

## تشکیل ماتریس پایه پوچی تنک برای تحلیل بهینه سازه‌ها به روش نرمی با استفاده از الگوریتم جستجوی سیستم ذرات باردار\*

مریم داعی<sup>(۱)</sup> شهرزاد تمجیدزاد<sup>(۲)</sup> سید حمید میرمحمدی<sup>(۳)</sup>

**چکیده** در این مقاله، الگوریتمی برای تشکیل بردارهای پایه پوچی بهینه که منجر به تشکیل ماتریس نرمی تنک می‌شود، ارائه شده است. در مدل‌سازی مسئله بهینه‌یابی برای برقراری شرط استقلال بردارهای پایه پوچی که متناظر با سیستم‌های خودمتعادل می‌باشند، برای هر سیستم یک مولد در نظر گرفته شده و سپس توالی انتخاب مولدها به‌عنوان متغیر تصمیم در مسئله بهینه‌یابی مدل‌سازی شده است. با توجه به این‌که پس از انتخاب مولدها، دستگاه معادله‌های حاصل برای یافتن سایر درایه‌های بردارهای پایه پوچی یک دستگاه فرومعین خواهد بود، به‌منظور محاسبه پرفرترین پاسخ، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط توسعه داده شده است. در این مقاله برای حل مدل پیشنهادی از الگوریتم فراابتکاری جستجوی سیستم ذرات باردار استفاده می‌شود، از آنجایی که مکانیزم الگوریتم جستجوی سیستم ذرات باردار بر مبنای حرکت ذرات به‌صورت پیوسته در فضای پاسخ است، بنابراین در این مقاله برای حل مسئله در فضای گسسته صفر و یکی راهکاری پیشنهاد شده و عملکرد احتمال جهش نیز اضافه گردیده است. نتیجه عددی محاسبات نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی با دقت و سرعت مناسب قادر به یافتن پاسخ نزدیک بهینه می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی** تحلیل بهینه؛ روش نرمی؛ بردار پایه پوچی؛ الگوریتم جستجوی سیستم ذرات باردار.

### Formation of Sparse Null Bases for Optimal Force Method Analysis Using Charged System Search Algorithm

M. Daei Sh. Tamjizad S. H. Mirmohammadi

**Abstract** In this paper, an algorithm is presented for the formation of optimal null basis vectors corresponding to sparse flexibility matrices. For controlling the independence of the vectors, a generator is selected in each corresponding self-equilibrating systems, and the sequence of generators is modeled as decision variables. Since the equilibrium conditions and uniqueness of generators consists a underdetermined linear system, a linear mixed integer programming model is presented for finding sparse solution. In charged system search algorithm, the movement of charged particles is tracked in a continuous domain, therefore it is modified for using in a discrete binary space, and also a new operator called probability of mutation is defined in this paper. The numerical examples shows that the proposed method enables to find suboptimal solution, while using short computational time and resulting good accuracy.

**Keywords** Optimal Analysis; Force Method; Null Bases; Charged System Search Algorithm.

\* تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۱/۱۰ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۷/۱۹ می‌باشد.

(۱) نویسنده مسئول: استادیار، گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان.

(۲) دانشجو کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان.

(۳) استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان.

## مقدمه

تحلیل ماتریسی به روش نرمی به طور گسترده‌ای تا سال ۱۹۶۰ مورد توجه محققان بود، ولی پس از آن با افزایش حافظه و سرعت کامپیوترها و جوابگویی روش تغییر مکان‌ها برای انواع مختلف سازه‌ها، توجه بیشتر محققان به روش‌های تغییر مکانی سوق داده شد. در نتیجه روش نرمی و مزایای آن در تحلیل غیرخطی و بهینه‌یابی سازه‌ها نادیده گرفته شد. اگر چه پس از این روند پیشرفت روش نرمی کند بوده است، اما تحقیقات زیادی در جهت بهبود این روش انجام شده و روش‌های مناسب برای برنامه‌نویسی کامپیوتری در تحقیقات کاوه [1] گسترش یافته است.

اولین روش جبری توسط دنک [2] ارائه شده است. روش پیشنهادی وی استفاده از روش حذف گوس - جردن برای به دست آوردن پایه استاتیکی از روی معادله‌های تعادل می‌باشد.

روش‌های جبری طبیعتاً ساده و کلی هستند اما حافظه و تعداد عملیات مورد نیاز آنها به طور کلی بیشتر از سایر روش‌ها می‌باشد. به منظور افزایش قابلیت‌های روش‌های جبری، در مراحل مختلف عملیات جبری، روش‌های ترکیبی جایگزین شده‌اند.

