مهم این تحلیل آن است که کارمایه شکست، نقش مهمی در شکست ناشی از جدا شدن انتهای ورق‌های FRP دارد. از آنجا که بر اساس مشاهدات آزمایشگاهی، شکست ناشی از جدا شدن انتهای ورق‌های FRP از سطح تیر، نتیجه رشد و گسترش ترک در راستای سطح مشترک چسب و بتن می‌باشد، به نظر می‌رسد که کارمایه سطح مشترک چسب و بتن می‌تواند عامل اثرگذارتری از کارمایه شکست بتن در پیش‌بینی این گونه شکست باشد [9].

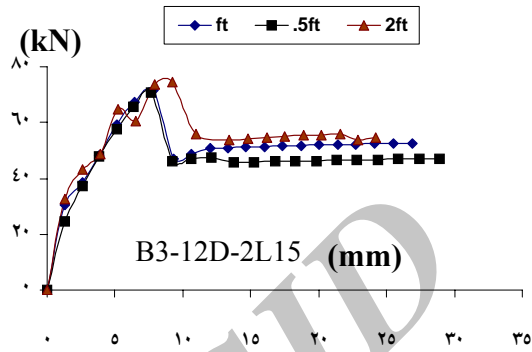
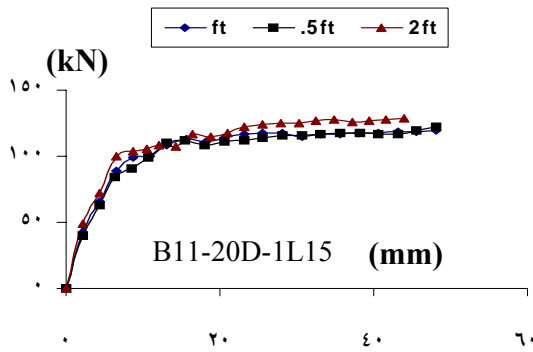
**حساسیت به منحنی نرم شونده‌گی کرنش.** در این بخش حساسیت نتیجه‌های عددی به انتخاب منحنی نرم شونده‌گی بررسی می‌شود. برای این منظور در شبیه‌سازی از دو منحنی نرم شونده‌گی خطی و دو خطی شکل‌های (۳ب) و (۳ج) استفاده شده است. نتیجه‌های عددی به دست آمده در شکل (۱۲) نمایش داده شده‌اند. نتیجه‌ها نشان می‌دهند

در الگوسازی عددی تیرهای تقویت شده با ورق‌های FRP رفتار غیر خطی مواد، می‌تواند روی نتیجه‌ها بسیار اثر بگذارد. از سوی دیگر، در رفتار غیرخطی مواد، عامل‌های گوناگونی دخالت دارند. به این دلیل از نقطه نظر عملی، انجام یک تحلیل حساسیت برای پیدا کردن عامل‌های اصلی اثرگذار در پاسخ‌های تحلیل عددی ضروری به نظر می‌رسد. همچنین، با مشخص شدن این عامل‌ها می‌توان روش‌های عددی موجود را نیز با خطای کمتری ساده‌سازی کرد. در این بخش حساسیت روش عددی، نسبت به ویژگی‌های بتن مانند مقاومت کششی ( $f'_t$ )، کارمایه شکست ( $G_F$ )، منحنی نرم شونده‌گی کرنش، منحنی تنش-کرنش فشاری و همچنین اندازه شبکه‌بندی و الگوسازی چسب بررسی می‌شود. این تحلیل حساسیت بر روی تیرهای B3-12D-2L15 و B11-20D-1L15 انجام شده است. همان‌گونه که پیش‌تر نیز بحث شد، تیر B3-12D-2L15 به دلیل جدا شدن انتهای ورق‌های FRP از سطح تیر به همراه پوشش بتن دچار شکست شده و در تیر B11-20D-1L15 ابتدا ورق‌های FRP به علت ترک‌های خمشی از سطح بتن در طول کل تیر جدا شده است. ولی به دلیل عبور ورق‌های FRP از زیر تکیه‌گاه‌ها، جدا شدن ورق‌های FRP به شکست تیر نمی‌انجامد و مقاومت تیر افزایش می‌یابد و در انتها خردشدگی فشاری بتن، باعث شکست تیر می‌شود.

