

## بررسی پارامتری بار شکست گنبد‌های آجری ایرانی تقویت شده با ورق‌های FRP تحت بارهای متمرکز یکنوا\*

مهرداد حجازی<sup>(۱)</sup> مهرداد قمری<sup>(۲)</sup> حمید بهشتی<sup>(۳)</sup>

**چکیده** به منظور بررسی رفتار سازه‌ای گنبد‌های آجری ایرانی، سه نوع گنبد نیم‌دایره، پنج‌اوهفت و شاخ‌بزی که دو نمونه گنبد پنج‌اوهفت و شاخ‌بزی هرکدام در سه حالت کند، معمولی و تند می‌باشند، مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. تحلیل غیر خطی با استفاده از روش المان محدود سه‌بعدی و با استفاده از نرم‌افزار ANSYS انجام گرفته است. گنبد‌های مورد مطالعه شامل زیرمجموعه‌ای از نمونه‌هایی با ضخامت‌ها و دهانه‌های گوناگون می‌باشند. گنبد‌ها تحت اثر بارهای متمرکز یکنوا که تا زمان شکست موضعی نمونه‌ها ادامه یافته‌اند، قرار گرفته‌اند. پس از مشخص شدن نواحی دارای ضعف، این نواحی توسط ورق‌های FRP تقویت شده و مجدداً تحت اثر بارهای متمرکز یکنوا قرار گرفته‌اند. ورق‌های FRP با ابعاد و الگوهای قرارگیری مختلف، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مکان قرارگیری ورق‌ها یک مرتبه در محدوده دوسوم و یک مرتبه در محدوده یک‌سوم از ارتفاع گنبد، انتخاب شده است. به منظور پیش‌بینی شکست موضعی از معیارهای شکست مناسب برای آجر و FRP استفاده گردیده است. در این مقاله نتایج حاصل شامل اندازه بارهای شکست گنبد‌ها، تأثیر ابعاد و الگوهای ورق‌های FRP و تأثیر شکل و دهانه گنبد بر بار شکست ارائه می‌گردد.

**واژه‌های کلیدی** بار شکست، گنبد‌های آجری ایرانی، ورق‌های FRP، تقویت شده، بار یکنوا.

### Parametric Study of Failure Load of Persian Brick Masonry Domes Stiffened by FRP Strips under Concentrated Monotonic Loads

M.Hejazi M.Ghamari H.Beheshti

**Abstract** In order to investigate the structural behaviour of Persian brick masonry domes, three types of semi-circular, (drop, ordinary and raised) four-centred and (drop, ordinary and raised) pointed domes have been studied. The three-dimensional non-linear finite element method using the ANSYS code has been used for analysis. Domes with different thicknesses and spans have been subjected to monotonic concentrated loads up to local failure. Vulnerable zones have been stiffened by FRP strips. Stiffened domes have been again subjected to monotonic loads until local failure. FRP strips with different dimensions and patterns have been used. They have been placed at the one-third and two-third of dome height. Appropriate failure criteria have been used for prediction of brick and FRP failure. In this paper, obtained results including failure loads of domes, the effect of dimensions and patterns of FRP strips, and that of the shape and span of domes on failure load are presented.

**Key Words** Non-Linear Structural Analysis, Persian Brick Masonry Domes, FRP Strips, Stiffened, Monotonic Load.

★ تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۰۱/۲۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۴/۲۱ می‌باشد.

(۱) نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان. m.hejazi@eng.ui.ac.ir

(۲) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان.

(۳) دانشیار، گروه مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان.

## مقدمه

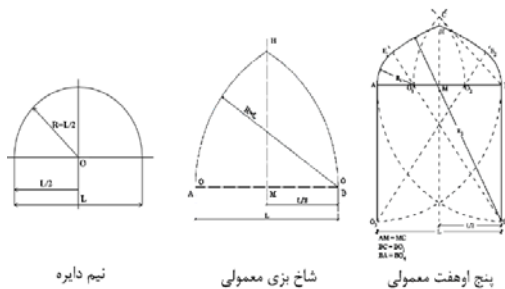
در سال‌های اخیر توجه محققان به بررسی رفتار سازه‌های عناصر معماری سنتی ایران شامل گنبد جلب شده است. حجازی اولین کسی بود که بناهای تاریخی ایران را از دیدگاه سازه مورد بررسی قرار داد. وی در فاصله سال‌های ۱۹۹۷ - ۲۰۱۴ مجموعه کاملی از اطلاعات در این زمینه را تهیه نمود [4-1]. وی مطالعات جامعی بر روی رفتار سازه‌های گنبدهای آجری تاریخی ایران تحت اثر وزن، برف، باد، حرارت و زلزله از سال ۱۳۶۹ انجام داده است و نتیجه گرفته است که در اغلب موارد گنبدها رفتار رضایت‌بخشی دارند [۹] و [۸] و [۵-۷]. فرشاد [10] در سال ۱۹۷۷ با استفاده از تئوری پوسته‌ها شکل و تغییرات ضخامت مربوط به گنبدهای با مصالح بنایی را که در آنها تحت بار وزن ممان خمشی و تنش کششی وجود ندارد به دست آورد و آن را با یکی از گنبدهای ایرانی مطابقت داد. در ادامه کار فرشاد، حجازی [11] در سال ۲۰۰۵ نشان داد با استفاده از تناسب هندسی خاص در طراحی شکل گنبد می‌توان رفتار سازه‌ای آن را کنترل نمود. زهرایی و اکبر [۱۲]، [۱۳] در سال‌های ۱۳۶۸ و ۱۳۶۹ سیستم سازه‌ای قوس‌ها و گنبدهای ایرانی را مطالعه کردند. شاسانو [۱۴، ۱۵] در سال ۱۹۹۶ بر روی شکل و تعادل گنبدهای ایرانی تحت اثر بارهای استاتیکی و دینامیکی تحقیق نمود.

اخیراً از پلیمرهای تقویت شده با الیاف (FRP) برای مقاوم‌سازی یا مرمت سازه‌های با مصالح بنایی به منظور افزایش مقاومت و یا شکل‌پذیری استفاده می‌شود. فورابوشی [16] در سال ۲۰۰۴ به مطالعه قوس‌ها و طاق‌های بنایی تقویت شده با نوارهای FRP پرداخت و نشان داد که بدین وسیله می‌توان از شکست آنها به دلیل ایجاد مفصل پلاستیک جلوگیری کرد. دلورنزیس و همکاران [17] در سال ۲۰۰۷ نشان دادند که تقویت طاق‌ها با استفاده از ورق‌های FRP منجر به کاهش رانش جانبی طاق و بالا رفتن ظرفیت باربری

سازه می‌شود. میلانی و همکاران [18] در سال ۲۰۰۹ با ارائه یک مدل تحلیل حدی برای طاق‌های تقویت شده با نوارهای FRP بار شکست آنها را پیش بینی نمود. ماهینی و همکاران [19] در سال ۲۰۱۲ به بررسی آزمایشگاهی و تحلیلی اثر تقویت طاق‌های آجری با نوارهای FRP پرداختند و نشان دادند که این نوع تقویت ظرفیت باربری را به مقدار زیادی افزایش می‌دهد. قمری [۲۰] در سال ۱۳۹۲ نشان داد که استفاده از ورق‌های FRP باعث افزایش قابل ملاحظه نیروی شکست گنبدهای آجری ایرانی تحت بار متمرکز می‌شود.

