

### اثر CFRP بر رفتار تیرهای عمیق بتن مسلح\*

ابوالفضل عربزاده<sup>(۱)</sup> اصغر امانی داشلجه<sup>(۲)</sup> ایرج محمودزاده کنی<sup>(۳)</sup> سعید اینانلو<sup>(۴)</sup>

**چکیده** تیرهای عمیق، به دلیل داشتن هندسه خاص، دارای رفتاری متفاوت از تیرهای معمولی هستند و تحقیقات گسترده‌ای توسط محققان مختلف بر روی رفتار آنها صورت گرفته است. در این مقاله بحث مقاومت‌سازی این تیرها با الیاف پلیمری کربنی (CFRP) به صورت آزمایشگاهی مورد توجه قرار گرفته و با آزمایش بر روی ۱۰ نمونه، در مورد نحوه مقاومت‌سازی آنها بحث شده است. نتایج مطالعات آزمایشگاهی نشان می‌دهد که استفاده از باندهای CFRP در جهت عمود بر ترک‌های قطری در شرایطی مناسب‌تر از استفاده از CFRP قائم می‌باشد که به جای استفاده از تعداد CFRP کمتر با عرض زیاد، از باند بیشتر با عرض کمتر استفاده شود. همچنین مقایسه‌ای بین نتایج آزمایشگاهی با نتایج به دست آمده از روابط موجود در منابع صورت گرفته است که نشان می‌دهد روابط موجود نمی‌توانند پیش‌بینی صحیحی را از رفتار و بار نهایی تیرهای عمیق مقاوم‌شده با FRP در این مقاله ارائه نمایند.

واژه‌های کلیدی تیر عمیق؛ بتن مسلح؛ الیاف پلیمری کربنی.

## CFRP Effects on Reinforced Concrete Deep Beams

A. Arabzadeh A. Amani Dashlejh I. Mahmoudzade K. Saeed Inanloo

**Abstract** Deep beams are type of beams which their behavior is different from conventional beams because of their particular type of geometry. In this paper, the retrofitting of these beams is considered and 10 deep beams are tested experimentally and discussed about retrofitting methods. Experimental studies indicate that the use of CFRP bands in the direction perpendicular to diagonal cracks in comparison with the use of CFRP in vertical direction are appropriate in condition that many CFRP with less width be used instead of using wide CFRP with lower number. The comparison of the experimental results is conducted with the results of existing relations in literature. The comparison shows that the existing relations cannot correctly predict the behavior and ultimate load of deep beams retrofitted by FRP tested in this paper.

**Keywords** Deep Beam; Reinforced Concrete; Carbon Fiber Reinforced Polymer (CFRP).

\* تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۴/۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۸/۶ می‌باشد

(۱) نویسنده مسئول: دانشیار، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس.

(۲) دانشجوی دکترای عمران، گرایش سازه، دانشگاه تربیت مدرس.

(۳) استاد، دانشکده فنی، دانشگاه تهران.

(۴) کارشناس آزمایشگاه سازه، دانشگاه تربیت مدرس.

## مقدمه

تیرها جزو اعضای اصلی در سازه‌های بتن مسلح محسوب می‌شوند و توجه به تحلیل و طراحی صحیح آنها از عوامل تأثیرگذار در پیش‌بینی رفتار درست سازه می‌باشد. در سازه‌هایی مانند ساختمان‌های بلند، شاه‌تیر پلها و سازه‌های دریایی حالتی به وجود می‌آید که در آن نسبت طول به ارتفاع تیر به گونه‌ای می‌گردد که فرض توزیع خطی تنش و کرنش در مقطع تیر حاکم نمی‌شود. به این گونه از تیرها، تیرهای عمیق گفته می‌شود. در این شرایط رفتار تیر متفاوت از رفتار تیرهای معمولی می‌شود و در بیشتر مواقع، برش حاکم می‌شود.

از دهه ۶۰ میلادی مطالعات بر روی تیرهای عمیق به صورت گسترده‌ای آغاز شده و بررسی‌های تحلیلی و آزمایشگاهی فراوانی صورت گرفته و روابط گوناگونی بر مبنای روش‌های مختلف برای تحلیل و طراحی این تیرها ارائه گردیده است.

در سال‌های اخیر بحث مقاوم‌سازی اعضای بتن مسلح با الیاف FRP مورد توجه قرار گرفته و مشابه چنین مطالعاتی در مورد تیرهای عمیق نیز انجام شده است. تحقیق‌های صورت گرفته توسط شلال و همکاران [1] و فانینگ و کلی [2] یکی از اولین کارها در این زمینه است. این تحقیقات با کار ژانگ و همکاران [3] ادامه یافته‌اند که در آن برای بررسی رفتار برشی تیرهای عمیق تقویت شده در دو وجه تیر با نوار FRP تحت زاویه‌های مختلف، ۱۶ تیر عمیق بدون آرماتور برشی فولادی مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. نتایج تحقیق حاکی از بهبود رفتار برشی تیرها بوده است و عنوان شده است که مقدار این افزایش به نحوه قرارگیری ژاکت‌ها و شکل آنها بستگی دارد. هم‌چنین یک روش تحلیل و طراحی نیز برای مطالعه این تیرها توسط ژانگ و همکاران ارائه شده است. ایسلام و همکاران [4] با انجام کار مشابهی، ۶ تیر عمیقی را که دارای کمبود آرماتور بودند، مورد آزمایش قرار دادند تا به نوع تقویت بهینه توسط FRP دو جهته دست یابند.

آنها از آزمایش خود به این نتیجه رسیدند که استفاده از شبکه‌های دو جهته FRP بهترین آرایش برای تقویت تیرهای عمیق می‌باشد. مطالعه تیرهای عمیق تقویت شده با FRP با تحقیقات پروین و مصلحی [5]، احمد و همکاران [6]، اممان و همکاران [7]، معادوی و شریف [8] ادامه یافته است.

پارک و ابوطاها [9] مدل خربایی (Strut (STM) and Tie Model) برای تیرهای عمیق مقاوم شده با نوار FRP ارائه دادند. فرآیند STM پیشنهادی یک فرآیند تکراری بود که با انتخاب خط مرکزی مدل خربایی شروع می‌شد و نوارهای FRP چسبیده، به‌عنوان عضو کششی اضافی در مدل STM در نظر گرفته می‌شد. در محاسبه نیروی اعضای کششی، نیروهای اعضای کششی فولادی و CFRP به نسبت ۱ و ۰/۷۵ با هم ترکیب می‌شد. کم در نظر گرفتن نیروی مربوط به FRP به خاطر جداشدگی از بتن قبل از رسیدن به مقاومت نهایی می‌باشد. ۱۷ تیر عمیق آزمایش شده توسط شلال و همکاران [1] و فانینگ و کلی [2] با استفاده از فرآیند STM پیشنهادی مورد ارزیابی قرار گرفت.

لی و همکاران [10] رفتار ۱۴ تیر عمیق T شکل مقاوم شده با ورق‌های CFRP تحت بارگذاری چهار نقطه‌ای را مورد بررسی قرار دادند. پارامترهای مهم مورد مطالعه عبارت بودند از طول مقاوم‌شدگی، ترکیب امتداد الیاف ورق‌های CFRP و مهار با استفاده از ورق-های U شکل CFRP. نمونه‌های مورد نظر نسبت دهانه به عمق مؤثر ۱/۲۲ داشتند و در برش دارای کمبود بودند. از نتایج آزمایش‌ها به این نتیجه رسیده شد که متغیرهای طول مقاوم‌شدگی، ترکیب امتداد الیاف و مهار تأثیر عمده‌ای بر عملکرد برشی تیرهای عمیق مقاوم شده دارند.

