

ممان اینرسی مؤثر تیرهای مسلح شده با میلگردهای FRP *سید روح... موسوی^(۱) محمدرضا اصفهانی^(۲) مهراله رخشانی مهر^(۳)

چکیده تیرهای مسلح شده با میلگردهای پلیمری الیافی GFRP به دلیل مدول الاستیسیته کم این میلگردها، دارای خیز و عرض ترک‌های بیش‌تری در مقایسه با تیرهای بتن مسلح فولادی می‌باشند. تحقیقات زیادی نشان می‌دهند که آیین‌نامه‌ی ACI 318 نمی‌تواند خیز تیرهای مسلح شده با میلگردهای FRP را بر اساس ممان اینرسی مؤثر، به درستی تخمین بزند. هدف از این مقاله ارائه‌ی روابطی جدید برای ممان اینرسی مؤثر این تیرها بر مبنای داده‌های آزمایشگاهی و الگوریتم ژنتیک می‌باشد. این روابط به گونه‌ای تخمین زده می‌شوند که تفاوت بین نتایج به دست آمده از مدل‌های پیشنهادی و داده‌های آزمایشگاهی توسط الگوریتم ژنتیک کمینه شود. برای این منظور از ۵۵ نمونه‌ی آزمایش شده در پژوهش‌های دیگران استفاده شده است. همچنین ۹ نمونه‌ی آزمایشگاهی تیرهای مسلح شده با میلگردهای GFRP ساخته شده است. در نمونه‌های ساخته شده، مقاومت بتن و نسبت آرماتور به عنوان متغیر در نظر گرفته شده‌اند. در این تحقیق، اثر پارامترهای مدول الاستیسیته میلگردهای FRP، نسبت آرماتور و سطح بارگذاری در روابط ممان اینرسی مؤثر وارد می‌شوند. سپس، خیز حاصل از مدل‌های پیشنهادی با خیز تجربی و مقادیر به دست آمده از روابط آیین‌نامه‌ای و مدل‌های سایر پژوهش‌گران مقایسه می‌گردد. نتایج نشان می‌دهند که خیز به دست آمده از مدل‌های پیشنهادی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک می‌باشد. همچنین در نمونه‌های با نسبت آرماتور بالا و در سطوح بالای بارگذاری، مدل‌های پیشنهادی نتایج دقیق‌تری را نسبت به سایر روش‌های موجود نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی الگوریتم ژنتیک، تیرهای بتن آرمه، خیز، سخت‌شوندگی کششی، ممان اینرسی مؤثر، میلگردهای FRP.

Effective Moment of Inertia of FRP Reinforced Concrete Beams

S. R. Mousavi M. R. Esfahani M. Rakhshanimehr

Abstract Concrete beams reinforced with glass fiber reinforced polymer (GFRP) bars exhibit large deflections and crack widths as compared with steel reinforced concrete beams due to the low modulus of elasticity of GFRP bars. Different studies show that ACI 318 equation for the effective moment of inertia I_e does not predict deflection well for FRP reinforced concrete beams. The purpose of this paper is to propose new equations for estimating the effective moment of inertia of FRP reinforced concrete beams based on genetic algorithm and experimental results. Genetic algorithm is used for optimization of error function between experimental and analytical responses. In the experimental part of the study, nine beam specimens were manufactured and tested. The parameters of reinforcement ratio and concrete compressive strength were selected as the variables for the beam specimens. Also fifty five beam specimens tested by other researchers were used for experimental database. In this paper, the effect of elastic modulus of FRP bars, reinforcement ratio and the applied level of loading on the effective moment of inertia is taken into account. In addition, the proposed equations are compared with different code provisions and the existing models for predicting deflection of FRP reinforced concrete beams. Also, the calculated values by the proposed equations are compared with different test results. The experimental results correlated well with the values predicted by the proposed equations especially in high reinforcement ratios and high levels of loading.

Key Words Genetic Algorithm, Reinforced Concrete Beams, Deflection, Tension Stiffening, Effective Moment of Inertia, FRP bars.

★ تاریخ دریافت مقاله ۹۰/۷/۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۱/۸/۱۰ می‌باشد.

(۱) نویسنده‌ی مسئول: دانش آموخته‌ی دکتری، گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) استاد، گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۳) دانش آموخته‌ی دکتری، گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد.

مقدمه

میلگردهای فولادی به عنوان ماده‌ی مسلح‌کننده بتن، به جز در شرایطی که در برابر حملات محیطی قرار می‌گیرند، کارایی بسیار خوبی دارند. بسیاری از سازه‌های بتن مسلح همانند سازه‌های آب و فاضلاب، عرشه و پایه‌ی پل‌ها، دیوارهای حائل، سازه‌های دریایی و پارکینگ‌ها در معرض رطوبت، نمک و سایر مواد شیمیایی قرار می‌گیرند. این سازه‌ها مستعد خوردگی در مسلح‌کننده‌های فولادی می‌باشند. گزینه‌های مختلفی از قبیل افزایش پوشش بتن، پوشش آرماتورها با روی، استفاده از افزودنی‌های ضد خوردگی در بتن، حفاظت کاتدی، استفاده از بتن ضد آب و به‌کارگیری پوشش اپوکسی در آرماتور برای جلوگیری از خطر خوردگی وجود دارند، ولی هیچ‌کدام از این شیوه‌ها نمی‌توانند به‌طور کامل و دائمی میلگردهای فولادی را در برابر خوردگی محافظت کنند. یکی از روش‌های مؤثر و درازمدت در رفع این مشکل استفاده از میلگردهای غیرفلزی می‌باشد. حجم سرمایه‌گذاری‌های اولیه در ساخت سازه‌های مستعد خوردگی، دشواری جایگزینی اعضای آسیب‌دیده در اثر خوردگی و هزینه‌ی بالای تعمیر و نگهداری، به‌کارگیری میلگردهای FRP را از لحاظ اقتصادی توجیه می‌کنند.

میلگردهای پلیمری الیافی ترکیبی از یک ماتریکس پلاستیک (رزین) و موادی مانند شیشه (GFRP)، کربن (CFRP) و آرامید (AFRP) می‌باشند. بیش‌ترین کاربرد این میلگردها در ساخت سازه‌های بتن مسلح در معرض خوردگی به‌عنوان ماده‌ی مسلح‌کننده می‌باشد ولی برای تقویت و مقاوم‌سازی سازه‌های موجود نیز استفاده می‌شود. با ایجاد شیار و چسباندن این میلگردها به‌وسیله‌ی رزین می‌توان سازه‌ی موجود را تقویت کرد. از آن‌جا که تفاوت‌های زیادی در خصوصیات مکانیکی و فیزیکی میلگردهای فولادی و FRP وجود دارد، جایگزینی مستقیم آرماتورهای FRP به‌جای فولاد امکان‌پذیر نیست. یکی از اصلی‌ترین تفاوت‌ها بین فولاد و FRP این است که فولاد یک ماده همگن و

الاستوپلاستیک است در حالی که FRP یک ماده‌ی غیرهمگن و الاستیک خطی به‌شمار می‌آید. برای استفاده از آرماتورهای FRP در سازه‌های بتنی آئین‌نامه‌های طراحی جدیدی ارائه شده است. یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای ارائه‌ی روابط آئین‌نامه‌ای آن است که تلاش شود تا روابط موجود برای بتن مسلح با فولاد، برای میلگردهای FRP اصلاح شوند.

این میلگردها علاوه بر مقاومت در مقابل خوردگی دارای مقاومت بالا در برابر خستگی نیز هستند که کاربرد آن‌ها را در پل توجیه می‌کند. میلگردهای CFRP دارای بیش‌ترین مدول الاستیسیته و مقاومت کششی هستند و بیش‌ترین کاربرد را در ساخت قطعات پیش‌تنیده به‌جای کابل‌های فولادی دارند. میلگردهای GFRP نیز دارای کم‌ترین مدول الاستیسیته و مقاومت کششی هستند ولی از لحاظ اقتصادی ارزان‌تر و دامنه کاربرد آن‌ها بیشتر است.

رفتار سازه‌های مسلح‌شده با میلگردهای پلیمری الیافی و میلگردهای فولادی متفاوت هستند. منحنی تنش-کرنش میلگردهای FRP تا لحظه‌ی گسیختگی به‌صورت خطی است که باعث کاهش شکل‌پذیری در تیرهای مسلح‌شده با این میلگردها شده است. از سوی دیگر مدول الاستیسیته میلگردهای GFRP و AFRP خیلی کم‌تر از میلگردهای فولادی است به‌گونه‌ای که مدول الاستیسیته میلگردهای GFRP حدوداً ۲۰ تا ۲۵٪ میلگردهای فولادی است. این تفاوت باعث افزایش مقدار خیز و عرض ترک‌ها در تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای GFRP و AFRP شده است. هم‌چنین به‌دلیل تفاوت در مدول الاستیسیته و سطح ظاهری آرماتورهای FRP نسبت به آرماتورهای فولادی، رفتار پیوستگی بتن با میلگردهای FRP و میلگردهای فولادی کاملاً متفاوت است. تحقیقات نشان می‌دهند که در طراحی تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP، علاوه بر معیار مقاومت باید معیارهای خیز، شکل‌پذیری و ترک‌خوردگی نیز در نظر گرفته شوند.