## مدل‌های مورد مطالعه

در این تحقیق برای بررسی سازه‌های گنبدهای آجری ایرانی، از سه گنبد با شکل هندسی متفاوت، استفاده شده است. گنبدهای نیم‌دایره، پنج‌اوهفت و شاخ‌بزی از نمونه‌های مد نظر این تحقیق هستند، که دو نمونه پنج‌اوهفت و شاخ‌بزی هر کدام در سه حالت کند، معمولی و تند مورد بررسی قرار گرفته‌اند (شکل ۱). مشخصات ابعادی گنبدهای مورد مطالعه شامل دهانه و ضخامت پاکار براساس مشخصات گنبدهای متداول اجرا شده و موجود در ایران که از مطالعات میدانی به دست آمده‌اند، انتخاب شده‌اند. این گنبدها دارای دهانه‌های ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m می‌باشند. به منظور تعیین ضخامت راس، از نسبت‌های بهینه ضخامت رأس به ضخامت پاکار حاصل از نتایج تحقیق حجازی [۲۲] استفاده شده است. این مشخصات در جدول (۱) آورده شده است.



شکل ۱ قوس‌های مورد مطالعه [۲۱]

**خصوصیات مکانیکی مصالح به کار رفته**

خصوصیات مکانیکی مصالح بنایی آجری (ترکیب ملات و آجر) مورد استفاده در تحلیل‌ها در جدول (۲) نشان داده شده است. این خصوصیات مکانیکی حاصل تحقیق حجازی و مهدیزاده [4] می‌باشد.

جدول ۲ خصوصیات مکانیکی مصالح تشکیل‌دهنده گنبدها [4]

ترکیب ملات و آجر	ملات	آجر	خصوصیات مصالح
۱۵۳۰	۱۶۰۰	۱۳۳۰	جرم حجمی ( $\text{kg/m}^3$ )
۲۷۳۰	۱۳۰۰	۵۳۰۰	مدول الاستیسیته (MPa)
۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	ضریب پواسون
۰/۲۷	۰/۲۵	۰/۵۳	مقاومت کششی (MPa)
۲/۷۳	۱	۵/۳	مقاومت فشاری (MPa)
۰/۶	۰/۶	۰/۶	ضریب انبساط حرارتی ( $\text{m/m}^\circ\text{C}$ ) $\times 10^{-6}$

بر اساس نتایج تجربی حاصل شده در مطالعات بیندا و همکاران [23] می‌توان رابطه تنش- کرنش برای ترکیب آجر و ملات را به صورت یک نمودار خطی- سهمی بر اساس روابط (۱) و (۲) بیان نمود.

$$\sigma = E\varepsilon_e, \quad \varepsilon \leq \varepsilon_e \quad (1)$$

$$\sigma = (f_k / 4)[7(\varepsilon / \varepsilon_e) - 2(\varepsilon / \varepsilon_e)^2 - 2]$$

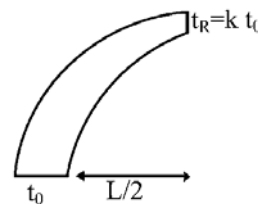
$$\varepsilon_e \leq \varepsilon \leq 2\varepsilon_e$$

$$\varepsilon_e = 0.75f_k / E \quad (2)$$

که در آن  $f_k$  مقاومت فشاری و  $E$  مدول الاستیسیته مصالح ترکیبی آجر و ملات می‌باشند. برای مصالح موجود در گنبدهای مورد مطالعه، با قراردادن مقادیر جدول (۲) در روابط (۱) و (۲)، رابطه تنش-کرنش به صورت روابط (۳) و (۴) درمی‌آید که در شکل (۳) نشان داده شده است.

$$\varepsilon_e = 0.75f_k / E = 0.75 \times 2.73 / 2370 = 7.5 \times 10^{-4} \quad (3)$$

در شکل (۲) یک مقطع از گنبد مورد مطالعه مشاهده می‌شود. در این شکل ضخامت پاکار قوس با علامت  $t_0$ ، ضخامت رأس قوس با علامت  $t_R$ ، طول دهانه داخلی قوس با علامت  $L$  و نسبت ضخامت رأس به ضخامت پاکار قوس با علامت  $k$  نشان داده شده است.



شکل ۲ مقطع قائم گنبد مورد مطالعه

جدول ۱ ابعاد بهینه بدست آمده برای قوس گنبدها

نمونه	L (m)	$t_0$ (m)	$t_R$ (m)	k [۲۲]
نیم‌دایره	۱۲	۰/۸۴	۰/۱۵۹۶	۰/۱۹
	۱۵	۱/۰۵	۰/۱۹۹۵	۰/۱۹
	۱۸	۱/۲۶	۰/۲۵۲	۰/۲
شاخ‌بزی کند	۱۲	۱/۴۰	۰/۸۴	۰/۶
	۱۵	۱/۵۰	۰/۹	۰/۶
	۱۸	۱/۶۴	۰/۹۸۴	۰/۶
شاخ‌بزی معمولی	۱۲	۱/۴۴	۱/۰۸	۰/۷۵
	۱۵	۱/۵۰	۱/۱۲۵	۰/۷۵
	۱۸	۱/۵۲	۱/۱۴	۰/۷۵
شاخ‌بزی تند	۱۲	۱/۳۲	۱/۰۶	۰/۸
	۱۵	۱/۵۰	۱/۲	۰/۸
	۱۸	۱/۶۱	۱/۲۸۸	۰/۸
پنج‌اوهفت کند	۱۲	۱/۱۱	۰/۴۲۱۸	۰/۳۸
	۱۵	۱/۵۰	۰/۶	۰/۴۰
	۱۸	۱/۵۲	۰/۶۳۸	۰/۴۲
پنج‌اوهفت معمولی	۱۲	۱/۶۲	۰/۸۹	۰/۵۵
	۱۵	۱/۵۰	۰/۹	۰/۶۰
	۱۸	۱/۴۹	۰/۹۶۸۵	۰/۶۵
پنج‌اوهفت تند	۱۲	۱/۴۵	۰/۷۹۷۵	۰/۵۵
	۱۵	۱/۵۰	۰/۸۲۵	۰/۵۵
	۱۸	۱/۶۱	۰/۸۸۵۵	۰/۵۵

### معیار شکست

متداول‌ترین معیار شکست مورد استفاده در روش المان محدود برای مدل کردن مصالح ترد و شکننده مانند مصالح بنایی معیار شکست ویلام-وارنک است [25]. این معیار هر دو مود شکست شامل شکست خوردگی در کشش و خردشدگی یا لهیدگی در فشار را در محاسبات وارد می‌کند. پارامترهای این معیار شکست برای ترکیب مصالح آجر و ملات به منظور استفاده در نرم‌افزار براساس روابط (۵) تا (۹) [26]، رابطه (۱۰) [27] و رابطه (۱۱) [28] محاسبه و در جدول (۴) نشان داده شده‌اند.

$$f_{cb} = 1.2f_c = 1.2 \times 2.73 = 3.276 \text{ MPa} \quad (۵)$$

$$f_1 = 1.45f_c = 1.45 \times 2.73 = 3.96 \text{ MPa} \quad (۶)$$

$$f_2 = 1.725f_c = 1.725 \times 2.73 = 4.71 \text{ MPa} \quad (۷)$$

$$|\sigma_h^a| \leq 3^{1/2} f_c = 4.73 \text{ MPa} \quad (۸)$$

اگر  $f_1 = 1 \text{ MPa}$ ، باید محاسبه گردد  $TFC =$

$$TFC = 0.6, \text{ اگر } f_1 \neq 1 \text{ MPa} \quad (۹)$$

$$\beta_t = 0.15 \quad (۱۰)$$

$$\beta_c = 0.75 \quad (۱۱)$$

در این روابط  $f_t, f_c, f_{cb}, f_1, f_2, |\sigma_h^a|, TFC, \beta_t$  و  $\beta_c$  به ترتیب مقاومت کششی تک‌محوری، مقاومت فشاری تک محوری، مقاومت فشاری دو محوری، مقاومت فشاری برای حالتی از فشار دو محوری که بر روی تنش هیدرواستاتیک قرار داده می‌شود، مقاومت فشاری برای حالتی از فشار تک‌محوری که بر روی تنش هیدرواستاتیک قرار داده می‌شود، تنش هیدرواستاتیک، ضریب افزایش سختی ترک در کشش، ضریب جابه‌جایی برشی ترک باز و ضریب جابه‌جایی برشی ترک بسته می‌باشند.