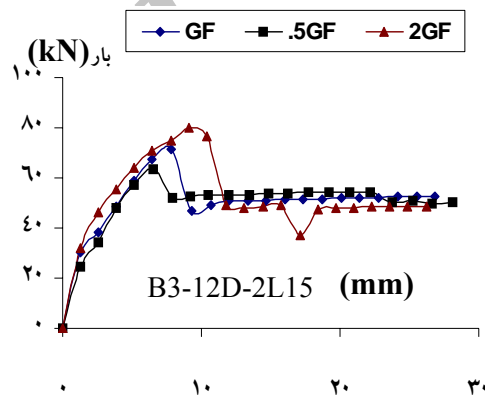
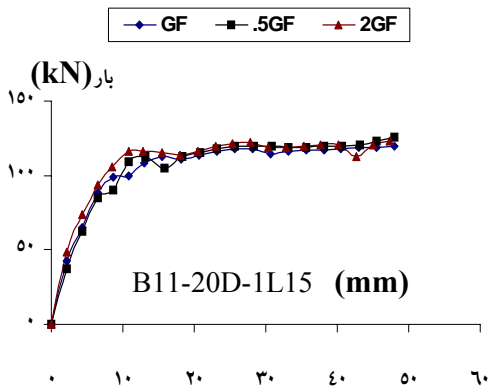
**حساسیت به مقاومت کششی ( $f'_t$ ).** برای بررسی حساسیت تحلیل عددی به مقاومت کششی بتن ( $f'_t$ )، تحلیل عددی با سه مقدار مختلف مقاومت کششی  $0.5f'_t$ ،  $f'_t$  و  $2f'_t$  انجام شده است. شایان توجه است که برخی از پژوهشگران، مقاومت کششی بتن را به عنوان مقدار محدود کننده تنش‌های به وجود آمده در سطح مشترک چسب و بتن معرفی می‌کنند [9]. نتیجه‌های عددی ناشی از تغییر این عامل به تنهایی، در شکل (۱۰) نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، تغییر این عامل

با وجود این، با مقایسه نتیجه‌های تحلیل با نتیجه‌های آزمایشگاهی به نظر می‌رسد که الگوی دو خطی پاسخ‌های بهتری در اختیار می‌گذارد.

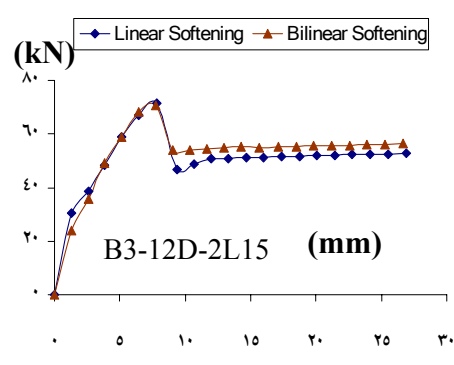
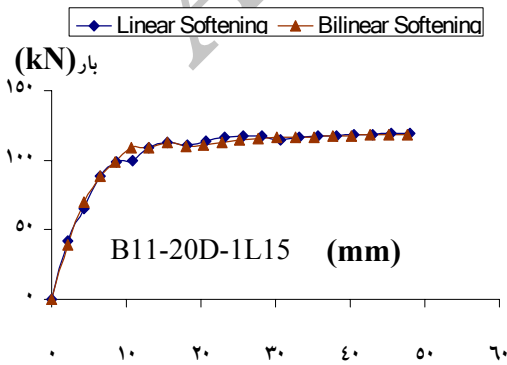
که نوع منحنی نرم شوندگی اثر ناچیزی در بارهای بیشینه و جابه‌جایی‌ها دارد. به سخن دیگر از نظر کاربردی تأثیر نوع منحنی نرم شوندگی قابل چشم‌پوشی است.