با فولاد خواهد شد [1]. بنابراین، در این تیرها خیز یک عامل تعیین کننده است و باید در طراحی در نظر گرفته شود. ممان اینرسی مؤثر برای محاسبه ی خیز تیرهای بتن مسلح با فولاد در آیین نامه ی بتن آمریکا ACI 318-05 [2] از رابطه ی برانسون (Branson) [3] به صورت زیر حساب می شود:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g \quad (2)$$

در رابطه ی (۲)، M_{cr} لنگر حد ترک خوردگی، M_a لنگر اعمالی، I_g و I_{cr} نیز به ترتیب ممان اینرسی مقطع تبدیل یافته بدون ترک و ترک خورده می باشند. پس از پدید آمدن اولین ترک، به دلیل وجود تنش پیوستگی بین فولاد و بتن، تنش کششی در بتن ترک خورده با شدت کمتری نسبت به بتن غیر مسلح کاهش می یابد. پس از آن ترک های کششی به صورت تدریجی گسترش می یابند و بتن موجود در بین این ترک ها در ظرفیت کششی مقطع مشارکت می کند. این پدیده سخت شوندگی کششی (tension stiffening) نام دارد. رابطه ی برانسون اثر سختی اضافی ناشی از سخت شوندگی کششی را در ممان اینرسی مؤثر تیرهای دارای I_g/I_c بزرگتر از ۳ بیش از حد در نظر می گیرد. به طور معمول در تیرهای مسلح شده با FRP مقدار I_g/I_{cr} بزرگتر از ۵ می باشد. بنابراین، رابطه ی برانسون برای این تیرها سخت شوندگی کششی را زیاد و در نتیجه خیز را خیلی کم تر از واقعیت نشان می دهد [4]. تحقیقات زیادی نشان می دهند که رابطه ی (۲) در تخمین خیز تیرهای مسلح شده با FRP نمی تواند به کار رود. فازا و گانگاراو [5] رابطه ی برانسون را برای تیرهای مسلح شده با میلگردهای FRP و دارای خمش چهار نقطه ای اصلاح کردند و ممان اینرسی متوسط در طول تیر را به صورت زیر رابطه سازی کردند:

هدف از این تحقیق، پیشنهاد روابطی است که بیشترین انطباق را با داده های آزمایشگاهی داشته باشد. برای استخراج این روابط از ۴۰۰ داده ی آزمایشگاهی استفاده می شود. این داده ها از آزمایش های انجام گرفته در این پژوهش و سایر تحقیقات برداشت شده اند. بر اساس بهینه یابی با الگوریتم ژنتیک، روابط پیشنهادی به گونه ای تخمین زده می شوند که نتایج به دست آمده از مدل های تحلیلی و داده های آزمایشگاهی به هم نزدیک شوند. از طرف دیگر، روابط آیین نامه ای و سایر مدل های تخمین خیز بررسی می شوند و با نتایج آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار می گیرند. با مطالعه ی آماری مقادیر نسبت خیز به دست آمده از روابط تحلیلی به خیز تجربی، کارایی مدل های موجود و روابط پیشنهادی بررسی خواهند شد.

مدل های تحلیلی محاسبه خیز

با استفاده از روش های تحلیل سازه، خیز وسط دهانه ی تیرهای تحت اثر خمش چهار نقطه ای از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\delta_{max} = \frac{P.L_a}{48E_c I_e} (3L^2 - 4L_a^2) \quad (1)$$

در این رابطه، L طول کل دهانه ی تیر، L_a طول دهانه ی برشی (فاصله ی هر یک از بارهای نقطه ای تا تکیه گاه)، E_c مدول الاستیسیته بتن و P مجموع دو بار نقطه ای متمرکزی است که بر روی تیر وارد می شوند. پارامتر I_e نیز ممان اینرسی مؤثر مقطع پس از ترک خوردگی است که در ادامه مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت. از آنجا که مدول الاستیسیته GFRP خیلی کم تر از فولاد است، پس از ترک خوردگی، سختی تیرهای مسلح شده با GFRP به شدت کاهش می یابد و خیز آن ها بیش تر از تیرهای مسلح شده

ACI 440.1R-03 کم‌تر از مقادیر آزمایشگاهی بوده است [10,11]. تلاش‌های بسیاری برای بهبود این رابطه انجام شده است که می‌توان به تحقیقات یاست و همکاران [11] اشاره کرد. آن‌ها با استفاده از نتایج ۴۸ نمونه‌ی آزمایشگاهی مسلح شده با میلگردهای GFRP و دارای متغیرهای مقاومت بتن، نسبت آرماتور و طول دهانه‌ی برشی تیرها، ضریب پیوستگی α_b را به صورت زیر پیشنهاد کردند:

$$\alpha_b = 0.064 \left(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}} \right) + 0.13 \quad (۷)$$

در رابطه‌ی بالا، ρ_f نسبت آرماتور موجود و ρ_{fb} نسبت آرماتور بالانس می‌باشند. در سال ۲۰۰۶ میلادی نسخه‌ی ACI 440.1R-06 [12] در ضریب β_d تجدیدنظر کرد. با این ضریب، اثر نسبت آرماتورها در رابطه‌ی ممان اینرسی مؤثر وارد شده است ولی اثر عامل کلیدی مدول الاستیسیته در نظر گرفته نشده است [12].

$$\beta_d = \frac{1}{5} \left(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}} \right) \leq 1 \quad (۸)$$

در تحقیقات آماری که توسط موتا و همکاران [13] انجام شده است، حساسیت خیز به دست آمده از ACI 440.1R-06 [12] نسبت به تغییرات مدول الاستیسیته‌ی مسلح‌کننده‌ها بیش‌تر از ACI 440.1R-06 [7] می‌باشد. توتنجی و سافی [14] با پیشنهاد روابط (۹ و ۱۰) نسبت آرماتور و مدول الاستیسیته را به صورت هم‌زمان در ممان اینرسی مؤثر وارد کردند.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^m I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^m \right] I_{cr} \leq I_g \quad (۹)$$

$$m = 6 - 1000 \frac{E_f}{E_s} \rho_f \quad \text{for} \quad \frac{E_f}{E_s} \rho_f < 0.3\% \quad (۱۰)$$

$$m = 3 \quad \text{for} \quad \frac{E_f}{E_s} \rho_f \geq 0.3\%$$

$$I_m = \frac{23I_{cr}I_e}{8I_{cr} + 15I_e} \quad (۳)$$

در این مدل فرض شده است که مقطع تیر در بین نقاط بارگذاری دارای ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} و در دو طرف نقاط بارگذاری نسبتاً ترک‌خورده و دارای ممان اینرسی مؤثر I_e (رابطه‌ی ۲) می‌باشد. بنموکریند و همکاران [6] نیز دو ضریب کاهش را به صورت زیر به رابطه‌ی (۲) افزودند تا با نتایج تجربی تیرهای بتنی مسلح شده با میلگردهای FRP سازگار شود:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \frac{I_g}{7} + 0.84 \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g \quad (۴)$$

پس از آن آیین‌نامه‌ی ACI 440.1R-03 [7] با در نظر گرفتن اثر مدول الاستیسیته و مشخصات پیوستگی میلگردهای FRP، ممان اینرسی مؤثر مقطع تیرهای بتنی مسلح شده با میلگردهای FRP را به صورت زیر اصلاح کرد:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \beta_d I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g \quad (۵)$$

در این رابطه، β_d ضریبی است که اثر کاهش مدول الاستیسیته ماده مسلح‌کننده و پیوستگی آن را با بتن، در محاسبات خیز وارد می‌کند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta_d = \alpha_b \left(\frac{E_f}{E_s} + 1 \right) \quad (۶)$$

در رابطه‌ی (۶)، E_s و E_f به ترتیب مدول الاستیسیته میلگردهای FRP و فولاد می‌باشند. ضریب α_b نیز اثر چسبندگی بین بتن و ماده مسلح‌کننده را وارد می‌کند. هر چند رابطه‌ی (۵) توسط نتایج آزمایشگاهی برخی تحقیقات تأیید شده است [8,9] ولی در اغلب موارد نمی‌تواند خیز را به درستی تخمین بزند و در تحقیقات بسیاری خیز به دست آمده از [7]

الاستیسیته کم GFRP است [1]. بیشف (Bischoff) [4] مطالعات زیادی بر سختی اضافی ناشی از پدیده‌ی سخت‌شوندگی کششی در تیرهای مسلح‌شده با FRP انجام داده است. طبق مدل ارائه شده توسط او که بر پایه‌ی مفاهیم اساسی سخت‌شوندگی کششی بنا شده است، رابطه‌ی برانسون به‌صورت زیر اصلاح شده است:

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \quad (14)$$

در این رابطه، M_{cr} لنگر حد ترک خوردگی و M_a لنگر اعمالی در مقطع بحرانی است که دارای کم‌ترین سختی است. بیشف (Bischoff) و گروس (Gross) [16] رابطه‌ی (۱۴) را با در نظر گرفتن مجموع انحنای مقاطع در طول تیر اصلاح کردند. با این تغییرات سختی هر دو ناحیه‌ی ترک‌خورده و ترک‌نخورده‌ی عضو در محاسبه‌ی ممان اینرسی مؤثر به‌صورت زیر وارد می‌گردند:

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \quad (15)$$

در رابطه‌ی بالا، γ اثر تغییرات سختی در طول تیر را وارد می‌کند. این عامل به شرایط مرزی و نوع بارگذاری وابسته است و برای حالت‌های مختلف شرایط تکیه‌گاهی و بارگذاری، در مرجع [16] تعریف شده است. تحقیقات نشان می‌دهند که I_e و I'_e به‌طور قابل توجهی تحت تأثیر M_{cr} قرار می‌گیرند. از آن‌جا که M_{cr} به مدول گسیختگی بتن وابسته است و این پارامتر نیز عدم قطعیت بالایی دارد، بیشف و گروس [16] پیشنهاد کردند که در روابط اخیر از ۸۰٪ مقدار M_{cr} استفاده شود. راهنمای طراحی ISIS کانادا [17]،

رافسی و نَدجی [15] از درون‌یابی نتایج آزمایشگاهی انجام‌شده توسط دیگران، روابط [12] ACI 440.1R-06 را تغییر دادند و اثر مدول الاستیسیته را در این معادلات به‌صورت زیر وارد کردند:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \beta_d I_g + \frac{I_{cr}}{\gamma} \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] \leq I_g \quad (11)$$

در این رابطه، ضریب β_d همانند ACI 440.1R-06 تعیین می‌شود و ضریب γ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\gamma = \left(0.0017 \frac{\rho}{\rho_b} + 0.8541\right) \left(1 + \frac{E_f}{2E_s}\right) \quad (12)$$

السید (Alsayed) و همکاران [1] با استفاده از نتایج تجربی، دو مدل برای ممان اینرسی مؤثر تیرهای مسلح‌شده با GFRP پیشنهاد کردند. مدل اول (A) دقیقاً شبیه رابطه‌ی برانسون است با این تفاوت که توان M_{cr}/M_a برابر ۵/۵ در نظر گرفته شده است و مدل دوم (B) از تحلیل رگرسیون مقادیر آزمایشگاهی I_e/I_{cr} در مقابل M_a/M_{cr} به‌دست آمده است. درون‌یابی انجام‌شده در مدل دوم به‌صورت زیر رابطه‌سازی شده است:

$$I_e = \left[1.4 - \frac{2}{15} \left(\frac{M_a}{M_{cr}}\right)\right] I_{cr} \quad \text{for } 1 < \frac{M_a}{M_{cr}} < 3$$

$$I_e = I_{cr} \quad \text{for } \frac{M_a}{M_{cr}} > 3 \quad (13)$$

آزمایش‌ها نشان می‌دهند که وقتی لنگر اعمالی از M_{cr} تجاوز کند، تغییر ناگهانی در ممان اینرسی مؤثر روی می‌دهد و مقدار $(I_e)_{exp}$ به کمی بیش‌تر از I_{cr} نزول پیدا می‌کند. این تغییر ناگهانی به‌خاطر مدول

$$\delta_{\max} = \frac{P.L_a}{48E_c I_{cr}} \times \left(3L^2 - 4L_a^2 - 8 \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 L_a^2 \right) \quad (18)$$

در رابطه‌ی (۱۸)، L طول کل دهانه‌ی تیر، L_a طول دهانه‌ی برشی، P مقدار بار و E_c مدول الاستیسیته‌ی بتن می‌باشد. در این رابطه از اثر سخت‌شوندگی کششی صرف‌نظر شده است.