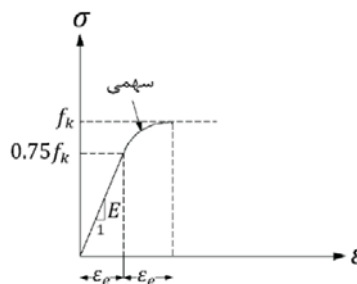
معیار شکست مورد استفاده برای ورق‌های FRP تئوری تنش تسای-وو بوده است که به صورت وسیعی برای مواد مرکب غیر ایزوتروپیک که دارای مقاومت‌های مختلف کششی و فشاری هستند از جمله

$$\sigma = (f_k / 4)[7(\varepsilon / \varepsilon_c) - 2(\varepsilon / \varepsilon_c)^2 - 2]$$

$$\sigma = (2.73 / 4)[7(\varepsilon / 7.5 \times 10^{-4}) - 2(\varepsilon / 7.5 \times 10^{-4})^2 - 2]$$

$$7.5 \times 10^{-4} \leq \varepsilon \leq 15 \times 10^{-4} \quad (۴)$$

به‌منظور جلوگیری از تمرکز تنش در زیر بار متمرکز از ورق‌های فولادی استفاده شده است که برای آنها تنش تسلیم برابر  $240 \text{ MPa}$ ، مدول الاستیسیته مساوی  $200 \text{ GPa}$ ، ضریب پواسون برابر  $0.3$  و جرم حجمی مساوی  $7850 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد. ورق‌های FRP مورد استفاده در تقویت گنبد‌ها دارای الیاف از جنس شیشه‌اند که خصوصیات مکانیکی آنها در جدول (۳) ارائه شده است [24]. از پنج لایه ورق FRP به ضخامت کل  $10 \text{ mm}$  برای تقویت استفاده شده است.



شکل ۳ نمودار مربوط به رابطه پیشنهادی تنش-کرنش برای مصالح ترکیبی آجر و ملات [23]

جدول ۳ خصوصیات ورق‌های FRP [24]

۱۶۶۰			جرم حجمی ( $\text{kg/m}^3$ )
$E_x = 127/5$	$E_y = 7/3$	$E_z = 7/3$	مدول الاستیسیته (GPa)
$G_{xz} = 4/2$	$G_{yz} = 4/7$	$G_{xy} = 4/2$	مدول برشی (GPa)
$\sigma_{xt} = 250$	$\sigma_{yt} = 0/5$	$\sigma_{zt} = 1000$	مقاومت کششی (MPa)
$\sigma_{xz} = -200$	$\sigma_{yz} = -10$	$\sigma_{xy} = -1000$	مقاومت فشاری (MPa)
$\tau_{xz} = 8$	$\tau_{yz} = 100$	$\tau_{xy} = 100$	مقاومت برشی (MPa)
۶۲			مقاومت برشی در صفحه (MPa)

ورق‌های فولاد) و تئوری شکست تسای-وو (برای ورق‌های FRP) می‌باشد. برای مدل‌سازی تماس بین سطح ورق فولادی (برای انتقال بار متمرکز) و سطح گنبد آجری و نیز تماس بین ورق FRP و مصالح بنایی از المان‌های حجمی 173 contact و 170 target استفاده شده است. این دو نوع المان که به المان‌های سطح به سطح نیز معروف هستند دارای خصوصیات هندسی مشابه سطوحی هستند که قرار است در تماس با یکدیگر قرار گیرند و در آنها اصطکاک کولمب و تنش برشی قابل تعریف است. شرایط تکیه‌گاهی بدین گونه بوده است که کلیه جابه‌جایی‌های گره‌های در تکیه‌گاه (قاعده) گنبد مقید شده‌اند. به منظور حصول اطمینان از همگرایی، تحلیل‌های مختلفی با تعداد المان‌های متفاوت انجام گرفته و بر آن مبنا تعداد لازم المان‌ها برای همگرایی بین ۳۵۰۰۰ تا ۴۰۰۰۰ به دست آمده است.

#### صحت‌سنجی

برای صحت‌سنجی از تحقیق انجام شده توسط ماهینی و همکاران [19] استفاده شده است. این تحقیق بر روی یک طاق آجری با دهانه ۶/۴۷m و ضخامت ۰/۲m که بر روی ستون‌هایی با ارتفاع ۳/۱۷m و ضخامت ۰/۹m قرار گرفته است، انجام شده است (شکل ۴-الف). مصالح طاق آجری و مصالح ستون‌ها خشتی است. به منظور صحت‌سنجی، تحلیل برای دو حالت طاق، یکی مقاوم نشده و دیگری مقاوم شده با ورق FRP با عرض ۲۰cm، انجام شده است. ورق‌های FRP که دارای الیاف از جنس کربن هستند از پای ستون تا بالای آن و از آنجا از یک طرف طاق به طرف دیگر و از آنجا از بالای ستون دیگر تا پایین آن ادامه یافته‌اند و در زیر و روی طاق و در دو طرف ستون در مقابل هم قرار گرفته‌اند. طاق تحت اثر وزن و یک بار جانبی یکنوا (افزاینده) که به صورت یکنواخت از پایین تا بالا بر همه قسمت‌های ستون‌ها و طاق وارد می‌شود، قرار داشته است. سایر جزئیات و اطلاعات در مرجع [19] قابل دسترسی است. در شکل‌های (۴-ب) و (۴-پ) نمودارهای بار جانبی

برای مواد مرکب ارتوتروپیک استفاده می‌شود [29]. مشخصات مکانیکی مورد نیاز برای تحلیل این ورق‌ها در جدول (۳) ارائه شده است. از معیار شکست فون میز برای ورق‌های فولادی استفاده شده است.

جدول ۴ پارامترهای معیار شکست ویلام-وارنک به منظور آنالیز ترک برای ترکیب مصالح ملات و آجر [27]

$\beta_t$	$\beta_c$	$f_t$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	$f_{cb}$ (MPa)
۰/۱۵	۰/۷۵	۰/۲۷	۲/۷۳	۳/۲۷۶
$\sigma_h^a$ (MPa)	$f_t$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	TCF	
۴/۷۳	۳/۹۶	۴/۷۱	۰/۶	

#### روش آنالیز

برای آنالیز از روش المان محدود غیرخطی و نرم‌افزار ANSYS [30] استفاده شده است. رفتار مصالح غیرخطی در نظر گرفته شده و از روش مدل‌سازی ماکرو استفاده گردیده است. آنالیز تحت اعمال هم‌زمان بار وزن و بار متمرکز انجام شده است. بار متمرکز به تدریج افزایش داده شده است تا براساس معیار شکست ویلام-وارنک به دلیل ازدیاد تنش در مصالح آجری شکست ایجاد گردد. این بار به‌عنوان نیروی شکست انتخاب شده است.