آندرمات [11] به بررسی رفتار برشی ۱۲ تیر عمیق بزرگ مقیاس بتن مسلح تقویت شده با میلگرد FRP بدون آرماتور جان و نحوه مدل‌سازی آن پرداخت. متغیرهای اصلی شامل نسبت دهانه برش خالص (a) به

سفره آرماتور و گروه سوم تیرهای عمیق با ضخامت ۱۴cm و دو سفره آرماتور. دهانه خالص تمامی نمونه‌ها ۸۰cm و ارتفاع آنها ۴۰cm و به عبارتی نسبت طول به ارتفاع ۲ در نظر گرفته شده است. انتخاب این نسبت به دلیل هم‌خوانی با تمامی آیین‌نامه‌های موجود صورت گرفته است. میزان پوشش بتن در بالا و پایین نمونه‌ها ۴cm می‌باشد.

آرماتورگذاری نمونه‌ها بدین صورت می‌باشد که گروه اول طبق روابط موجود مبحث نهم مقررات ملی [۱۲] برای بار خمشی حدود ۳۰۰ kN طراحی شده‌اند و آرماتورهای برشی جان در چشمه‌های ۱۰cm قرار داده شده‌اند. از حذف یک سفره آرماتور از کل آرماتورها، نمونه‌های گروه دوم ساخته شده‌اند. دلیل حذف یک سفره از آرماتورها ایجاد نمونه‌ها با ضعف خمشی است. نمونه‌های گروه دوم دارای جزئیاتی مشابه گروه اول ولی با یک سفره آرماتور کمتر می‌باشند. حذف یک سفره آرماتور در این گروه باعث ضعف خمشی و برشی آن می‌شود ولی به دلیل ثابت ماندن ضخامت بتن، مقاومت خمشی تیر بیشتر از مقاومت برشی کاهش می‌یابد. در گروه سوم برای افزایش پوشش بتن روی میلگردها، ضخامت نمونه افزایش یافته است و آرماتورهای خمشی آن نیز برای بار ۵۵۰kN طراحی شده‌اند. جزئیات آرماتوربندی هر یک از گروه‌ها در شکل (۱) نشان داده شده است. تمامی ابعاد نشان داده شده بر روی شکل برحسب mm می‌باشند.

ارتفاع مفید (d)، نسبت آرماتور، ارتفاع عضو و مقاومت بتن بودند. نتایج نشان داد که مکانیسم قوسی قادر به تشکیل در تیرهای بتن مسلح با FRP دارای  $\frac{a}{d} \leq 2/1$  می‌باشد.

در مجموع می‌توان گفت که تعداد مطالعات انجام شده بر روی تیرهای عمیق مقاوم‌شده با FRP به مراتب کمتر از مطالعات در مورد تیرهای معمولی است. از آن‌جایی که مقاوم‌سازی پل‌ها با FRP در سال‌های اخیر از مهم‌ترین موارد کاربرد این مواد در مهندسی عمران بوده است و معمولاً شاه‌تیرها دارای رفتاری مشابه تیرهای عمیق هستند، بررسی و مطالعه بیشتر در زمینه مقاوم‌سازی تیرهای عمیق با FRP مورد نیاز است. در این مقاله، چنین مطالعه‌ای به صورت آزمایشگاهی صورت گرفته و حالت‌هایی از مقاوم‌سازی فرض گردیده که در مطالعات قبلی مدنظر قرار نگرفته است. در این تحقیق از بتن با مقاومت بالای ۴۰ MPa و CFRP یک‌جهته استفاده شده و چندین آرایش از FRP مورد بررسی قرار گرفته است.

### رفتار تیرهای عمیق

**جزئیات آرماتورگذاری و مصالح.** برای بررسی رفتار تیرهای عمیق، ۱۰ تیر عمیق دو سر ساده در آزمایشگاه ساخته شده و در سه گروه طبقه‌بندی شده‌اند. گروه اول تیرهای عمیق با دو سفره آرماتور و با ضخامت ۱۰cm، گروه دوم تیرهای عمیق به ضخامت ۱۰cm و با یک



شکل ۱ جزئیات آرماتورگذاری و تقویت‌های صورت گرفته در محل اعمال بار و تکیه‌گاه‌ها برای جلوگیری از وقوع خرابی‌های لهیدگی تکیه‌گاهی

جدول ۱ جزئیات نمونه‌های مورد آزمایش

گروه	نام نمونه	جزئیات
اول	B1	تیر عمیق بتن مسلح به ضخامت ۱۰ cm با دو سفره آرماتور با دو آرماتور کششی نمره ۱۸
	B2	تیر عمیق بتن مسلح به ضخامت ۱۰ cm با دو سفره آرماتور با چهار آرماتور کششی نمره ۱۸
	BR1	B1 + تقویت با CFRP در راستای عمود بر ترک قطری در دو وجه تیر در ناحیه جان تیر با چهار نوار به عرض ۱۰ cm در دو وجه تیر
	BR2	B1 + تقویت با CFRP در راستای عمود بر ترک قطری در یک وجه تیر در ناحیه جان و بال تیر با دو نوار به عرض ۱۰ cm
دوم	B3	تیر عمیق بتن مسلح به ضخامت ۱۰ سانتی‌متر با یک سفره آرماتور
	BR3	B3 + تقویت با CFRP در راستای عمود بر ترک قطری در دو وجه تیر در ناحیه جان تیر با چهار نوار به عرض ۱۰ cm در دو وجه تیر
	BR4	B3 + تقویت با CFRP در راستای عمود بر ترک قطری در یک وجه تیر در ناحیه جان و بال تیر با دو نوار به عرض ۱۰ cm
سوم	B4	تیر عمیق بتن مسلح به ضخامت ۱۴ cm با دو سفره آرماتور با دو آرماتور کششی نمره ۲۰ و دو آرماتور کششی نمره ۱۸
	BR5	B4 + تقویت با CFRP یو شکل در دهانه برشی تیر
	BR6	B4 + تقویت با CFRP در راستای عمود بر ترک قطری در یک وجه تیر در ناحیه جان و بال تیر با ۱۰ نوار به عرض ۵ cm

NSF برای کارایی بهتر نمونه بهره گرفته شده است. در جدول شماره ۲ مقادیر هر یک از مصالح بتن برای تهیه یک مترمکعب آورده شده است. نسبت آب به سیمان ۰/۴ بوده و شن و ماسه به نسبت ۰/۵۸ و ۰/۴۲ با هم مخلوط شده‌اند.

سیمان مصرفی از نوع یک رده ۴۲۵ تولید کارخانه سیمان تهران است. فوق روان‌کننده NSF براساس استاندارد ASTM C 494 نوع F است و به نسبت ۱٪ وزن سیمان به مخلوط بتن اضافه گردیده است. اسلامپ بتن ۱۵ cm و اندازه بزرگ‌ترین سنگ‌دانه بتن ۱۲ mm می‌باشد.

به‌ازای هر بار بتن‌ریزی، ۳ نمونه استوانه‌ای و ۳ نمونه مکعبی گرفته شده است. بعد از ساخت نمونه‌ها، پس از ۷ روز یک نمونه مکعبی و یک نمونه استوانه‌ای آزمایش شده و ۴ نمونه دیگر، ۲۸ روزه آزمایش شده‌اند. از فرمول ارائه شده توسط نویل [13] برای

در محل اعمال بار و تکیه‌گاه‌ها، آرماتورها و نشیمن‌گاه‌هایی اضافه شده است تا از وقوع خرابی در اثر لهدگی محل اعمال بار یا تکیه‌گاه‌ها جلوگیری شود. این نشیمن‌گاه‌ها شامل ورق‌هایی به طول ۱۵ cm و ضخامت ۱ cm می‌باشد و دارای عرضی برابر با ضخامت نمونه‌هاست. بر روی این نشیمن‌گاه‌ها دو میلگرد نمره ۶ به‌صورت U شکل جوش شده است. این آرماتورها و نشیمن‌گاه‌ها همانند شکل (۱) در نمونه‌ها اضافه شده‌اند.

