

## ارائه‌ی الگوریتمی اصلاحی برای روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی به منظور محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد سازه‌ها\*

بهروز کشته‌گر<sup>(۱)</sup> محمود میری<sup>(۲)</sup> ناصر شباختی<sup>(۳)</sup>

**چکیده** در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها محاسبه‌ی صحیح شاخص قابلیت اعتماد بسیار حائز اهمیت است. به علت ماهیت غیرخطی و همچنین داشتن چندین نقطه کمینه‌ی موضعی در برخی از توابع شرایط حدی، روش‌های محاسباتی قابلیت اعتماد، ممکن است برآورد مناسبی از احتمال خرابی ارائه ندهند. و به سمت این نقاط کمینه‌ی موضعی همگرا گردند. در این مقاله، ابتدا فرمولاسیون گرادیان مزدوج غیرخطی ارائه‌شده توسط Fletcher & Reeves (FR) و Dai & Yuan (DY) برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد بیان و سپس کارایی و همگرایی روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی برای مثال‌های مختلفی بررسی شده است. از آنجایی که روش‌های ارائه‌شده‌ی گرادیان مزدوج FR و DY در برخی از این مثال‌ها همگرا نشده‌اند لذا طی یک الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی، یک روش جدید اصلاح‌شده گرادیان مزدوج غیرخطی به نحوی که بتوان به‌طور مناسب همگرایی مسائل قابلیت اعتماد را تضمین نمود، ارائه‌شده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که روش‌های جدید گرادیان مزدوج غیرخطی اصلاح‌شده، نسبت به روش‌های قدیمی با سرعت و تعداد تکرار کم‌تری همگرا شده و از کارایی و دقت کافی جهت محاسبه احتمال خرابی سازه‌ها، برخوردار هستند.

**واژه‌های کلیدی** روش بهینه‌سازی، گرادیان مزدوج غیرخطی، شاخص قابلیت اعتماد، روش ترکیبی بهینه‌سازی، احتمال خرابی.

### A proposed Improve Algorithm for Nonlinear Conjugate Gradient Optimization Methods the Objective of the Computation of Structural Reliability Index

B. Keshtegar

M. Miri

N. Shabakhty

**Abstract** Accurate calculation of reliability index is very important for the reliability analysis of structures. In some limit state functions with nonlinear characteristic and several local optimum design points, the computational reliability methods may not appropriately determine the failure probability, and iterative reliability approaches may be converged to local optimum design points. In this paper, formulation of nonlinear conjugate gradient methods such as: Fletcher & Reeves (FR) and Dai & Yuan (DY) were proposed for computing the reliability index. Then, the efficiency, capacity and robustness of the conjugate gradient were investigated through several reliability problems. The FR and DY algorithms were diverged in some examples. Therefore, a new modified nonlinear conjugate gradient method was proposed by using the hybrid optimization algorithm to ensure accurate convergence of reliability index. The results illustrated that the modified nonlinear conjugate gradient methods were converged with less run-times and number of iterations in comparison with the FR and DY methods, and robust, efficient and stable algorithms are to calculate the structural failure probability.

**Key Words** Optimization Method, Nonlinear Conjugate Gradient, Reliability Index, Hybrid Optimization Method, Failure Probability

★ تاریخ دریافت مقاله ۸۹/۸/۳۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۱/۶/۳۰ می‌باشد.

(۱) نویسنده‌ی مسئول: دانشجوی دکتری سازه، دانشکده‌ی مهندسی، گروه عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان.

(۲) استادیار، دانشکده‌ی مهندسی، گروه عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان.

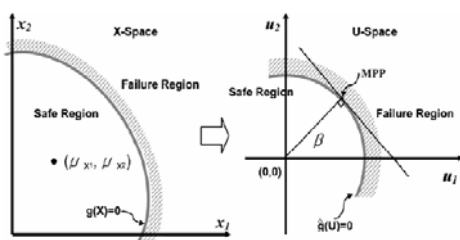
(۳) استادیار، دانشکده‌ی مهندسی، گروه عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان.

زیر انتقال می‌یابند:

$$u_i = \frac{(x_i - \mu_{x_i})}{\sigma_{x_i}} \quad (1)$$

که  $\mu_{x_i}$  و  $\sigma_{x_i}$  به ترتیب مقدار میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی  $X_i$  و  $u_i$  متغیر تصادفی توزیع نرمال استاندارد با میانگین صفر و انحراف معیار واحد می‌باشند. فاصله‌ی هندسی هر نقطه روی تابع شرایط حدی تا مبدأ در فضای نرمال استاندارد یک عدد صحیح است که وابسته به مقدار میانگین و انحراف معیار آن نقطه دارد (شکل ۱)، لذا براساس تعریف شاخص قابلیت اعتماد را می‌توان به‌عنوان یک مسأله‌ی بهینه‌سازی به‌صورت زیر نوشت:

$$\beta = \min_{U \in G(U)=0} (U^T \cdot U)^{1/2} \quad (2)$$



شکل ۱. نمایش شاخص قابلیت اعتماد HL [2]

از این‌رو، احتمال خرابی براساس رابطه‌ی زیر تعریف می‌گردد:

$$P_f = P[G(R-Q) < 0] = \int_{G(R-Q) \leq 0} f_X(X) dX \quad (3)$$

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta)$$

در رابطه‌ی فوق  $P_f$  احتمال خرابی سازه  $\Phi$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد،  $G(U)$  تابع شرایط حدی در فضای نرمال استاندارد،  $G(U) < 0$  ناحیه‌ی خرابی (ناحیه‌ای که بار وارد بر آن بیش‌تر از مقاومت سازه است) و  $f_X(X)$  تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی پایه  $X$  می‌باشد. براساس بسط تیلور تابع شرایط حدی در فضای نرمال استاندارد به‌صورت

## مقدمه

سیستم‌های مهندسی، غالباً شامل یک سری عدم اطمینان‌ها از جمله عدم قطعیت در مدل به‌علت عدم تطابق مدل تحلیلی و مدل اجرایی، عدم اطمینان به‌علت عوامل انسانی و طبیعی که معمولاً در حین طراحی، محاسبه، ساخت و بهره‌برداری یک سیستم ایجاد می‌شوند و عدم قطعیت به‌علت جنبه‌های ناشناخته‌ی یک سازه برخوردار می‌باشد. تعدادی از این عدم اطمینان‌ها را می‌توان به‌کمک روش‌های آماری و احتمالاتی مورد بررسی قرار داد. در طراحی مقاومت اعضا نظیر مدل ارتجاعی یک عضو، بارهای وارد بر سیستم مانند بار مرده، زنده، برف و بار زلزله و... و همین‌طور ابعاد مدل سازه‌ی تحلیلی که ممکن است با سازه واقعی انطباق نداشته باشد، همگی عدم اطمینان وجود دارد. هم‌چنین ممکن است مشخصه‌های آماری مانند میانگین و واریانس داده‌های حاصل از آیین‌نامه که برای طراحی و تحلیل مورد استفاده قرار می‌گیرد با شرایط منطقه و جامعه آماری در نظر گرفته‌شده منطبق نباشد. از این‌رو، تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها می‌تواند یکی از تکنیک‌های مناسب برای ارزیابی این عدم اطمینان‌ها باشد که براساس تعریف تابع شرایط حدی خرابی یک عضو سازه‌ای انواع عدم قطعیت‌ها را در مدل تحلیلی در نظر گرفت و در مورد امکان قابلیت بهره‌برداری آن عضو سازه تصمیم‌گیری نمود.