المان مورد استفاده برای مدل‌سازی مصالح بنایی آجری المان solid65 است. این المان برای مدل‌سازی مصالح ترد، مانند آجر، برای تحلیل ترک خوردگی در کشش و یا له‌شدگی در فشار به‌کار می‌رود و قابلیت تعریف معیار شکست ویلام-وارنک مورد استفاده در این تحقیق را دارد. این المان چهار وجهی دارای چهار گره می‌باشد و در هر گره سه درجه آزادی جابه‌جایی وجود دارد. برای ورق فولادی و برای ورق FRP از المان چهار وجهی solid45 استفاده شده است که دارای چهار گره و در هر گره دارای سه درجه آزادی جابه‌جایی است. این المان دارای قابلیت مدل‌سازی مواد مرکب الیافی و تعریف معیار شکست فون میز (برای

به‌منظور تعیین مناسب‌ترین ابعاد ورق، سه نوع ورق مربعی با ضلع ۲۰cm، ۳۰cm و ۴۰cm انتخاب گردیدند و سپس برای هر نوع ورق ضخامت‌های ۵mm، ۱۰mm، ۱۵mm و ۲۰mm در نظر گرفته شدند. پس از انجام چندین تحلیل مشخص شد که ضخامت ۱۰mm مناسب‌ترین ضخامت است. هم‌چنین ورق‌های مربعی با اضلاع ۲۰cm، ۳۰cm و ۴۰cm به ترتیب برای گنبد‌های با دهانه‌های ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m انتخاب شدند.

برای تعیین تعداد و چگونگی اعمال بارهای متمرکز وارد بر گنبد در این تحقیق، هشت حالت اعمال بار متمرکز شامل یک، دو، سه، چهار، شش و هشت بار متمرکز مساوی به‌صورت متقارن یا غیر متقارن در محدوده یک سوم بالایی ارتفاع گنبد براساس شکل (۵-الف) به همراه بار وزن برای گنبد نیم دایره با دهانه ۱۲m بررسی شد و نیروی شکست هر حالت محاسبه گردید (جدول ۵). به‌دلیل این‌که نیروی شکست حالت ۲ که در آن دو بار متمرکز متقارن به گنبد وارد می‌شود (شکل‌های ۵-الف، ب و پ) دارای کمترین مقدار می‌باشد، این حالت به عنوان حالت بحرانی انتخاب شد و در بررسی کلیه گنبد‌های مورد مطالعه در ادامه تحقیق مورد استفاده قرار گرفت. مکان قرارگیری دو ورق فولادی یک مرتبه در یک‌سوم بالایی ارتفاع گنبد (در ناحیه نزدیک به زاویه ۵۱° تا ۵۷° نسبت به خط افقی پایه (شکل ۵-پ) و یک مرتبه در یک سوم پایینی ارتفاع گنبد می‌باشد.

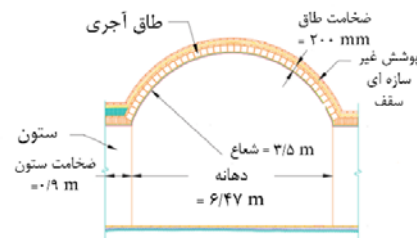
### چیدمان و ابعاد ورق‌های FRP

از نظر چیدمان، ورق‌های FRP در سه گروه اصلی طبقه‌بندی شده‌اند: (۱) ورق‌های FRP در بالا و پایین ورق فولادی (به‌صورت افقی)، (۲) ورق‌های FRP در چپ و راست ورق فولادی (به‌صورت قائم)، و (۳) ورق‌های FRP در دور تا دور ورق فولادی.

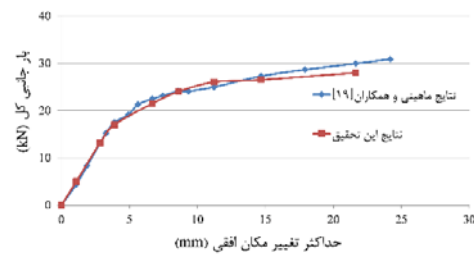
کل در برابر حداکثر تغییر مکان افقی نشان داده شده‌اند. نتایج حاصل حاکی از تطابق مناسب مدل‌سازی در این تحقیق با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد به‌طوری‌که حداکثر اختلاف در حدود ۳٪ است.

### انتخاب ابعاد ورق فولادی در محل بار متمرکز و تعداد بارهای متمرکز

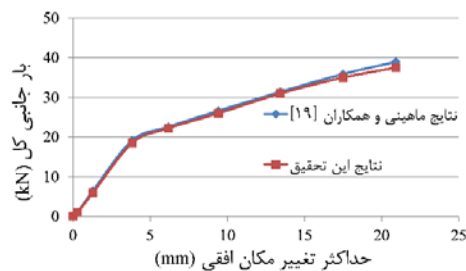
در زیر بار متمرکز یک ورق فولادی قرار داده شده است تا انتقال نیرو به پوسته گنبد به‌صورت یکنواخت و بدون ایجاد تمرکز تنش انجام گیرد.



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۴ طاق مورد استفاده برای صحت‌سنجی و نمودارهای بار جانبی کل در برابر حداکثر تغییر مکان جانبی: (الف) ابعاد [19]. (ب) طاق بدون ورق FRP، (پ) طاق دارای ورق FRP به عرض ۲۰cm

بار متمرکز به‌صورت یک بار گسترده یکنواخت معادل عمود بر سطح ورق فولادی اعمال می‌گردد.

شد که در این سه الگو فاصله بین دو ورق به ترتیب برابر ۰cm، ۱۰cm و ۲۰cm می‌باشد.

در گروه ۲ (شکل ۷)، از سه نوع ابعاد مختلف برای ورق FRP استفاده شده است که در دو حالت، ورق‌های FRP دارای عرض ۱ برابر و طول‌های به ترتیب ۲ برابر (ورق مستطیلی نوع ۱) و ۳ برابر (ورق مستطیلی نوع ۲) ضلع ورق فولادی هستند و در یک حالت ورق FRP دارای شکل مربع با ابعاد مساوی ورق فولادی (ورق مربعی) می‌باشد. در این گروه نیز سه الگوی فاصله ۰cm، ۱۰cm و ۲۰cm بین ورق FRP و ورق فولادی در نظر گرفته شده است.

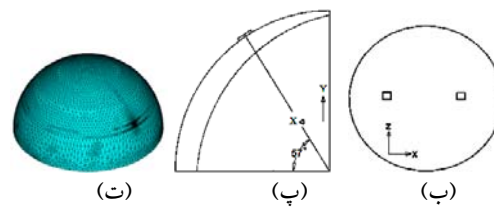
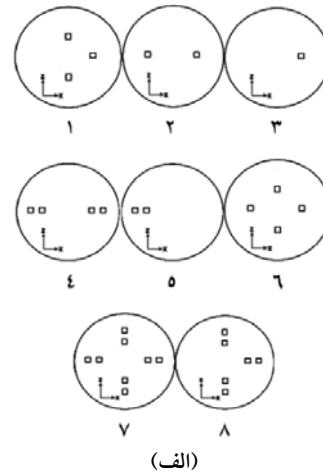
در گروه ۳ (شکل ۸)، ورق FRP به گونه‌ای در دور تا دور ورق فولادی مربع شکل قرار می‌گیرد که یک مربع محیطی را تشکیل می‌دهد که در حالت اول ضلع این مربع محیطی ۳ برابر و در حالت دوم ضلع این مربع ۴ برابر ضلع ورق مربعی شکل فولادی است.