مدل‌های پیشنهادی

در این مقاله از ۴۰۰ داده‌ی آزمایشگاهی استفاده شده است. این داده‌ها تعدادی از نقاط واقع بر منحنی بار-تغییر مکان ۶۴ نمونه تیری مسلح‌شده با میلگردهای FRP می‌باشند که ۹ نمونه توسط نویسندگان و ۵۵ نمونه توسط سایر پژوهش‌گران آزمایش شده‌اند. براساس داده‌های تجربی موجود و بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک، رابطه‌ی برانسون به‌گونه‌ای اصلاح شده است که کم‌ترین خطا را نسبت به مقادیر آزمایشگاهی داشته باشد. جزئیات تعداد نمونه‌های آزمایشگاهی استخراج شده از تحقیقات مختلف و همچنین تعداد نقاط بار-تغییر مکان استفاده‌شده برای جمع‌آوری داده‌های آزمایشگاهی در جدول (۱) درج شده‌اند.

رابطه‌ای متفاوت برای محاسبه‌ی ممان اینرسی مؤثر نسبت به روابط پیشین به‌صورت زیر ارائه کرده است:

$$I_e = \frac{I_g I_{cr}}{I_{cr} + \left[1 - 0.5 \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 \right] (I_g - I_{cr})} \quad (16)$$

هم‌چنین، رابطه‌ای مشابه این رابطه توسط هال و قالی [18] برای پیش‌بینی خیز کوتاه‌مدت تیرهای مسلح‌شده با GFRP پیشنهاد شده است. این مدل براساس میانگین انحنای تعدادی از مقاطع در طول عضو، ممان اینرسی متوسط تیر را تعیین می‌کند.

$$I_m = \frac{I_g I_{cr}}{I_g + \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 (I_{cr} - I_g)} \quad (17)$$

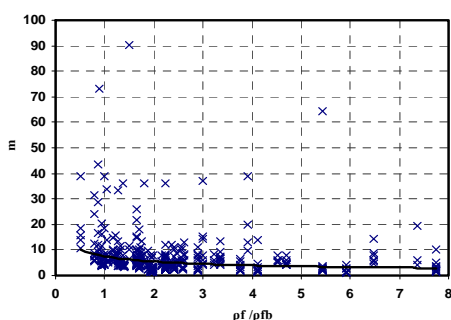
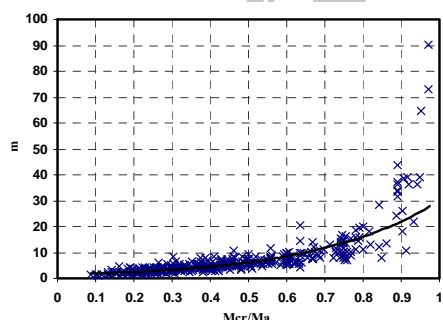
در این رابطه، β_1 ضریب چسبندگی مسلح‌کننده‌ها است که برای میلگردهای آج‌دار یک و برای میلگردهای صاف ۰/۵ می‌باشد. پارامتر β_2 نیز ضریبی است که برای بارگذاری استاتیکی ۰/۸ و برای بارگذاری رفت و برگشتی ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود. آیین‌نامه‌ی CSA کانادا [19] برای محاسبه‌ی خیز تیرهای مسلح‌شده با میلگرد FRP، روش‌های لنگر-انحنا را به‌کار گرفته و رابطه‌ی زیر را برای محاسبه‌ی خیز در تیرهای دارای خمش چهارنقطه‌ای ارائه کرده است:

جدول ۱ داده‌های آزمایشگاهی خیز تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP

نام مرجع	تعداد نمونه‌های تیری مسلح شده با FRP	تعداد داده‌های بار-تغییر مکان	نوع میلگرد
Alsayed (1998)-[20]	3	14	GFRP
Pecce et al. (2000)-[8]	2	9	GFRP
Hall (2000)-[21]	2	16	GFRP
Alsayed et al. (2000)-[1]	4	15	GFRP
Abdalla (2002)-[10]	6	36	4 GFRP & 2 CFRP
Toutanji and Deng (2003)-[9]	3	21	GFRP
Yost et al. (2003)-[11]	16	77	GFRP
Rafi et al. (2008)-[22]	2	16	CFRP
Rafi and Nadjai (2009)-[15]	8	67	4 GFRP & 2 CFRP & 2 AFRP
Barris et al. (2009)-[23]	2	15	GFRP
Oh et al. (2009)-[24]	7	36	GFRP
Current Study	9	78	GFRP
Total	64	400	

$$m = \frac{\text{Log}\left(\frac{(I_e)_{\text{exp}} - I_{\text{cr}}}{I_g - I_{\text{cr}}}\right)}{\text{Log}\left(\frac{M_{\text{cr}}}{M_a}\right)} \quad (21)$$

در این پژوهش با بررسی حساسیت مقادیر m نسبت به تغییر عوامل مختلف، پارامترهای تأثیرگذار در مقدار m شناسایی می‌شوند. در بررسی مقادیر m برای یک نمونه‌ی خاص در سطوح مختلف بارگذاری مشاهده می‌شود که با کاهش مقدار M_{cr}/M_a (افزایش سطح بارگذاری)، مقدار m کاهش می‌یابد. هم‌چنین برای نمونه‌های دارای مشخصات یکسان و نسبت آرماتور متفاوت مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار ρ_f/ρ_{fb} ، مقدار m کاهش می‌یابد. شکل‌های (۱) و (۲) چگونگی تغییرات مقادیر m به دست‌آمده از رابطه‌ی (۲۱) را نسبت به M_{cr}/M_a و ρ_f/ρ_{fb} نشان می‌دهند.

شکل ۱ تغییرات m در مقابل ρ_f/ρ_{fb} شکل ۲ تغییرات m در مقابل M_{cr}/M_a

براساس رابطه‌ی برانسون، ممان اینرسی مؤثر در سطوح مختلف بارگذاری بین ممان اینرسی مقطع بدون

در این داده‌ها دامنه‌ی گسترده‌ای از انواع نمونه‌ها از لحاظ تغییرات مقاومت فشاری بتن، مقاومت کششی نهایی میلگردهای FRP، مدول الاستیسیته میلگردهای FRP، نسبت آرماتور موجود به آرماتور بالانس و سطوح مختلف بارگذاری وجود دارد. تغییرات این پارامترها در جدول (۲) نشان داده شده‌اند.

جدول ۲ دامنه‌ی تغییرات پارامترها در داده‌های آزمایشگاهی

پارامتر	دامنه تغییرات
f'_c	20 MPa - 79.7 MPa
f_{fu}	586 MPa - 2550 MPa
E_f	26 GPa - 147 GPa
ρ_f/ρ_{fb}	0.51 - 7.75
M_{cr}/M_a	0.1 - 0.97

در این داده‌ها با داشتن مقادیر خیز وسط دهانه‌ی تیر و بار متناظر آن، مقدار تجربی ممان اینرسی مؤثر از رابطه‌ی (۱۹) به دست می‌آید.

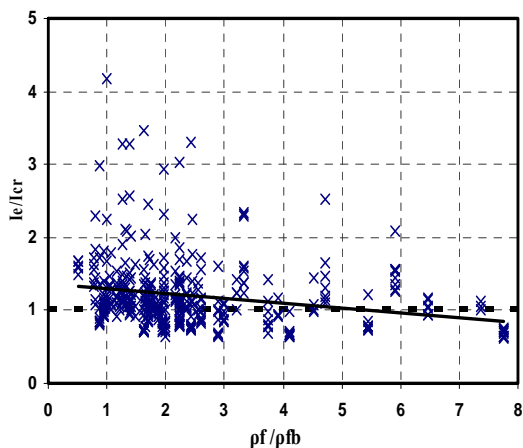
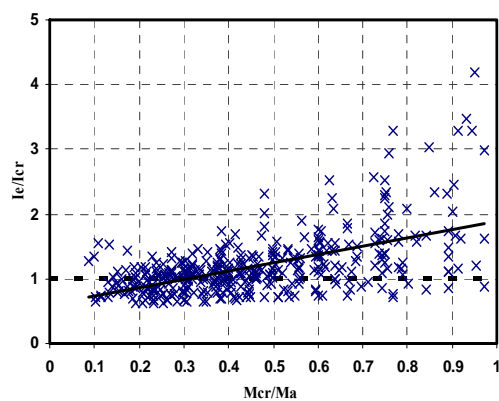
$$(I_e)_{\text{exp}} = \frac{P_{\text{exp}} L_a}{48 E_c \delta_{\text{exp}}} (3L^2 - 4L_a^2) \quad (19)$$

در این رابطه، P_{exp} بار تجربی، δ_{exp} خیز اندازه‌گیری شده در وسط دهانه‌ی تیر متناظر با بار P_{exp} و $(I_e)_{\text{exp}}$ ممان اینرسی مؤثر به دست‌آمده از داده‌های آزمایشگاهی می‌باشد. اگر در رابطه‌ی برانسون به جای توان سه، مقدار مجهول m جانشین شود، به‌ازای هر داده‌ی آزمایشگاهی و در هر مرحله از بارگذاری، با داشتن $(I_e)_{\text{exp}}$ و M_{cr}/M_a می‌توان مقدار تجربی m را به دست آورد.

$$(I_e)_{\text{exp}} = \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M_a}\right)^m I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M_a}\right)^m\right] I_{\text{cr}} \leq I_g \quad (20)$$

$$\Rightarrow \frac{(I_e)_{\text{exp}} - I_{\text{cr}}}{I_g - I_{\text{cr}}} = \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M_a}\right)^m$$

با لگاریتم گرفتن از طرفین رابطه‌ی (۲۰)، مقدار m از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

شکل ۳ تغییرات I_e/I_{cr} در مقابل ρ_f/ρ_{fb} شکل ۴ تغییرات I_e/I_{cr} در مقابل M_{cr}/M_a