روش اولین مرتبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد، روشی بسیار توانا برای تعیین احتمال خرابی سازه می‌باشد. این روش در سال ۱۹۷۴ توسط Lind و Hasofer جهت تعیین شاخص قابلیت اعتماد ( $\beta$ ) بیان شد [1]. بنا به تعریف Lind و Hasofer کم‌ترین فاصله‌ی تابع شرایط حدی تا مبدأ در دستگاه نرمال استاندارد، شاخص قابلیت اعتماد معرفی شد. به‌طور کلی فضایی با  $n$  متغیر تصادفی مستقل با توزیع احتمال نرمال و تابع شرایط حدی  $G(X) = G(\{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T)$  متغیرهای تصادفی در فضای نرمال استاندارد به‌صورت

نمودند [6].

در این تحقیق ابتدا بنا به تعریف Lind و Hasofer فرمولاسیون گرادیان مزدوج برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد ارائه می‌گردد. دو روش گرادیان مزدوج غیرخطی ارائه شده توسط Reeves & Fletcher [7] و Dai & Yuan [8] که در این مقاله تحت عنوان FR و DY می‌شناسیم، ارائه گردیده است. به علت تجمع خطای بردار امتداد جستجو روش‌های گرادیان مزدوج، ممکن است واگرا گردد. از این رو، براساس الگوریتم بهینه‌سازی ترکیبی جدیدی روش‌های FR و DY بهبود بخشیده شده است. کارایی روش‌های FR و DY و روش‌های اصلاح‌شده‌ی آن‌ها با ذکر چندین مثال سازه‌ای بررسی شده است. کارایی و توانایی روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی جدید با روش‌های قدیمی مقایسه می‌گردد.

#### فرمولاسیون گرادیان مزدوج غیرخطی FR و DY

تابع طراحی در فضای نرمال استاندارد هر مسأله قابلیت اعتماد متشکل از تمامی متغیرهای تصادفی در قید مسأله، به صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود.

$$f(U) = \frac{1}{2}(U^T U)^2 + \xi G(U) \quad , \quad \beta = (U^T U)^{1/2} \quad (6)$$

که در آن  $\xi$  ضریب جریمه تابع شرایط حدی می‌باشد. براساس رابطه‌ی ریاضی فوق مقدار ضریب جریمه به مقادیر متغیرهای تصادفی وابسته است و در هر گام تکرار به صورت دینامیکی تعریف می‌گردد. شرایط لازم برای کمینه کردن تابع فوق این است که مشتق تابع نسبت به متغیرهای تصادفی برابر با صفر گردد لذا مقدار ضریب جریمه به صورت زیر نوشته می‌شود [9].

$$\frac{\partial f(U)}{\partial U_i} = 0 \Rightarrow U_i + \xi \frac{\partial G(U)}{\partial U_i} = 0 \quad (7)$$

$$\xi_i = -\frac{\nabla^T G(U_i) U_i}{\nabla^T G(U_i) \cdot \nabla G(U_i)}$$

طراحی، مقدار شاخص قابلیت اعتماد توسط Hasofer Lind محاسبه شد. عیب روش Hasofer و Lind این است که براساس رابطه‌ی (۱)، فقط توانایی تحلیل متغیرهای تصادفی نرمال را دارد. برای متغیرهای تصادفی که ممکن است توزیع احتمال غیر نرمال داشته باشند، Rakwitz روش Hasofer و Lind را به نحوی بهبود بخشید که با حفظ ماهیت توزیع متغیر تصادفی، بتوان تابع توزیع را در نقطه‌ی طراحی نرمال در نظر گرفت [3]. او روابط زیر را برای محاسبه‌ی مقدار معادل میانگین و انحراف معیار توابع توزیع غیر نرمال ارائه نمود.

$$\sigma_x^e = \frac{1}{f_x(x^*)} \phi[\Phi^{-1}\{F_x(x^*)\}] \quad (4)$$

$$\mu_x^e = x^* - \sigma_x^e \Phi^{-1}[F_x(x^*)] \quad (5)$$

در روابط فوق  $\phi$  مقدار تابع توزیع احتمال نرمال و  $F_x(x^*)$  و  $f_x(x^*)$  به ترتیب مقدار تابع توزیع احتمال جمعی و تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی  $x$  در نقطه  $x^*$  و  $\mu_x^e$  و  $\sigma_x^e$  به ترتیب مقدار میانگین و انحراف معیار معادل نرمال می‌باشد.

چندین روش بهینه‌سازی ریاضی از جمله بردار گرادیان، ضرایب لاگرانژ و روش Rakwitz توسط Liu و Kiureghian برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد ارائه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند [4]. با حذف نوسانات نقطه‌ی طراحی در همگرایی بردار طراحی، روش Rakwitz برای محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد، توسط Lee, O. J. و همکاران بهبود بخشیده شد [5]. آن‌ها بردار طراحی جدید را براساس میانگین‌گیری از بردار طراحی قبلی و بردار طراحی جدید به دست آمده از الگوریتم Rakwitz بهبود بخشیدند. G. Cheng et al یک روش مؤثر برای تعیین شاخص قابلیت اعتماد براساس روش بهینه‌سازی برنامه‌ریزی غیرخطی ارائه

می‌شود [8,10,11].

$$\theta_k^{DY} = \frac{|\nabla f(U_k)|^2}{d_{k-1}^T [\nabla f(U_k) - \nabla f(U_{k-1})]} \quad (11)$$

براساس روابط فوق آنچه که در تعیین بردار امتداد جستجو مهم به نظر می‌آید، مقدار بردار گرادیان تابع هدف در نقطه‌ی طراحی است. لذا با توجه به روابط (۷ و ۶) مقدار بردار گرادیان تابع هدف به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\nabla f(U_k) = U_k - \left\{ \frac{(\nabla^T G(U_k) U_k) \nabla G(U_k)}{|\nabla G(U_k)|^2} \right\} \quad (12)$$

در هر تکرار گرادیان مزدوج بایستی طول گام به صورت بهینه انتخاب گردد تا نتایج همگرایی ثابتی از روش‌های بهینه‌سازی حاصل گردد. در این تحقیق از شرایط طول گام بر مبنای روابط ارائه‌شده توسط Wolfe در روش‌های FR و DY و همچنین روش‌های تصحیح شده‌ی آن‌ها استفاده شده است [9,11-13]:

$$f(U + \alpha_k d_k) - f(U) \leq \delta \alpha_k \nabla^T f(U_k) d_k \quad (13)$$

$$\nabla^T f(U_{k+1}) d_k \leq -\sigma \nabla^T f(U_k) d_k \quad (14)$$

در آن  $0 < \delta < \sigma < 1$  در نظر گرفته می‌شود. مقدار طول گام بر مبنای شرایط ارائه‌شده Wolfe مطابق روابط (۱۳ و ۱۴) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f(U) = \frac{1}{2} (U^T U)^2 - \frac{\nabla^T G(U) U}{\nabla^T G(U) \cdot \nabla G(U)} G(U) \quad (15)$$

از آنجایی که تابع شرایط حدی  $G(U)$  همواره برابر با صفر است لذا با جای‌گذاری رابطه‌ی فوق در معادله‌ی (۱۳) داریم که:

$$\beta_{k+1}^2 - \beta_k^2 \leq 2\delta \alpha_k \nabla^T f(U_k) d_k \Rightarrow \alpha_k \geq \frac{\beta_{k+1}^2 - \beta_k^2}{2\delta \nabla^T f(U_k^*) d_k} \quad (16)$$