برای نام‌گذاری نمونه‌های ساده از حرف B و نمونه‌های مقاوم‌شده با CFRP از حروف BR استفاده شده است. نام نمونه‌ها به‌همراه توضیحات آنها در جدول (۱) و مقطع تیرهای آزمایش شده در شکل (۲) نشان داده شده است.

طرح اختلاط بتن بر مبنای حداقل مقاومت استوانه‌ای ۴۰ MPa تعیین شده و در آن از فوق روان‌کننده (Naphthalene Sulfonate Formaldehyde)

کیلوگرم بر لیتر در دمای ۲۵ درجه است و از آن در صنایع برقی و ساختمانی بهره گرفته می‌شود. سخت‌کننده مورد استفاده با نام تجاری EPIKURE F205 در چسباندن بر روی بتن در دمای اتاق می‌باشد. این محصول در دمای ۲۵ درجه سانتیگراد ۱/۰۴ کیلوگرم بر لیتر چگالی دارد.

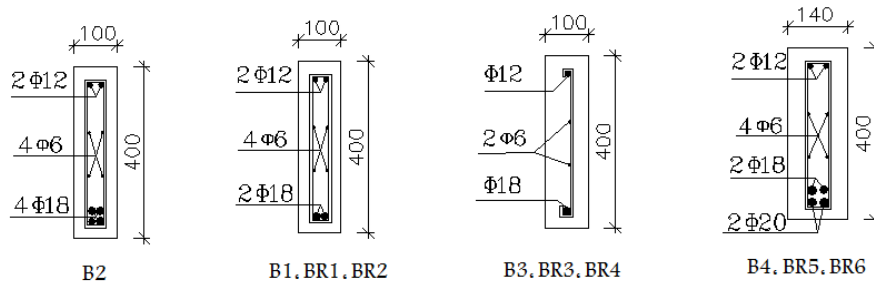
در ساخت نمونه‌های FRP دار، قبل از چسباندن CFRP ابتدا سطح مورد نظر توسط سمباده صاف شده است، سپس با استون تمیز و یک لایه رزین اپوکسی که با سخت‌کننده به نسبت ۱ به ۰/۵۸ مخلوط شده و به سطوح مورد نظر مالیده شده است. بعد از آن، ورق CFRP چسبانده شده و مجدداً یک لایه رزین دیگر به سطح ورق مالیده و به‌صورت کامل اشباع گردیده است.

تبدیل مقاومت‌های مکعبی به استوانه‌ای استفاده شده است:

$$f'_c = \left[ 0/76 + 0/2 \log_{10} \left( \frac{f_{cu}}{19/59} \right) \right] f_{cu} \quad (1)$$

در رابطه بالا  $f'_c$  و  $f_{cu}$  به ترتیب مقاومت استوانه‌ای و مکعبی نمونه بتنی می‌باشند. در همه تیرها از یک نوع آرایش برای آرماتورها استفاده شده و با انجام آزمایش کشش بر روی نمونه‌های ۴۰cm از میلگردها، مقاومت تسلیم آنها همانند جدول (۳) به دست آمده است.

ورق الیافی با مشخصاتی همانند جدول شماره (۴) از جنس کربن (CFRP) می‌باشد و الیاف آن یک‌جهته است. الیاف با نام Kor-CFW200 تولید آمریکا و بافته شده در کشور کره هستند. رزین اپوکسی با نام تجاری EPIKOTE 828 دارای چگالی ۱/۱۶



شکل ۲ مقطع تیرهای ساخته شده در آزمایشگاه

جدول ۲ مصالح مورد استفاده در مخلوط بتن

مصالح	آب (kg)	سیمان (kg)	شن (kg)	ماسه (kg)	فوق روان‌کننده (liter) NSF
مقدار استفاده شده برای تهیه یک مترمکعب بتن	۲۱۰	۵۲۵	۹۳۵	۶۷۳/۲	۴/۴

جدول ۳ مقاومت تسلیم آرماتورها

نمره آرماتور	آرماتور نمره ۲۰	آرماتور نمره ۱۸	آرماتور نمره ۱۲	آرماتور نمره ۶
مقاومت تسلیم (MPa)	۴۱۰	۲۷۴	۳۴۸	۸۸/۶

جدول ۴ مشخصات الیاف CFRP

ضخامت (mm)	وزن یک متر مربع (gr)	مقاومت کششی الیاف (MPa)	مدول کششی (GPa)	چگالی (gr/cm <sup>3</sup> )
۰/۱۱۱	۲۰۰	۴۹۰۰	۲۳۰	۱/۸۰



شکل ۴ آرایش CFRP در تیر BR2



شکل ۳ آرایش CFRP در تیر BR1

۴ آرماتور کششی نمره ۱۸ استفاده شده و هیچ تقویتی در آنها صورت نگرفته است. تیرهای BR1 و BR2 تیرهایی هستند که جزئیات آرماتوربندی مشابه B1 داشته و به دو صورت با CFRP تقویت شده‌اند. در تیر BR1 ورقهای CFRP در دو وجه روبه‌رو و پشت تیر و با ابعاد ۱۰ در ۳۰ سانتی‌متر چسبانده شده‌اند. طول ورق‌ها به گونه‌ای در نظر گرفته شده است که در جهت عمود بر ترک قطری بوده و تنها در ناحیه جان تیر قرار داشته باشد. در شکل (۳) آرایش CFRP در تیر BR1 نشان داده شده است.

برای تیر BR2 آرایش دیگری همانند شکل (۴) در نظر گرفته شده است. در این تیر با ادامه دادن CFRP به ناحیه بال تیر، طول مهار CFRP افزایش داده شده است. آرایش CFRP در این تیر، ۳ تفاوت عمده با تیر BR1 دارد:

- ۱- تقویت تنها در یک وجه تیر انجام شده است در حالی که در تیر BR1 در هر دو وجه است.
- ۲- در هر طرف وجه تیر از یک نوار ۱۰ سانتی‌متر بهره گرفته شده در حالی که در تیر BR1 در هر طرف از دو نوار ۱۰ سانتی‌متر و در مجموع ۲۰ سانتی‌متر نوار استفاده شده است.

### آزمایش‌ها

ساخت و آزمایش تیرها فرآیندی چندمرحله‌ای است؛ به طوری که ابتدا نمونه‌های گروه اول و دوم ساخته شده و مورد آزمایش قرار گرفته‌اند و سپس بر مبنای نتایج آنها نمونه‌های گروه سوم ساخته و آزمایش شده‌اند. بعد از آماده کردن تجهیزات بارگذاری (Load Cell) و تغییر مکان‌سنج‌ها (Linear Variable Differential Transformer (LVDT)، آزمایش نمونه‌ها آغاز شده و بار به صورت تک‌نقطه‌ای در وسط تیر و توسط جک ۱۰۰۰ kN و به صورت استاتیکی و با سرعت بارگذاری ۳ kN/s به نمونه‌ها اعمال شده است. از چهار تغییر مکان‌سنج در تمامی آزمایش‌ها استفاده شده است. یکی زیر جک بارگذاری، دومی زیر تیر و در وسط دهانه، سومی در پشت تیر و چهارمی در وجه جانبی تیر قرار داده شده است.

