

## طراحی میراگر جرمی برای سازه‌ی نامیرا با ترکیب پاسخ‌های پایدار و گذرا\*

بیمان اشرفی<sup>(۱)</sup>

جواد علامتیان<sup>(۲)</sup>

**چکیده** کارایی میراگرهای جرمی به عامل‌های مختلفی مانند جرم و سختی آن‌ها وابسته است. بنابراین، پژوهشگران رابطه‌هایی را برای این کمیت‌ها پیشنهاد کرده‌اند. در این پژوهش، روشی برای تعیین سختی میراگر جرمی با ترکیب هر دو پاسخ پایدار و گذرا برای کنترل سازه‌ی نامیرا ارائه گردید. برای یافتن سختی میراگر جرمی، کمینه‌سازی میانگین قدرمطلق نسبت جابه‌جایی سازه به‌عنوان معیار بهینه‌سازی برگزیده شد. سپس با استفاده از تحلیل مود، برای مقادیر مختلف نسبت جرم و نسبت فرکانس سازه، نسبت‌های بهینه‌ی فرکانس میراگر جرمی به‌دست آمد. این کار به‌صورت عددی انجام گرفت. سنجش مقادیر به‌دست آمده نشان داد که برای نسبت‌های جرمی کاربردی، احتمال کوچک بودن پاسخ سازه‌ی کنترل‌شده با این میراگر جرمی بیش از میراگرهای دیگر است.

**واژه‌های کلیدی** میراگرهای جرمی، سختی بهینه، پاسخ‌های پایدار و گذرا.

## Optimum Stiffness of Tuned Mass Damper with Combining Transient and Steady State Responses for Undamped Structure

P. Ashrafi

J. Alamatian

**Abstract** This paper deals with new method for designing the tuned mass dampers (TMD) with considering both transient and steady state responses, simultaneously. This formulation is presented for undamped vibrations. For this purpose, the absolute value of the structural displacement ratio is minimized numerically. This procedure leads to optimum value of TMD's specifications. For numerical verification, the vibrations of some structures a controlled by proposed method. Results show the efficiency of the proposed technique in comparison with other existing approaches.

**Key Words** Tuned mass damper, Transient and steady state responses, Undamped vibration.

\* تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۲/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۳/۱/۱۷ می‌باشد.

(۱) دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد.

(۲) نویسنده‌ی مسئول، استادیار، گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد.

### مقدمه

میراگر جرمی یکی از مطمئن‌ترین ابزار کنترل سازه است. معمولاً این وسیله از یک جرم که به وسیله‌ی یک فنر و میراگر ویسکوز به سازه‌ی اصلی متصل شده است تشکیل می‌گردد. به‌طور کلی، عملکرد میراگر جرمی به چگونگی تنظیم آن بستگی دارد. برای افزایش کارایی این ابزار، تعیین ویژگی‌های بهینه‌ی آن از اهمیت زیادی برخوردار است. منظور از ویژگی‌های بهینه، مشخصاتی هستند که به‌ازای آن‌ها، میراگر جرمی بهترین عملکرد را داشته باشد. از این رو، پژوهشگران راهکارهای مختلفی را برای تعیین کمیت‌های بهینه‌ی میراگر جرمی پیشنهاد کرده‌اند.

کانر سامانه‌ی دو درجه آزادی نامیرا را که از سازه‌ی اصلی و میراگر جرمی تشکیل می‌شد تحت حرکت هارمونیک زمین بررسی کرد و با صفر کردن پاسخ پایدار سازه، سختی بهینه‌ی میراگر جرمی را به‌دست آورد [1]. او سامانه‌ی دارای میرایی را نیز مورد بررسی قرار داده است.

از آن‌جا که عامل‌های بهینه‌ی میراگر جرمی به ویژگی‌های سازه و نیروی وارد بر آن بستگی دارد، تعیین منحصر به فرد آن‌ها کار دشواری خواهد بود. با وجود این، می‌توان مشخصات بهینه را به‌صورت مستقل از بارگذاری جستجو کرد و آن‌ها را از روی ویژگی‌های دینامیکی سازه به‌دست آورد. سادک و همکارانش به‌صورت عددی به جستجوی مقادیر بهینه‌ی میراگر جرمی پرداختند [2]. آن‌ها با برآزش داده‌های به‌دست آمده روابطی را برای میرایی و تنظیم بهینه‌ی میراگر جرمی ارائه کردند. میراندا میراگرهای جرمی را با تحلیل مودی سامانه‌ی کلاسیک دو درجه آزادی بررسی نمود [3]. در این پژوهش رابطه‌سازی‌ها براساس انرژی نسبی جنبشی و کرنشی سامانه انجام شده بود. از آن‌جا که افزایش میرایی، از پاسخ سازه‌ها می‌کاهد، میراندا میراگرهای جرمی با میرایی بیشینه را توصیف کرده است که در آن بیشینه میرایی قابل

دست‌یابی به‌عنوان مقدار بهینه پیشنهاد می‌شود [4]. زیلتی و همکارانش با بیشینه کردن انرژی جذب‌شده توسط میراگر جرمی و کمینه‌سازی انرژی جنبشی سازه، کمیت‌های بهینه‌ی میراگر جرمی را به‌دست آوردند [5].

میراگر جرمی با تمام ویژگی‌های مناسب، یک کاستی اساسی دارد؛ به‌طوری که ممکن است عملکرد سازه با تنظیم نادرست فرکانس و یا میرایی غیربهینه‌ی میراگر، بدتر شود. یک راهکار برای رفع این کاستی، استفاده از چند میراگر جرمی با ویژگی‌های دینامیکی مختلف است. میراگر جرمی چندگانه از چند میراگر جرمی تشکیل می‌گردد. در این حالت، می‌توان یک یا چند مود نوسان مختلف را کنترل نمود. این وسیله نسبت به یک میراگر جرمی، پهنای باند فرکانس وسیع‌تری را به‌وجود می‌آورد؛ به‌گونه‌ای که دامنه‌ی فرکانس سازه به شکل مناسب‌تری پوشش داده خواهد شد. هم‌چنین، در میراگرهای چندگانه به‌دلیل استفاده از چند میراگر جرمی جداگانه، احتمال خروج از تنظیم نیز کمتر می‌شود. از سوی دیگر، لی نتیجه گرفت که در میراگرهای جرمی چندگانه، به‌ازای نسبت جرمی مشخص، افزایش تعداد میراگرهای جرمی سبب بهبود عملکرد آن می‌گردد؛ هرچند، به میرایی کوچک‌تری برای هر میراگر نیاز خواهد بود [6]. از این‌رو، در پاره‌ای موارد، میرایی اندک سبب حرکت زیاد جرم این میراگرها می‌شود. وانگ و همکارانش یک روش بهینه‌سازی دومرحله‌ای را برای طراحی یک میراگر جرمی با در نظر گرفتن حرکت میراگر پیشنهاد کردند [7]. در این پژوهش، یک ضریب برای نشان دادن اهمیت کاهش حرکت میراگر در نظر گرفته شده است. آن‌ها دریافتند که با اندکی کاهش در تأثیر کنترلی میراگر بر پاسخ سازه، می‌توان حرکت آن را به‌طور چشم‌گیری کاهش داد. در پژوهشی که توسط لین و همکارانش انجام شد، همین روش بهینه‌سازی دومرحله‌ای برای طراحی میراگر جرمی چندگانه