که در آن  $U_i$  نقطه‌ی طراحی و  $\nabla G(U_i)$  بردار گرادیان تابع شرایط حدی در نقطه‌ی طراحی است. براساس روش‌های تکراری ریاضی، هدف کمینه کردن تابع  $f$  است لذا براساس یک الگوریتم بهینه‌سازی مقدار جدید بردار طراحی به صورت رابطه‌ی زیر نوشته می‌شود:

$$U_{k+1} = U_k + \alpha_k d_k \quad (8)$$

که در آن مقدار  $U_0$  نقطه شروع تکرار  $U_{k+1}$  مقدار بردار طراحی در گام  $k+1$ ،  $\alpha_k$  طول گام و  $d_k$  بردار امتداد جستجو می‌باشد. در روش بهینه‌سازی تندترین کاهش برای جستجو در هر گام تکرار براساس بردار گرادیان قابل محاسبه است اما در روش گرادیان مزدوج برای جستجو به صورت غیرخطی بر مبنای بردار گرادیان قابل محاسبه است. روش گرادیان مزدوج یک روش کارا جهت تعیین مقدار بهینه توابع است [7,8]. یکی از ارکان اصلی همگرایی در این روش، تعیین جهت جستجوی مناسب می‌باشد. در صورتی که بردار امتداد جستجو صحیح محاسبه نشود این روش همگرا نمی‌شود و یا به نقطه کمینه‌ی موضعی همگرا می‌گردد [11]. افراد زیادی بر روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی مبنی بر بردار گرادیان تحقیق کرده‌اند [7-11]. در این روش بردار امتداد جستجو به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$d_k = \begin{cases} -\nabla f(U_k) & k=0 \\ -\nabla f(U_k) + \theta_k d_{k-1} & k \geq 1 \end{cases} \quad (9)$$

اختلاف روش‌های گرادیان مزدوج در محاسبه‌ی مقدار ضریب امتداد جستجوی  $\theta_k$  می‌باشد که مقدار  $\theta_k$  براساس روابط ارائه‌شده توسط Fletcher-Reeves (FR) و [7,11] به صورت زیر ارائه‌شده است

$$\theta_k^{FR} = \frac{|\nabla f(U_k)|^2}{|\nabla f(U_{k-1})|^2} \quad (10)$$

و برای روش Dai-Yuan (DY) به صورت زیر نوشته

$$\theta_k^M = \begin{cases} \theta_k & \text{if } |\theta_k| \leq c \\ 0 & \text{if } |\theta_k| > c \end{cases} \quad (20)$$

در رابطه‌ی فوق  $c$  یک عدد مثبت صحیح می‌باشد ( $c > 0$ ) که توسط کاربر تعریف می‌گردد و با توجه به نوع مسأله مقدار آن متغیر است (نگارندگان مقدار  $c$  را برای مسائل قابلیت اعتماد عدد صحیحی بین ۱ تا ۶ پیشنهاد می‌کنند). نکته‌ی اساسی در نرخ همگرایی روش‌های گرادیان مزدوج مورد بررسی انتخاب این پارامتر است.

این محدودیت کنترل‌کننده‌ی بردار امتداد جستجوی مزدوج است. با افزایش ضریب بردار امتداد جستجو براساس تعریف گرادیان مزدوج غیرخطی ممکن است مسائل قابلیت اعتماد واگرا گردند اما کنترل بردار امتداد جستجو براساس ضریب مزدوج رابطه‌ی (۹) امکان‌پذیر است و امکان دارد که همگرایی مسأله را موجب شود. لذا با توجه روابط (۲۰ و ۹) می‌توان بردار امتداد جستجو را در رویه‌ی گرادیان مزدوج غیرخطی به صورت زیر بیان نمود:

$$d_k = \begin{cases} -\tilde{N}f(U_k) & k=0, |\theta_k| > c \\ -\tilde{N}f(U_k) + \theta_k d_{k-1} & k \geq 1, |\theta_k| \leq c \end{cases} \quad (21)$$

با توجه به روابط فوق، الگوریتم حل مسائل قابلیت اعتماد براساس روش جدید ارائه شده به صورت زیر بیان می‌گردد:

- ۱- تعیین تابع شرایط حدی به صورت استاندارد.
- ۲- حدس مقادیر اولیه  $k=0$  و بردار طراحی به صورت  $x_1^* = [\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \mu_{x_3}, \dots, \mu_{x_n}]^T$  و مقدار  $c$ .
- ۳- تصحیح متغیرهای طراحی براساس ارضای تابع شرایط حدی ( $G(X)=0$ ).
- ۴- محاسبه‌ی مقدار میانگین و انحراف معیار معادل متغیرهای تصادفی مطابق روابط (۵ و ۴).
- ۵- محاسبه‌ی بردار طراحی در فضای نرمال استاندارد مطابق رابطه‌ی (۱).
- ۶- محاسبه‌ی گرادیان تابع شرایط حدی در نقطه‌ی

بسط تیلور تابع شرایط حدی حول مقدار جدید نقطه‌ی طراحی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$G(U_k^* + \alpha_k d_k) + \nabla^T G(U_k^* + \alpha_k d_k) \alpha_k d_k = 0 \quad (17)$$

براساس رابطه‌ی فوق مقدار بردار گرادیان حول نقطه‌ی جدید به صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$\nabla^T G(U_k^* + \alpha_k d_k) = -\frac{G(U_k^* + \alpha_k d_k)}{\alpha_k |d_k|^2} d_k^T \quad (18)$$

با جای‌گذاری رابطه‌ی (۱۸) در معادله‌ی (۱۴) مقدار طول گام به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\frac{G(U_k^* + \alpha_k d_k)}{\alpha_k} \leq \sigma \nabla^T f(U_k) d_k \Rightarrow \alpha_k \geq \frac{G(U_k^* + \alpha_k d_k)}{\sigma \nabla^T f(U_k) d_k} \quad (19)$$

از آنجایی که مقدار تابع شرایط حدی به ازای مقدار جدید بردار طراحی برابر با صفر است لذا طول گام بایستی همواره  $\alpha_k \geq 0$  باشد.

### روش اصلاح شده‌ی جدید جهت تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها

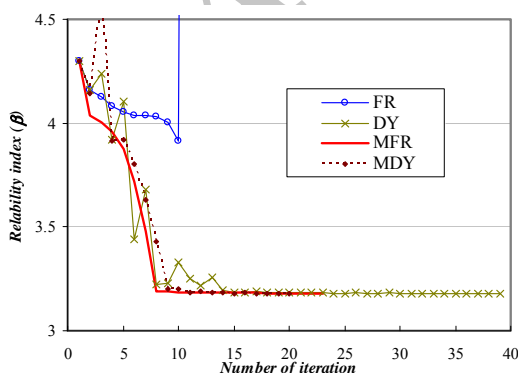
روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی به علت تجمع خطای حاصل در بردار امتداد جستجو ممکن است گاه در مسائل غیرخطی واگرا گردد. در این روش‌ها با توجه به این‌که، براساس مراحل قبلی بردار امتداد جستجو تعیین می‌گردد علاوه بر افزایش سرعت تحلیل مسأله ممکن است، ضریب بردار امتداد جستجوی نیز افزایش یابد ( $\theta_k > 10$ ). افزایش ضریب امتداد جستجو گاه موجب واگرایی مسائل قابلیت اعتماد می‌گردد. از این رو، در این تحقیق با تصحیح مناسب بردار امتداد جستجو، همگرایی روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی تضمین شده است. لذا یک روش ترکیبی جدید برای تصحیح بردار امتداد جستجو تعریف شده که محدودکننده‌ی مقدار ضریب امتداد جستجو در هر تکرار مزدوج می‌باشد. در این روش ضریب امتداد جستجو ( $\theta_k$ ) روش‌های FR و DY به صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌گردد:

تابع شرایط حدی این تیر براساس شرایط بهره‌برداری جابه‌جایی با مقدار مجاز  $L/360$  به صورت ذیل نوشته می‌شود [14]:

$$G(w, E, I) = \frac{L}{360} - 0.0069 \frac{wL^4}{EI} \quad (22)$$

این مسأله شامل ۳ متغیر تصادفی با تابع توزیع نرمال می‌باشد. بار گسترده روی تیر ( $W$ ) با میانگین  $10 \text{ KN/m}$  و انحراف معیار  $0.4 \text{ KN/m}$ ، مدول الاستیسیته تیر ( $E$ ) با میانگین  $2 \times 10^7 \text{ KN/m}^2$  و انحراف معیار  $0.5 \times 10^7 \text{ KN/m}^2$  و ممان اینرسی مقطع تیر ( $I$ ) با میانگین  $8 \times 10^{-4} \text{ m}^4$  و انحراف معیار  $1/5 \times 10^{-4} \text{ m}^4$  می‌باشد.

شکل (۳) تاریخچه‌ی همگرایی مثال (۱) را نشان می‌دهد. روش گرادیان FR در این مثال همگرا نشده است اما روش‌های اصلاح شده با تعداد تکرار کم‌تری نسبت به روش‌های قدیمی همگرا شده‌اند. مشخص است که روش‌های اصلاح شده با تعداد تکرار نزدیک به هم همگرا گردیده‌اند. مقدار نقاط طراحی مطابق با جدول (۱) به دست آمده است. نتایج نشان می‌دهد که نقاط طراحی دو روش ارائه شده اختلاف چندانی ندارد. در این جدول MFR و MDY به ترتیب بیانگر روش اصلاح شده FR و DY است.



شکل ۳ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ۱

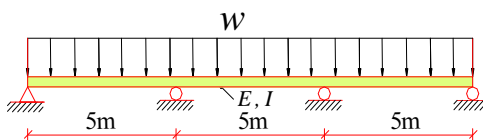
طراحی ( $\nabla G(U_k^*)$ ).

- ۷- محاسبه گرادیان تابع هدف مطابق با رابطه‌ی (۱۲).
- ۸- محاسبه‌ی مقدار ضریب طول گام روش FR مطابق رابطه‌ی (۱۰) و روش DY مطابق با رابطه‌ی (۱۱).
- ۹- محاسبه‌ی بردار امتداد جستجو مطابق رابطه‌ی (۲۱) اگر  $d_k = -\tilde{N}f(U_k)$  و  $|\theta_k| > c$  در غیر این صورت  $d_k = -\tilde{N}f(U_k) + \theta_k d_{k-1}$
- ۱۰- محاسبه‌ی طول گام مطابق با رابطه‌ی (۱۶).
- ۱۱- محاسبه‌ی مقدار جدید بردار طراحی مطابق با رابطه‌ی (۸).
- ۱۲- محاسبه‌ی مقدار شاخص قابلیت اعتماد به صورت  $\beta_{k+1} = (U_{k+1}^T \times U_{k+1})^{1/2}$
- ۱۳- کنترل همگرایی مسأله ( $|\beta_{k+1} - \beta_k| \leq 10^{-6}$ ) در صورت همگرا شدن توقف رویه‌ی تکرار.
- ۱۴- تعویض  $k=k+1$  و بازگشت به مرحله‌ی ۳.

### مثال‌های عددی

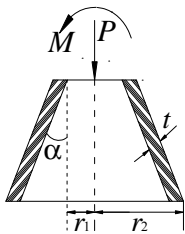
در این مقاله از پنج مثال سازه‌ای برای بررسی کارایی و توانایی روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی اصلاح شده استفاده شده است. برای تعیین شاخص قابلیت اعتماد برنامه‌ای به زبان MATLAB تدوین شده است که توانایی تحلیل مسائل قابلیت اعتماد را با هر نوع تابع توزیع احتمال دارد. مقدار ضریب کنترل طول گام ( $c$ ) برای روش‌های MFR و MDY به ترتیب برابر با ۱ و ۵ در نظر گرفته شده است.

مثال ۱. مطابق با شکل (۱) تیر یک‌سره‌ی سه‌دهانه را با طول دهانه‌های مساوی برابر با ۵ متر تحت بار گسترده یکنواخت در نظر می‌گیریم [14].



شکل ۲ تیر یک‌سره تحت بار گسترده‌ی یکنواخت

**مثال ۳.** دودکش‌های ساختمانی سازه‌ی مخروطی شکل است که تحت بار محوری  $P$  و لنگر خمشی  $M$  مطابق با شکل زیر می‌باشد.



شکل ۶ سازه مخروطی مثال ۳ [16]

عدم پایداری یکی از عواملی است که می‌تواند موجب خرابی این سازه گردد. لذا براساس تحلیل پوسته‌ها و امکان کمانش پوسته، تابع شرایط حدی خرابی آن را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [16]:

$$G(\mathbf{M}, \mathbf{P}) = 1 - \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{\pi E t^2 \cos^2 \alpha} \times \left( \frac{P}{2\gamma} + \frac{M}{\eta I_f} \right) \quad (24)$$

که در آن ضرایب  $\gamma$  و  $\eta$  به ترتیب ضریب تطبیق نیروی محوری و لنگر خمشی بین نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی است و برابر با  $0.33$  و  $0.41$  ارائه شده است [16] و  $\nu$  ضریب پواسون برابر با  $0.3$  می‌باشد. این مسأله دارای ۶ متغیر تصادفی نرمال غیر وابسته می‌باشد که خصوصیات آماری آن‌ها در جدول (۴) ارائه شده است.

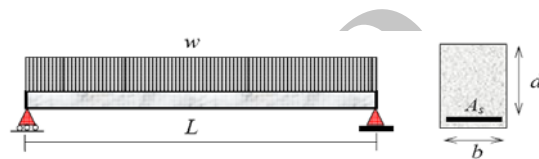
شکل (۷) نتایج مربوط به تاریخچه‌ی همگرایی شاخص قابلیت اعتماد مثال (۳) را نشان می‌دهد در این مثال روش‌های FR و اصلاح شده FR با تعداد تکرار برابر همگرا شده‌اند. روش‌های اصلاح شده FR و DY در این مثال همگرا شده‌اند اما روش MFR با تعداد تکرار کم‌تری نسبت به روش MDY همگرا شده است. جدول (۵) نتایج مربوط به نقاط طراحی مثال (۳) بعد از همگرا شدن روش‌های پیشنهادی را نشان می‌دهد. این روش‌ها توانایی تحلیل مسائل قابلیت اعتماد را دارد که با کنترل ضریب گرایان مزدوج حاصل می‌گردد.