### تجزیه و تحلیل نتایج آزمایشگاهی

گروه اول نمونه‌ها شامل تیرهای BR1، B2، B1 و BR2 می‌باشد که ضخامت ۱۰ cm و دو سفره آرماتور دارند. تیرهای B1 و B2، نمونه‌های شاهد این گروه‌اند که در تیر B1 از دو آرماتور کششی نمره ۱۸ و در تیر B2 از

کردند و به نظر می‌رسید که این تیر دچار شکست خمشی خواهد شد ولی با ادامه بارگذاری CFRP ناحیه برشی نیز به‌طور کامل جدا شد و تیر به یکباره در برش شکست. در واقع وجود CFRP باعث شده بود که از شکست برشی جلوگیری گردد ولی موقعی که جداشدگی اتفاق افتاد، شکست برشی اجتناب‌ناپذیر بود. با توجه به شکل (۵) مشخص است که استفاده از FRP باعث شده مسیر ترک‌ها عوض شود و الگوی ترک‌خوردگی تیرها تغییر کند.

از منحنی بار-افت وسط دهانه برای تیرهای گروه اول در شکل (۶) مشاهده می‌شود که با استفاده از CFRP رفتار BR2 به‌صورت خمشی-برشی تبدیل شده و FRP باعث ضعیف‌تر شدن تیر در خمش گردیده است. در تیر BR1 نیز استفاده از CFRP باعث تغییرات چندانی در مقاومت نهایی تیر نشده است. در مجموع می‌توان گفت که استفاده از این دو آرایش FRP علی‌رغم تغییر دادن الگوی ترک‌خوردگی تیر، باعث افزایش مقاومت تیرها نشده است.

تیرهای گروه دوم جزئیاتی مشابه گروه اول دارند که تنها به‌جای دو سفره آرماتور، یک سفره آرماتور جاگذاری شود تا ظرفیت خمشی و برشی تیر کمتر شده و پوشش بتن روی آرماتورها اضافه گردد. تیر ساده B3، نمونه شاهد این گروه بوده است و دو نمونه مقاوم‌شده BR3 و BR4 به‌ترتیب مشابه تیرهای BR1 و BR2 گروه اول با CFRP تقویت شده‌اند. نتایج مربوط به آزمایش این گروه در جدول (۶) نشان داده شده است که نشان می‌دهد استفاده از هر دو آرایش FRP باعث افزایش بار ترک‌خوردگی و افت وسط تیرها شده است.

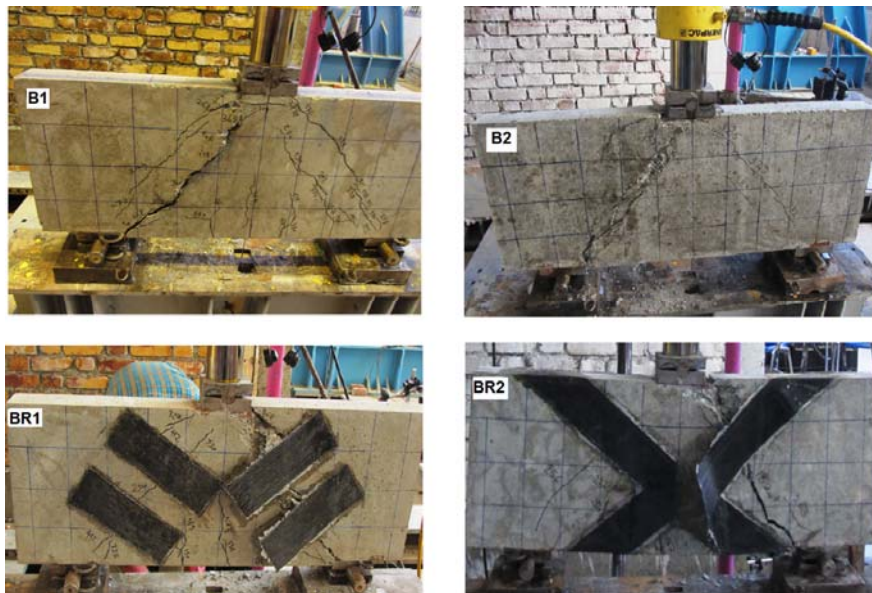
۳- برای تیر BR1 از ۸ نوار ۱۰ cm در ۳۰ cm استفاده شده ولی در این تیر از دو نوار ۱۰ cm در ۹۰ cm بهره گرفته شده است.

در جدول و شکل (۵) به‌ترتیب نتایج حاصل از آزمایش و نحوه خرابی نمونه‌ها نشان داده شده است. در همه تیرهای این گروه، اولین ترک ابتدا در ناحیه خمشی رخ داده است. همان‌طور که در جدول (۵) مشاهده می‌شود بیشترین مقاومت مربوط به تیر B2 می‌باشد که در آن چهار آرماتور کششی استفاده شده است در حالی که سه تیر دیگر دارای دو آرماتور کششی نمرة ۱۸ می‌باشند. بیشترین مقاومت بتن مربوط به نمونه BR1 می‌باشد و با توجه به آن می‌توان گفت که مقاومت بیشتر نمونه BR1 نسبت به B1 به دلیل مقاومت بالای بتن آن است و نوع تقویت بکار رفته توسط CFRP تاثیری در مقاومت آن نداشته ولی وجود CFRP باعث کمتر شدن ترک، افزایش بار اولین ترک برشی به اندازه بیش از دو برابر و کاهش افت تیر به اندازه ۲۸٪ شده است. شکست نمونه BR1 به صورت ترد و ناگهانی و همراه با ایجاد ضربه شدید بود که هم‌زمان با کنده شدن CFRP از روی بتن صورت گرفت.

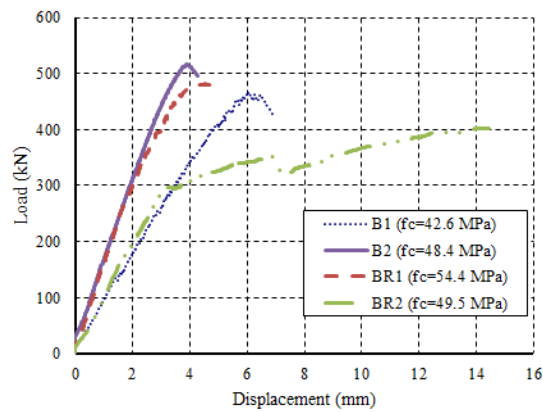
با مقایسه ترک‌ها و تعداد آنها در شکل (۵) می‌توان گفت که کمترین تعداد و عرض ترک‌خوردگی در تیر B2 با دو آرماتور کششی اضافی است. در تیر BR2 با وجود این که عرض ترک‌ها و افت تیر بسیار بیشتر از تیرهای B1 و BR1 است ولی تعداد ترک‌ها کمتر از دو تیر دیگر می‌باشد. در این تیر در باری نظیر ۳۵۳KN، CFRP در وسط تیر پاره شد و بار به یکباره به ۳۲۰KN کاهش یافت ولی تیر دچار شکست نشد. با افزایش بیشتر بارگذاری به دلیل این که مسیر ترک‌های خمشی باز شده بود، این ترک‌ها شروع به گسترش