در مدل I، برای محاسبه ضرایب مجهول رابطه‌ی (۲۳)، تفاوت میان ممان اینرسی مؤثر تجربی و ممان اینرسی مؤثر پیشنهادی به‌عنوان تابع هدف بهینه‌یابی معرفی می‌شود. از کمینه کردن این تابع هدف به‌وسیله‌ی الگوریتم ژنتیک، متغیرهای طراحی X_1 تا X_6 که وزن پارامترهای مؤثر در ممان اینرسی مؤثر مدل I را مشخص می‌کنند، محاسبه می‌شوند. تابع هدف مدل I با رابطه‌ی (۲۴) معرفی می‌شود.

$$e = \left| (I_e)_{\text{theo}} - (I_e)_{\text{exp}} \right| \quad (24)$$

در مدل II، درصد خطای بین ممان اینرسی مؤثر به‌دست‌آمده از نتایج آزمایشگاهی و ممان اینرسی مؤثر

ترک و ترک‌خورده درون‌یابی می‌شود. در این رابطه ممان اینرسی مؤثر I_e در هیچ حالتی از ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} کم‌تر نخواهد شد. در تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP، پس از ترک‌خوردگی ممان اینرسی مؤثر با شدت بیش‌تری به سمت ممان اینرسی ترک‌خورده نزدیک می‌شود. رشید و همکاران [25] نشان دادند که با افزایش سختی مسلح‌کننده‌ها (افزایش مدول الاستیسیته و نسبت آرماتور) تنش در ناحیه‌ی فشاری بتن سریعاً غیرخطی می‌شود و به دنبال آن مقدار I_e از I_{cr} کم‌تر خواهد شد. شکل‌های (۴) و (۳) نشان می‌دهند که در سطوح بالای بارگذاری (مقادیر کم M_{cr}/M_a و نسبت‌های آرماتور بالا (مقادیر زیاد ρ_f/ρ_{fb}) به‌علت غیرخطی شدن تنش‌های فشاری بتن، مقدار ممان اینرسی مؤثر I_e کم‌تر از ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} خواهد شد. بنابراین، جمله‌های رابطه‌ی برانسون (رابطه‌ی ۲) باید در ضرایبی ضرب شوند تا بتواند مقادیر ممان اینرسی مؤثر کم‌تر از I_{cr} را تخمین بزند.

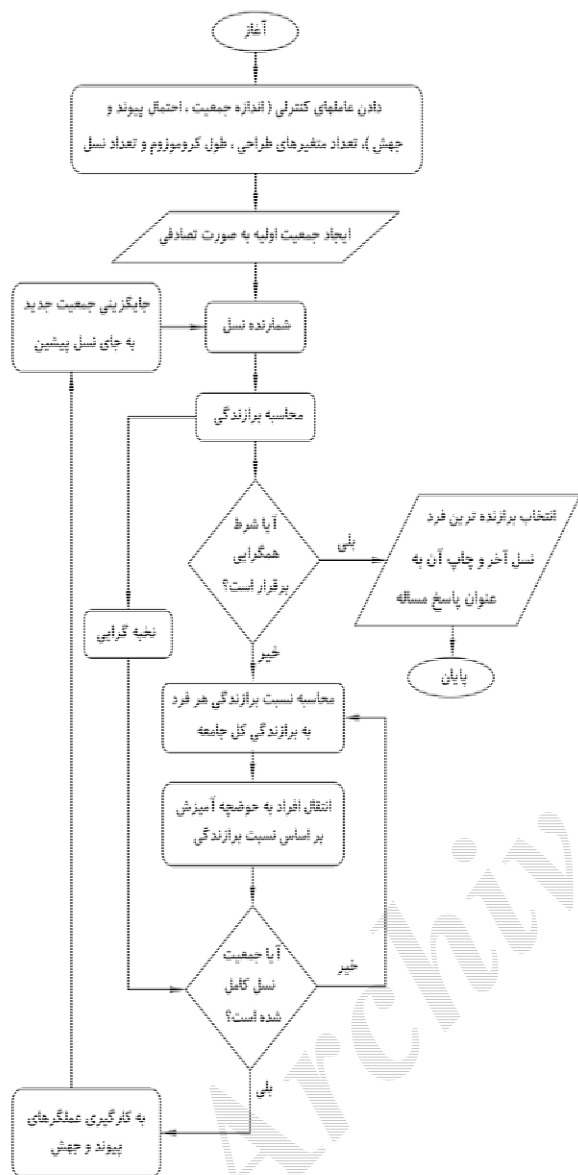
در این مقاله رابطه‌ی برانسون به‌صورت تابعی در نظر گرفته می‌شود که اثر مدول الاستیسیته مسلح‌کننده‌ها (E_f/E_s)، نسبت آرماتور (ρ_f/ρ_{fb}) و سطح بارگذاری (M_{cr}/M_a) را در توان m وارد می‌کند. وزن پارامترهای مختلف در این رابطه‌ی تحلیلی با ضرایب مجهول X_1 تا X_6 معرفی می‌شوند. شکل کلی رابطه‌ی پیشنهادی برای مدل‌های I تا III به‌صورت زیر است:

$$(I_e)_{\text{theo}} = X_5 \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^m I_g + X_6 \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^m \right] I_{cr} \quad (22)$$

که در آن توان m به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$m = X_1 + X_2 \frac{\rho}{\rho_b} + X_3 \frac{M_{cr}}{M_a} + X_4 \frac{E_f}{E_s} \quad (23)$$

بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک در شکل (۵) نشان داده شده است.



شکل ۵ نمودار جریان بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک

در این مسأله، انتخاب کروموزوم‌ها برای زایش نسل بعد به وسیله‌ی عملگر انتخاب چرخ‌گردان (Roulette Wheel Selection) انجام شده است. هم‌چنین احتمال پیوند ۰.۸٪ و احتمال جهش ۰.۵٪ در نظر گرفته شده است. برای جلوگیری از بین رفتن بلوک‌های سازنده، از الگوریتم ژنتیک نسخه‌گرا استفاده شده است

به‌دست‌آمده از روابط (۲۳ و ۲۲) به‌عنوان تابع هدف بهینه‌یابی معرفی و بوسیله‌ی الگوریتم ژنتیک کمینه می‌شود. تابع هدف مدل II به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e = \left| \frac{(I_e)_{\text{theo}} - (I_e)_{\text{exp}}}{(I_e)_{\text{exp}}} \right| \times 100 \quad (25)$$

در مدل III، تفاوت میان خیز تجربی و خیز محاسبه شده بر اساس ممان اینرسی مؤثر پیشنهادی به‌عنوان تابع هدف بهینه‌یابی در نظر گرفته می‌شود. رابطه‌ی (۲۶) تابع هدف مدل III را نشان می‌دهد.

$$e = |\delta_{\text{exp}} - \delta_{\text{cal}}| \quad (26)$$

الگوریتم ژنتیک فرآیند جستجو را با یک جمعیت اولیه شروع می‌کند که هر کدام از افراد این جامعه یک طرح اولیه و یا یک کروموزوم می‌باشند. پس از ایجاد جمعیت اولیه، الگوریتم ژنتیک به بررسی کروموزوم‌ها می‌پردازد. هر چه یک طرح (کروموزوم) خطای کم‌تری داشته باشد، برازنده‌تر است و مقدار عددی بیش‌تری را به خود منسوب خواهد کرد. پس از بررسی برازندگی تمام افراد جامعه، برنامه‌ی افراد بهتر را برای ایجاد نسل آینده انتخاب می‌کند و افراد ضعیف را حذف می‌نماید. سپس افراد انتخاب شده برای زایش نسل بعدی، زیر عملگرهای تصادفی پیوند (Crossover) و جهش (Mutation) قرار می‌گیرند. براین اساس، نسلی جدید ایجاد می‌گردد که به‌طور معمول دارای برازندگی بیش‌تری نسبت به نسل پیش از خود (والدین) می‌باشد. سپس، فرزندان جانشین والدین خود می‌گردند و این چرخه تا برآورده شدن معیارهای همگرایی، ادامه خواهد یافت. برازنده‌ترین فرد نسل آخر، جواب مسأله خواهد بود. نمودار جریان فرآیند

نمونه‌ها، اثر تغییرات نسبت ρ_f / ρ_{fb} را در مدل‌های پیشنهادی به خوبی وارد کرد. همچنین با این نمونه‌ها تأثیر مقاومت بتن و نسبت آرماتور در خیز تیرهای مسلح شده با میلگردهای FRP ارزیابی خواهند شد. آرماتورهای کششی به کار رفته در نمونه‌ها از نوع GFRP با سطح جانبی ماسه‌پاشی شده (Sand Coated) می‌باشد. مدول الاستیسیته این میلگردها ۴۱ گیگاپاسکال و مقاومت کششی نهایی متوسط آن‌ها ۷۰۰ مگاپاسکال می‌باشد.

چگونگی آزمایش

در آزمایش‌ها، تیرها تحت خمش چهار نقطه‌ای بر روی تکیه‌گاه‌های ساده قرار می‌گیرند. تغییر مکان وسط تیر توسط خط‌کش اندازه‌گیری تغییر مکان (LVDT) و نیرو توسط نیروسنج (Load Cell) به دستگاه ثبت داده (Data Logger) منتقل می‌شوند و خیز تجربی تیر در وسط دهانه برداشت می‌شود. در مراحل مختلف بارگذاری مشاهدات ثبت و چگونگی گسترش ترک‌ها ترسیم می‌گردد تا چگونگی شکست تیر مشخص گردد. شکل (۶) چگونگی استقرار لوازم سنجش نیرو و تغییر مکان را بر تیر نشان می‌دهد.

سرعت بارگذاری در این آزمایش‌ها حدوداً بین ۵۰ تا ۱۰۰ نیوتن بر ثانیه بوده است و بیشترین زمان بارگذاری در نمونه‌ی B8 به مدت ۱۹۰۰ ثانیه اتفاق افتاده است. بنابراین، مدت آزمایش‌ها به اندازه‌ی کافی کوچک هستند که اثرات تغییر مکان‌های خزشی در نتایج خیز وارد نشوند. موضوع دیگری که ممکن است در خیز تجربی خطا وارد کند اثر تغییر شکل‌های ناشی از افت بتن است. برای کاهش این خطا، عمل‌آوری نمونه‌ها با دقت زیادی انجام گرفته است تا ترک‌های ناشی از افت و جمع‌شدگی بتن تا حد امکان کاهش یابند. با عمل‌آوری درست و حذف ترک‌های افت و جمع‌شدگی، تغییر شکل‌های ناشی از این موضوع نیز در هنگام بارگذاری وارد نخواهند شد.