خسارت‌های وارد به سازه به وجود آمد. میراگر جرمی نیمه‌فعال یک جذب‌کننده ارتعاش است که با ویژگی‌های خود و بدون وارد کردن نیروی مستقیم می‌تواند نوسان‌های سازه را کاهش دهد. از نظر ناگاراچایا و واراداراجان، میراگر جرمی نیمه‌فعال می‌تواند با مصرف توان کمتر عملکردی مشابه میراگر جرمی فعال داشته باشد [16]. آن‌ها میراگر جرمی نیمه‌فعال با سختی متغیر را بررسی کرده‌اند. چسب و همکارانش نمونه‌ی دیگری از میراگرهای جرمی نیمه‌فعال را توصیف کرده‌اند [17]. آن‌ها از یک فنر با تکیه‌گاه متحرک به‌عنوان وسیله اتلاف انرژی سازه بهره‌جستند. ایسون و همکارانش رفتار سازه‌ای را که با یک میراگر جرمی غیرخطی و یک میراگر جرمی نیمه‌فعال کنترل می‌شود مورد بررسی قرار داده‌اند [18]. آن‌ها نشان دادند که وقتی میراگر جرمی نیمه‌فعال به‌صورت سری به سازه‌ی اصلی و میراگر جرمی غیرخطی متصل می‌شود، رفتار سامانه بهبود پیدا می‌کند. این میراگر با جلوگیری از ورود میراگر جرمی غیرخطی به محدوده‌ی غیرخطی، دامنه‌ی پاسخ آن را کم می‌کند؛ در نتیجه جابه‌جایی سازه‌ی اصلی نیز به‌شدت کاهش می‌یابد.

به‌دلیل این‌که در سازه‌های نامیرا، اثر پاسخ گذرا در جابه‌جایی کل سازه قابل توجه است، در این پژوهش، راهکاری برای طراحی میراگر جرمی، با در نظر گرفتن هر دو پاسخ پایدار و گذرا ارائه خواهد شد.

#### به‌دست آوردن جابه‌جایی سازه با تحلیل مودی

سامانه‌ی دو درجه آزادی بدون میرایی که از سازه‌ی اصلی و میراگر جرمی تشکیل می‌شود، در شکل (۱) نشان داده شده است. در این شکل  $m$  و  $k$  به‌ترتیب جرم و سختی سازه و  $m_h$  و  $k_h$ ، جرم و سختی میراگر جرمی هستند. جابه‌جایی زمین با  $u_g$  و جابه‌جایی سازه و جرم میراگر نسبت به زمین به‌ترتیب با  $u$  و  $u_h$  نشان داده می‌شوند.

گسترش یافته است [8]. مایچر تأثیر میراگر جرمی چندگانه را بر سازه‌های بلند به‌صورت آزمایشی و عددی بررسی کرد [9]. در این پژوهش، او از دو میراگر جرمی آونگی برای کنترل سازه بهره‌جست. بررسی‌های او کاهش قابل توجهی را در دامنه‌ی ارتعاش خمشی و پیچشی سازه‌ی کنترل‌شده نشان داد.

با وجود این، زمانی که ساختمان بلندتر و سنگین‌تر می‌شود، برای دستیابی به سطح کاهش پاسخ مورد نیاز در هنگام وقوع زلزله یا باد شدید، به یک جرم اضافی سنگین‌تر در میراگر جرمی نیاز است که انتظار می‌رود حرکت بزرگ‌تری نیز داشته باشد. این جرم سنگین به فضای بسیار بزرگی نیاز دارد. در نتیجه، استفاده از آن از نظر اقتصادی و اجرایی شدنی نیست. یک راهکار برای رفع این مشکل استفاده از کنترل فعال است. سازه‌های فعال، سازه‌هایی هستند که توسط حسگر و محرک، پاسخ سازه را کاهش می‌دهند. میراگر جرمی فعال نخستین ساز و کار است که برای کنترل فعال سازه‌ها در برابر زمین‌لرزه استفاده شده است [10]. چون میراگر جرمی فعال دارای اجزای فعال و غیرفعال است، حتی اگر محرک هم از کار بیفتد، هم‌چنان به کنترل سازه کمک شایانی خواهد کرد [11].

اگر سامانه‌ی کنترل فعال، برای کاهش حرکت سازه مورد استفاده قرار گیرد، باید نیروی بزرگی تولید شود. محدودیت توان محرک، از اجرایی شدن این سامانه در ساختمان‌های واقعی جلوگیری می‌کند. از این‌رو، میراگرهای جرمی چندگانه‌ی فعال توسط لی و لیو معرفی شدند [12,13]. لی و ژیونگ عملکرد میراگرهای جرمی چندگانه‌ی فعال را برای سازه‌های نامتقارن بررسی کرده‌اند [14]. هم‌چنین، پژوهشی توسط لی و همکارانش بر روی میراگرهای جرمی چندگانه‌ی فعال، برای سازه‌های نامتقارن و با در نظر گرفتن اندرکنش خاک و سازه انجام شده است [15].