مشکل اساسی در کاربرد روش‌های نرمی، تشکیل ماتریس سیستم‌های خود متعادل به گونه‌ای است که منجر به ماتریس نرمی خوش‌ساختار شود. از این رو تلاش‌های متعددی برای حل این مسئله انجام شده است. به طور کلی روش‌های توپولوژیکی و ترکیباتی عمدتاً برای حالت‌های خاصی از سازه‌ها به ویژه قاب‌ها با اتصالات صلب مؤثر هستند و روش‌های عمومی نمی‌باشند. از طرف دیگر روش‌های جبری کاربرد عمومی‌تر دارند و بازه گسترده‌ای از سازه‌ها را پوشش می‌دهند، ولی حافظه لازم و تعداد عملیات مورد نیاز آنها زیاد می‌باشد.

در سال‌های اخیر کاوه و همکاران [3-5] با بهره‌گیری از

تئوری گراف‌ها روش‌های کارآمدی را در تحلیل به روش نرمی ارائه داده‌اند.

در این مقاله برای رفع مشکلات روش‌های کلاسیک و به عنوان یک رویکرد جدید، مسئله تشکیل ماتریس نرمی بهینه به صورت یک مسئله بهینه‌یابی مدل‌سازی شده است که در آن هدف پیدا کردن تنک‌ترین ماتریس نرمی می‌باشد. مدل طراحی شده یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مقید می‌باشد که در آن تابع هدف تعداد درایه‌های غیرصفر ماتریس پایه‌های پوچی تعریف شده و شرایط تعادل و استقلال در قیدها در نظر گرفته شده است. اگر چه پیدا کردن ماتریس نرمی خوش‌ساختار در قالب یک مسئله بهینه‌یابی، یک مسئله NP-hard است، اما با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری می‌توان با دقت مناسب و سرعت بالا پاسخ نزدیک به بهینه را برای این مسئله پیدا کرد [6].

در این مقاله برای حل مدل پیشنهادی از الگوریتم فراابتکاری جستجوی سیستم ذرات باردار (CSS) [7] استفاده شده است. در سال‌های اخیر این الگوریتم به طور گسترده‌ای در مسائل مختلف سازه‌ای به کار برده شده است. این تحقیقات نشان می‌دهد که الگوریتم CSS از سرعت همگرایی بالایی برخوردار است و در فرآیند یافتن پاسخ بهینه موازنه مطلوبی بین اکتشاف و بهره‌برداری وجود دارد [8-10]. مکانیزم این الگوریتم بر مبنای حرکت ذرات به صورت پیوسته در فضای پاسخ استوار است، بنابراین در این مقاله الگوریتم CSS به منظور به کارگیری و جستجو در یک فضای گسسته صفر و یک توسعه داده شده است.

روش ارائه شده با فرض وجود نامعینی داخلی برای خرابی دوبعدی ارائه شده است. اگر چه از رویکرد پیشنهادی می‌توان برای به کارگیری در تحلیل به روش نرمی سایر حالات نیز بهره گرفت.

در این رابطه  $G = B_1^t F_m B_1$  به عنوان ماتریس نرمی سازه می باشد.

برای تحلیل بهینه سازه به روش نرمی، ماتریس نرمی  $G$  می بایست در حد امکان تنک و خوش ساختار باشد. برای رسیدن به این ویژگی ها در ماتریس  $G$ ، لازم است ماتریس  $B_1$  به گونه مناسب طراحی گردد، زیرا شکل ماتریس  $F_m$  که مربوط به سازه به صورت منفک شده می باشد ثابت و غیرقابل تغییر می باشد. پس می توان گفت مسئله یافتن شکل بهینه بردارهای پایه پوچی به نحوی است که شرط تعادل (رابطه ۵) و شرط استقلال بردارها برقرار باشد. منظور از شرط تعادل، رابطه تعادل استاتیکی نیروها در تمام گره های سازه می باشد. در این رابطه ماتریس  $A$  ماتریس تعادل می باشد که به تعداد رابطه های تعادل (دو برابر تعداد گره ها برای خرابای دو بعدی با نامعینی داخلی) سطر و به تعداد المان ها خرپا ستون دارد. در واقع درایه  $i$ ام این ماتریس ضریب نیرو برای المان  $i$ ام در  $i$ امین معادله تعادل می باشد.

$$AB_1 = 0 \quad (5)$$

در صورتی که هر ستون از ماتریس  $B_1$  با  $S_i$  نمایش داده شود، به منظور برقراری شرط استقلال، در هر ستون  $S_i$  درایه ای به عنوان مولد انتخاب می شود که این مولد باید در ستون  $S_i$  برابر با یک و در ستون های بعدی برابر صفر باشد. پس از مشخص شدن مولد، سایر درایه های هر ستون بر اساس برقراری رابطه های تعادل محاسبه می شود.