و در هر تکرار (نسل) ۴ عدد از افراد جامعه که دارای بیشترین شایستگی (کمترین خطا) هستند بدون تغییر به نسل بعد انتقال می‌یابند. آزمون‌های انجام شده برای بهینه‌یابی نشان می‌دهند که اندازه‌ی جمعیت ۵۰۰ و تعداد نسل (تکرار) ۵۰۰۰ برای دستیابی به پاسخ بهینه کافی است و مسأله همگرا می‌شود. مقادیر X_1 تا X_6 حاصل از کمینه‌سازی توابع هدف معرفی شده توسط روابط (۲۵ و ۲۶)، به ترتیب، وزن پارامترهای مختلف در مدل‌های پیشنهادی II, I و III را مشخص می‌کنند. این مقادیر در جدول (۳) درج شده‌اند.

جدول ۳ پاسخ‌های بهینه‌یابی برای مدل‌های I, II و III

مدل	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Model I	1.69	-0.51	1.77	6.67	0.17	0.94
Model II	0.00	-0.24	5.35	2.28	0.13	0.89
Model III	0.66	-0.30	1.94	4.64	0.15	0.89

نمونه‌های آزمایشگاهی

در این تحقیق، ۹ نمونه تیر دو سر ساده بتنی مسلح شده با میلگردهای کششی GFRP به طول ۲/۳ متر (فاصله بین دو تکیه‌گاه ۲ متر) و طول دهانه‌ی برشی ۰/۷ متر طراحی و ساخته شده‌اند. عرض و ارتفاع مقطع این تیرها به ترتیب ۱۵۰ و ۲۰۰ میلی‌متر می‌باشد. نمونه‌های مذکور در سه رده بتن با مقاومت‌های فشاری استوانه‌ای ۲۰، ۳۸ و ۶۴ مگاپاسکال ساخته شده‌اند. در تمام نمونه‌ها، از دو عدد میلگرد فولادی با قطر ۱۰ میلی‌متر به عنوان آرماتور فشاری و از میلگردهای عرضی فولادی با قطر ۸ میلی‌متر در فواصل ۸۰ میلی‌متری به عنوان خاموت استفاده شده است. جزئیات دقیق‌تر نمونه‌ها در جدول (۴) ارائه شده‌اند.

در نمونه‌های طراحی شده با سه رده مقاومتی بتن و سه حالت آرماتورگذاری، محدوده‌ی ρ_f / ρ_{fb} بین ۰/۵۱ تا ۷/۷۵ ایجاد می‌گردد که می‌توان از روی داده‌های این

۰/۰۳۵ است، میلگردهای FRP به تنش کششی نهایی خود برسند، حالت بالانس اتفاق افتاده است. وقتی نسبت مسلح کننده ρ_f از نسبت آرماتور بالانس ρ_{fb} بیش تر باشد، شکست با خرد شدن بتن در ناحیه‌ی فشاری روی می‌دهد و اگر نسبت مسلح کننده ρ_f از ρ_{fb} کم تر باشد، شکست در اثر پارگی FRP اتفاق می‌افتد. تحقیقات نشان می‌دهند که شکست ناشی از پارگی FRP بسیار تردتر از شکست ناشی از خرد شدن بتن در فشار است [12]. نحوه‌ی گسترش ترک‌ها در مراحل مختلف بارگذاری و چگونگی شکست نمونه‌ها در شکل (۷) نشان داده شده است. در تمام نمونه‌ها به جز نمونه‌ی B7 شکست فشاری بتن رخ داده است. در نمونه‌ی B7 شکست با پارگی آرماتور و به صورت آنی اتفاق افتاده است. در نمونه‌های B1، B2، B3 و B6 پس از رسیدن به حداکثر ظرفیت و خرد شدن بتن در فشار، بارگذاری متوقف شده است ولی در نمونه‌های B4، B5، B8 و B9، پس از شکست فشاری بار ادامه داده شده است تا پارگی میلگردهای FRP نیز رخ دهد. نکته‌ی قابل توجه این است که در نمونه‌های B5، B8 و B9، پس از خرد شدن بتن در فشار بارافت نکرده است و تا زمان پارگی آرماتورها که شکست نهایی انجام شده است، تیر قابلیت تحمل بار را داشته است شکل‌های (۱۱-۸) حداکثر ظرفیت و مقدار خیز را در برخی از نمونه‌های دارای مقاومت بتن و آرماتورگذاری متفاوت مورد مقایسه قرار می‌دهند.

شکل‌های (۹ و ۸) مقادیر خیز را در نمونه‌های دارای مقاومت بتن یکسان و نسبت آرماتور متفاوت مقایسه می‌کنند. این شکل‌ها نشان می‌دهند که با افزایش نسبت آرماتور، مقدار خیز در هر یک از سطوح بارگذاری به شدت کاهش می‌یابد و این کاهش خیز در سطوح بالاتر بارگذاری شدیدتر می‌شود. شکل‌های (۱۱ و ۱۰) نیز مقادیر خیز را در نمونه‌های دارای مقاومت بتن متفاوت و نسبت آرماتور یکسان مورد مقایسه‌ی



شکل ۶ دستگاه‌های آزمایش

جدول ۴ جزئیات نمونه‌های آزمایشگاهی

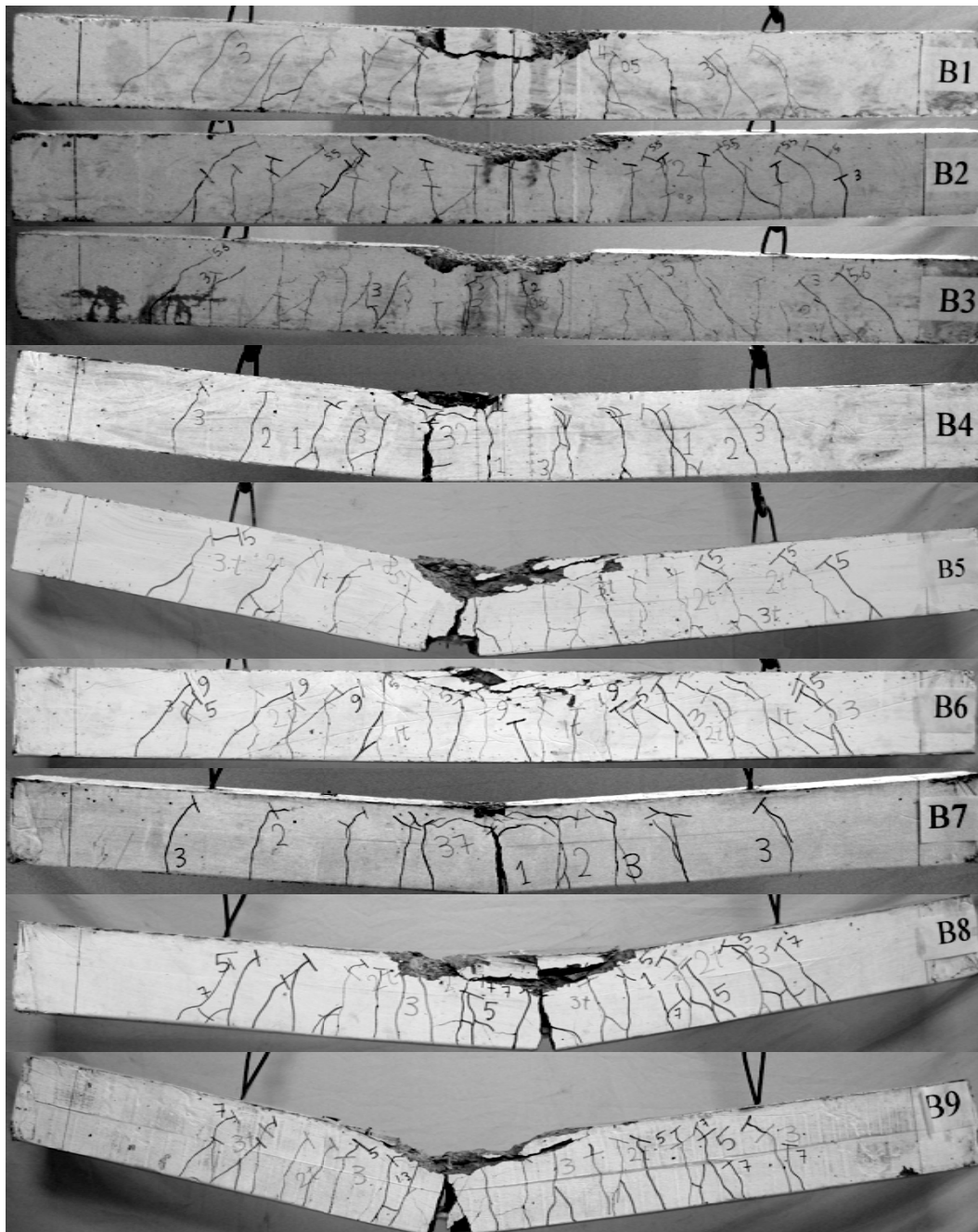
نمونه‌ها	f'_c (MPa)	آرماتورهای کششی (GFRP)	d (mm)	$(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}})$
B1	20	2 ϕ 10	165	1.64
B2	20	2 ϕ 16 + 1 ϕ 10	165	5.44
B3	20	3 ϕ 16 + 1 ϕ 10	165	7.75
B4	38	2 ϕ 10	165	0.87
B5	38	2 ϕ 16 + 1 ϕ 10	165	2.88
B6	38	3 ϕ 16 + 1 ϕ 10	165	4.11
B7	64	2 ϕ 10	165	0.51
B8	64	2 ϕ 16 + 1 ϕ 10	165	1.70
B9	64	3 ϕ 16 + 1 ϕ 10	165	2.42

مقایسه و بررسی نتایج آزمایشگاهی

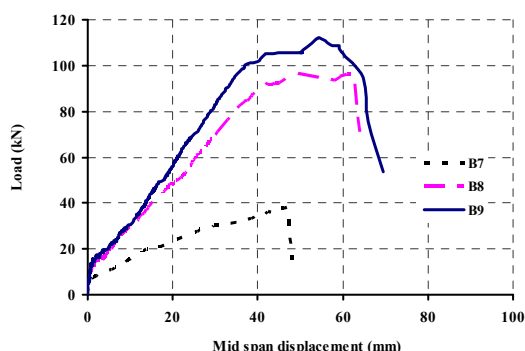
وقتی یک تیر مسلح شده با FRP تحت لنگر خمشی می‌شکند، دو نوع شکست محتمل است. یکی شکست ناشی از خرد شدن بتن در فشار و دیگری پارگی ماده مسلح کننده است. اگر در زمانی که کرنش فشاری بتن

کمتر از اثر نسبت آرماتور می باشد و افزایش مقاومت بتن تأثیر قابل توجهی در کاهش خیز ندارد.