با وجود این، سامانه‌های فعال نیازمند منابع قدرت بزرگی هستند و مشکلات اجرایی دارند. در نتیجه، کنترل نیمه‌فعال به‌عنوان یک روش مؤثر برای کاهش

بردار جابه‌جایی است. با انتقال این معادله به مختصات مودی، فرکانس مودها به‌دست می‌آیند:

$$\omega_{1,2} = \omega_s \left( \frac{f_d^2 + f^2 \mu + f^2}{2f_d^2} \mp \frac{\sqrt{f^4 \mu^2 + 2f^4 \mu + f^4 + 2f^2 f_d^2 \mu - 2f^2 f_d^2 + f_d^4}}{2f_d^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

هم‌چنین، بردارهای شکل نوسان این سامانه به

شکل زیر خواهند بود:

$$\Phi_{1,2} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{f^2 - f^2 \mu - f_d^2}{2f^2} \pm \\ \sqrt{\frac{f^4 \mu^2 + 2f^4 \mu + f^4 + 2f^2 f_d^2 \mu - 2f^2 f_d^2 + f_d^4}{2f^2}} \\ 1 \end{array} \right\}^T \quad (9)$$

سرانجام، بردار جابه‌جایی به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{u}_d \end{Bmatrix} = [\Phi_1 \quad \Phi_2] \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

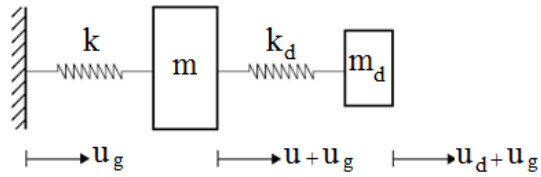
در این رابطه،  $z_1$  و  $z_2$  به‌ترتیب مختصه‌ی مودی برای مود اول و دوم هستند که برای تعیین جابه‌جایی سازه باید به‌دست آیند. با جاگذاری رابطه‌ی (۱۰) در (۷) و ضرب آن در  $\Phi_i^T$ ، رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\sum_{n=1}^2 \Phi_i^T \mathbf{M} \Phi_n \ddot{z}_n + \sum_{n=1}^2 \Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_n z_n = -\Phi_i^T \mathbf{M} \ddot{u}_g \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

که با استفاده از خاصیت تعامد مودها، فقط جمله‌هایی که در آن‌ها  $n = i$  است، غیرصفر خواهند بود. پس این رابطه به شکل زیر خلاصه می‌شود:

$$\Phi_i^T \mathbf{M} \Phi_i \ddot{z}_i + \Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_i z_i = -\Phi_i^T \mathbf{M} \ddot{u}_g \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

بنابراین، با جداسازی معادلات مودی از یکدیگر به این روش، می‌توان پاسخ‌های خصوصی و عمومی این معادله را برای هر یک از مودها یافت. با در نظر گرفتن جابه‌جایی و سرعت اولیه برابر صفر،



شکل ۱ سامانه‌ی دو درجه آزادی نامیرا شامل سازه‌ی اصلی و میراگر جرمی

این سامانه تحت حرکت هارمونیک زمین با

شتابی به شکل زیر در نظر گرفته خواهد شد:

$$\ddot{u}_g = a \sin(\Omega t) \quad (1)$$

در این رابطه،  $a$  و  $\Omega$  به‌ترتیب دامنه‌ی شتاب زمین و فرکانس حرکت آن هستند. هم‌چنین، زمان  $t$  نشان داده شده است.

با ترکیب ویژگی‌های سازه، میراگر جرمی و

تحریک، سه کمیت نسبت جرمی، نسبت فرکانس سازه و نسبت فرکانس میراگر به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\mu = \frac{m_d}{m} \quad (2)$$

$$f = \frac{\Omega}{\omega_s} \quad (3)$$

$$f_d = \frac{\Omega}{\omega_d} \quad (4)$$

فرکانس طبیعی سازه و میراگر جرمی، در حالتی

که جدا از یکدیگر فرض شوند، به‌ترتیب  $\omega_d = \sqrt{k_d/m_d}$  و  $\omega_s = \sqrt{k/m}$  خواهند بود.

ماتریس‌های جرم و سختی این سامانه به شکل زیر هستند:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k+k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1+\frac{f^2}{f_d^2}\mu & -\frac{f^2}{f_d^2}\mu \\ -\frac{f^2}{f_d^2}\mu & \frac{f^2}{f_d^2}\mu \end{bmatrix} \quad (6)$$

معادله‌ی حرکت را می‌توان چنین نوشت:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = -\mathbf{M}\mathbf{I}\ddot{u}_g \quad (7)$$

که در آن  $\mathbf{I}$  بردار ستونی با درایه‌های واحد و  $\mathbf{U}$

رابطه‌ی (۱۴) به دست آورد:

$$t_{\omega_e} = \max \left\{ 5\omega_s T_s = 10\pi, 5\omega_s T = \frac{10\pi}{f} \right\} \quad (17)$$

در این رابطه،  $T$  دوره‌ی تناوب حرکت زمین را نشان می‌دهد. اگر  $\Omega \geq \omega_s$ ، عبارت اول و اگر  $\Omega < \omega_s$ ، عبارت دوم غالب خواهد بود.

رابطه‌ی (۱۴) نشان می‌دهد که با افزایش  $f_d$ ، سختی میراگر جرمی کاهش می‌یابد؛ پس برای مقادیر بسیار بزرگ آن، سختی میراگر تقریباً صفر خواهد شد. به همین دلیل، رفتار سازه فقط به ازای  $10 \leq f_d \leq 100$  مورد بررسی قرار می‌گیرد. مطالعه‌ی رفتار سازه برای مقادیرهای مختلف  $f_d$  به صورت عددی انجام می‌شود. بر این اساس، نخست برای مقدار مشخص  $f$  و  $\mu$ ، نمودار  $R$  در بازه‌ی  $t_{\omega} \leq t_{\omega_e}$  و برای مقادیرهای مختلف  $f_d$  رسم می‌گردد. سپس، مقداری که کمترین میانگین را داشته باشد، به عنوان مقدار بهینه برگزیده می‌شود. روشن است که تابع قدرمطلق نسبت جابه‌جایی سازه ( $R$ )، به ازای مقادیر بهینه، کمترین حجم زیر منحنی را نیز در بازه‌ی در نظر گرفته شده برای  $t_{\omega}$  خواهد داشت. جدول (۱) مقادیر بهینه‌ی  $f_d$  را برای نسبت جرم‌ها و نسبت فرکانس‌های مختلف سازه نشان می‌دهد.

### سنجش مقادیر پیشنهادی با رابطه‌های

#### کانر و زیلتی

پژوهشگران راهکارهای گوناگونی را برای طراحی میراگر جرمی پیشنهاد کرده‌اند. در این بخش، عملکرد مقادیر پیشنهادشده در جدول (۱) با چند رابطه‌ی به دست آمده توسط پژوهشگران دیگر سنجیده می‌شود. کائر با صفر کردن پاسخ پایدار سازه‌ی اصلی در سامانه‌ی دو درجه آزادی نامیرا که از سازه و میراگر جرمی تشکیل می‌شد و تحت حرکت هارمونیک زمین قرار داشت، سختی میراگر جرمی را به دست آورد [1]:

$$z_i = \frac{\phi_i^T M \Gamma a}{\phi_i^T M \phi_i (\omega_i^2 - \Omega^2)} \left( \frac{\Omega}{\omega_i} \sin(\omega_i t) - \sin(\Omega t) \right) \quad (13)$$

$i = 1, 2$

جمله‌ی دارای  $\sin(\Omega t)$  مربوط به پاسخ پایدار و جمله‌ی دارای  $\sin(\omega_i t)$  مربوط به پاسخ گذرا هستند.