شکل ۱۰ حساسیت به مقاومت کششی ( $f_t'$ )

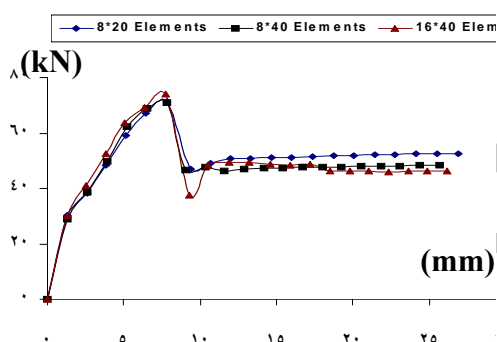


شکل ۱۱ حساسیت به کارمایه شکست ( $G_F$ )

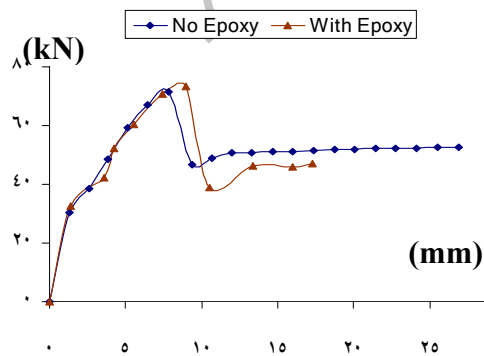


شکل ۱۲ حساسیت به منحنی نرم شوندگی کرنش

نتیجه‌های عددی به دست آمده در شکل (۱۵) نمایش داده شده است. برای مقایسه، الگوی دومی بدون در نظر گرفتن چسب نیز تحلیل شده است. در این تحلیل، ورق‌های FRP با کمک اجزای خرابایی الگوسازی شده‌اند و مستقیم با تماس مقید به سطح بتن چسبانده می‌شوند. در این روش انتقال بار، تنها در نقاط تماس انجام می‌شود. همان‌گونه که مشاهده می‌شود هر دو روش می‌توانند رفتار کلی تیر B3-12D-2L15 را با اختلافی بسیار کم در بار بیشینه و جابه‌جایی آن پیش‌بینی کنند. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که حتی در تیری که شکست آن ناشی از جدا شدن انتهای پلیمرهای الیافی از سطح تیر است، الگوسازی چسب اثر بسیار کمی در پاسخ تیر دارد و با توجه به اینکه استفاده از اجزای کرنش صفحه‌ای زمان محاسبات را بسیار بالا می‌برد، از نظر کاربردی می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از روش دوم مناسب‌تر است.

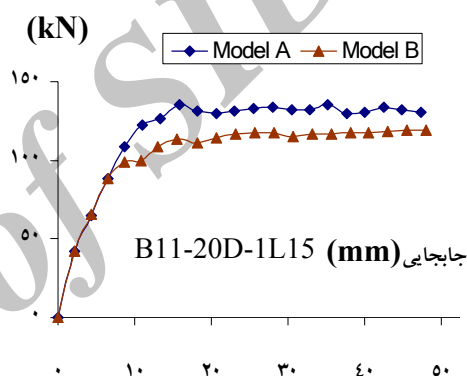


شکل ۱۴ حساسیت به اندازه شبکه‌بندی تیر B3-12D-2L15



شکل ۱۵ حساسیت به الگوسازی چسب B3-12D-2L15

حساسیت به منحنی رفتار فشاری بتن. برای بررسی حساسیت تحلیل عددی به نوع منحنی فشاری بتن از دو منحنی نشان داده شده در شکل‌های (ب) و (ج) در شبیه‌سازی عددی استفاده شده است. بنا به نتیجه‌های نشان داده شده در شکل (۱۳) تا حدودی هماهنگی خوبی بین نتیجه‌های عددی برای هر دو منحنی وجود دارد. شکل (ب) الگوی پیشنهادی Mac Gregor [8] می‌باشد که با Model A مشخص شده است و شکل (ج) الگوی پیشنهادی Coronado [9] می‌باشد که با Model B مشخص شده است.



شکل ۱۳ حساسیت به منحنی فشاری بتن

انتخاب اندازه شبکه‌بندی. برای بررسی حساسیت تحلیل عددی انجام شده به اندازه شبکه‌بندی سه گونه شبکه‌بندی مختلف برای تحلیل تیر نمونه B3-12D-2L15 مورد استفاده قرار گرفته است. منحنی‌های بار-جابه‌جایی به دست آمده از تحلیل با این شبکه‌بندی‌ها در شکل (۱۴) ارایه شده است. پاسخ‌های هر سه تحلیل با تقریب، یکسان هستند. به همین علت می‌توان نتیجه گرفت که روش عددی مورد استفاده در این مطالعه به اندازه شبکه‌بندی وابسته نیست.