جدول ۵ نتایج حاصل از آزمایش گروه اول تیرها

نام و نمونه تیر	مقاومت استوانه‌ای بتن (MPa) (نسبت مقاومت‌ها به B1)	بار ترک‌خوردگی تیر (kN) (نسبت بار به B1)	بار اولین ترک برشی (kN) (نسبت بار به B1)	بار نهایی تیر (kN) (نسبت بار به B1)	افت وسط تیر (mm) (نسبت افت به B1)	مود شکست تیر
B1	۴۲/۶ (۱)	۱۲۰ (۱)	۱۳۸ (۱)	۴۶۷ (۱)	۶/۰۴ (۱)	برشی
B2	۴۸/۴ (۱/۱۴)	۲۵۰ (۲/۰۸)	۲۸۳ (۲/۰۵)	۵۱۶ (۱/۱۰)	۳/۹۰ (۰/۶۴)	برشی
BR1	۵۴/۴ (۱/۲۷)	۱۳۸ (۱/۱۵)	۲۹۴ (۲/۱۳)	۴۸۱ (۱/۰۳)	۴/۲۱ (۰/۷۰)	برشی
BR2	۴۹/۵ (۱/۱۶)	۱۶۷ (۱/۳۹)	۱۸۲ (۱/۳۲)	۴۰۳ (۰/۸۶)	۱۴/۳۵ (۲/۳۷)	برشی



شکل ۵ نحوه خرابی نمونه‌های گروه اول

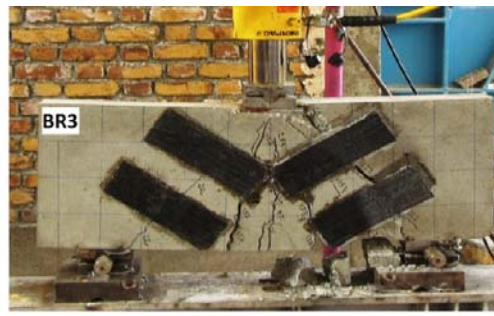


شکل ۶ منحنی بار-افت وسط دهانه تیرهای گروه اول



جدول ۶ نتایج حاصل از آزمایش گروه دوم تیرها

نام نمونه تیر	مقاومت استوانه‌ای بتن (MPa) (نسبت مقاومتها به B3)	بار ترک‌خوردگی تیر (kN) (نسبت بار به B3)	بار اولین ترک برشی (kN) (نسبت بار به B3)	بار نهایی تیر (kN) (نسبت بار به B3)	افت وسط تیر (mm) (نسبت افت به B3)	مود شکست تیر
B3	۴۲/۶ (۱)	۶۰ (۱)	۱۰۱ (۱)	۳۸۰ (۱)	۸/۸۷ (۱)	برشی
BR3	۵۴/۴ (۱/۲۸)	۶۶ (۱/۱۰)	۲۲۰ (۲/۱۸)	۳۵۱ (۰/۹۲)	۱۳/۹۱ (۱/۵۷)	برشی
BR4	۴۷/۹ (۱/۱۲)	۱۱۴ (۱/۹۰)	۱۴۳ (۱/۴۱)	۲۸۲ (۰/۷۴)	۱۶/۹۷ (۱/۹۱)	برشی



شکل ۷ نحوه خرابی گروه دوم نمونه‌ها

ترک‌خوردگی تیر و انتقال بار از برش به مسیر خمشی و رفتار خمشی تیر است. چنانچه ورق‌های FRP تا لحظه وقوع شکست از روی بتن جدا نمی‌شدند انتظار می‌رفت که BR3 در خمش خراب شود، ولی با جدا شدن FRP موجود در ناحیه برشی و ضعیف‌تر شدن این ناحیه، به یکباره انرژی فوق‌العاده‌ای به ناحیه ضعیف برشی منتقل شد و تیر با ضربه و به‌صورت ناگهانی در برش شکست.

در تیر BR4 تعداد ترک‌ها به مراتب کمتر بود و با افزایش بار، عرض ترک‌های قبلی بیشتر و بیشتر

شکل (۷) نحوه خرابی تیرهای این گروه را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در این گروه به دلیل تک سفره‌ای بودن نمونه‌ها، ظرفیت خمشی تیرها نیز پایین است و تعداد و عرض ترک‌های خمشی خیلی بیشتر از نمونه‌های گروه اول می‌باشد. در هر سه تیر این گروه تا آخرین لحظات بارگذاری هم ترک‌های خمشی و هم برشی در حال رشد بودند.

تیر BR3 دچار شکست ناگهانی برشی شد؛ به‌گونه‌ای که علی‌رغم افت زیاد تیر نسبت به نمونه معمولی، مقاومت نهایی آن به اندازه ۳۰kN کمتر از نمونه معمولی شده. دلیل این امر تغییر الگوی

به طوری که ضخامت تیر از ۱۰ cm به ۱۴ cm افزایش داده شده و از دو آرماتور کششی نمرة ۲۰ به اضافه دو آرماتور کششی نمرة ۱۸ برای افزایش مقاومت خمشی آن استفاده شده است. B4، نمونه شاهد تقویت نشده این گروه است و تیرهای BR5 و BR6 با جزئیات آرماتوربندی مشابه B4 با CFRP تقویت شده‌اند.

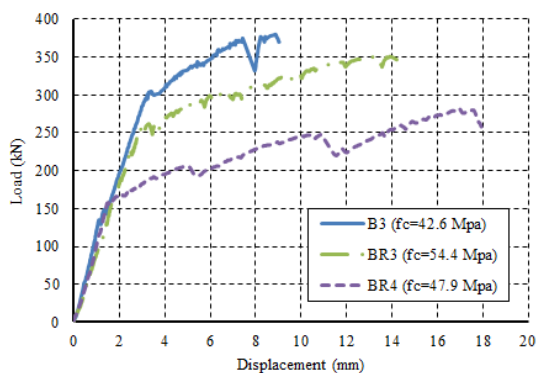
تیر BR5 توسط ورق‌های CFRP به صورت U همانند شکل (۹) تقویت شده است. در استفاده از FRP برای مقاوم‌سازی، معمولاً قسمت بالایی تیر توسط عضوی که روی تیر قرار گرفته پوشانده شده است و امکان قرار دادن FRP در بالای تیر وجود ندارد. به همین دلیل برای عملی‌تر شدن ایده تقویت، به جای دورپیچ کردن تیر از آرایش U شکل استفاده شده است.

در تیر BR6 باز هم از آرایش عمود بر قطر برشی استفاده شده ولی این بار، تعداد باند CFRP بیشتر شده و عرض آنها به ۵ cm تقلیل یافته است. تقویت در این تیر فقط در یک وجه صورت گرفته است. گوشه‌های تیر به صورت گرد درآورده شده‌اند تا از تمرکز تنش در این نواحی جلوگیری شود. آرایش FRP تیر BR6 در شکل (۱۰) نشان داده شده است.

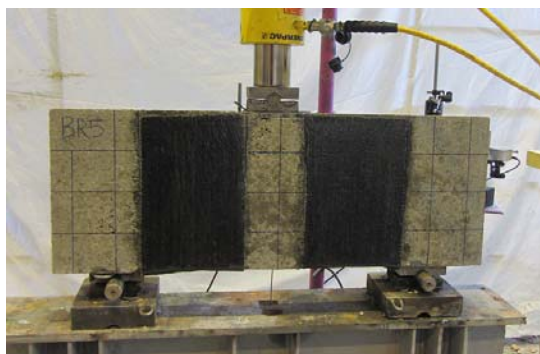
می‌شد. در باری معادل CFRP، ۲۴۷ kN در ناحیه پایین تیر پاره شد و افت شدیدی در بار مشاهده شد ولی تیر خراب نشد. با افزایش بیشتر بار، عرض ترک‌های خمشی و برشی بیشتر و بیشتر شد و تا لحظه شکست نمونه احتمال وقوع هر دو شکست خمشی و برشی می‌رفت که در نهایت نمونه با شکست برشی مواجه شد. در این تیر نیز همانند BR3 مود رفتاری تیر به صورت خمشی-برشی بود و به کارگیری FRP باعث ضعف تیر در خمش شده بود.