### یافتن مقادیر بهینه با روش پیشنهادی

در بخش پیش، جابه‌جایی سازه با تحلیل مودی به دست آمد که این رابطه بر حسب کمیت‌های  $f$ ،  $f_d$ ،  $\mu$ ،  $k$ ،  $m$ ،  $a$  و  $t$  بود. برای این که بتوان  $k$ ،  $m$  و  $a$  را از این رابطه حذف کرد، کمیت  $t_{\omega}$  به این شکل تعریف می‌شود:

$$t_{\omega} = \omega_s t = 2\pi \frac{t}{T_s} \quad (14)$$

که در آن،  $T_s$  دوره‌ی تناوب طبیعی سازه‌ی اصلی است. سپس، دامنه‌ی جابه‌جایی استاتیکی سازه به شکل زیر فرض می‌گردد:

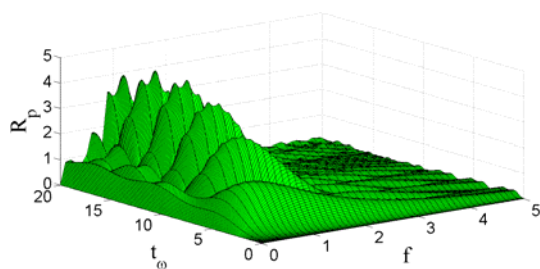
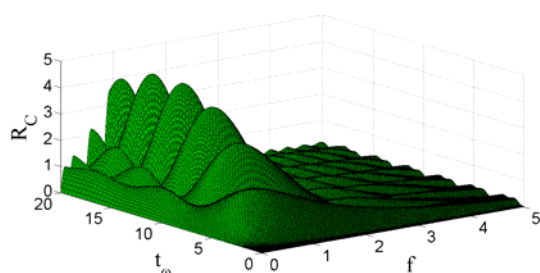
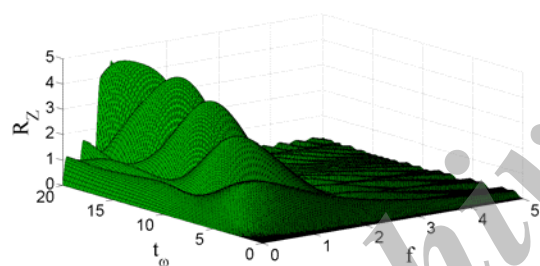
$$u_{st0} = \frac{ma}{k} \quad (15)$$

پس از آن، قدرمطلق نسبت جابه‌جایی دینامیکی سازه به دامنه‌ی جابه‌جایی استاتیکی آن به دست می‌آید:

$$R = \left| \frac{u}{u_{st0}} \right| \quad (16)$$

این تابع بر حسب کمیت‌های  $f$ ،  $f_d$ ،  $\mu$  و  $t_{\omega}$  است. بدین ترتیب می‌توان برای مقدار مشخص  $f$  و  $\mu$ ، مقدار بهینه‌ی  $f_d$  را به دست آورد. از میان مقادیر مختلف  $f_d$ ، مقداری که کمترین میانگین را برای تابع  $R$ ، در یک بازه‌ی زمانی معین ارائه کند، به عنوان مقدار بهینه انتخاب می‌شود. برای این که رفتار سازه در اثر تحریک مورد نظر به طور کامل مورد بررسی قرار گیرد، نمودار تابع به دست آمده در بازه‌ی  $t_{\omega} \leq t_{\omega_e}$  رسم می‌شود. عامل  $t_{\omega_e}$  را می‌توان با جاگذاری پنج برابر بیشینه‌ی دوره‌ی تناوب سازه یا زمین به جای  $t$  در



شکل ۲ نمودار  $R_p$  برای  $\mu = 0.05$ شکل ۳ نمودار  $R_c$  برای  $\mu = 0.05$ شکل ۴ نمودار  $R_z$  برای  $\mu = 0.05$ 

اکنون، برای نسبت جرم‌های معین و محدوده‌ی  $0 \leq f \leq 5$  و  $0 \leq t_w \leq t_{w_e}$  مقادارهای پیشنهادی با رابطه‌های کانر و زیلتی مقایسه می‌گردند. کمیت  $t_{w_e}$  در رابطه‌ی (۱۷) تعریف شده است. برای انجام این کار، کمیت  $A_c$  به‌عنوان نسبت مساحت قسمت‌هایی که در آن‌ها  $R_p$  بزرگ‌تر از  $R_c$  باشد به بخش‌هایی که در آن‌ها  $R_c$  بزرگ‌تر از  $R_p$  است، معرفی می‌شود. هم‌چنین، نسبت مساحت بخش‌هایی که در آن‌ها  $R_p$  بزرگ‌تر از  $R_z$  باشد به مساحت قسمت‌هایی که در آن‌ها  $R_z$  بزرگ‌تر از  $R_p$  است، با نماد  $A_z$  نشان داده می‌شود:

$$k_{dC} = \frac{m m_d \Omega^2}{m + m_d} \quad (18)$$

از سوی دیگر، زیلتی و همکارانش با معیار کمینه‌سازی انرژی جنبشی سازه‌ی اصلی و بیشینه کردن انرژی جذب‌شده توسط میراگر جرمی، توانستند سختی میراگر جرمی را تعیین کنند [5]:

$$k_{dZ} = \frac{m_d k}{m + m_d} \quad (19)$$

با توجه به رابطه‌های (۱۸) و (۱۹)، نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس میراگرهای کانر و زیلتی به‌ترتیب به شکل زیر خواهند بود:

$$f_{dC} = \sqrt{1 + \mu} \quad (20)$$

$$f_{dZ} = f \sqrt{1 + \mu} \quad (21)$$

قدرمطلق نسبت جابه‌جایی سازه به دامنه‌ی جابه‌جایی استاتیکی آن، برای سه حالت مورد نظر، یعنی برای سازه‌ی متصل به میراگر جرمی پیشنهادشده در این مقاله، کانر و زیلتی به‌ترتیب با  $R_c$ ،  $R_p$  و  $R_z$  نشان داده می‌شوند:

$$R_p = R|_{f_d=f_{dP}} \quad (22)$$

$$R_c = R|_{f_d=f_{dC}} \quad (23)$$

$$R_z = R|_{f_d=f_{dZ}} \quad (24)$$

در رابطه‌ی (۲۲)، کمیت  $f_{dP}$  نشان‌دهنده‌ی مقادیر بهینه‌ی میراگر جرمی پیشنهادی است که در جدول (۱) آمده‌اند. بدین ترتیب، می‌توان عامل‌های  $R_c$ ،  $R_p$  و  $R_z$  را برحسب  $f$ ،  $\mu$  و  $t_w$  به‌دست آورد. برای بررسی عملکرد میراگرهای مورد نظر، نخست نمودار این سه کمیت برای مقدار مشخص  $\mu$  رسم می‌شوند. سپس، برای ارزیابی آن‌ها به ازای تمام مقادیر  $\mu$ ، کمیت‌های جدیدی معرفی می‌گردند.

شکل‌های (۲)، (۳) و (۴) به‌ترتیب نمودارهای  $R_c$ ،  $R_p$  و  $R_z$  را به ازای  $\mu = 0.05$  و برای  $0 \leq f \leq 5$  و  $0 \leq t_w \leq 20$  نشان می‌دهند.

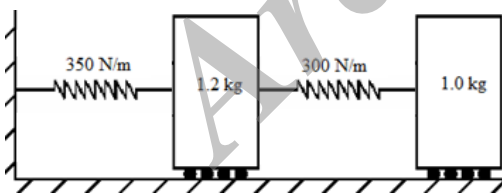
پیشنهادی نسبت به میراگر کانر، به‌ویژه برای نسبت جرم‌های کوچک، مشهود است. به ازای نسبت جرم‌های کوچک، با افزایش آن، احتمال بهینه بودن مقادیر پیشنهادی نسبت به رابطه‌ی کانر، کاهش و نسبت به رابطه‌ی زیلتی، افزایش می‌یابد؛ چون در این ناحیه، کمیت‌های  $A_C$  و  $A_Z$  به‌ترتیب صعودی و نزولی هستند.

### نتایج عددی

برای بررسی کارایی میراگر جرمی پیشنهادی در سازه‌های مختلف، یک سازه‌ی دو درجه آزادی و یک ساختمان برشی پنج‌طبقه مورد مطالعه قرار می‌گیرند. علاوه بر سنجیدن این میراگر جرمی، عملکرد میراگرهای پیشنهادشده توسط کانر و زیلتی نیز بررسی خواهند شد.

### سامانه‌ی دو درجه آزادی

شکل (۶) یک سامانه‌ی دو درجه آزادی را نشان می‌دهد [19]. چون در جدول (۱) نسبت‌های بهینه‌ی فرکانس میراگر جرمی برای کنترل حرکت سازه‌ی نامیرا به‌دست آمد، در این جا نیز سازه‌ی مورد نظر به‌صورت بدون میرایی فرض می‌شود.



شکل ۶ سازه‌ی دو درجه آزادی [19]

جرم مؤثر مودی و فرکانس طبیعی زاویه‌ای مود اول این سامانه برابر با مقادیر زیر است:

$$m_1 = 2/0.62 \quad \text{kg}$$

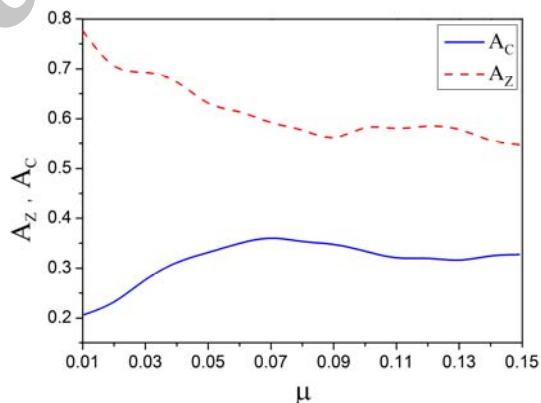
$$\omega_1 = 11/0.23 \quad \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$A_C = \frac{\left\{ \begin{array}{l} 0 < f \leq 5, 0 \leq t_{\omega} \leq t_{\omega_e} \mid R_C < R_p \\ 0 < f \leq 5, 0 \leq t_{\omega} \leq t_{\omega_e} \mid R_C > R_p \end{array} \right\}}{\quad} \quad (25)$$

$$A_Z = \frac{\left\{ \begin{array}{l} 0 < f \leq 5, 0 \leq t_{\omega} \leq t_{\omega_e} \mid R_Z < R_p \\ 0 < f \leq 5, 0 \leq t_{\omega} \leq t_{\omega_e} \mid R_Z > R_p \end{array} \right\}}{\quad} \quad (26)$$

کمیت‌های  $A_C$  و  $A_Z$  برای ارزیابی محدوده‌هایی از  $f$  و  $t_{\omega}$  که در آن‌ها مقدارهای پیشنهادی بر رابطه‌های کانر و زیلتی برتری دارد، به‌کار می‌روند. روشن است، چنانچه کمیت‌های  $A_C$  و  $A_Z$  کمتر از یک شوند، عملکرد سختی پیشنهادی (جدول ۱) از سختی کانر (رابطه‌ی ۱۸) و سختی زیلتی (رابطه‌ی ۱۹) بهتر می‌باشد. وارون این نکته نیز برقرار است.

در شکل (۵) نمودار کمیت‌های  $A_C$  و  $A_Z$  نسبت به  $\mu$  رسم شده‌اند. این دو کمیت به‌ترتیب نشان‌دهنده‌ی عملکرد سختی پیشنهادی در مقابل سختی‌های کانر و زیلتی هستند.