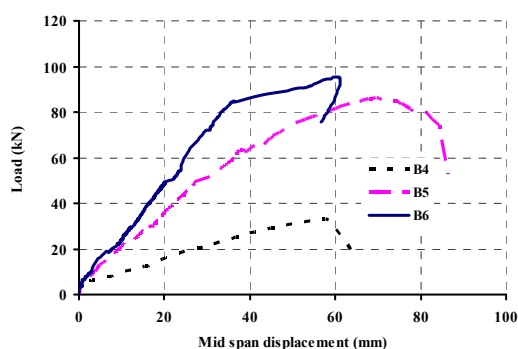
قرار می دهند. از مقایسه این شکل ها با شکل های (۹) و (۸) نتیجه می شود که تأثیر مقاومت بتن در کاهش خیز



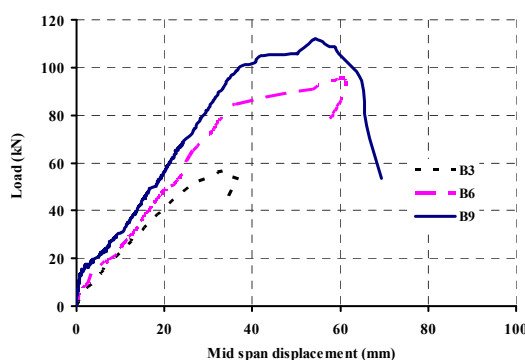
شکل ۷ چگونگی ترک خوردگی و شکست نمونه های آزمایشگاهی



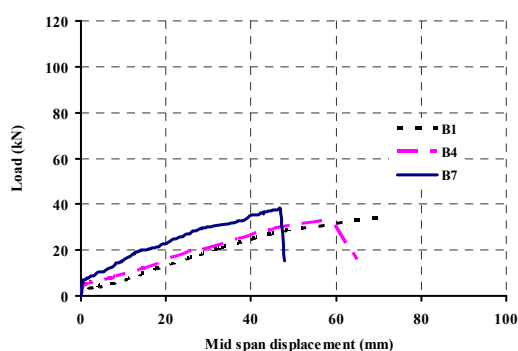
شکل ۹ مقایسه‌ی نمودارهای بار-تغییر مکان نمونه‌های دارای مقاومت بتن ۶۴ مگاپاسکال و آرماتورگذاری متفاوت



شکل ۸ مقایسه‌ی نمودارهای بار-تغییر مکان نمونه‌های دارای مقاومت بتن ۳۸ مگاپاسکال و آرماتورگذاری متفاوت



شکل ۱۱ مقایسه‌ی نمودارهای بار-تغییر مکان نمونه‌های دارای نسبت آرماتور ۰/۰۲۷۱ و مقاومت بتن متفاوت



شکل ۱۰ مقایسه‌ی نمودارهای بار-تغییر مکان نمونه‌های دارای نسبت آرماتور ۰/۰۰۵۷ و مقاومت بتن متفاوت

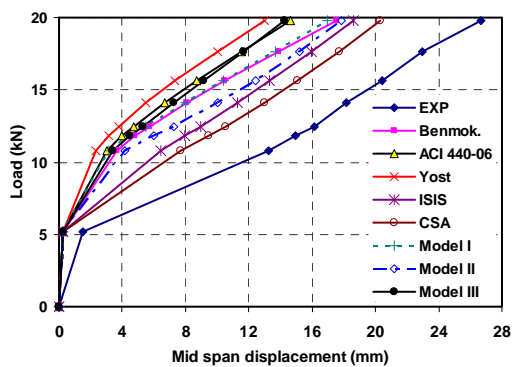
بدست آمده‌اند، نشان می‌دهد.

در این جدول سطح بار سرویس ۶۰٪ بار نهایی آزمایشگاهی در نظر گرفته شده است. شکل‌های (۱۵-۱۲) مقادیر خیز تجربی و تحلیلی برخی از نمونه‌ها را در محدوده‌ی بار سرویس نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهند که در نسبت‌های آرماتور بالا، خیز به‌دست آمده از ACI 440-06 [12] نسبت به سایر روش‌ها کم‌تر است. هم‌چنین راهنمای طراحی ISIS و آیین‌نامه CSA کانادا نسبت به آیین‌نامه‌ی ACI 440 آمریکا خیز را به‌صورت محافظه‌کارانه‌تری تخمین می‌زنند.

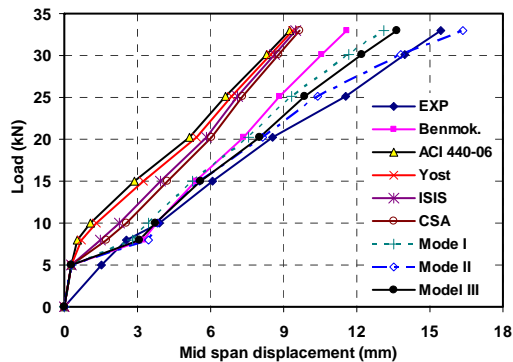
بیش‌تر روابط خیز برای سطح بار سرویس تعریف شده‌اند و نمی‌توان آن‌ها را برای هر سطحی از بار به‌کار گرفت. ضابطه‌ی طراحی در آیین‌نامه‌ی ACI 318-05 [2] آمریکا $\phi M_n \geq M_u$ می‌باشد که در آن M_u براساس ضرایب ۱/۲ بار مرده و ۱/۶ بار زنده (متوسط ۱/۴) حساب می‌شود. برای مقایسه‌ی معادلات خیز، ابتدا باید سطح بار سرویس به‌صورت تقریبی از روی ظرفیت نهایی تجربی نمونه‌ها تعیین شود. این سطح بار از ϕ برابر بار معادل شکست نهایی تیر تقسیم بر ۱/۴ به‌دست می‌آید. جدول (۵) مقادیر حداکثر ظرفیت نهایی نمونه‌ها را که از آزمایش و روابط تئوری

جدول ۵ خلاصه مقادیر بار در حد سرویس و حد نهایی

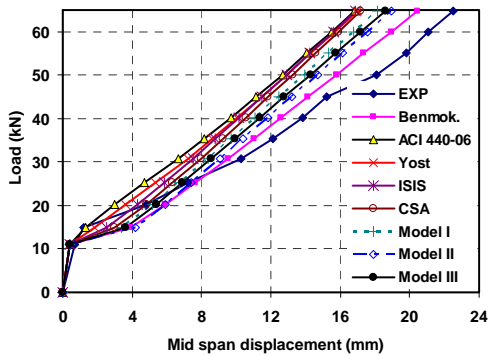
نمونه	بار نهایی تئوری (کیلو نیوتن)	بار نهایی تجربی (کیلو نیوتن)	بار حد سرویس (کیلو نیوتن)
B1	33.2	33.5	20.1
B2	60.3	57.0	34.2
B3	69.2	56.4	33.8
B4	42.5	32.9	19.7
B5	78.8	86.0	51.6
B6	91.4	95.4	57.2
B7	44.7	38.0	22.8
B8	108.0	96.4	57.8
B9	126.6	112.1	67.3



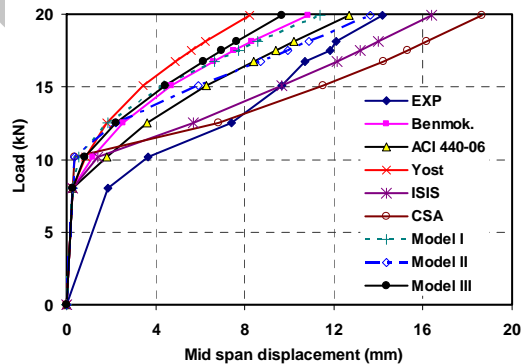
شکل ۱۳ مقایسه‌ی مقادیر تحلیلی و تجربی خیز نمونه‌ی B4



شکل ۱۲ مقایسه‌ی مقادیر تحلیلی و تجربی خیز نمونه‌ی B3



شکل ۱۵ مقایسه‌ی مقادیر تحلیلی و تجربی خیز نمونه‌ی B9



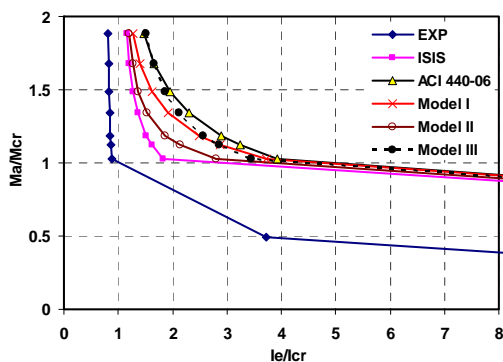
شکل ۱۴ مقایسه‌ی مقادیر تحلیلی و تجربی خیز نمونه‌ی B7

پیشنهادی در نمونه‌های با مقدار ρ_f / ρ_{fb} بیش‌تر از ۲ (شکل‌های ۱۵ و ۱۲) نسبت به ISIS کانادا [17] نیز به‌تر جواب می‌دهند. قابل ذکر است که آیین‌نامه‌ها توصیه کرده‌اند که در طراحی تیرهای بتنی مسلح‌شده با میلگردهای FRP باید ρ_f / ρ_{fb} بیش‌تر از یک در نظر

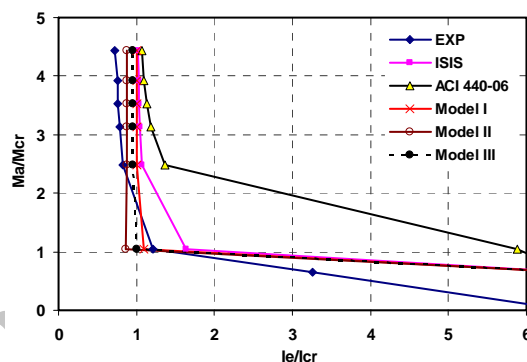
در تمام نمونه‌ها به‌جز نمونه‌های با ρ_f / ρ_{fb} کم‌تر از یک (نمونه‌ی B7)، نتایج حاصل از مدل‌های پیشنهادی I، II و III نسبت به مدل‌های یاست (Yost) و همکاران [11] و آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 [12] به‌نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌باشند. هم‌چنین مدل‌های

آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 آمریکا [12] ممان اینرسی مؤثر کم‌تر از I_{cr} را تخمین نمی‌زند در حالی که روابط پیشنهادی می‌توانند مقادیر ممان اینرسی مؤثر سطح بارگذاری در محدوده‌ی بار سرویس کم‌تر از I_{cr} را تخمین بزنند. بنابراین، مقادیر ممان اینرسی مؤثر مدل‌های پیشنهادی به‌ویژه در نسبت‌های آرماتور زیاد و سطوح بالای بارگذاری به مقادیر تجربی نزدیک‌تر می‌باشند.