بنابراین برای محاسبه شکل بهینه ماتریس  $B_1$ ، دو مسئله می بایست مورد توجه قرار گیرد؛ اولاً انتخاب شماره و ترتیب مولدها می بایست هوشمند باشد زیرا ساختار ماتریس  $B_1$  از نحوه انتخاب مولدها تأثیر می پذیرد، ثانیاً پس از مشخص شدن مولد برای هر ستون پرفرترترین پاسخ دستگاه معادله های تعادل می بایست محاسبه شود.

برای تعیین مولدهای بهینه از الگوریتم فراابتکاری CSS استفاده شده که شرح آن در بخش بعدی آمده است، اما

## تعریف مسئله تشکیل ماتریس پایه های پوچی

### به صورت یک مدل بهینه یابی

برای یک سازه با  $M$  عضو و  $N$  گره که  $\gamma(S)$  مرتبه نامعین استاتیکی می باشد، از بین مجهولات به تعداد  $\gamma(S)$  نیروی مجهول مستقل از هم که در اصطلاح زائد استاتیکی گفته می شوند، انتخاب می گردند. این مجهولات را می توان از بین نیروهای داخلی و یا عکس العمل های خارجی انتخاب کرد که به صورت زیر نمایش داده می شوند:

$$q = \{q_1, q_2, \dots, q_{\gamma(S)}\}^t \quad (1)$$

با حذف زائدهای استاتیکی، سازه تبدیل به یک سازه معین استاتیکی می شود که در اصطلاح سازه پایه گفته می شود. بارگذاری گرهی خارجی به صورت زیر نشان داده می شود که  $n$  تعداد بارهای گرهی می باشد.

$$p = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}^t \quad (2)$$

بر این اساس می توان بردار تلاش های داخلی  $r$  ناشی از بارگذاری خارجی  $p$  را به صورت زیر بیان کرد:

$$r = B_1 p + B_2 q \quad (3)$$

در این رابطه  $B_1$  و  $B_2$  ماتریس های مستطیلی می باشند که به تعداد کل مجهولات  $m$  ردیف دارند و تعداد ستون های آنها به ترتیب به تعداد بار خارجی گرهی  $n$  و به تعداد درجه نامعینی استاتیکی سازه  $\gamma(S)$  می باشد. در این رابطه  $B_1 p$  پاسخ ویژه مسئله می باشد که شرط تعادل تحت اثر نیروهای خارجی را ارضا می نماید و  $B_2 q$  پاسخ مکمل می باشد که از روی مجموعه سیستم های خود متعادل (SES) که در اصطلاح جبری پایه پوچی گفته می شوند، به دست می آید.

با استفاده از رابطه نیرو- تغییر مکان برای هر عضو و جمع بندی آن در ماتریس قطری اسمبل نشده نرمی  $F_m$ ، و با به کارگیری اصل کار مجازی مقدار تلاش های داخلی  $r$  از رابطه زیر به دست می آید [11]

$$r = [B_1 - B_1 (B_1^t F_m B_1)^{-1} B_1^t F_m B_1] p \quad (4)$$

خودمتعادل  $n \times m$  به عنوان مولد انتخاب شده باشد یک و در غیر این صورت صفر است).

$L$ : عدد مثبت بسیار بزرگ.

$X_{kj}$ : متغیر تصمیم (درایه مربوط به سطر  $k$  ام و ستون  $j$  ام ماتریس خودمتعادل  $B_1$  که نشان دهنده مقدار مربوط به عضو  $k$  ام در سیستم خودمتعادل  $Z$  ام است).  
 $Y_{kj}$ : متغیر تصمیم (اگر متغیر  $X_{kj}$  متناظر صفر شود مقدار صفر و در غیر این صورت مقدار یک به خود می گیرد).

$$(P) \quad \min Z = \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^{\gamma} Y_{kj} \quad (6)$$