شکل ۵ نمودار کمیت‌های  $A_C$  و  $A_Z$  نسبت به  $\mu$

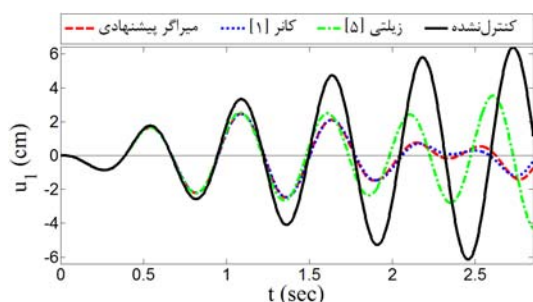
چنان که در این شکل مشخص است، هر دو کمیت  $A_C$  و  $A_Z$  به ازای تمام نسبت‌های جرمی کوچک‌تر از یک هستند. این نشان می‌دهد که احتمال بهینه بودن مقادیر پیشنهادی در همه‌ی بازه‌ی مورد نظر بیش از روابط کانر و زیلتی می‌باشد. هم‌چنین، در این شکل، برتری قابل‌توجه عملکرد میراگر جرمی



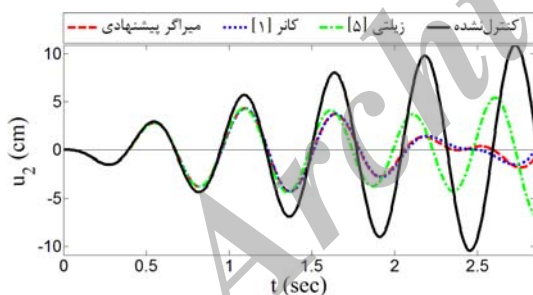
برای محاسبه‌ی سختی میراگر زیلتی، کمیت  $k$  از رابطه‌ی زیر به دست آمده است:

$$k = \omega_1^2 m_1 \quad (28)$$

نمودار جابه‌جایی درجه‌های آزادی اول و دوم این سازه نسبت به زمین، برحسب زمان در شکل‌های (۷) و (۸) رسم شده‌اند. چنان‌که این شکل‌ها نشان می‌دهند، هر سه میراگر جرمی، با خارج کردن این سامانه از حالت تشدید، سبب بهبود پاسخ آن می‌شوند. با این حال، میراگر جرمی پیشنهادشده در این مقاله و میراگر جرمی کانر تأثیر مناسب‌تری بر جابه‌جایی این سازه دارند.



شکل ۷ جابه‌جایی درجه‌ی آزادی اول سازه‌ی دو درجه آزادی



شکل ۸ جابه‌جایی درجه‌ی آزادی دوم سازه‌ی دو درجه آزادی

چون میراگر جرمی پیشنهادی بر خلاف دو میراگر دیگر با در نظر گرفتن هر دو پاسخ پایدار و گذرا طراحی شده است، سنجش کارایی آن در مواقعی که پاسخ گذرای سازه ناچیز است نیز اهمیت ویژه‌ای خواهد داشت. به همین دلیل، بخشی از نمودار جابه‌جایی درجه‌ی آزادی دوم این سازه در شکل (۹) بزرگ‌نمایی شده است.

این سامانه تحت حرکت هارمونیک زمین با شتابی که در رابطه‌ی (۱) نشان داده شد، قرار می‌گیرد. به دلیل این‌که در تحلیل خطی، دامنه‌ی شتاب زمین تأثیری در نوع رفتار سازه ندارد و فقط در کل جابه‌جایی آن ضرب می‌شود، این کمیت برابر واحد فرض خواهد شد. برای بررسی کارایی میراگر جرمی در حالت‌های نزدیک تشدید، می‌توان فرکانس حرکت زمین را به شکل زیر در نظر گرفت:

$$\Omega = 12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

میراگرهای جرمی مختلف برای کنترل مود اول این سازه تنظیم و به درجه‌ی آزادی دوم آن متصل می‌شوند. هم‌چنین، فرض می‌گردد که  $\mu = 0.03$  باشد. نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس طبیعی مود اول این سازه به شکل زیر خواهد بود:

$$f = \frac{\Omega}{\omega_1} = 1/1$$

هم‌چنین، با توجه به نسبت جرمی در نظر گرفته‌شده، جرم میراگر به دست می‌آید:

$$m_d = \mu m_1 = 0.062 \text{ kg}$$

با استفاده از جدول (۱)، برای  $f = 1/1$  و  $\mu = 0.03$ ، نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس میراگر جرمی پیشنهادی تعیین می‌گردد:

$$f_{d_p} = 1/0.23$$

با معلوم بودن  $f_{d_p}$ ، می‌توان سختی میراگر مورد نظر را از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$k_{d_p} = \frac{\Omega^2}{f_{d_p}^2} m_d \quad (29)$$

میراگرهای جرمی پیشنهادی، کانر و زیلتی که برای کنترل مود اول این سامانه طراحی شده‌اند، به ترتیب دارای ضرایب سختی زیر خواهند بود:

$$k_{d_p} = 8/531 \text{ N/m}$$

$$k_{d_c} = 8/667 \text{ N/m}$$

$$k_{d_z} = 7/313 \text{ N/m}$$

در این بخش، میراگرهای جرمی پیشنهادی، کانر و زیلتی برای کنترل مود نخست این سازه که دارای ویژگی‌های زیر است، طراحی می‌گردند:

$$m_1 = 0.997 \text{ kg}$$

$$\omega_1 = 58.419 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

مانند مثال پیش، این سازه نیز تحت حرکت هارمونیک زمین با شتاب بیشینه‌ی واحد قرار می‌گیرد که فرکانس حرکت آن به شکل زیر است:

$$\Omega = 23 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

اکنون، نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس طبیعی مود اصلی این ساختمان به دست می‌آید:

$$f = \frac{\Omega}{\omega_1} \approx 0.4$$

با فرض  $\mu = 0.1$ ، می‌توان جرم میراگر جرمی را محاسبه کرد:

$$m_d = \mu m_1 = 0.1 \text{ kg}$$

با توجه به جدول (۱)، نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس میراگر جرمی پیشنهادی برای  $f = 0.4$  و  $\mu = 0.1$ ، تعیین می‌گردد:

$$f_{d_p} = 1/135$$

بنابراین، سختی میراگر جرمی پیشنهادی، با استفاده از رابطه‌ی (۲۷) به دست می‌آید:

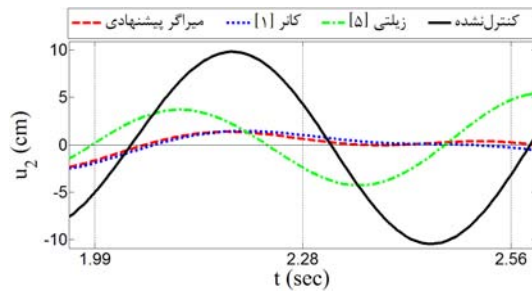
$$k_{d_p} = 0.411 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

هم‌چنین، ضرایب سختی میراگرهای کانر و زیلتی به شکل زیر خواهند بود:

$$k_{d_c} = 0.481 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_{d_z} = 3/102 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

برای محاسبه‌ی سختی میراگر زیلتی، سختی ساختمان کنترل‌نشده از رابطه‌ی (۲۸) به دست آمده است. این میراگرها برای کنترل مود اول این ساختمان، به طبقه‌ی پنجم آن متصل می‌شوند.