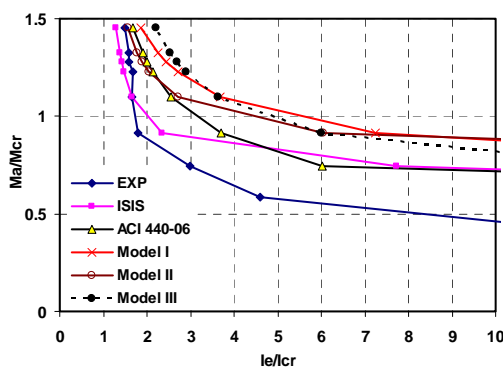
گرفته شود تا مود شکست پارگی آرماتور رخ ندهد. شکل‌های (۲۱-۱۶) تغییرات ممان اینرسی مؤثر تجربی و تحلیلی برخی از نمونه‌ها را نسبت به تغییرات نشان می‌دهند. این شکل‌ها نشان می‌دهند که بلافاصله پس از ترک‌خوردگی، ممان اینرسی مؤثر I_e به سرعت به ممان اینرسی ترک خورده I_{cr} نزدیک می‌شود. هم‌چنین در سطوح بالای بارگذاری، مقدار ممان اینرسی مؤثر I_e کم‌تر از ممان اینرسی ترک خورده I_{cr} خواهد شد. راهنمای طراحی ISIS کانادا [17] و



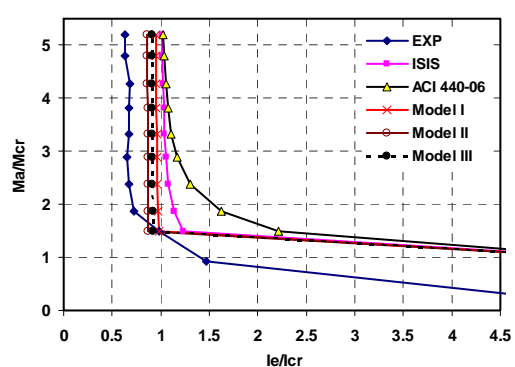
شکل ۱۷ مقایسه‌ی تغییرات I_e/I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B4



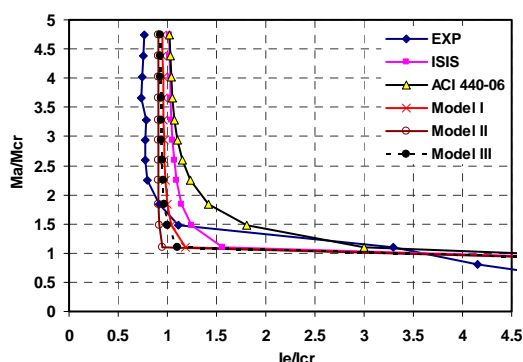
شکل ۱۶ مقایسه‌ی تغییرات I_e/I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B2



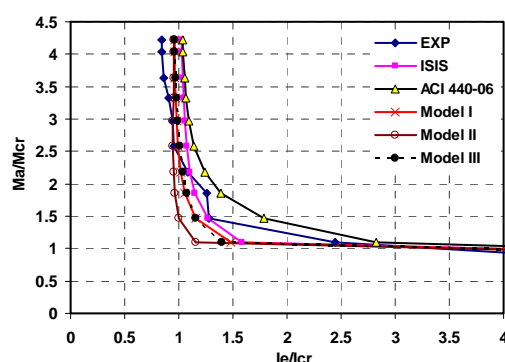
شکل ۱۹ مقایسه‌ی تغییرات I_e/I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B7



شکل ۱۸ مقایسه‌ی تغییرات I_e/I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B6



شکل ۲۱ مقایسه‌ی تغییرات I_e/I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B9



شکل ۲۰ مقایسه‌ی تغییرات I_e/I_{cr} تجربی و تحلیلی در مقابل M_a/M_{cr} نمونه‌ی B8

۲۰۰۷ میلادی با میانگین $0/861$ نسبت به رابطه‌ی اصلاح‌شده‌ی بی‌شرف و گروس (Gross) [16] در سال ۲۰۱۱ میلادی با میانگین $0/741$ به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌تر است. هم‌چنین رابطه‌ی رافی (Rafi) و ندجی (Nadjai) [15] که به‌عنوان پیشنهاد برای اصلاح رابطه ACI 440-06 [12] ارائه شده است، نتایج به‌تری نسبت به آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 نشان نمی‌دهد. هم‌چنین از مقایسه‌ی نتایج [7] ACI 440-03 و [12] ACI 440-06 مشاهده می‌شود که خیز به‌دست‌آمده از نسخه‌ی ACI 440-03 در نسبت‌های آرماتور بالا نسبت به نسخه‌ی ACI 440-06 به مقادیر جبری نزدیک‌تر است.

نتیجه‌گیری

این تحقیق با هدف بررسی تجربی و تحلیلی خیز تیرهای مسلح شده با میلگردهای FRP و ارائه‌ی مدل‌هایی بر مبنای نتایج آزمایشگاهی و رابطه‌ی برانسون برای ممان اینرسی مؤثر تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP انجام شده است. بدین منظور ۹ نمونه تیر با سه نوع مقاومت بتن و سه حالت میلگردگذاری آزمایش شده‌اند. به کمک الگوریتم ژنتیک مدل‌های پیشنهادی به‌گونه‌ای تخمین زده شده‌اند که کم‌ترین خطا را نسبت به داده‌های آزمایشگاهی داشته باشند. در این تحقیق از ۴۰۰ داده‌ی آزمایشگاهی موجود بار-تغییر مکان که از ۶۴ نمونه تیری مسلح‌شده با

برای بررسی درستی روابط پیشنهادی، مطالعه‌ی آماري روی نسبت خیز محاسبه‌شده از مدل‌های مختلف به خیز آزمایشگاهی صورت گرفته است. مقادیر میانگین و انحراف از معیار داده‌ها در جدول (۶) درج شده‌اند. براساس این جدول، مدل‌هایی که دارای میانگین کم‌تر از یک هستند خیز را دست کم تخمین می‌زنند و غیرمحافظة کارانه‌اند. نتایج نشان می‌دهند که مدل‌های پیشنهادی خیز را به‌صورت محافظه‌کارانه و با دقت خوبی تخمین می‌زنند. این مدل‌ها در سطوح بالای بارگذاری و نسبت‌های آرماتور بالا دارای میانگین نزدیک به یک و انحراف معیار کمی هستند. این مقادیر نشان‌دهنده‌ی هم‌بستگی خوب مدل‌های پیشنهادی با مقادیر آزمایشگاهی در مقایسه با سایر روش‌ها است. مقادیر این جدول نشان می‌دهند که مدل III نسبت به مدل‌های I و II دقیق‌تر است و خیز حاصل از این مدل نسبت به ACI 440-06 [12] تقریباً ۲۰ درصد بهبود را نشان می‌دهد. در بین سایر مدل‌ها نیز، روابط یاست (Yost) و همکاران [11]، هال (Hall) و قالی (Ghali) [18] و راهنمای طراحی ISIS کانادا [17] از دقت بالایی برخوردار هستند. براساس جدول (۶)، مدل آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 [12] که میانگین مقادیر $\delta_{cal}/\delta_{exp}$ آن برای کل داده‌ها $0/794$ می‌باشد غیرمحافظة کارانه است و خیز را حدوداً ۲۰ درصد کم‌تر از مقادیر آزمایشگاهی تخمین می‌زند. نتایج نشان می‌دهند که رابطه‌ی بی‌شرف (Bischoff) [4] در سال

440-03 و ACI 440-06 خیز را دست کم تخمین می‌زنند.

۴- روابط پیشنهادی نویسندگان تقریباً اثر تمام پارامترهای تأثیرگذار همانند نسبت آرماتور، سطح بارگذاری، مقاومت بتن و مدول الاستیسیته‌ی مسلح‌کننده‌ها را در رابطه‌ی برانسون وارد کرده‌اند. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که این روابط در نسبت‌های آرماتور زیاد و سطوح بالای بارگذاری، نسبت به روابط آیین‌نامه‌ای و مدل‌های سایر پژوهش‌گران خیز را با دقت بالاتری تخمین می‌زنند. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که مدل‌های پیشنهادی I و III، رابطه‌ی هال و قالی، رابطه‌ی یاست (Yost) و راهنمای طراحی ISIS کانادا دارای به‌ترین نتایج از لحاظ میانگین و انحراف از معیار مقادیر $\delta_{cal}/\delta_{exp}$ نسبت به سایر روش‌ها می‌باشند. هم‌چنین مدل II در سطوح بالای بارگذاری و مدل I در نسبت‌های آرماتور بالا میانگین و انحراف معیار خوبی را در مقایسه با سایر روش‌ها نشان می‌دهند.

۵- سطح بارگذاری و نسبت آرماتور تأثیرگذارترین پارامترهای مؤثر بر خیز تیرهای مسلح‌شده با میلگردهای FRP می‌باشند. تأثیر مقاومت بتن بر خیز این تیرها به‌ویژه در تیرهای با نسبت آرماتور بالا، کم‌تر از دو پارامتر قبل می‌باشد. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش نسبت آرماتور و در سطوح بالای بارگذاری خیز به‌دست‌آمده از بیش‌تر روش‌ها به‌هم نزدیک می‌شوند. این پدیده در روش‌هایی اتفاق می‌افتد که حداقل ممان اینرسی مؤثر آن‌ها، ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} می‌باشد. در سطوح بالای بارگذاری (مقادیر کم M_{cr}/M_a)، مقدار ممان اینرسی مؤثر I_e کم‌تر از ممان اینرسی ترک‌خورده I_{cr} خواهد شد و روابط پیشنهادی می‌توانند مقادیر ممان اینرسی مؤثر کم‌تر از I_{cr} را تخمین بزنند.