جدول ۱ نقاط طراحی مثال ۱

متغیر	W	E	I
MFR	۱۰/۰۴۳۲۸	۴۳۶۹۴۵۳	۰/۰۰۰۷۱۴
MDY	۱۰/۰۴۳۶۴	۴۳۷۱۱۸۱	۰/۰۰۰۷۱۳

**مثال ۲.** یک تیر بتن مسلح مطابق با شکل زیر را در نظر بگیرد.

براساس حداکثر ظرفیت خمشی در وسط دهانه‌ی وارد بر تیر تابع شرایط حدی ظرفیت مقطع نشان داده شده تعریف می‌گردد [15]:

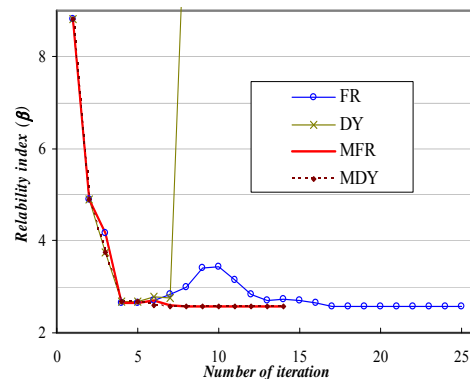


شکل ۴ تیر بتن مسلح مثال ۲

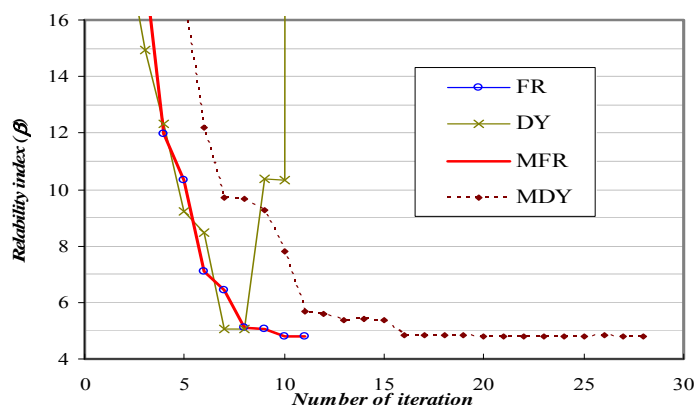
$$G(X) = A_s f_y \left( d - 0.59 \frac{A_s f_y}{b f_c} \right) - \frac{w l^2}{8} \quad (23)$$

این مسأله شامل ۷ متغیر تصادفی است که خصوصیات آماری آن‌ها در جدول (۲) درج شده است.

در شکل (۵) و جدول (۳) به ترتیب تاریخچه‌ی همگرایی شاخص قابلیت اعتماد و مقدار نقاط طراحی به دست آمده در روش‌های پیشنهادی ارائه شده است. شکل (۵) نشان می‌دهد که هر دو روش اصلاح شده‌ی پیشنهادی در این مثال همگرا می‌گردد. اگرچه روش FR همگرا گردیده اما با تعداد تکرار بیش‌تری نسبت به روش اصلاح شده MFR همگرا شده است.



شکل ۵ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ۲



شکل ۷ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ۳

جدول ۲ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۲

متغیر	$w(N/mm)$	$L(mm)$	$d(mm)$	$b(mm)$	$f_c (MPa)$	$f_y (MPa)$	$A_s(mm^2)$
توزیع	گامبل	نرمال	نرمال	نرمال	لوگ-نرمال	لوگ-نرمال	نرمال
میانگین	۶۰	۵۰۰۰	۵۰۰	۳۵۰	۲۵	۳۵۰	۲۵۰۰
انحراف معیار	۷/۲	۵۰۰	۵۰	۳۵	۳/۷۵	۳۵	۲۵۰

جدول ۳ نقاط طراحی مثال ۲

متغیر	$w(N/mm)$	$L(mm)$	$d(mm)$	$b(mm)$	$f_c (MPa)$	$f_y (MPa)$	$A_s(mm^2)$
MFR	۶۷/۲۱۴۷	۵۸۰۶/۳۱۹	۴۳۹/۲۶۶	۳۴۵/۵۳۹	۲۴/۰۴۰۸	۳۲۱/۲۳۲	۲۲۷۶/۵۷۲
MDY	۶۷/۲۱۹۳	۵۸۰۷/۷۰۹	۴۳۹/۴۷۴	۳۴۵/۵۴۳	۲۴/۰۴۱۴	۳۲۱/۱۹۸	۲۲۷۶/۸۲۶

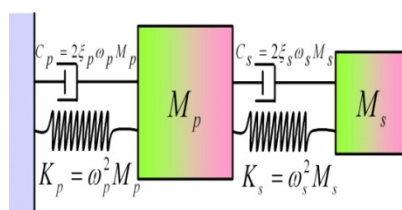
جدول ۴ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۳

متغیر	$P(N)$	$M (N \cdot m)$	$r_1 (m)$	$\alpha (rad)$	$t (m)$	$E(MPa)$
میانگین	۷۰۰۰۰	۸۰۰۰۰	۰/۹	۰/۵۲۴	۰/۰۰۲۵	۷۰۰۰۰
ضریب تغییرات	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۲۵	۰/۰۲	۰/۰۵	۰/۰۵

جدول ۵ نقاط طراحی مثال ۳

متغیر	$P(N)$	$M (N \cdot m)$	$r_1 (m)$	$\alpha (rad)$	$t (m)$	$E(MPa)$
MFR	۷۴۳۵۱/۵۵	۹۰۰۵۷/۲۸	۰/۸۸۷۵۲	۰/۵۲۸۱۸	۰/۰۰۱۹۹	۶۴۱۲۶/۳۶
MDY	۷۴۱۴۱/۵۱	۹۰۱۷۱/۹۲	۰/۸۸۷۲۱	۰/۵۲۸۱۵	۰/۰۰۱۹۸۹	۶۴۱۸۲/۲۹

S به ترتیب به اولین و دومین جداساز بر می‌گردد.



شکل ۸ نمایش سیستم دو درجه آزادی مثال ۴

مثال ۴. مطابق با سیستم دو درجه آزادی نشان

داده‌شده در شکل (۸) خواص آن به صورت جرم‌های متمرکز  $M_p$  و  $M_s$ ، سختی فنرهای  $K_p$  و  $K_s$ ، فرکانس‌های طبیعی  $\omega_p = \sqrt{\frac{K_p}{M_p}}$  و  $\omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{M_s}}$  و ضرایب میرایی  $\xi_p$  و  $\xi_s$  تعریف می‌گردد که اندیس‌های  $p$  و



که در آن P ضریب بزرگ‌نمایی است و مقدار آن را برابر با ۳ در نظر می‌گیریم. این مثال شامل ۸ متغیر تصادفی لوگ-نرمال غیر وابسته است که خصوصیات آماری آن‌ها در جدول زیر ارائه شده است.

شکل (۹) و جدول (۷) به ترتیب تاریخچه‌ی همگرایی و مقدار نقاط طراحی همگرا شده در برنامه‌ی کامپیوتری را نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۹) مشاهده می‌شود که روش‌های FR و DY همگرا نشده‌اند ولی هر دو روش جدید اصلاح شده MFR و MDY همگرا گردیده‌اند. این مثال کارایی روش‌های پیشنهادی را نشان می‌دهد به طوری که روش‌های اصلاح شده‌ی پیشنهادی با مقدار بردار طراحی نزدیک به هم همگرا شده‌اند. اما سرعت همگرایی روش MFR نسبت به روش MDY بیش‌تر است زیرا با تعداد تکراری کم‌تری همگرا شده است.