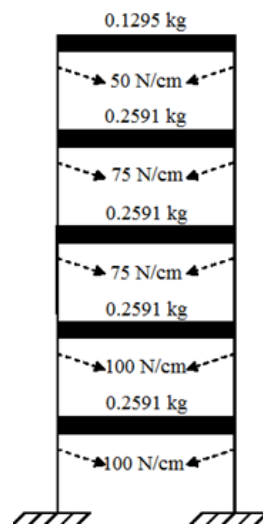


شکل ۹ جابه‌جایی درجه‌ی آزادی دوم در زمان‌هایی که پاسخ گذرا صفر است

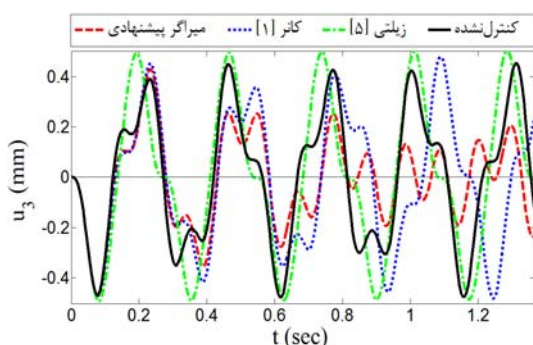
در این شکل خطوط قائم زمان‌هایی را نشان می‌دهند که پاسخ گذرای نخستین مود این سامانه صفر می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، هرچند میراگر جرمی پیشنهادی با توجه به هر دو پاسخ پایدار و گذرا طراحی شده است، ولی اگر پاسخ گذرای سازه ناچیز باشد نیز در مقایسه با میراگرهای دیگر که فقط با در نظر گرفتن پاسخ پایدار طراحی می‌شوند، عملکرد مناسبی خواهد داشت.

### ساختمان برشی پنج طبقه

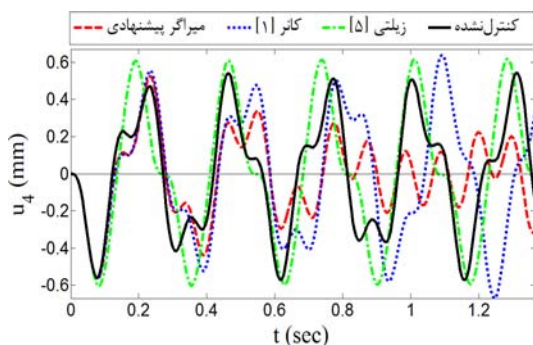
شکل (۱۰) مشخصات ساختمان پنج طبقه‌ی برشی را نشان می‌دهد [19]. برای بررسی تأثیر میراگرهای جرمی مختلف بر سازه‌ی نامیرا، این ساختمان به صورت بدون میرایی فرض شده است.



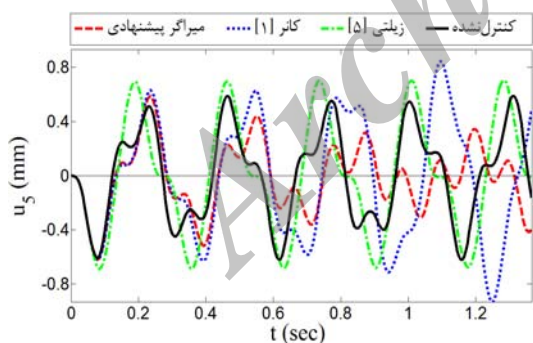
شکل ۱۰ ساختمان برشی پنج طبقه [19]



شکل ۱۳ جابه‌جایی طبقه سوم ساختمان پنج‌طبقه



شکل ۱۴ جابه‌جایی طبقه چهارم ساختمان پنج‌طبقه

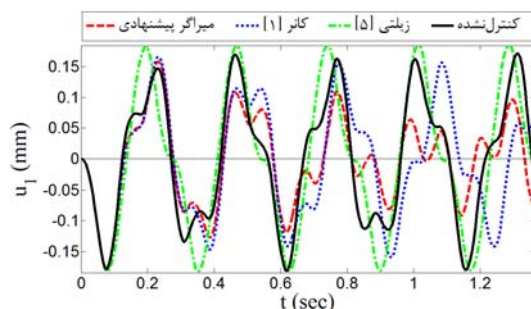


شکل ۱۵ جابه‌جایی طبقه پنجم ساختمان پنج‌طبقه

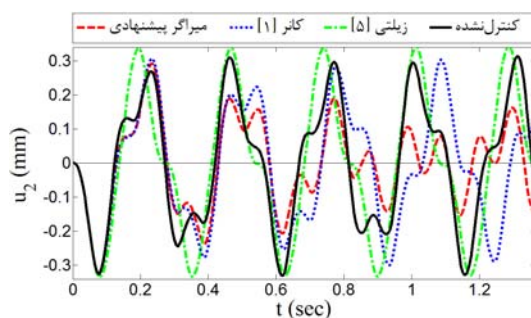
شکل (۱۶) نمودار جابه‌جایی طبقه پنجم این سازه را در چند لحظه که پاسخ گذرای مود اول آن صفر است، نشان می‌دهد. در این سازه نیز میراگر جرمی پیشنهادی در بیشتر زمان‌هایی که پاسخ گذرا

در شکل‌های (۱۱) تا (۱۵) تغییرات جابه‌جایی طبقه‌های مختلف این ساختمان نسبت به زمین و برحسب زمان نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، میراگر پیشنهادی می‌تواند پاسخ این سازه را به‌خوبی کاهش دهد. میراگرهای کانر و زینتی اثر مناسبی بر جابه‌جایی این سازه ندارند. نکته‌ی قابل توجه این است که میراگر کانر جابه‌جایی بیشینه‌ی طبقه‌ی پنجم سازه را تقریباً ۵۰٪ افزایش می‌دهد. با توجه به این‌که میراگر کانر پاسخ پایدار سازه را از بین می‌برد، می‌توان نتیجه گرفت که در ساختمان مورد نظر، پاسخ گذرا مقدار زیادی دارد. به همین دلیل، روش پیشنهادشده در این مقاله که اثر هر دو پاسخ پایدار و گذرا را در نظر گرفته است، عملکرد بهتری خواهد داشت.

همانند سامانه‌ی دو درجه آزادی، در این جا نیز بخش‌هایی از نمودار جابه‌جایی طبقه‌ی پنجم این ساختمان، برای بررسی عملکرد میراگر پیشنهادی در هنگامی که پاسخ گذرای سازه اندک است، با جزئیات بیشتری رسم می‌شود.