#### اعمال بار متمرکز در یک سوم بالایی ارتفاع گنبد

در این تحقیق اعمال بار متمرکز یک مرتبه در یک سوم بالایی ارتفاع گنبد (شکل ۵-پ) و یک مرتبه در یک سوم پایینی ارتفاع گنبد‌های مورد مطالعه انجام می‌گیرد. آنالیزها تحت اعمال هم‌زمان بار متمرکز و وزن گنبد انجام می‌شود. در ابتدا نتایج حاصل از اعمال بار در یک سوم بالایی ارائه می‌گردد.

#### گنبد‌های با مقطع نیم دایره

کلیه حالت‌های قرارگیری ورق‌های تقویتی FRP نشان داده شده در شکل‌های (۶)، (۷) و (۸) برای گنبد‌های با مقطع نیم‌دایره در سه دهانه ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m تحت بارگذاری حالت ۲ که در آن دو بار متمرکز متقارن به گنبد وارد می‌شود (شکل ۵-ب) مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

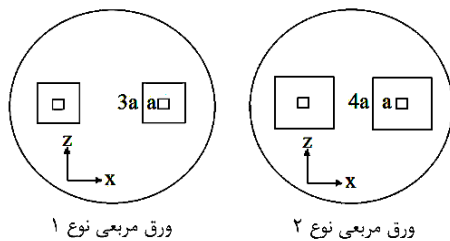


شکل ۵ الف) نمای بالای حالت‌های اعمال بار متمرکز، ب) نمای بالای حالت اعمال بار انتخاب شده، پ) محل قرارگیری ورق فولادی در یک سوم بالایی ارتفاع گنبد، ت) نمای سه‌بعدی حالت انتخاب شده

جدول ۵ نیروهای شکست به دست آمده برای هشت حالت اعمال بار متمرکز بر گنبد نیم‌دایره با دهانه ۱۲m

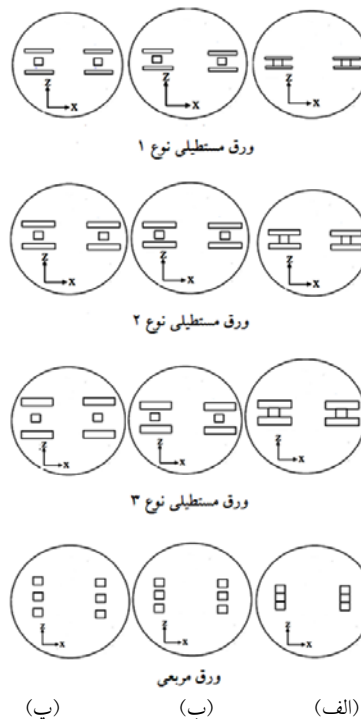
شماره حالت	۱	۲	۳	۴
نیروی شکست (MN)	۷/۵	۳/۲۵	۱۱/۵	۷/۵
شماره حالت	۵	۶	۷	۸
نیروی شکست (MN)	۶	۱۱	۱۱/۵	۱۳/۵

در گروه ۱ (شکل ۶)، از چهار اندازه متفاوت از ورق FRP استفاده شده است که در سه حالت، ورق‌های FRP دارای طول ۳ برابر و عرض‌های به ترتیب ۰/۲ برابر (ورق مستطیلی نوع ۱)، ۰/۴ برابر (ورق مستطیلی نوع ۲) و ۱ برابر (ورق مستطیلی نوع ۳) ضلع ورق فولادی هستند و در یک حالت ورق FRP به شکل مربع با ابعاد مساوی ورق فولادی (ورق مربعی) می‌باشد. به منظور بررسی اثر پارامتر فاصله قرارگیری ورق FRP از ورق فولادی از سه الگو استفاده

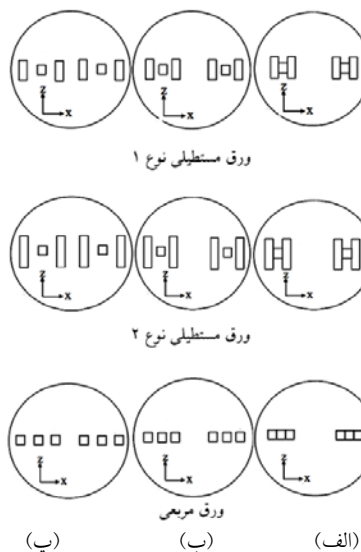


شکل ۸ نمای بالا از گروه ۳ چیدمان ورق‌های FRP در حالت دور تا دور ورق فولادی در دو حالت با ابعاد ۳ و ۴ برابر ابعاد ورق فولادی

نتایج مربوط به گروه ۱ چیدمان ورق‌های FRP (در بالا و پایین ورق فولادی (شکل ۶)) در شکل (۹) نشان داده شده است. بزرگ‌ترین نیروی شکست به ترتیب مربوط به ورق مستطیلی نوع ۳، ورق مستطیلی نوع ۲، ورق مربعی، و ورق مستطیلی نوع ۱ است. از دیدگاه فاصله بین ورق FRP و ورق فولادی، بزرگ‌ترین نیروی شکست مربوط به حالت بدون فاصله است و با افزایش فاصله، اندازه نیروی شکست کاهش می‌یابد. بر اساس اندازه دهانه گنبد، با افزایش دهانه گنبد کاهش نیروی شکست اتفاق می‌افتد. به عنوان مثال، در گنبد نیم دایره با دهانه ۱٫۲m، برای حالت بدون فاصله بین ورق‌ها، نیروهای شکست مربوط به ورق مستطیلی نوع ۱ (ضعیف‌ترین حالت) و ورق مستطیلی نوع ۳ (قوی‌ترین حالت) به ترتیب برابر ۳/۲۸MN و ۱۱/۵MN می‌باشند که با تغییر نوع ورق افزایش ۲۵٪ در نیروی شکست مشاهده می‌شود. برای همین دهانه گنبد، برای حالت ورق مستطیلی نوع ۳، که بیشترین نیروی شکست را دارد، نیروهای شکست مربوط به فاصله ورق‌ها برابر ۰cm و ۲۰cm به ترتیب مساوی ۹MN و ۱۱/۵MN می‌باشند که برای حالت دوم یک کاهش ۲۲٪ دیده می‌شود. برای حالت بدون فاصله بین ورق‌ها و ورق مستطیلی نوع ۳ که بیشترین نیروی شکست را ایجاد می‌کنند، نیروهای شکست مربوط به گنبد‌های نیم دایره با دهانه‌های ۱٫۲m



شکل ۶ نمای بالا از گروه ۱ چیدمان ورق‌های FRP در حالت بالا و پایین ورق فولادی: (الف) با فاصله ۰cm از ورق فولادی، (ب) با فاصله ۱۰cm از ورق فولادی، (پ) با فاصله ۲۰cm از ورق فولادی



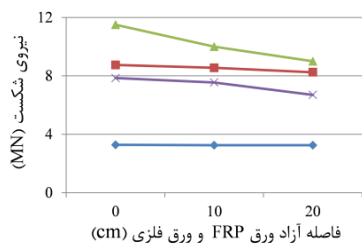
شکل ۷ نمای بالا از گروه ۲ چیدمان ورق‌های FRP در حالت در چپ و راست ورق فولادی: (الف) با فاصله ۰cm از ورق فولادی، (ب) با فاصله ۱۰cm از ورق فولادی، (پ) با فاصله ۲۰cm از ورق فولادی