در شکل (۸) منحنی بار-افت وسط دهانه تیرها نشان داده شده است. در این منحنی افت‌های شدیدی در بار دیده می‌شود که به دلیل جداشدگی مرحله‌ای CFRP از روی تیر در جاهای مختلف تیر می‌باشد. مشاهده می‌شود که در این گروه از تیرها نیز استفاده از دو آرایش قبلی مقاومت تیرها را افزایش نداده ولی باعث افزایش شکل‌پذیری تیر شده است.

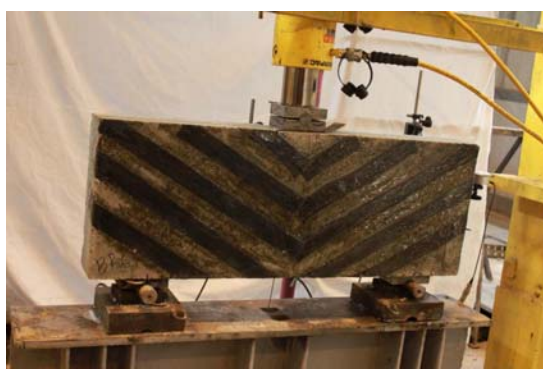
ساخت و آزمایش تیرهای گروه سوم بعد از آزمایش دو گروه قبلی و بر مبنای نتایج آنها صورت گرفته است. با توجه به این‌که دو آرایش قبلی در افزایش مقاومت تیرها کارایی چندانی نداشتند، در این گروه از دو آرایش جدید CFRP استفاده گردیده است.



شکل ۸ منحنی بار-افت وسط دهانه تیرهای گروه دوم



شکل ۹ آرایش CFRP در تیر BR5



شکل ۱۰ آرایش CFRP در تیر BR6

جدول ۷ نتایج حاصل از آزمایش گروه سوم تیرها

نام نمونه تیر	مقاومت استوانه‌ای بتن (MPa) (نسبت مقاومت‌ها به B4)	بار ترک‌خوردگی تیر (kN) (نسبت بار به B4)	بار اولین ترک برشی (kN) (نسبت بار به B4)	بار نهایی تیر (kN) (نسبت بار به B4)	افت وسط تیر (mm) (نسبت افت به B4)	مود شکست تیر
B4	۴۶/۴ (۱)	۳۸۱ (۱)	۳۸۱ (۱)	۵۷۶ (۱)	۳/۰۲ (۱)	برشی
BR5	۴۸ (۱/۰۳)	برشی زیر FRP	زیر FRP	۶۱۰ (۱/۰۶)	۳/۶۹ (۱/۲۲)	برشی
BR6	۴۸ (۱/۰۳)	۳۶۰ (۰/۹۴)	۳۶۰ (۰/۹۴)	۶۲۲ (۱/۰۸)	۴/۴۰ (۱/۴۶)	برشی

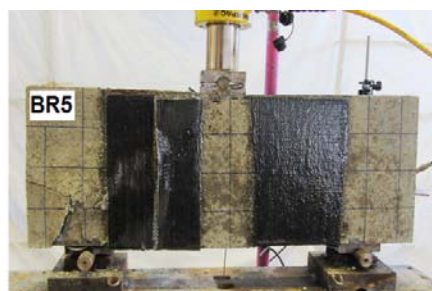
بتن با ضخامت بیشتر نسبت به نمونه‌های ۱۰ سانتی قبل از دچار ترک‌خوردگی کمتری شده است. در این نمونه اولین ترک، به صورت برشی و در باری حدود ۳۸۱kN قابل مشاهده بود. تشکیل عضو فشاری قطری بتنی در این نمونه به خوبی مشهود است. همان‌طور که انتظار می‌رفت به خاطر مقاومت خمشی و برشی بالای این نمونه نسبت به نمونه‌های مشابه ۱۰cm قبلی، افت

در جدول (۷) نتایج آزمایش نمونه‌های گروه سوم و در شکل (۱۱) نحوه خرابی تیرهای گروه سوم نشان داده شده است. در این گروه، هر سه تیر دارای مقاومت بتن تقریباً یکسانی بودند. اولین ترک مشاهده شده در تیرهای این گروه به صورت برشی بود. از روی شکل (۱۱) مشخص است که شکست هر سه تیر به صورت برشی است. تیر B4 به دلیل داشتن

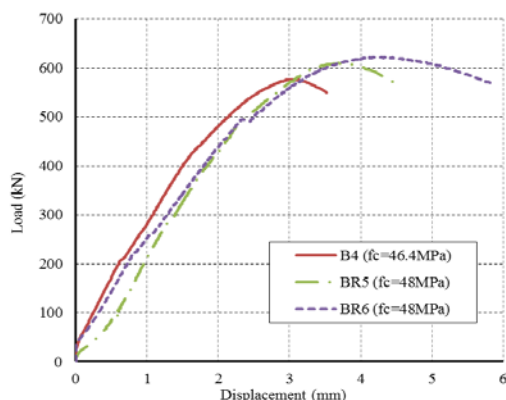
قرار داشت. سه باند دیگر فقط در وجه تیر چسبانده شده بودند و با جدا شدن از روی تیر نقش خود را در افزایش مقاومت از دست دادند. این تیر در بار ۶۲۲ kN شکست که ۸٪ بیشتر از بار خرابی تیر ساده B4 بود. در شکل (۱۲) منحنی بار-افت نمونه‌های B4، BR5 و BR6 نشان داده شده است. از روی شکل مشخص است که استفاده از FRP باعث افزایش مقاومت تیر شده که این افزایش برای تیر BR5 به اندازه ۶٪ و برای تیر BR6 ۸٪ است. هم‌چنین شکل‌پذیری نمونه BR6 بیشتر از دو تیر دیگر می‌باشد. ذکر این نکته ضروری است که تقویت صورت گرفته در تیر BR6 تنها در یک وجه تیر می‌باشد در حالی که حالت U شکل استفاده شده در تیر BR5 در دو وجه تیر چسبانده شده است. در صورت تقویت هر دو وجه تیر همانند آرایش به‌کار رفته در تیر BR6 می‌توان انتظار داشت که به مقاومت بالاتری دست یافته شود. به شرطی که مقاومت خمشی تیر به‌اندازه‌ای بزرگ باشد که مسیر انتقال بارها عوض نشود.

تیر نیز کمتر بود. تیر BR5 خرابی برشی به‌همراه لهیدگی یکی از تکیه‌گاه‌ها را تجربه کرد. در این تیر تا قبل از پاره شدن FRP مقاومت تیر در حال افزایش بود که به یک‌باره بعد از پاره شدن FRP ترک برشی در زیر FRP ایجاد شد و با ادامه بارگذاری، لهیدگی تکیه‌گاهی روی داد. افزایش مقاومت این نمونه نسبت به نمونه بدون FRP در حدود ۶٪ بود.