میانگین توان دوم جابه‌جایی فنر دومی این سیستم دو درجه آزادی به صورت زیر حاصل شده است [17]:

$$E[x_s^2] = \frac{\pi S_0}{4\xi_s \omega_s} \left[ \frac{\xi_p \xi_s}{\xi_p \xi_s (4\xi_s^2 + \theta^2) + \gamma \xi_s^2} \times \frac{(\xi_p \omega_p^2 + \xi_s \omega_s^2) \omega_p}{4\xi_s \omega_s^4} \right] \quad (25)$$

که در آن  $S_0$  تابع چگالی نویز سفید است، ضریب جرم  $\gamma = \frac{M_s}{M_p}$  و میانگین فرکانسی  $\xi_s = \frac{\xi_p + \xi_s}{2}$  و میانگین ضریب میرایی دو سیستم است و  $\theta$  یک پارامتر تعدیل است که به صورت  $\theta = \frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_a}$  تعریف می‌گردد [17]. تابع شرایط حدی براساس نیروی حداکثر فنر جرم دومی به صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

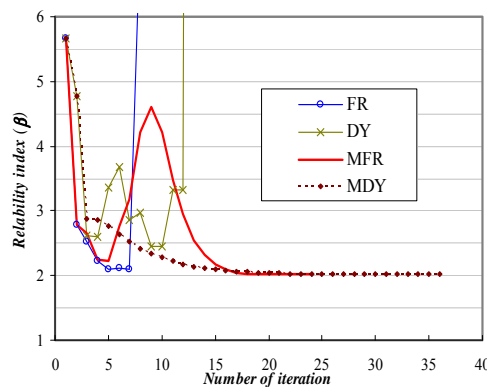
$$G(\mathbf{F}) = F_s - K_s \times P(E[x_s^2])^{1/2} \quad (26)$$

جدول ۶ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۴

متغیر	$M_p$	$M_s$	$K_p$	$K_s$	$\xi_p$	$\xi_s$	$F_s$	$S_0$
میانگین	۱	۰/۰۱	۱	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۰۲	۱۵	۱۰۰
انحراف معیار	۰/۱	۰/۰۰۱	۰/۲	۰/۰۰۲	۰/۰۲	۰/۰۱	۱/۵	۱۰

جدول ۷ نقاط طراحی مثال ۴

متغیر	$M_p$	$M_s$	$K_p$	$K_s$	$\xi_p$	$\xi_s$	$S_0$	$F_s$
MFR	۱/۰۰۱۸۰	۰/۰۱۰۰۹	۱/۱۰۱۵	۰/۰۱۱۱۴	۰/۰۲۷۹۸	۰/۰۱۲۱۱	۱۰۳/۷۰	۱۳/۷۳۱
MDY	۱/۰۰۱۷۵	۰/۰۱۰۰۹	۱/۱۰۰۷	۰/۰۱۱۱۴	۰/۰۲۸۰۶	۰/۰۱۲۱۳	۱۰۳/۶۷	۱۳/۷۰۰



شکل ۹ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ۴

صفحه با در نظر گرفتن شرایط تکیه‌گاهی متفاوت محاسبه می‌شود [18]. با استفاده از رابطه‌ی (۲۸) تابع شرایط حدی صفحه را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

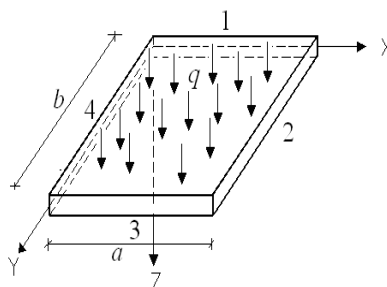
$$G(w) = \frac{a}{360} - \alpha \frac{qa^4}{D} \quad (29)$$

که بر مبنای حل ورق با شرایط مرزی مفصلی-گیردار و مفصلی-آزاد، مقدار محدودکننده جابه‌جایی در وسط لبه‌ی آزاد معادل  $a/360$  بیان می‌گردد. مشخصات آماری پارامترهای مختلف متغیر تصادفی در جدول (۸) ارائه شده است.

مقدار همگرا شده‌ی بردار طراحی برای روش‌های اصلاح شده‌ی گرادیان مزدوج غیرخطی مطابق با جدول (۹) می‌باشد.

شکل (۱۱) تاریخچه‌ی همگرایی شاخص قابلیت اعتماد مثال (۵) را نشان می‌دهد. در این شکل تاریخچه‌ی همگرایی روش‌های FR و MFR تا ۱۴ تکرار و DY و MDY تا ۲۱ تکرار مطابق هم می‌باشد اما به علت تجمع خطا در بردار جستجوی امتداد و نیز معیار همگرایی در نظر گرفته شده دو روش FR و DY همگرا نشده و ناگهان واگرا می‌گردند ولی روش‌های اصلاح شده MFR و MDY همگرایی خود را حفظ می‌نمایند. در این مثال پایداری حل دو روش پیشنهادی نشان داده شده است.

مثال ۵. در این مثال یک صفحه‌ی مستطیلی ایزوتروپ را مطابق با شکل زیر تحت بار گسترده  $q$  را در نظر بگیرید.



شکل ۱۰ نمایش صفحه‌ی مستطیلی با شرایط انتهایی ۱-۲-۳-۴

بر اساس تئوری ورق‌های نازک معادله‌ی حاکم بر خمش صفحه به صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌گردد [18]:

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = q \quad (27)$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

که در رابطه‌ی فوق  $w$  جابه‌جایی در جهت  $z$  صفحه تحت بار خارجی  $q$  و  $D$  نشان‌دهنده‌ی سختی صفحه،  $E$  مدول ارتجاعی،  $t$  ضخامت ورق و  $\nu$  ضریب پواسون است. با استفاده از تکنیک‌های حل صفحات [16] جابه‌جایی آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$w = \alpha \frac{qa^4}{D} \quad (28)$$

ضریب  $\alpha$  مقداری است که بر اساس حل دقیق

جدول ۸ خواص آماری متغیرهای تصادفی مثال ۵

متغیر	$\alpha$	$a(m)$	$q(N/m^2)$	$E(N/m^2)$	$t(m)$	$\nu$
توزیع	لوگ-نرمال	نرمال	لوگ-نرمال	نرمال	نرمال	لوگ-نرمال
میانگین	۰/۰۱۱۲۳۶	۳	۵۰۰۰	$۲ \times ۱۰^{۱۱}$	۰/۰۵	۰/۳
ضریب تغییرات	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۰۵

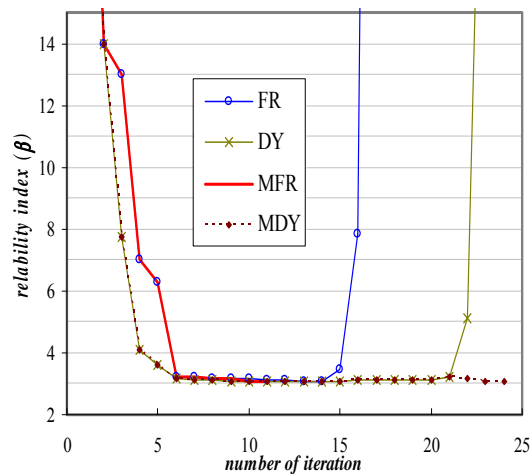
جدول ۹ نقاط طراحی مثال ۵

متغیر	$\alpha$	a(m)	q(N/m <sup>2</sup> )	E(N/m <sup>2</sup> )	t(m)	v
MFR	۰/۲۹۸۶۹	۳/۴۸۵۲	۵۳۰۱/۱۸	$۱/۸۷۹۳ \times ۱۰^{۱۱}$	۰/۰۳۷۶۹	۰/۰۱۱۳۹۵
MDY	۰/۲۹۸۷۳	۳/۴۸۲۰	۵۲۸۷/۳۸	$۱/۸۸۵۱ \times ۱۰^{۱۱}$	۰/۰۳۷۵۸	۰/۰۱۱۳۹۰