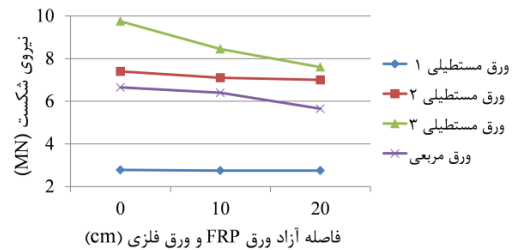
۳/۳۵MN هستند که حالت‌های دوم و سوم نسبت به حالت اول کاهش‌های ۵٪ و ۱۳٪ را نشان می‌دهند. در همین دهانه گنبد، برای حالت ورق مستطیلی نوع ۲ که دارای بیشترین نیروی شکست است، نیروهای شکست مربوط به فاصله ورق‌ها برابر ۰cm، ۱۰cm و ۲۰cm به ترتیب مساوی ۴/۰۵MN، ۳/۹۵MN و ۳/۹MN هستند که فواصل دوم و سوم نسبت به فاصله اول به ترتیب کاهش‌های ۲٪ و ۱٪ را نشان می‌دهد. برای حالت بدون فاصله بین ورق‌ها و ورق مستطیلی نوع ۲ که باعث ایجاد بیشترین نیروی شکست می‌شوند، نیروهای شکست متعلق به گنبد‌های نیم دایره با دهانه‌های ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m به ترتیب برابر ۴/۰۵MN، ۳/۴۵MN و ۲/۵MN هستند که دهانه‌های دوم و سوم نسبت به دهانه اول به ترتیب دارای کاهش‌های ۱۵٪ و ۲۸٪ می‌باشند.

۱۵m و ۱۸m به ترتیب برابر ۱۱/۵MN، ۹/۷۵MN و ۷/۱MN هستند که برای دهانه‌های دوم و سوم نسبت به دهانه اول به ترتیب کاهش‌های ۱۵٪ و ۲۷٪ مشاهده می‌گردد.

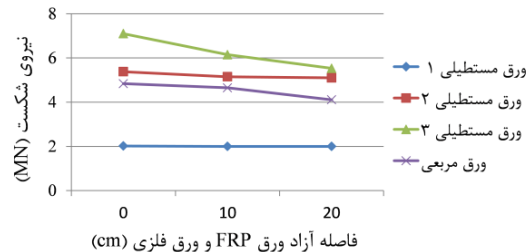
نتایج حاصل از تحلیل گروه ۲ چیدمان ورق‌های FRP (در چپ و راست ورق فولادی) (شکل (۷)) در شکل (۱۰) ارائه شده است. نیروی شکست گنبد به ترتیب از ورق مستطیلی نوع ۲ به ورق مستطیلی نوع ۱ و از آن به ورق مربعی (یعنی با کاهش طول ورق FRP) کاهش می‌یابد. با افزایش فاصله بین ورق FRP و ورق فولادی نیروی شکست گنبد کاهش می‌یابد. روند تغییرات نیروی شکست گنبد با افزایش دهانه به صورت کاهشی است. به‌طور مثال، در گنبد نیم دایره با دهانه ۱۲m، در حالت بدون فاصله بین ورق‌ها نیروهای شکست ورق مستطیلی نوع ۲، ورق مستطیلی نوع ۱ و ورق مربعی به ترتیب برابر ۴/۰۵MN، ۳/۸۵MN و



(ب)



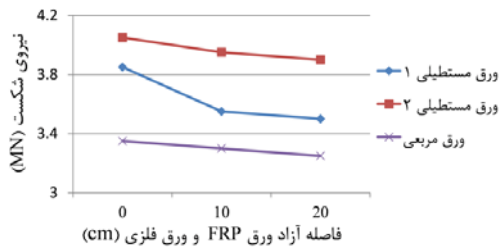
(الف)



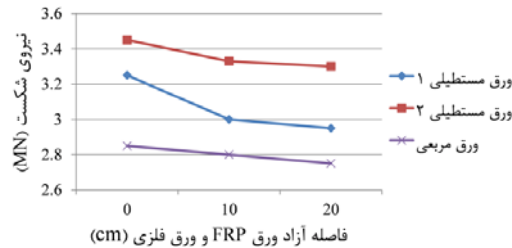
(پ)

شکل ۹ نمودارهای تغییرات نیروی شکست در برابر فاصله بین ورق FRP و ورق فولادی در گروه ۱ چیدمان ورق FRP (در بالا و پایین

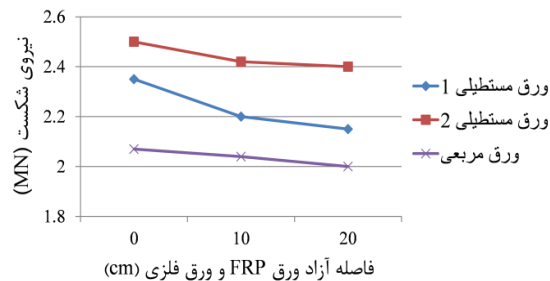
ورق فولادی) در گنبد نیم‌دایره: الف) دهانه ۱۲m، ب) دهانه ۱۵m، پ) دهانه ۱۸m



(ب)



(الف)



(پ)

شکل ۱۰ نمودارهای تغییرات نیروی شکست در برابر فاصله بین ورق FRP و ورق فولادی در گروه ۲ چیدمان ورق FRP (در چپ و راست ورق فولادی) در گنبد نیم‌دایره: الف) دهانه ۱۲ m، ب) دهانه ۱۵ m، پ) دهانه ۱۸ m

اندازه معینی تأثیر چندانی در افزایش نیروی شکست نخواهد داشت.

جدول ۶ نیروی شکست برای گنبد نیم‌دایره در گروه ۳ چیدمان ورق FRP (دور تا دور ورق فولادی) (MN)

نیروی شکست (MN)			نمونه
۱۸m	۱۵m	۱۲m	دهانه
۲	۲/۷۵	۳/۲۵	بدون ورق (تقویت نشده)
۱۰/۵	۷/۶۵	۱۲/۵	ورق مربعی نوع ۱
۱۲	۸/۷۳	۱۴/۵	ورق مربعی نوع ۲

نام‌گذاری نمونه‌های انتخابی برای ادامه آنالیزها. با آنالیز گنبد‌های نیم دایره مشخص شد که تعدادی از حالت‌های تقویت ورق‌های FRP مناسب‌تر از تعدادی

نتایج مربوط به گروه ۳ چیدمان ورق‌های FRP (دور تا دور ورق فولادی) (شکل ۸) در جدول (۶) نشان داده شده است. روشن است که با افزایش ابعاد ورق FRP نیروی شکست افزایش می‌یابد. به‌طور مثال برای گنبد نیم دایره با دهانه ۱۲m، مقادیر نیروی شکست برای حالت بدون ورق، ورق مربعی نوع ۱ و ورق مربعی نوع ۲ به‌ترتیب برابر ۳/۲۵MN، ۱۲/۵MN و ۱۴/۵MN هستند. افزایش نیروی شکست حالت ورق مربعی نوع ۱ نسبت به حالت بدون ورق برابر ۲۸۴٪ و حالت ورق مربعی نوع ۲ نسبت به حالت ورق مربعی نوع ۱ مساوی ۱۶٪ است. این در حالی است که افزایش مقدار ورق FRP مصرفی حالت ورق مربعی نوع ۲ نسبت به حالت ورق مربعی نوع ۱ برابر ۸۷/۵٪ است. این مقایسه نشان می‌دهد که افزایش مقدار ورق FRP از

پایین افقی))، چیدمان ۲ (ورق FRP در چپ و راست قائم)) و چیدمان ۳ (ورق FRP دور تا دور) هستند. اعداد ۱۲، ۱۵ و ۱۸ به ترتیب معرف دهانه‌های ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m می‌باشند. ابعاد ورق فولادی و ورق‌های FRP نیز در جدول (۸) ارائه شده‌اند.