میلگردهای FRP استخراج شده‌اند، استفاده شده است. ۷۸ داده‌ی از ۴۰۰ داده آزمایشگاهی مربوط به ۹ نمونه‌ی آزمایش شده توسط نویسندگان می‌باشد و سایر داده‌ها از مراجع دیگر استخراج شده‌اند. در این دامنه‌ی اطلاعاتی، تغییرات نوع میلگرد (کربن، شیشه و آرمید)، مدول الاستیسیته میلگرد (بین ۲۶ تا ۱۴۷ گیگاپاسکال)، نسبت آرماتور موجود به بالانس (ρ_f / ρ_{fb}) بین ۰/۵۱ تا ۷/۷۵ و سطوح مختلف بارگذاری (M_{cr}/M_a بین ۰/۱ تا ۰/۹۷) وجود دارد. بنابراین، تغییرات پارامترهای تأثیرگذار در روابط پیشنهادی در نظر گرفته شده‌اند. هم‌چنین نتایج خیز تجربی با مقادیر به‌دست آمده از مدل‌های پیشنهادی و سایر روش‌های تحلیلی موجود مقایسه گردیده است. از بررسی روابط تحلیلی و داده‌های آزمایشگاهی نتایج زیر بدست می‌آید:

۱- در آیین‌نامه‌ی ACI 440-03 اثر مدول الاستیسیته‌ی میلگردهای FRP و در آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 اثر نسبت آرماتور در رابطه‌ی برانسون وارد شده است. آزمایش‌ها نشان می‌دهند که آیین‌نامه‌ی ACI 440-06 در نمونه‌های با نسبت آرماتور کم نتایج به‌تری را نسبت به ACI 440-03 نشان می‌دهد ولی در نمونه‌های با نسبت‌های آرماتور بالا، نتایج آیین‌نامه‌ی ACI 440-03 به‌مقادیر تجربی نزدیک‌تر است.

۲- آزمایش‌ها نشان می‌دهند که نسبت آرماتور تأثیر زیادی بر خیز تیرها می‌گذارد و رابطه‌ی یاست (Yost) که هر دو اثر مدول الاستیسیته‌ی میلگردهای FRP و نسبت آرماتور را در ممان اینرسی مؤثر در نظر گرفته است، خیز را نسبت به مقادیر حاصل از آیین‌نامه‌های ACI 440-03 و ACI 440-06، به‌ترتیب، حدود ۳۳ و ۲۱ درصد بهبود بخشیده است.

۳- از میان روابط موجود برای تخمین خیز، روش آیین‌نامه‌ی CSA کانادا و راهنمای طراحی ISIS کانادا محافظه‌کارانه هستند در صورتی که آیین‌نامه‌های ACI

جدول ۶ مقایسه‌ی آماری نتایج خیز روش‌های مختلف تحلیلی با خیز تجربی

نسبت خیز محاسباتی به خیز تجربی ($\delta_{cal}/\delta_{exp}$)						
	کل داده‌ها		سطوح بالای بارگذاری $M_a/M_{cr} \geq 4$		نسبت‌های آرماتور بالا $\rho_f/\rho_{fb} \geq 3$	
	میانگین	انحراف معیار	میانگین	انحراف معیار	میانگین	انحراف معیار
Branson (1965) & ACI 318-05-[3]	0.569	0.276	0.870	0.206	0.639	0.266
ACI 440.1R (2003)-[7]	0.673	0.266	0.894	0.209	0.742	0.242
ACI 440.1R (2006)-[12]	0.794	0.244	0.911	0.213	0.673	0.253
Benmokrane et al. (1996)-[6]	1.166	0.344	1.106	0.256	1.197	0.335
Yost et al. (2003)-[11]	0.999	0.290	0.929	0.216	0.925	0.251
ISIS Canada-[17]	1.030	0.310	0.917	0.215	0.966	0.319
Hall and Ghali, (2000)-[18]	0.928	0.252	0.910	0.214	0.888	0.278
Faza and Ganga Rao (1992)-[5]	0.980	0.308	0.912	0.212	0.936	0.293
Alsayed et al. (2000) – Model A-[1]	0.821	0.313	0.933	0.217	0.843	0.279
Alsayed et al. (2000) – Model B-[1]	0.951	0.336	0.935	0.218	0.882	0.310
Toutanji and Saffi (2000)-[14]	0.661	0.294	0.901	0.220	0.687	0.273
Bischoff (2007)-[4]	0.861	0.252	0.904	0.213	0.837	0.267
Bischoff and Gross (2011)-[16]	0.741	0.239	0.878	0.209	0.719	0.257
Rafi and Nadjai (2009)-[15]	0.783	0.236	0.913	0.191	0.646	0.230
CSA– S806 (2002)-[19]	1.067	0.313	0.932	0.218	0.983	0.323
Proposed equation – Model I	1.029	0.283	0.943	0.168	0.981	0.210
Proposed equation – Model II	1.122	0.305	0.965	0.157	1.142	0.237
Proposed equation – Model III	1.009	0.290	0.956	0.148	1.021	0.228

نشانه‌ها

X_1 تا X_6 : متغیرهای طراحی بهینه‌سازی	$(I_e)_{exp}$: ممان اینرسی مؤثر تجربی
f'_c : مقاومت فشاری بتن	I_g : ممان اینرسی مقطع کل بدون آرماتور
E_f : مدول الاستیسیته‌ی میلگردهای FRP	I_{cr} : ممان اینرسی مقطع تبدیل‌یافته‌ی ترک‌خورده
E_c : مدول الاستیسیته‌ی بتن	ρ_f : نسبت آرماتور موجود FRP
L : طول کل دهانه‌ی تیر	ρ_{fb} : نسبت آرماتور بالانس FRP
L_a : طول دهانه‌ی برشی	P_{exp} : بار اندازه‌گیری شده
M_{cr} : لنگر حد ترک‌خوردگی	δ_{exp} : خیز اندازه‌گیری شده
M_a : لنگر اعمالی	d : عمق مؤثر
I_e : ممان اینرسی مؤثر	A : سطح مقطع میلگردهای کششی FRP

مراجع

1. Alsayed S. H., Al-Salloum Y. A. and Almusallam T. H., "Performance of Fiber Reinforced Plastic Bars as a Reinforcing Material for Concrete Structures", *Composites: Part B*, Vol. 31, pp. 555-567, (2000).
2. American Concrete Institute (ACI), "Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary", ACI 318R-05, *ACI Committee 318*, Mich, 430 pp, (2005).
3. Branson, D. E., "Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams," HPR Report No. 7, Part 1, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, Alabama, (Department of Civil Engineering and Auburn Research Foundation, Auburn University, Aug. 1963), (1965).
4. Bischoff P. H., "Deflection Calculation of FRP Reinforced Concrete Beams Based on Modifications to the Existing Branson Equation", *ASCE, Journal of Composites for Construction*, Vol. 11, No. 1, pp. 4-14, (2007).
5. Faza S. S. and Ganga Rao H. V. S., "Pre- and Post-Cracking Deflection Behavior of Concrete Beams Reinforced by Fiber Reinforced Plastic Rebars", *Proceedings of The First International Conference on the Use of Advanced Composite Materials in Bridges and Structures*, (ACMBS I), Montreal, Canadian Society for Civil Engineering, pp. 151-160, (1992).
6. Benmokrane B., Chaallal O. and Masmoudi R., "Flexural Response of Concrete Beams Reinforced with FRP Reinforcing Bar", *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 2, pp. 46-55, (1996).
7. American Concrete Institute (ACI), "Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars", ACI 440.1R-03, *ACI Committee 440*, Farmington Hills, Michigan, 42 pp, (2003).
8. Pecce M., Manfredi G. and Cosenza E., "Experimental Response and Code Models of GFRP RC Beams in Bending", *ASCE, Journal of Composites for Construction*, Vol. 4, No. 4, pp. 182-190, (2000).
9. Toutanji H., and Deng Y., "Deflection and crack-width prediction of concrete beams reinforced with glass FRP rods", *Construction and Building Materials*, Vol. 17, pp. 69-74, (2003).
10. Abdalla H. A., "Evaluation of Deflection in Concrete Members Reinforced with Fiber Reinforced Polymer (FRP) Bars", *Composite Structures*, Vol. 56, pp. 63-71, (2002).
11. Yost J. R., Gross S. P. and Dinehart D. W., "Effective Moment of Inertia for Glass Fiber-Reinforced Polymer-Reinforced Concrete Beams", *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 6, pp. 732-739, (2003).
12. American Concrete Institute (ACI), "Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars", ACI 440.1R-06, *ACI Committee 440*, Farmington Hills, Michigan, 44 pp, (2006).
13. Mota C. and et al., "Critical Review of Deflection Formulas for FRP-RC Members", *ASCE, Journal of Composites for Construction*, Vol. 10, No. 3, pp. 183-194, (2006).

14. Toutanji H. and Saffi M., "Flexural Behavior of Concrete Beams Reinforced with Glass Fiber Reinforced Polymer (GFRP) Bars", *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No. 5, pp. 712-719, (2000).
15. Rafi M. M. and Nadjai A., "Evaluation of ACI 440 Deflection Model for Fiber-Reinforced Polymer Reinforced Concrete Beams and Suggested Modification", *ACI Structural Journal*, Vol. 106, No. 6, pp. 762-771, (2009).
16. Bischoff P. H. and Gross S. P., "Design Approach for Calculating Deflection of FRP Reinforced Concrete", *ASCE, Journal of Composites for Construction*, Vol. 15, No. 4, pp. 490-499, (2011).
17. Rizkalla S. and Mufti A., "Reinforcing Concrete Structures with Fiber Reinforced Polymers", *ISIS Canada: Design Manual No.3, The Canadian Network of Centers of Excellence on Intelligent Sensing for Innovative Structures*, Winnipeg, Manitoba, Canada, 207 pp, (2001).
18. Hall T. and Ghali A., "Long-Term Deflection Prediction of Concrete Members Reinforced with Glass Fiber Reinforced Polymer Bars", *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 27, pp. 890-898, (2000).
19. Canadian Standard Association (CSA), "Design and Construction of Building Components with Fiber-Reinforced Polymers", *Concrete Design Handbook, CSA-S806-02*, Toronto, Ontario, Canada, 177 pp, (2002).
20. Alsayed S. H., "Flexural behaviour of Concrete Beams Reinforced with GFRP Bars", *Cement and Concrete Composites*, Vol. 20, pp. 1-11, (1998).
21. Hall T. S., "Deflection of Concrete Members Reinforced with Fiber Reinforced Polymer (FRP) Bars", MS Thesis, Department of civil engineering, The university of Calgary, Calgary, Alberta, Canada, 293 pp, (2000).
22. Rafi, M. M., Nadjai, A., Ali, F. and Talamona, D., "Aspects of Behaviour of CFRP Reinforced Concrete Beams in Bending", *Construction and Building Materials*, Vol. 22, pp. 277-285, (2008).
23. Barris C. and et al., "An experimental study of the flexural behaviour of GFRP RC beams and comparison with prediction models", *Composite Structures*, Vol. 91, pp. 286-295, (2009).
24. Oh H., Moon D. Y., and Zi G., "Flexural Characteristics of Concrete Beams Reinforced with a New Type of GFRP bar", *Polymers & Polymer Composites*, Vol. 17, No. 4, pp. 253-264, (2009).
25. Rasheed H. A. Nayal R., and Melhem H., "Response Prediction of Concrete Beams Reinforced with FRP Bars", *Composite Structures*, Vol. 65, pp. 193-204, (2004).