می‌گردد که ماهیت آن به روش گرادیان شبیه گردد. روش MDY به‌ازای ضریب C ۵ و ۶ برای عمده مثال‌های مورد بررسی با تعداد تکرار برابر همگرا شده است. این روش به‌ازای ضریب C کم‌تر از ۴ بسیار حساس است به‌طوری که در مثال (۵) کم‌ترین و بیش‌ترین تعداد تکرار به‌ترتیب در مقدار C برابر ۲ و ۱ نتیجه شده است. بعضی اوقات در این روش با افزایش مقدار C تعداد تکرار کاهش می‌یابد مثال (۴ و ۳) اما در مثال (۱) عکس آن نتیجه شده است.

به‌طور کلی برای دو روش ارائه‌شده MFR و MDY بررسی مقدار ضریب کنترل بین ۱ تا ۳ پیشنهاد می‌گردد که این مثال‌ها، منجر به همگرایی گردیده‌اند. میانگین تعداد تکرار دو روش گرادیان مزدوج اصلاح‌شده (۵/تعداد تکرار (MFR و MDY)) به‌ازای ضریب کنترل یک، کم‌تر از سایر ضرایب کنترل نتیجه شده است. از این‌رو، به‌ترین ضریب کنترل انتخابی برای هر دو روش گرادیان مزدوج اصلاح‌شده (MFR و MDY) برابر با یک است.

در جدول (۱۱) مقایسه‌ای از شاخص قابلیت اعتماد روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی و نرم‌افزار FERUM [19] ارائه‌شده است. همان‌طوری که قبلاً ذکر شد مقدار C به‌ازای روش‌های اصلاح‌شده MFR و MDY به‌ترتیب برابر با ۱ و ۵ در نظر گرفته شده است. اختلاف مقدار همگرا شده‌ی شاخص قابلیت اعتماد روش‌های ارائه‌شده، بسیار ناچیز است به‌طوری که بیش‌ترین اختلاف بین آن‌ها در مثال (۵) در حدود



شکل ۱۱ تاریخچه‌ی همگرایی مثال ۵

با توجه به این‌که ضریب C پارامتر مؤثری در روش‌های اصلاح‌شده‌ی مطرح است، در جدول (۱۰) مقایسه‌ای از حساسیت همگرایی روش‌های ارائه‌شده به پارامتر C برای مثال‌های مورد بررسی ارائه‌شده است. روش پیشنهادی MFR به‌ازای مقدار C برابر با ۱ با تعداد تکرار کم‌تری نسبت به سایر مقادیر C در مثال‌های مورد بررسی همگرا شده است. در این روش با افزایش ضریب C از ۱ تا ۳ تعداد تکرار جهت همگرایی افزایش می‌یابد، به‌طوری که برای مثال (۴) به‌ازای ضریب C بزرگ‌تر از ۳ همگرا نشده اما در سایر مثال‌ها با تعداد تکرار و مقدار شاخص قابلیت اعتماد یکسان همگرا شده است. به‌نظر می‌رسد که روش اصلاح‌شده FR با افزایش ضریب C ( $C > 3$ ) موجب واگرایی و یا افزایش تعداد تکرار گردد. محدود کردن بیش‌تر بردار امتداد جستجو در روش FR موجب

حاصل از تحلیل به‌کمک الگوریتم ارائه‌شده با نتایج نرم‌افزار FERUM اختلافی ندارد. هم‌چنین روش‌های ارائه‌شده در این مقاله کارایی، توانایی و نیز دقت مناسبی در مقایسه با روش‌های FR و DY در تحلیل قابلیت اعتماد دارند. به‌علاوه نتایج حاکی از آن است که روش MFR نسبت به روش MDY در عمده مثال‌های مورد بررسی با تعداد تکرار کم‌تری همگرا شده است.

۰/۰۵ درصد نتیجه شده است و این امر کارایی و پایداری حل روش‌های ارائه‌شده‌ی جدید گرادیان مزدوج غیرخطی را نشان می‌دهد. عمدتاً در مثال‌های مورد بررسی می‌توان بیان نمود که روش FR نسبت به روش DY از کارایی و توانایی بیش‌تری برخوردار بوده است زیرا روش FR در مثال‌های (۳ و ۲) همگرا شده است ولی روش DY در ۱ مثال. الگوریتم گرادیان مزدوج غیرخطی ارائه‌شده می‌تواند به‌عنوان یک روش کارا و توانمند برای تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها مورد استفاده قرار گیرد به‌طوری که شاخص قابلیت اعتماد

جدول ۱۰ مقایسه‌ی حساسیت تحلیل قابلیت اعتماد روش‌های MFR و MDY به پارامتر C در مثال‌های مورد بررسی

مثال	روش	معیارهای مقایسه	C					
			۱	۲	۳	۴	۵	۶
#۱	MFR	$\beta$	۳/۱۸۰۴۶۶	۳/۱۸۰۵۱۸	۳/۱۸۰۵۱۸	۳/۱۸۰۵۱۸	۳/۱۸۰۵۱۸	۳/۱۸۰۵۱۸
		تعداد تکرار	۲۳	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲
	MDY	$\beta$	۳/۱۸۰۶۷۸	۳/۱۸۰۶۷۸	۳/۱۸۰۵۵۹	۳/۱۸۰۵۵۹	۳/۱۸۰۵۵۹	۳/۱۸۰۵۵۹
		تعداد تکرار	۱۷	۱۷	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰
#۲	MFR	$\beta$	۲/۵۶۶۳۹۳	۲/۵۶۶۴۲۵	۲/۵۶۶۴۸۸	۲/۵۶۶۴۸۸	۲/۵۶۶۴۸۸	۲/۵۶۶۴۸۸
		تعداد تکرار	۱۴	۱۸	۲۵	۲۵	۲۵	۲۵
	MDY	$\beta$	۲/۵۶۶۳۸۷	۲/۵۶۶۳۸۷	۲/۵۶۶۳۸۷	۲/۵۶۶۳۸۷	۲/۵۶۶۳۸۷	۲/۵۶۶۳۸۷
		تعداد تکرار	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴	۱۴
#۳	MFR	$\beta$	۴/۷۹۸۱۸۳	۴/۷۹۸۱۸۳	۴/۷۹۸۱۸۳	۴/۷۹۸۱۸۳	۴/۷۹۸۱۸۳	۴/۷۹۸۱۸۳
		تعداد تکرار	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱
	MDY	$\beta$	۴/۷۹۸۵۰۴	۴/۷۹۶۵۷۷	۴/۷۹۸۸۳۹	۴/۷۹۸۵۴۶	۴/۷۹۸۵۴۶	۴/۷۹۸۵۴۶
		تعداد تکرار	۴۲	۴۲	۴۲	۳۶	۳۶	۳۶
#۴	MFR	$\beta$	۲/۰۱۶۴۹	۲/۰۱۶۵۳۱	۲/۰۱۶۴۹	همگرا نشد	همگرا نشد	همگرا نشد
		تعداد تکرار	۲۴	۱۷۷	۲۱۹	---	---	---
	MDY	$\beta$	۲/۰۱۶۷۴۱	۲/۰۱۶۷۴۱	۲/۰۱۶۷۴۱	۲/۰۱۶۷۴۲	۲/۰۱۶۷۴۲	۲/۰۱۶۷۴۲
		تعداد تکرار	۴۲	۴۲	۴۲	۳۶	۳۶	۳۶
#۵	MFR	$\beta$	۳/۰۸۹۵۵۷	۳/۰۹۰۴۴۸	۳/۰۸۹۳۴۱	۳/۰۸۹۳۴۱	۳/۰۸۹۳۴۱	۳/۰۸۹۳۴۱
		تعداد تکرار	۱۱	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸
	MDY	$\beta$	۳/۰۸۸۷۶	۳/۰۸۸۹۹۲	۳/۰۸۹۸۵۸	۳/۰۸۸۷۷۱	۳/۰۹۱۱۰۹	۳/۰۹۱۱۰۹
		تعداد تکرار	۸۸	۱۴	۶۸	۳۸	۲۴	۲۴