### گنبد‌های با مقطع نیم دایره، پنج او هفت و شاخ بزی

نتایج حاصل از آنالیز گنبد‌های با مقطع نیم‌دایره، پنج او هفت (کند، معمولی و تند) و شاخ‌بزی (کند، معمولی و تند) با دهانه‌های ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m به صورت تقویت نشده و تقویت شده بر اساس نمونه‌های انتخابی نوع تقویت در بخش قبل تحت دو بار متمرکز متقارن در یک سوم بالایی گنبد (شکل‌های ۸-ب) و ۸-پ) به صورت نمودارهای نیروی شکست در برابر حالت قرار گرفتن ورق FRP در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) نشان داده شده است. بازه‌های مقدار افزایش نیروی شکست سه حالت استفاده از ورق FRP نسبت به حالت بدون ورق FRP برای هفت نوع گنبد در جدول (۹) ارائه شده است. حالت ورق FRP دور تا دور ورق فولادی دارای بیشترین نیروی شکست در همه نمونه‌ها است.

دیگر می‌باشند. به همین دلیل مناسب‌ترین حالت‌ها از چیدمان‌های مختلف ورق‌های FRP به عنوان نمونه‌های انتخابی برای ادامه آنالیزها در نظر گرفته شده‌اند. این حالت‌های مناسب عبارتند از:

(۱) در همه حالت‌ها: ورق FRP و ورق فولادی بدون فاصله.

(۲) در گروه ۱ چیدمان (ورق‌های FRP در بالا و پایین ورق فولادی (به صورت افقی، H، شکل ۶): ورق مستطیلی نوع ۳ (طول و عرض ورق FRP به ترتیب ۳ برابر و ۱ برابر ضلع ورق فولادی).

(۳) در گروه ۲ چیدمان (ورق‌های FRP در چپ و راست ورق فولادی (به صورت قائم، V، شکل ۷): ورق مستطیلی نوع ۲ (طول و عرض ورق FRP به ترتیب ۳ برابر و ۱ برابر ضلع ورق فولادی).

(۴) در گروه ۳ چیدمان (ورق FRP دور تا دور ورق فولادی، A، شکل ۸): ورق مربعی نوع ۱ (ضلع مربع محیطی ۳ برابر ضلع ورق مربعی شکل فولادی).

نام گذاری نمونه‌ها برای گروه‌های مختلف چیدمان ورق‌های FRP به صورت جدول (۷) می‌باشد. در این جدول حروف P، H، V و A به ترتیب مربوط به حالت بدون ورق FRP، چیدمان ۱ (ورق FRP در بالا و

جدول ۷ نام‌گذاری نمونه‌ها در حالت‌های مختلف قرارگیری ورق FRP

نام نمونه	حالت قرارگرفتن ورق FRP
P18, P15, P12	بدون ورق
H18, H15, H12	چیدمان ۱ (بالا و پایین افقی))
V18, V15, V12	چیدمان ۲ (چپ و راست عمودی))
A18, A15, A12	چیدمان ۳ (دور تا دور)

جدول ۸ ابعاد ورق‌های فولادی و ورق‌های FRP نمونه‌های جدول (۷)

نمونه		ابعاد ورق فولادی (m)			ابعاد ورق FRP (m)		
		طول	عرض	ضخامت	طول	عرض	ضخامت
P	P12	۰/۲	۰/۲	۰/۰۱	-	-	-
	P15	۰/۳	۰/۳	۰/۰۱	-	-	-
	P18	۰/۴	۰/۴	۰/۰۱	-	-	-
H	H12	۰/۲	۰/۲	۰/۰۱	۰/۶	۰/۲	۰/۰۱
	H15	۰/۳	۰/۳	۰/۰۱	۰/۹	۰/۳	۰/۰۱
	H18	۰/۴	۰/۴	۰/۰۱	۱/۲	۰/۴	۰/۰۱
V	V12	۰/۲	۰/۲	۰/۰۱	۰/۲	۰/۶	۰/۰۱
	V15	۰/۳	۰/۳	۰/۰۱	۰/۳	۰/۹	۰/۰۱
	V18	۰/۴	۰/۴	۰/۰۱	۱/۲	۰/۴	۰/۰۱
A	A12	۰/۲	۰/۲	۰/۰۱	۰/۶	۰/۶	۰/۰۱
	A15	۰/۳	۰/۳	۰/۰۱	۰/۹	۰/۹	۰/۰۱
	A18	۰/۴	۰/۴	۰/۰۱	۱/۲	۱/۲	۰/۰۱

(۱۱-پ)، ۱۰۰٪ مربوطه به گنبد پنج‌اوهفت کند با دهانه ۱۲m (شکل (۱۱-ب)) و ۵۳٪ مربوط به گنبد پنج‌اوهفت تند با دهانه ۱۵m (شکل (۱۱-ب)) می‌باشد. در گنبد پنج اوهفت کند، نیروی شکست با کاهش دهانه افزایش می‌یابد. در گنبد پنج اوهفت معمولی، نیروهای شکست مربوط به دهانه‌های ۱۲m و ۱۵m تقریباً مساوی و نیروی شکست دهانه ۱۸m همواره بزرگ‌تر است. در گنبد پنج اوهفت تند، همواره بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین نیروهای شکست به ترتیب مربوط به دهانه‌های ۱۸m و ۱۲m می‌باشند.

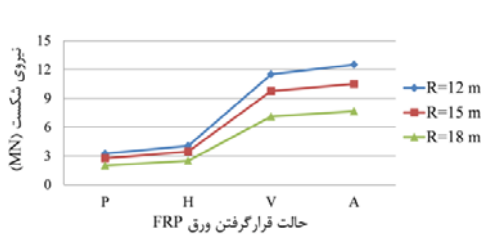
با توجه به کاربرد وسیع گنبد‌های پنج‌اوهفت در معماری ایرانی، نمودارهای تغییرات نیروی شکست در برابر حالت قرار گرفتن ورق FRP برای سه نوع کند، معمولی و تند در شکل (۱۲) ترسیم شده است. اندازه نیروی شکست گنبد پنج‌اوهفت تند از نمونه‌های کند و معمولی کمتر است. دو نوع کند و معمولی وضعیت مشخصی ندارند؛ در دهانه‌های ۱۲ m و ۱۵ m مقدار نیروی شکست برای گنبد‌های پنج‌اوهفت کند و معمولی نزدیک به هم می‌باشد ولی در دهانه ۱۸m نیروی شکست نوع معمولی به مقدار زیادی بیشتر از نوع کند است.

در گنبد نیم‌دایره، مقدار افزایش نیروی شکست برای وضعیت قرارگیری ورق FRP در بالا و پایین (افقی)، چپ و راست (عمودی) و دور تا دور ورق فولادی به ترتیب در حدود ۲۵٪، ۲۵۰٪ و ۲۸۰٪ نسبت به وضعیت بدون ورق FRP می‌باشد. این مقادیر افزایش برای هر سه دهانه ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m تقریباً یکسان و مستقل از دهانه گنبد می‌باشد. افزایش بسیار زیاد اندازه نیروی شکست در حالت قرارگیری ورق FRP در چپ و راست (عمودی) ورق فولادی نسبت به حالت قرارگیری ورق FRP در بالا و پایین (افقی) ورق فولادی، حائز اهمیت می‌باشد. گنبد‌های با دهانه کوچک‌تر همواره دارای نیروی شکست بزرگ‌تری هستند (شکل (۱۱-الف)).