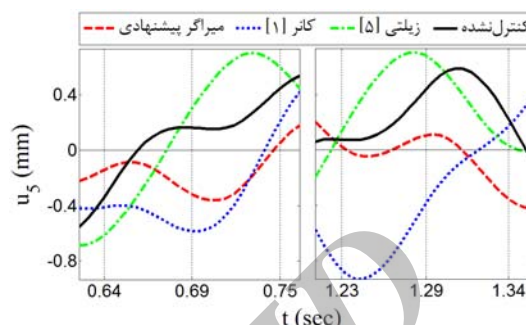
شکل ۱۱ جابه‌جایی طبقه اول ساختمان پنج‌طبقه



شکل ۱۲ جابه‌جایی طبقه دوم ساختمان پنج‌طبقه

نسبت فرکانس حرکت زمین به فرکانس میراگر جرمی، به صورت عددی به دست آمدند. مقایسه‌ی کارایی این میراگر جرمی با میراگرهای پیشنهادی پژوهشگران دیگر نشان می‌دهد که برای همه‌ی نسبت‌های جرمی کاربردی، احتمال بهینه بودن میراگر جرمی پیشنهادی این مقاله بیشتر از میراگرهای دیگر خواهد بود. هم‌چنین، بررسی تأثیر میراگر جرمی بر سازه‌های مختلف نشان داد که اگرچه برای سازه‌ی نامیرا در حالت تشدید، استفاده از میراگر جرمی باعث خروج سازه از این حالت و کاهش جابه‌جایی آن می‌شود، ولی کارایی میراگرهای مختلف، یکسان نیست. میراگر جرمی پیشنهادی برای سازه‌هایی که در آن‌ها پاسخ گذرا مقدار قابل توجهی دارد، عملکرد بهتری خواهد داشت. علاوه بر این، اگرچه این میراگر با در نظر گرفتن هر دو پاسخ پایدار و گذرا طراحی شده است، ولی در مواقعی که پاسخ گذرای سازه ناچیز باشد نیز می‌تواند جابه‌جایی سازه را به مقدار قابل قبولی کاهش دهد.

صفر است، عملکرد خوبی دارد؛ هرچند که در بعضی از این مواقع میراگرهای دیگر پاسخ بهتری ارائه کرده‌اند.



شکل ۱۶ جابه‌جایی طبقه‌ی پنجم در زمان‌هایی که پاسخ گذرا صفر است

### نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی برای تعیین سختی بهینه‌ی میراگر جرمی ارائه شد. از آن‌جا که در سازه‌ی نامیرا، پاسخ گذرا مقدار قابل توجهی خواهد داشت، در این روش، هر دو پاسخ پایدار و گذرا در نظر گرفته شدند. برای این کار، کمینه‌سازی میانگین قدرمطلق نسبت جابه‌جایی دینامیکی سازه به دامنه‌ی جابه‌جایی استاتیکی آن، در یک بازه‌ی زمانی مشخص، به عنوان معیار طراحی انتخاب گردید. سپس، مقادیر بهینه‌ی

### مراجع

1. Connor, J.J., "Introduction to structural motion control", Prentice-Hall, pp. 275-278, (2003).
2. Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A. and Chung, R., "A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, pp. 617-635, (1997).
3. Miranda, J.C., "On tuned mass dampers for reducing the seismic response of structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 34, pp. 847-865, (2005).
4. Miranda, J.C., "System intrinsic, damping maximized, tuned mass dampers for seismic applications", Structural Control and Health Monitoring, Vol. 19, pp. 405-416, (2011).
5. Zilletti, M., Elliott, S.J. and Rustighi, E., "Optimisation of dynamic vibration absorbers to minimise

- kinetic energy and maximise internal power dissipation", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, pp. 4093-4100, (2012).
6. Li, C., "Performance of multiple tuned mass dampers for attenuating undesirable oscillations of structures under the ground acceleration", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 29, pp. 1405-1421, (2000).
  7. Wang, J.F., Lin, C.C. and Lien, C.H., "Two-stage optimum design of tuned mass dampers with consideration of stroke", *Structural Control and Health Monitoring*, Vol. 16, pp. 55-72, (2009).
  8. Lin, C.C., Wang, J.F., Lien, C.H., Chiang, H.W. and Lin, C.S., "Optimum design and experimental study of multiple tuned mass dampers with limited stroke", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 39, pp. 1631-1651, (2010).
  9. Majcher, K., "Shaking table tests of a model-scale building with 2DOF pendulum mass damper", *Proceeding in Applied Mathematics and Mechanics (PAMM)*, Vol. 12, pp. 231-232, (2012).
  10. Korkmaz, S., "A review of active structural control: challenges for engineering informatics", *Computers & Structures*, Vol. 89, pp. 2113-2132, (2011).
  11. Sugumar, R., Kumar, C. and Datta, T.K., "Application of stochastic control system in structural control", *Procedia Engineering*, Vol. 38, pp. 2356-2363, (2012).
  12. Li, C. and Liu, Y., "Active multiple tuned mass dampers for structures under the ground acceleration", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 31, pp. 1041-1052, (2002).
  13. Li, C., Liu, Y. and Wang, Z., "Active multiple tuned mass dampers: a new control strategy", *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, Vol. 129, pp. 972-977, (2003).
  14. Li, C. and Xiong, X., "Estimation of active multiple tuned mass dampers for asymmetric structures", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 29, pp. 505-530, (2008).
  15. Li, C., Yu, Z., Xiong, X. and Wang, C., "Active multiple tuned mass dampers for asymmetric structures considering soil-structure interaction", *Structural Control and Health Monitoring*, Vol. 17, pp. 452-472, (2010).
  16. Nagarajaiah, S. and Varadarajan, N., "Short time Fourier transform algorithm for wind response control of buildings with variable stiffness TMD", *Engineering Structures*, Vol. 27, pp. 431-441, (2005).
  17. Chey, M.H., Chase, J.G., Mander, J.B. and Carr, A.J., "Semi-active tuned mass damper building systems: Design", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 39, pp. 119-139, (2010).
  18. Eason, R.P., Sun, C., Dick, A.J. and Nagarajaiah, S., "Attenuation of a linear oscillator using a nonlinear and a semi-active tuned mass damper in series", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, pp. 154-166, (2013).

19. Alamatian, J. and Rezaeepazhand, J., "A simple approach for determination of actuator and sensor locations in smart structures subjected to the dynamic loads", *International Journal of Engineering (IJE)*, Vol. 24, pp. 341-349, (2011).

Archive of SID