الگوسازی چسب. در این بخش اثر الگوسازی چسب بررسی می‌شود. بدین منظور ورق‌های FRP و چسب با اجزای کرنش صفحه‌ای (CPE4R) الگوسازی می‌شوند. پیوند اجزای چسب به بتن با تماس مقید انجام می‌شود.

### نتیجه گیری

در این مقاله رفتار تیرهای خمشی بتن مسلح تقویت شده با ورق های FRP با انجام آزمایش و استفاده از تحلیل های عددی و حساسیت، مورد بررسی قرار گرفت. براساس مقایسه بین مقدارهای به دست آمده از تحلیل های عددی و آزمایشگاهی نتیجه های زیر به دست آمد:

۱. تحلیل عددی انجام شده با استفاده از الگوی آسیب دیدگی مومسان بتن که در نرم افزار اجزای محدود ABAQUS در دسترس است، نه تنها می تواند منحنی بار- جابه جایی، بار شکست و حالت شکست تیرهای تقویت شده با ورق های FRP را پیش بینی می کند، بلکه از توانایی پیش بینی گسترش آسیب دیدگی واقعی نیز برخوردار است.
۲. تحلیل عددی نیز مانند نتیجه های آزمایشگاهی نشان

- می دهد که پس از جدا شدن انتهای ورق های FRP و یا گسیختگی آنها مقاومت تیر تقویت شده برابر با مقاومت تیر تقویت نشده می شود.
۳. تحلیل حساسیت انجام شده در مورد عامل های اثرگذار بر رفتار تیرهای خمشی تقویت شده نشان داد که از دسته عامل های مختلف وابسته به ویژگی های مکانیکی بتن شامل مقاومت کششی، کارمایه شکست، منحنی نرم شونده گی کرنش و منحنی رفتار فشاری بتن، کارمایه شکست بتن  $G_F$  اثرگذارترین عامل در پیش بینی شکست های ناشی از جدایش ورق های FRP از سطح تیر به دلیل ترک خوردگی کششی بتن می باشد.
  ۴. تحلیل های عددی انجام شده به انتخاب اندازه شبکه بندی وابسته نیستند.

### مراجع

1. ACI 440.2R-02, "Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures", Reported by ACI Committee 440, (2002).
2. Ziraba, Y.N., Baluch M.H., "Computational model for reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates", *Finite Element Analysis Des*, 20, (4), pp. 253-271, (1995).
3. Arduini, M., Tommaso A. "Brittle failure in FRP plate and sheet bonded beams", *ACI Structural Journal*, 94, (4), pp. 363-370, (1997).
4. Rahimi, H., Hutchinson A., "Concrete beams strengthened with externally bonded FRP plates", *Journal of Composite Construction*, 5, (1), pp. 44-56, (2001).
5. Lubliner, J., Oliver J., Oller S., Onate E., "Plastic-damage model for concrete", *International Journal of Solids and Structures*, 25, (3), pp. 299-326, (1989).
6. Rocco, C., Guinea G.V., Planas J., Elices M., "Review of splitting-test standards from a fracture mechanics point of view", *Cement Concrete Research*, 31, (1), pp. 37-82, (2001).
7. Shah, S.P., Swartz S.E., Ouyang C., "Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and Other Quasi-Brittle Materials", John Wiley & Sons Inc, (1995).
8. MacGregor, J.G., "Reinforced Concrete: mechanics and design", Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall, (1997).

9. Coronado, C., Lopez M.M., "Sensitivity analysis of concrete beams strengthened with FRP laminates", Cement & Concrete Composites, Elsevier Science Publishers, 28, pp.102-114, (2006).
10. Bazant, Z.P, Becq-Giraudon E., "Statistical predication of fracture parameters of concrete and implication for choice of testing standard", Cement Concrete Research, 32, (4), pp. 529-556, (2002).
11. ABAQUS Users Manual, Version 6.5. Hibbitt, Karlson & Soreneesen, Inc. Pawtucket, RI. (2004).

Archive of SID