Subject to

$$\sum_{k=1}^M a_{ik} X_{kj} = 0 \quad \forall i = 1, \dots, \gamma \quad \forall j = 1, \dots, \gamma \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^M g_{nk} X_{kj} = 0 \quad (8)$$

$$\forall j = 2, \dots, \gamma \quad n = 1, \dots, \gamma \quad n < j$$

$$\sum_{k=1}^M g_{nk} X_{kn} = 1 \quad \forall n = 1, \dots, \gamma \quad (9)$$

$$X_{kj} \leq L \cdot Y_{kj} \quad \forall k = 1, \dots, M, j = 1, \dots, \gamma \quad (10)$$

$$-X_{kj} \leq L \cdot Y_{kj} \quad \forall k = 1, \dots, M, j = 1, \dots, \gamma \quad (11)$$

$$Y_{kj} \in \{0, 1\} \quad \forall k = 1, \dots, M, j = 1, \dots, \gamma \quad (12)$$

$$X_{kj} \in \mathbb{R} \quad \forall k = 1, \dots, M, j = 1, \dots, \gamma \quad (13)$$

همان طور که ذکر شد به ازای یک ترتیب معین از مولدها (یک پاسخ خاص از مسئله اصلی) بی شمار پاسخ برای ماتریس  $B_1$  وجود دارد و هدف مدل فوق یافتن پرفرترین پاسخ از میان این پاسخهاست. محدودیت (۷) در برگیرنده معادله های تعادل است. محدودیت (۸) بیان می کند که در هر سیستم خودمتعادل اعضایی که به عنوان مولد برای سیستم های قبلی انتخاب شده اند باید برابر صفر باشد. محدودیت (۹) بیان می کند که مولد مربوط به هر سیستم خودمتعادل در همان سیستم باید برابر ۱ باشد. محدودیت های (۱۰) و (۱۱)

با مشخص بودن مولدها (به ازای یک ترتیب توالی مشخص از مولدها) محاسبه درایه های هر ستون از ماتریس  $B_1$  نیز خود نیازمند حل یک دستگاه معادله های خطی است. این دستگاه معادله ها که برای هر ستون شامل معادله های تعادل و معادله های مربوط به مولدها است، برای تمامی ستون های ماتریس  $B_1$  به جز ستون آخر یک دستگاه فرامعین و برای ستون آخر یک دستگاه همواره معین با یک پاسخ منحصر به فرد است.

در دستگاه های فرامعین که دارای بی شمار پاسخ می باشند، هدف یافتن پرفرترین پاسخ است. این مسئله که به عنوان یک زیرمسئله به ازای هر پاسخ معینی از مسئله اصلی (ترتیب معینی از مولدها) باید  $\gamma(S)$  بار حل گردد تا ماتریس  $B_1$  به دست آید، خود در رده مسائل NP-hard قرار می گیرد [12].

از طرفی این زیرمسئله، یافتن نقطه ای در یک فضای LP است که دارای بیشترین درجه تباهدگی باشد. بررسی تباهدگی بودن یک مدل برنامه ریزی خطی (وجود حداقل یک پاسخ پایه تباهدگی) در رده مسائل NP-complete به اثبات رسیده است [13]. هم چنین مسئله تصمیم گیری در مورد وجود یک وجه تباهدگی در یک چندوجهی غیرتهی نیز به عنوان یک مساله NP-complete اثبات گردیده است [14].

بنابراین می توان نتیجه گرفت مسئله یافتن نقطه ای با بیشترین درجه تباهدگی که حداقل به سختی مسئله تصمیم گیری متناظرش است، در رده مسائل NP-hard قرار می گیرد.

زیر مسئله مذکور را برای محاسبه تمامی ستون های ماتریس  $B_1$  می توان به صورت یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط نوشت. پارامترها و متغیرهای مدل به قرار زیر است:

$M$ : تعداد اعضای سازه.

$N$ : تعداد گره های سازه.

$\gamma$ : درجه نامعینی استاتیکی.

$a_{ik}$ : درایه مربوط به سطر  $i$  ام و ستون  $k$  ام ماتریس تعادل.