جدول ۱۱ مقایسه‌ی شاخص قابلیت اعتماد روش‌های گرادیان مزدوج ((MFR(c=1) و MDY(c=5))

روش	#۱ مثال	#۲ مثال	#۳ مثال	#۴ مثال	#۵ مثال
MFR	۳/۱۸۰۴۶۶	۲/۵۶۶۳۹۳	۴/۷۹۸۱۸۳	۲/۰۱۶۴۹	۳/۰۸۹۵۵۷
FR	همگرا نشد	۲/۵۶۶۴۸۸	۴/۷۹۸۱۸۳	همگرا نشد	همگرا نشد
MDY	۳/۱۸۰۵۵۹	۲/۵۶۶۳۸۷	۴/۷۹۸۵۴۶	۲/۰۱۶۷۴۲	۳/۰۹۱۱۰۹
DY	۳/۱۸۰۴۸۴	همگرا نشد	همگرا نشد	همگرا نشد	همگرا نشد
FERUM	۳/۱۸۰۴۶۳	۲/۳۳۴۸۲۰	۴/۹۲۳۶۲۴	۱/۹۵۱۳۳۹	۳/۰۸۸۷۰۵

### خلاصه و نتیجه‌گیری

مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج حاکی از آن است که به‌ترین مقدار ضریب کنترل طول گام (C) برای روش MFR برابر با ۱ است که به‌ازای این مقدار کم‌ترین تعداد تکرار برای تمامی مثال‌های مورد بررسی، حاصل شده است. برای روش MDY مقدار C برابر با ۵ پیشنهاد می‌شود که به‌ازای این مقدار تعداد تکرار برای همگرایی از ثبات بیش‌تری نسبت به مقادیر C بین ۱ تا ۳ برخوردار است. به‌علاوه کارایی روش MFR نسبت به روش MDY بیش‌تر می‌باشد زیرا در عمده مثال‌های مورد بررسی با تعداد تکرار کم‌تری همگرا شده است.

در این مقاله دو نوع روش گرادیان مزدوج غیرخطی ارائه شده است و توانایی آن‌ها را در تحلیل مسائل قابلیت اعتماد براساس چندین مثال مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که روش FR نسبت به روش DY از کارایی و سرعت همگرایی بیش‌تری برخوردار است اما این روش‌ها ممکن است در برخی از مسائل پیچیده با تابع شرایط حدی غیرخطی همگرا نشوند. از این‌رو، روش‌های FR و DY نیاز به اصلاح دارد که در این مقاله دو روش اصلاح شده تحت عنوان MFR و MDY معرفی گردیده است. این روش‌های جدید بر مبنای محدودیت پارامتر مقدار طول گام (C)، استوار اند و این پارامتر برای مثال‌های مختلف سازه‌ای،

### مراجع

1. Hasofer, A. M. and Lind, N. C., "Exact and invariant second moment code format", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 100(EM1), Vol. 111, No. 21, (1974).
2. Dhillon, B.S., "Reliability Quality, and Safety for Engineers", CRC Pres, (2005).
3. Rackwitz, R. and Fiessler, B., "Structural reliability under combined load sequences", *Computers and Structures*, Vol. 9, pp.489-494 (1978).
4. Liu, P. L. and Kiureghian, A. D., "Optimization algorithms for structural reliability", *Structural Safety*, Vol. 9, No. 3, pp. 161-78, (1991).
5. Lee, J-O., Yang, Y-S. and Ruy, W-S., "A comparative study on reliability-index and target-

- performance-based probabilistic structural design optimization", *Computers and Structures*, Vol. 80, pp. 257–269, (2002).
6. Cheng, G., Xu, L. and Jiang, L., "A sequential approximate programming strategy for reliability-based structural optimization", *Computers and Structures*, Vol. 84, pp. 1353–1367, (2006).
  7. Fletcher, R. and Reeves, C., "Function minimization by conjugate gradients", *Computer journal*, Vol. 7, pp. 149–154, (1964).
  8. Dai, Y. H. and Yuan Y., "A nonlinear conjugate gradient method with a strong global convergence property", *Journal on Optimization*, Vol. 10, No. 1, pp. 177-182, (1999).
  9. Rao, S. S., "Engineering optimization, theory and practice", Wiley, New York, 1996
  10. Shi, Z. J. and Guo, J., "A new algorithm of nonlinear conjugate gradient method with strong convergence", *Computational and Applied Mathematics*, Vol. 27, No. 1, pp. 93-106, (2008).
  11. Dai, Y.H. and Yuan, Y., "Nonlinear Conjugate Gradient Methods", Shanghai Science and Technology Press, Shanghai, (2000).
  12. Dai, Y.H., Han, J.Y., Liu, G.H., Sun, D.F., Yin, H.X. and Yuan, Y., "Convergence properties of nonlinear conjugate gradient methods", *Journal on Optimization*, Vol. 10, pp. 345–358, (2000).
  13. Zhang, J., Xiao, Y., Zengxin, W., "Nonlinear Conjugate Gradient Methods with sufficient descent condition for large-scale unconstrained optimization", Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering, (2009).
  14. Nowak, A. S. and Collins, K. R. "Reliability of Structures", McGraw-Hill, (2000).
  15. Castel, A., François, R. and Arliguie, G., "Mechanical behaviour of a reinforced concrete beams damaged by reinforcement steel corrosion – Part1: Experimental study of corroded beams", *material structure*, Vol. 33, No. 233, pp. 539-544, (2000).
  16. Elegbede, C., "Structural reliability assessment based on particles swarm optimization", *Structural Safety*, Vol. 27, PP. 171–186, (2005).
  17. Kiureghian A. D. and Stefano. M. D., "Efficient algorithm for second-order reliability analysis", *Journal of engineering mechanics*, Vol. 117, No. 12, pp. 2904-2923, (1991).
  18. Bhaskar, K. and Sivaram, A., "Untruncated infinite series superposition method for accurate flexural analysis of isotropic/orthotropic rectangular plates with arbitrary edge conditions", *Composite Structures*, Vol. 83, pp. 83–92, (2008).
  19. Kiureghian, A. D., Haukaas, T. and Fujimura, K., "Structural reliability at the University of California, Berkeley", *structural safety*, Vol. 28, pp. 44-67, (2006).