در تیر BR6 خرابی به‌صورت تدریجی بود، به‌طوری که با پاره شدن یا جدا شدن هر باند FRP به دلیل مقاومت دیگر باندها نمونه دچار خرابی نمی‌شد و تا پاره شدن آخرین باند مقاوم، نمونه دارای مقاومت بود. نمونه با جدا شدن باند قطری وسط وارد فاز خرابی شد. اصلی‌ترین و کارآمدترین باند، دومین باند از پایین بود که با توجه به این‌که در هر دو سمت تا وجه تیر نیز ادامه داشت دارای مقاومت بیشتری بود. اولین باند از پایین نیز دارای چنین حالتی بود ولی با توجه به محل قرارگیری آن، تحت تنش‌های کمتری



شکل ۱۱ نحوه خرابی نمونه‌های گروه سوم



شکل ۱۲ منحنی بار-افت وسط دهانه تیرهای گروه سوم

جدول ۸ مقایسه نتایج حاصل از آزمایش و روابط تحلیلی

بار نهایی بدست آمده از روابط تحلیلی (kN) (نسبت بار تحلیلی به آزمایشگاهی)						بار نهایی آزمایشگاهی $P_{ex}$ (kN)	مقاومت فشاری بتن $f'_c$ (MPa)	ضخامت تیر b (mm)	نام نمونه تیر
ژانگ و همکاران [3]	عربزاده و همکاران [17]	مائو و سو [16]	کنگ و همکاران [15]	ACI ۳۱۸ [14]	مبحث نهم مقررات ملی [۱۲]				
۱۶۰/۱ (۰/۳۴)	۲۴۹/۹ (۰/۵۳)	۲۶۶/۵ (۰/۵۷)	۳۶۴/۶ (۰/۷۸)	۲۲۸/۵ (۰/۵۱)	۲۲۹/۷ (۰/۴۹)	۴۶۷	۴۲/۶	۱۰۰	B1
۱۶۰/۱ (۰/۲۹)	۲۵۸/۹ (۰/۵۰)	۲۸۱ (۰/۵۴)	۳۸۶/۵ (۰/۷۵)	۲۴۲/۷ (۰/۴۷)	۲۳۳/۸ (۰/۴۵)	۵۱۶	۴۸/۴	۱۰۰	B2
۸۰ (۰/۲۱)	۲۴۹/۹ (۰/۶۶)	۱۸۶/۵ (۰/۴۹)	۳۴۸/۳ (۰/۹۲)	۱۷۳/۳ (۰/۴۵)	۱۷۵/۱ (۰/۴۶)	۳۸۰	۴۲/۶	۱۰۰	B3
۱۶۰/۱ (۰/۲۶)	۴۳۷/۶ (۰/۷۶)	۳۲۲/۴ (۰/۵۶)	۳۸۹/۹ (۰/۶۸)	۳۰۶/۴ (۰/۵۳)	۳۰۹/۲ (۰/۵۴)	۵۷۶	۴۶/۴	۱۴۰	B4
۱۶۹/۳ (۰/۳۵)	X	X	X	X	X	۴۸۱	۵۴/۴	۱۰۰	BR1
۱۶۱/۳ (۰/۴۰)	X	X	X	X	X	۴۰۳	۴۹/۵	۱۰۰	BR2
۸۷/۱ (۰/۲۵)	X	X	X	X	X	۳۵۱	۵۴/۴	۱۰۰	BR3
۸۱/۲ (۰/۲۹)	X	X	X	X	X	۲۸۲	۴۷/۹	۱۰۰	BR4
۲۲۱/۳ (۰/۳۶)	X	X	X	X	X	۶۱۰	۴۸	۱۴۰	BR5
۱۶۷/۱ (۰/۲۷)	X	X	X	X	X	۶۲۲	۴۸	۱۴۰	BR6

توجه: اعداد داخل پرانتز نسبت بار تحلیلی به بار آزمایشگاهی می‌باشند.

### مقایسه نتایج

در این بخش نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از روابط موجود در مراجع دیگر مقایسه شده است. برای مقایسه نتایج تیرهای عمیق معمولی از مبحث نهم مقررات ملی [۱۲]، آیین نامه ۹۹-ACI318 [14]، رابطه ارائه شده توسط کنگ و همکاران [15]، رابطه پیشنهادی مائو و سو [16] و رابطه پیشنهادی محقق و همکاران [17] استفاده شده است.

در مورد تیرهای عمیق مقاوم شده با FRP، به طور کلی آیین نامه‌ای وجود ندارد که به طور اخص برای تیر عمیقی که با FRP تقویت شده، رابطه‌ای ارائه داده باشد. آیین نامه ۴۴۰.۲R-08 ACI [18] رابطه مقاومت برشی ناشی از FRP را ارائه نموده و برای محاسبه مقاومت ناشی از بتن و فولاد در تیرهای معمولی به آیین نامه ۳۱۸-05 ACI [۱۹] ارجاع داده است. نشریه ۳۴۵ ایران [۲۰] نیز وضعیت مشابهی دارد و در آن تنها به مقاوم سازی تیرهای معمولی با FRP پرداخته شده است. بنابراین نمی توان از آیین نامه ۴۴۰.۲R-08 ACI [18] و نشریه ۳۴۵ ایران [۲۰] برای مقایسه نتایج تیرهای عمیق تقویت شده با FRP استفاده کرد.

چند رابطه نیز توسط محققان برای محاسبه مقاومت برشی تیرهای عمیق مقاوم شده در مراجع پیشنهاد شده‌اند که شامل رابطه پیشنهادی ژانگ و همکاران [13]، معادای و شریف [8] و پارک و ابوطاها [9] می‌باشند. رابطه پیشنهادی ژانگ و همکاران بر مبنای رابطه پیشنهادی مائو و سو [16] قرار دارد. تحقیق انجام شده توسط معادای و شریف [8] برای پیش‌بینی مقاومت برشی تیرهای عمیق دارای بازشوی مقاوم شده با FRP است و رابطه پیشنهادی برای تیرهای بدون بازشو صادق نیست. رابطه پیشنهادی پارک و ابوطاها [9] هم تنها برای حالتی است که از نوار FRP به صورت U شکل با نوارهایی به عرض کم استفاده شود.

در جدول (۸) مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج

روابط موجود انجام شده است. تمامی تیرها دارای دهانه ۸۰۰ mm و ارتفاع ۴۰۰ mm می‌باشند.

مشاهده می‌شود که در تمامی تیرها بار نهایی آزمایشگاهی بیشتر از تحلیلی است. به طور کلی مقداری از بالا بودن بار نهایی آزمایشگاهی به بار تحلیلی مربوط به تقویت‌های صورت گرفته در محل‌های اعمال بار و تکیه‌گاه‌هاست که برای جلوگیری از وقوع خرابی‌های پدیدگی تعبیه شده‌اند که اندکی به مقاومت برشی نمونه نیز اضافه می‌کند.

در روابط تحلیلی مربوط به تیرهای عمیق معمولی در جدول، رابطه کنگ و همکاران [15] دارای بهترین جواب می‌باشد. دلیل بهتر بودن جواب‌های آن، بیشتر فرض کردن مقاومت ناشی از بتن نسبت به سایر روابط است. نتایج به دست آمده از مبحث نهم و آیین نامه ۹۹-ACI318 خیلی محافظه‌کارانه می‌باشد. زیرا روابط آیین نامه‌ای در جهت اطمینان دست بالا در نظر گرفته می‌شوند و اثرات ناشی از قفل و بست دانه‌ای و آرماتورهای کششی در داخل اثرات ناشی از بتن و فولاد در رابطه مقاومت برشی گنجانده شده‌اند. رابطه محقق و همکاران [17] نیز دارای جواب‌های خوبی است و اصلی‌ترین دلیل محافظه‌کارانه شدن جواب‌های آن نسبت به رابطه کنگ و همکاران، بسیار ناچیز فرض کردن مقاومت ناشی از فولاد جان (حدود ۱٪) است.