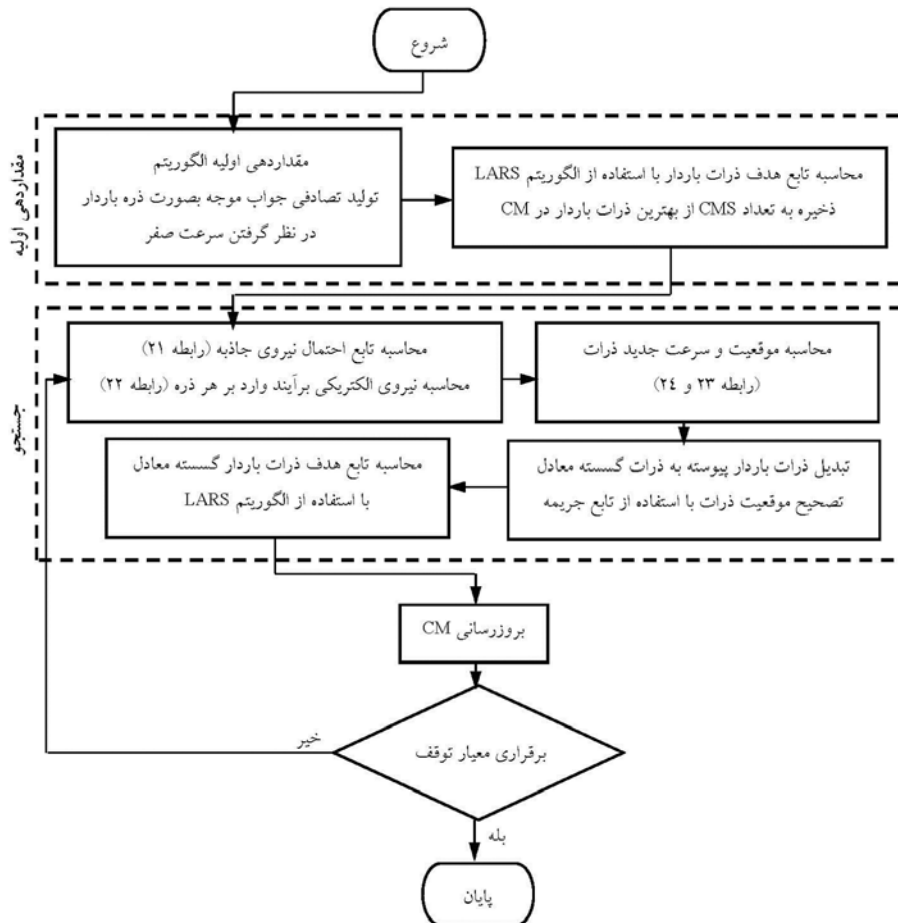
$g_{nk}$ : پارامتر انتخاب مولد (اگر عضو  $k$  ام در سیستم

زیرمسئله به ازای هر انتخاب معینی از مولدها به صورت هم‌زمان حل شود. در رویکرد پیشنهادی به منظور تعیین توالی مولدها و حل مسئله اصلی از الگوریتم CSS بهره گرفته شده است و به منظور حل زیرمسئله مذکور و محاسبه عناصر سیستم‌های خودمتعادل (به ازای یک ترتیب معین از مولدها)، دستگاه معادله‌های حاصل توسط الگوریتم ابتکاری Least Angle Regression (LARS) حل می‌شوند [15]. فرآیند کلی الگوریتم پیشنهادی به صورت یک روندنما در شکل (۱) آورده شده است. در ادامه به شرح این رویکرد حل پرداخته می‌شود.

بیان‌کننده رابطه میان متغیرهای  $Y_{kj}$  و  $X_{kj}$  های متناظر می‌باشند و نشان می‌دهند در صورتی که براساس محدودیت‌های قبلی  $X_{kj}$  نتواند مقدار صفر به خود بگیرد،  $Y_{kj}$  متناظرش برابر یک می‌شود و موجب بدتر شدن تابع هدف خواهد شد.

### رویکرد حل مسئله با استفاده از الگوریتم CSS

بنابر توضیحات بخش قبل، مسئله یافتن شکل بهینه بردارهای پایه پوچی بدین صورت پیشنهاد شده است که مولدهای مناسب برای ساخت سیستم‌های خودمتعادل انتخاب گردند و مدل (P) به عنوان یک



شکل ۱ روند کلی الگوریتم

به صورت تصادفی در فضای موجه مسئله تعیین شده است، شروع می کند. هر ذره نشان دهنده یک پاسخ در فضای موجه مسئله است. به منظور تولید یک پاسخ تصادفی، به ترتیب از اولین SES یک عضو به تصادف از میان انتخاب های موجه، به عنوان مولد برای سیستم مورد نظر انتخاب می شود. بعد از تعیین مولد برای تمامی سیستم های خود متعادل، به منظور محاسبه میزان تابع هدف پاسخ مورد نظر (درصد تنگی ماتریس سیستم های خود متعادل حاصل) هر ستون از ماتریس با حل دستگاه معادله های مربوط توسط الگوریتم LARS به دست می آید. فضای موجه مسئله به صورت زیر تعریف می شود و پاسخی که در شرایط زیر صدق کند، به عنوان یک پاسخ موجه پذیرفته خواهد شد:

۱- براساس توضیحات قبلی، اگر عضوی به عنوان مولد برای یک سیستم خود متعادل انتخاب شود، باید در سیستم بعدی مقدار صفر به خود بگیرد. بنابراین نمی تواند به عنوان مولد برای سیستم دیگری انتخاب شود. این محدودیت به صورت زیر قابل بیان است:

$$\sum_{n=1}^{\gamma(s)} g_{nk} \leq 1 \quad \forall k = 1, \dots, M \quad (28)$$

۲- در هر سیستم خود متعادل باید یک عضو به عنوان مولد انتخاب شود. رابطه (۲۹) فرم ریاضی این محدودیت را نشان می دهد.

$$\sum_{k=1}^M g_{nk} = 1 \quad \forall k = 1, \dots, \gamma(s) \quad (29)$$

۳- مولدی که در هر سیستم می تواند انتخاب شود تحت تأثیر انتخاب هایی است که برای سیستم های خود متعادل قبلی صورت گرفته است. فرض کنید انتخاب مولد برای سیستم خود متعادل  $n$ ام مد نظر باشد. تا این مرحله  $2N + n - 1$  معادله برای حل این سیستم خود متعادل وجود دارد. که در آن  $N$  تعداد گره های سازه،  $2N$  تعداد معادله ها تعادل و  $n - 1$  معادله دیگر، مربوط به مولدهای سیستم های خود متعادل قبلی است که باید در این سیستم مقدار صفر بگیرند. حال با انتخاب یک عضو به عنوان مولد

## طراحی اجزای الگوریتم CSS برای حل مسئله در فضای گسسته صفر و یکی

الگوریتم فرا ابتکاری CSS با استفاده از جمعیتی از ذرات باردار و به کارگیری مکانیزم نیروهای جاذبه، به جستجو در فضای پاسخ مسئله و حرکت ذرات به سوی پاسخ بهینه می پردازد. مکانیزم این الگوریتم بر مبنای حرکت ذرات به صورت پیوسته در فضای پاسخ استوار است. در واقع در طول اجرای الگوریتم CSS ذرات به صورت پیوسته در فضا جابه جا می شوند و مکان جدید ذرات به صورت نقاط پیوسته ای در فضا به دست می آید، اما در این مقاله به منظور به کارگیری الگوریتم در یک فضای صفر و یکی رویکرد جدیدی پیشنهاد گردیده است که منجر به حرکت ذرات بر روی نقاط گسسته موجود در فضا شود.

در رویکرد پیشنهادی از تبدیل ذرات پیوسته به ذرات گسسته در هر بار جابه جایی ذرات در طول روند حل الگوریتم استفاده می شود. از این رویکرد می توان برای به کارگیری CSS در فضاهای گسسته صفر و یک مشابه نیز بهره گرفت.

### نحوه نمایش ذرات باردار

متغیر تصمیم گیری مسئله یک متغیر صفر و یک دوبعدی است که با  $g_{nk}$  نشان داده می شود. این متغیر بیان کننده عضوی است که به عنوان مولد برای سیستم های خود متعادل انتخاب شده است.  $g_{nk}$  یک است در صورتی که عضو  $k$ ام در سیستم خود متعادل  $n$ ام به عنوان مولد انتخاب شود و در غیر این صورت صفر خواهد بود. بنابراین یک پاسخ از مسئله که به عنوان یک ذره در CSS در نظر گرفته می شود به صورت زیر قابل بیان است:

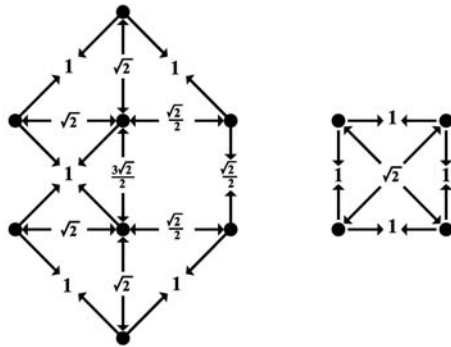
$$G^j = \{g_{nk}^j\} \quad (27)$$

که  $g_{nk}^j$  متغیر دوبعدی  $g_{nk}$  متعلق به ذره  $j$ ام است.

### تولید پاسخ در فضای موجه

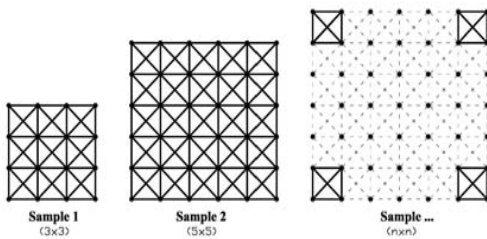
الگوریتم از یک جمعیت اولیه ذرات که موقعیت آنها

بیان دیگر حدود ۸۰٪ ماتریس پایه پوچی صفر می باشد.



شکل ۳ نیرو در سیستم های خودمتعادل انتخابی

برای نشان دادن قابلیت الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل بزرگ تر و زمان محاسباتی لازم با تغییر ابعاد مسئله، یک بلوک شامل ۶ عضو و ۴ گره انتخاب شده و نمونه هایی از تکرار این بلوک در دو راستای x و y ساخته شده است (شکل ۴).



شکل ۴ هندسه نمونه های ساخته شده برای حل با الگوریتم پیشنهادی

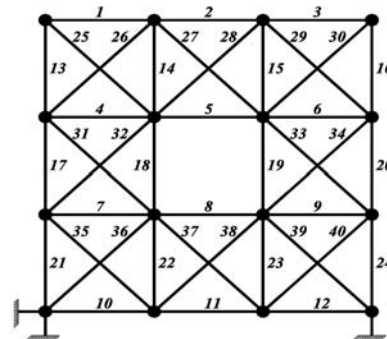
نتیجه های به دست آمده در جدول (۱) نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود برای سازه با ۱۰۰ گره ماتریس پایه پوچی حاصل حدود ۹۵ درصد تنک می باشد.

برای سیستم n ام، یک معادله دیگر به این دستگاه اضافه خواهد شد. از این رو، تنها عضوی می تواند به عنوان مولد انتخاب شود که با اضافه شدن معادله مربوط به آن، دستگاه معادله ها حاصل سازگار باقی بماند.

### نتیجه های عددی

به منظور نشان دادن قابلیت الگوریتم پیشنهادی در این بخش مثال های عددی ارائه می شود. برای کدنویسی الگوریتم از نرم افزار MATLAB بهره گرفته شده است. سیستم مورد استفاده برای اجرای الگوریتم یک رایانه شخصی با پردازنده (Intel® core™ 2 Duo) ۲/۴۳ GHz و حافظه (RAM) ۲/۰۰ GB می باشد.

به عنوان اولین مثال خریای نشان داده شده در شکل (۲) که دارای یک بازشو می باشد، انتخاب شده است تا توانایی الگوریتم پیشنهادی در مورد سازه های دارای بازشو، بررسی شود. در این حالت سازه دارای ۴۰ عضو و ۱۶ گره و  $\gamma(S) = 40 - 2 \times 16 + 3 = 11$  درجه نامعین استاتیکی است.



شکل ۲ سازه دارای بازشو، ۱۱ درجه نامعین استاتیکی

کلید سیستم های خودمتعادل انتخابی قابل تقسیم به دو تیپ مشخص می باشند که در شکل (۵)، نیرو در این دو تیپ نشان داده شده است. تعداد درایه های غیر صفر ماتریس پایه پوچی حاصل برابر ۹۰ می باشد یا به

می‌شود و رابطهٔ تعامل با سایر بردارها نوشته می‌شود. از آنجا که شماره و ترتیب انتخاب مولدها مهم‌ترین فاکتور در شکل‌گیری ماتریس مربوط می‌باشد، توالی انتخاب مولدها به‌عنوان متغیر تصمیم در مسئلهٔ بهینه‌یابی مدل‌سازی شده و سپس با استفاده از الگوریتم فراابتکاری

جستجوی سیستم ذرات باردار مسئله حل شده است. با توجه به این‌که پس از انتخاب مولدها، دستگاه معادله‌های حاصل برای یافتن سایر درایه‌های بردارهای پایه پوچی یک دستگاه فرومعین خواهد بود، به‌منظور محاسبهٔ پرفرتم‌ترین پاسخ، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط توسعه داده شده است، در حالی که در تکرارهای الگوریتم جستجوی سیستم ذرات باردار از الگوریتم ابتکاری LARS استفاده شده است که این امر به‌طور بدیهی منجر به کاهش حجم و زمان محاسبات شده است.