در مورد تیرهای عمیق مقاوم شده با FRP تنها رابطه رابطه پیشنهادی ژانگ و همکاران [3] است که از تعمیم رابطه پیشنهادی مائو و سو [16] برای تیرهای عمیق معمولی به دست آمده است، ولی دارای نتایج بسیار محافظه‌کارانه‌ای است. هم‌چنین رابطه پیشنهادی ژانگ و همکاران [3] در حالت تیر عمیق ساده، مستقل از مقاومت بتن، ضخامت تیر و ارتفاع تیر است. جواب‌های به دست آمده از آن برای حالت تقویت شده با FRP نیز خیلی محافظه‌کارانه است. با توجه به جدول شماره ۸ مشاهده می‌شود که با استفاده از این رابطه، به کارگیری آرایش‌های مورد نظر در این تحقیق

به تعداد بیشتر و با عرض کمتر ایده خوبی است. در نشریه ۳۴۵ برای تقویت برشی هیچ اشاره‌ای به تیرهای عمیق نشده است. در حالی که به دلیل شکست برشی تیرهای عمیق، تقویت برشی آنها از اهمیت دوچندانی برخوردار است. در نشریه فرض شده که تقویت برشی همانند به کارگیری خاموت در سرتاسر طول تیر انجام می‌گیرد ولی در تیرهای عمیق تعیین‌کننده‌ترین محل برای برش، دهانه برشی و محل ترک‌های قطری است. این نشریه دارای محدودیت‌های فراوانی است و کلیه حالات تقویت را در نظر نگرفته است.

بر مبنای آزمایش‌های انجام شده و مقایسه نتایج با روابط موجود، مشخص شد که هیچ‌کدام از روابط موجود در مراجع مورد بررسی، پیش‌بینی درستی از رفتار تیرهای عمیق مقاوم شده با FRP آزمایش شده در این مقاله را ندارند.

باعث افزایش مقاومت برشی تیر شده است در حالی که نتایج آزمایشگاهی برای تعدادی از آرایش‌ها خلاف آن را نشان می‌دهند. بنابراین می‌توان گفت که این رابطه بایستی اصلاح شود.

### نتیجه‌گیری

بررسی آزمایشگاهی ۱۰ تیر عمیق ساده و مقاوم شده با CFRP نشان داد که برای دستیابی به حالتی که CFRP باعث افزایش مقاومت تیر شود، بایستی مقدار و آرایش CFRP در تیر به گونه‌ای باشد که مسیر برشی حتی بعد از تقویت با FRP ضعیف‌تر از مسیر خمشی برای انتقال بار باشد. به عبارت دیگر اثر FRP در افزایش مقاومت برشی تیرهایی قابل مشاهده است که تیر دارای مقاومت خمشی کافی باشد. همچنین بایستی از آرایشی استفاده گردد که کشش ایجاد شده در سیستم FRP به صورت تدریجی اعمال گردد. برای ایجاد چنین حالتی استفاده از باندهای FRP

### مراجع

1. Chaallal, O., Nollet, M-J., and Saleh, K., "Use of CFRP Strips for Flexure and Shear Strengthening of RC Members", *Proc., 2<sup>nd</sup> Conf. on Composites in Infrastructure*, H. Saadatmanesh, and M. R. Ehsani, eds., Univ. of Arizona, Tucson, Ariz. pp. 249-260, (1998).
2. Fanning, P., and Kelly, O., "Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams: An Experimental Study Using CFRP Plates", *Proc., 8<sup>th</sup> Int. Conf. on Structural Faults and Repair*, M. C. Forde, ed., Meigle Printers Ltd., Tweedbank Industrial Estate, Galashiels, Scotland, London, (1999).
3. Zhang, Z., Hsu, C.T. and Moren, J., "Shear Strengthening of Reinforced Concrete Deep Beams Using Carbon Fiber Reinforced Polymer Laminates", *Journal of Composites for Construction*, vol. 8, No. 5, pp. 403-414, (2004).
4. Islam, M.R., Mansur, M.A, and Maalej, M., "Shear Strengthening of RC Deep Beams Using Externally Bonded FRP Systems", *Elsevier, Cement & Concrete Composites*, vol. 27, pp. 413-420, (2005).
5. Parvin, A., Moslehy, Y., "A Study on the Design of Deep Beams Using FRP Bars", *International SAMPE Symposium and Exhibition (Proceedings)*, Cincinnati, vol. 52, (2007).
6. Ahmad, I., Zhu, Z. and Mirmiran, A., "Behavior of Short and Deep Beams Made of Concrete-filled

- Fiber-Reinforced Polymer Tubes", *Journal of Composites for Construction*, vol. 12, No. 1, pp. 102-110, (2008).
7. Omeman, Z., Nehdi, M. and El-Chabib, H., "Experimental Study on Shear Behavior of Carbon Fiber Reinforced Polymer Reinforced Concrete Short Beams without Web Reinforcements", *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 35, No. 1, pp. 1-10, (2008).
  8. Maaddawy, T.E., Sherif, S., "FRP Composites for Shear Strengthening of Reinforced Concrete Deep Beams with Openings", *Elsevier, Composite Structures*, vol. 89, pp.60–69, (2009).
  9. Park, S., Aboutaha, R.S., "Strut-and-Tie Method for CFRP Strengthened Deep RC Members", *Journal of Structural Engineering © ASCE*, vol. 135, No. 6, pp. 632-643, (2009).
  10. Lee, H.K., Cheong, S.H., Ha, S.K., and Lee, C.G., "Behavior and Performance of RC T-section Deep Beams Externally Strengthened in Shear with CFRP Sheets", *Composite Structures*, vol. 93, No. 2, pp. 911-922, (2011).
  11. Andermatt, M.F., "Concrete Deep Beams Reinforced with Internal FRP", MSc. Thesis, University of Alberta, Department of Civil and Environmental Engineering, Edmonton, Alberta, pp. 266 (2010)
  ۱۲. مبحث نهم مقررات ملی ساختمان، « طرح و اجرای ساختمان‌های بتن‌آرمه»، وزارت راه و شهرسازی، معاونت امور مسکن و شهرسازی، دفتر امور مقررات ملی ساختمان، صفحه ۳۷۱، (۱۳۹۲).
  13. Neville, A.M., "General Relation for Strength of Concrete Specimens of Different Shapes and Sizes," *ACI J.*, Proceeding, vol.63, No.10, pp. 1095-1109, (1966).
  14. ACI 318-99, "Building Requirements for Structural Concrete and Commentary", American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, pp 393, (1999).
  15. Kong, F.K., Robin, P.J., Singh, A., and Sharp, G.R., "Shear Analysis and Design of Reinforced Concrete Deep Beams", *The Structural Engineer*, vol.50 No.10, pp. 405-409, (1972).vol?
  16. Mau S.T. and Hsu T.T.C., "Formula for the Shear Strength of Deep Beams", *ACI Structural Journal*, vol. 86, No.5, pp 516-523, (1989).
  17. Arabzadeh, A., Rahaie, A.R. and Aghayari, R., "A Simple Strut-and-Tie Model for Prediction of Ultimate Shear Strength of RC Deep Beams", *International Journal of Civil Engineering*, vol.7, No, 3, pp. 141-153, (2009).
  18. ACI 440.2R-08, "Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures", Reported by ACI Committee 440, pp 80, (2008).
  19. ACI 318-05, "Building Requirements for Structural Concrete and Commentary", American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, pp 471, (2005).
  ۲۰. نشریه شماره ۳۴۵ «راهنمای طراحی و ضوابط اجرایی به‌سازی ساختمان‌های بتنی موجود با استفاده از مصالح تقویتی FRP» سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی کشور، معاونت امور فنی، دفتر امور فنی، تدوین معیارها و کاهش خطرپذیری ناشی از زلزله، صفحه ۱۰۷، (۱۳۸۵).