حل مثال عددی بیانگر توانایی الگوریتم پیشنهادی در یافتن پاسخ نزدیک بهینه حتی در حالت سازه‌های خاص دارای بازشو می‌باشد.

جدول ۱ نتیجه‌های به‌دست آمده برای پاسخ بهینه و زمان

محاسباتی

تعداد گره‌ها	ابعاد ماتریس	تعداد مثال‌های حل شده	الگوریتم پیشنهادی	
			پاسخ بهینه (درصد تنگی)	متوسط زمان حل (ثانیه)
۱۶	۴۲×۱۳	۱۰	۸۴/۲۷	۴۶/۱۶
۳۶	۱۱۰×۴۱	۱۰	۹۲/۰۸	۲۱۱/۵۹
۶۴	۲۱۰×۸۵	۱۰	۹۴/۴۰	۱۰۹۷/۴۷
۱۰۰	۳۴۲×۱۴۵	۱۰	۹۵/۳۱	۳۶۰۸/۷۲

### نتیجه‌گیری

در این مقاله، الگوریتمی ابتکاری برای یافتن بردارهای پایه پوچی تنگ ارائه شده است. شکل بهینهٔ ماتریس پایه پوچی، منجر به تشکیل ماتریس نرمی بهینه می‌شود و هدف تحلیل مؤثر سازه به روش نرمی را تأمین می‌سازد. در طراحی الگوریتم سازنده، برای برقراری شرط استقلال بردارهای پایه پوچی، از خواص جبری استفاده شده است. بدین صورت که هر بردار نسبت به یک درایه که در اصطلاح مولد عنوان شده است نرمال

### مراجع

1. Kaveh, A., "Computational Structural Analysis and Finite Element Methods", Springer International Pu, pp. 46-98, (2014).
2. Denke, P. H., "A General Digital Computer Analysis of Statically Indeterminate Structures", NASA TD D-1666, pp.8-31 (1962).
3. Kaveh, A., Koohestani, K., "Efficient Graph Theoretical Force Method for Two Dimensional Rectangular Finite Element Analysis", *Communications in Numerical Methods in Engineering*, pp. 25951-971, (2009).
4. Kaveh, A., NaseriNasab, E., "A New Four Node Quadrilateral Plate Bending Element for Highly Sparse and Banded Flexibility Matrices", *Acta Mechanica*, Vol. 209, pp. 295-309, (2010).
5. Kaveh, A., Tolou Kian, M. J., "Efficient Finite Element Analysis Using Graph Theoretical Force Method with Brick Elements", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 54, pp. 1 - 15, (2012).



6. Kaveh, A., Daei, M., "Formation of Statical Basis for Efficient Force Method by Ant Colony Optimization", *m Civil Engineering*, Vol. 10, pp. 113-130, (2009).
7. Kaveh, A., Talatahari, S., "A Novel Heuristic Optimization Method: Charged System Search", *Acta Mechanica*, Vol. 213, pp. 267-289, (2010).
8. Kaveh, A., Talatahari, S., "Charged System Search for Optimum Grillage System Design Using the LRFD-AISC Code", *Journal of Constructional Steel Research*, Vol 66, No. 6, pp. 767-771, (2010).
9. Kaveh, A., and Talatahari, S., "Geometry and Topology optimization of Geodesic Domes Using Charged System Search", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol 43, No. 2, pp. 215-229, (2011).
10. Kaveh, A., and Behnam, A. F., "Cost Optimization of a Composite Floor System, One-way Waffle Slab, and Concrete Slab Formwork Using Charged System Search Algorithm", *Scientia Iranica*, Vol 19, pp. 410-416, (2012).
11. Kaveh, A., "Structural Mechanics: Graph and Matrix Methods", 3<sup>rd</sup> edn, Research Studies Press (Wiley), Somerset, UK, (2004).
12. Donoho, D. L., "Sparse Solution of Underdetermined Systems of Linear Equations by Stagewise Orthogonal Matching Pursuit", *Information Theory, IEEE Transaction*, Vol. 58, pp. 1094-1121, (2012).
13. Chandrasekaran, R., Kabadi, S. N., and Murthy, K. G., "Some NP-complete Problems in Linear Programming", *Operations Research Letters*, Vol. 1, pp. 101-104, (1982).
14. Sierksma, G., Tijssen, G. A., "Degeneracy Degrees of Constraint Collections", *Mathematical Methods of Operations Research*, Vol. 57, pp. 437-448, (2003).
15. Efron, B., "Least Angle Regression", *The Annals of Statistics*, Vol. 32, pp. 407-499, (2003).