در گنبد‌های پنج‌اوهفت، اندازه نیروی شکست به ترتیب از حالت بدون ورق FRP، به حالت قرارگیری ورق در بالا و پایین (افقی) ورق فولادی، به حالت قرارگیری ورق FRP در چپ و راست (عمودی) ورق فولادی و در نهایت به حالت قرارگیری ورق FRP در دور تا دور ورق فولادی افزایش یافته است. بزرگ‌ترین مقدار افزایش نیروی شکست به ترتیب برابر ۱۲۷٪ و مربوط به گنبد پنج‌اوهفت معمولی با دهانه ۱۲m (شکل

گنبدهای شاخ‌بزی کند، حالت قرارگیری ورق FRP تأثیر چندانی در افزایش نیروی شکست ندارد (شکل ۱۱-ث). در دهانه ۱۵m مقدار افزایش نسبت به حالت بدون ورق به صورت متوسط برابر ۱۰۲٪ و این افزایش در دهانه‌های ۱۲m و ۱۸m در حدود ۶۶٪ است.

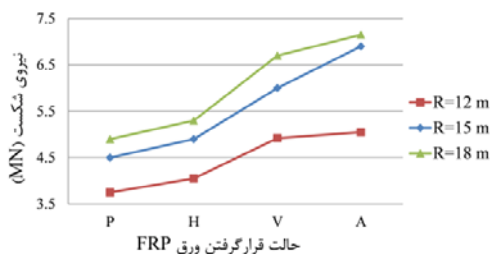
برای گنبدهای شاخ‌بزی به صورت کلی، و بر خلاف گنبدهای نیم‌دایره و پنج‌اوهفت، در اکثر موارد نیروی شکست مربوط به وضعیت قرارگیری ورق FRP در چپ و راست (عمودی) ورق فولادی کمتر از وضعیت قرارگیری در بالا و پایین (افقی) است. در



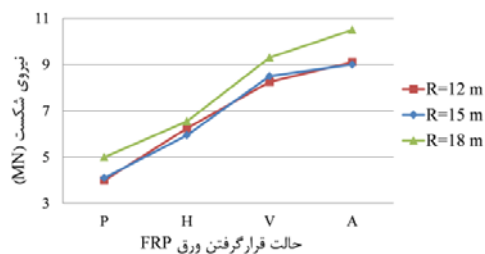
(ب)



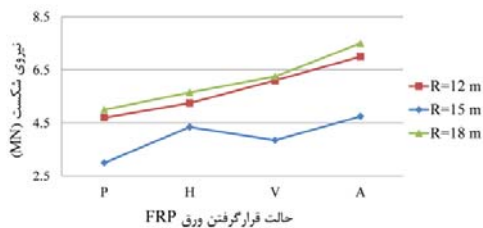
(الف)



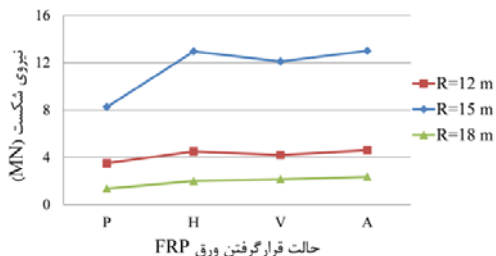
(ت)



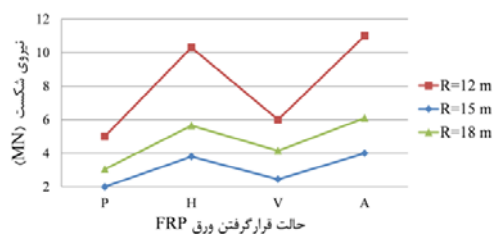
(پ)



(ج)

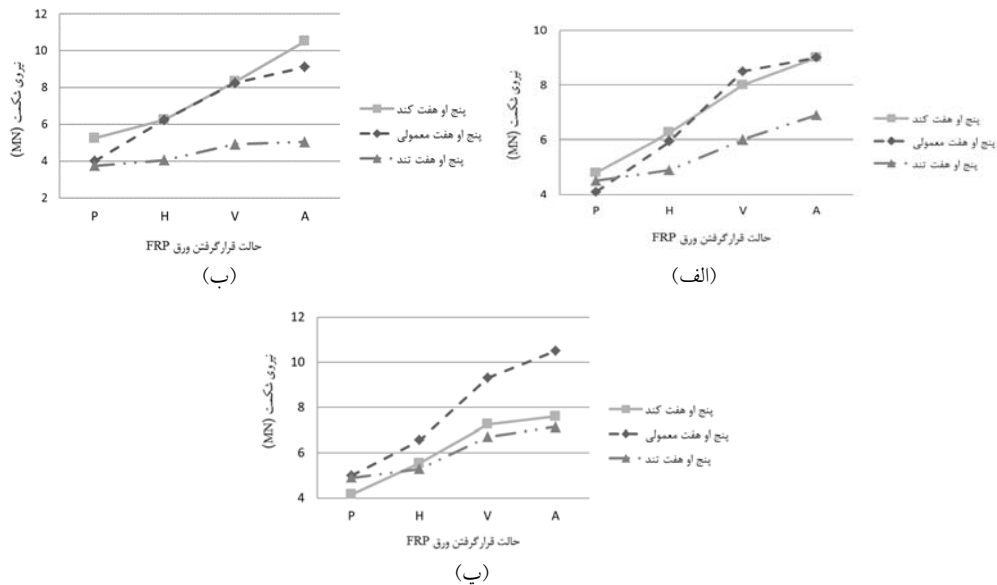


(ث)



(چ)

شکل ۱۱ نمودارهای تغییرات نیروی شکست در برابر حالت قرارگرفتن ورق FRP در حالت اعمال نیرو در یک سوم بالایی ارتفاع گنبد برای دهانه‌های ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m (الف: گنبد نیم‌دایره، ب: گنبد پنج‌اوهفت کند، پ: گنبد پنج‌اوهفت معمولی، ت: گنبد پنج‌اوهفت تند، ث: گنبد شاخ‌بزی کند، ج: گنبد شاخ‌بزی معمولی، چ: گنبد شاخ‌بزی تند)



شکل ۱۲ نمودارهای تغییرات نیروی شکست در برابر حالت قرارگرفتن ورق FRP در حالت اعمال نیرو در یک سوم بالایی ارتفاع گنبدهای پنج و هفت دهانه‌های: الف) ۱۲m، ب) ۱۵m، پ) ۱۸m

جدول ۹ افزایش نیروی شکست گنبد تقویت شده با ورق FRP نسبت به گنبد بدون ورق FRP در حالت اعمال نیرو در یک سوم بالای ارتفاع گنبد (%)

حالت قرارگیری ورق FRP	نیم‌دایره	پنج‌او هفت کند	پنج‌او هفت معمولی	پنج‌او هفت تند	شاخ‌بزی کند	شاخ‌بزی معمولی	شاخ بزی تند
H	۲۵	۱۹-۳۳	۳۰-۵۵	۸	۵۸-۸۰	۱۲	۸۵-۱۰۵
V	۲۵۰	۵۸-۷۵	۸۵-۱۰۵	۳۵	۵۹-۷۹	۲۵-۳۵	۲۰-۳۶
A	۲۸۰	۸۵-۱۰۰	۱۱۰-۱۲۷	۵۳	۷۵-۱۰۲	۵۰-۶۰	۱۰۰-۱۲۰

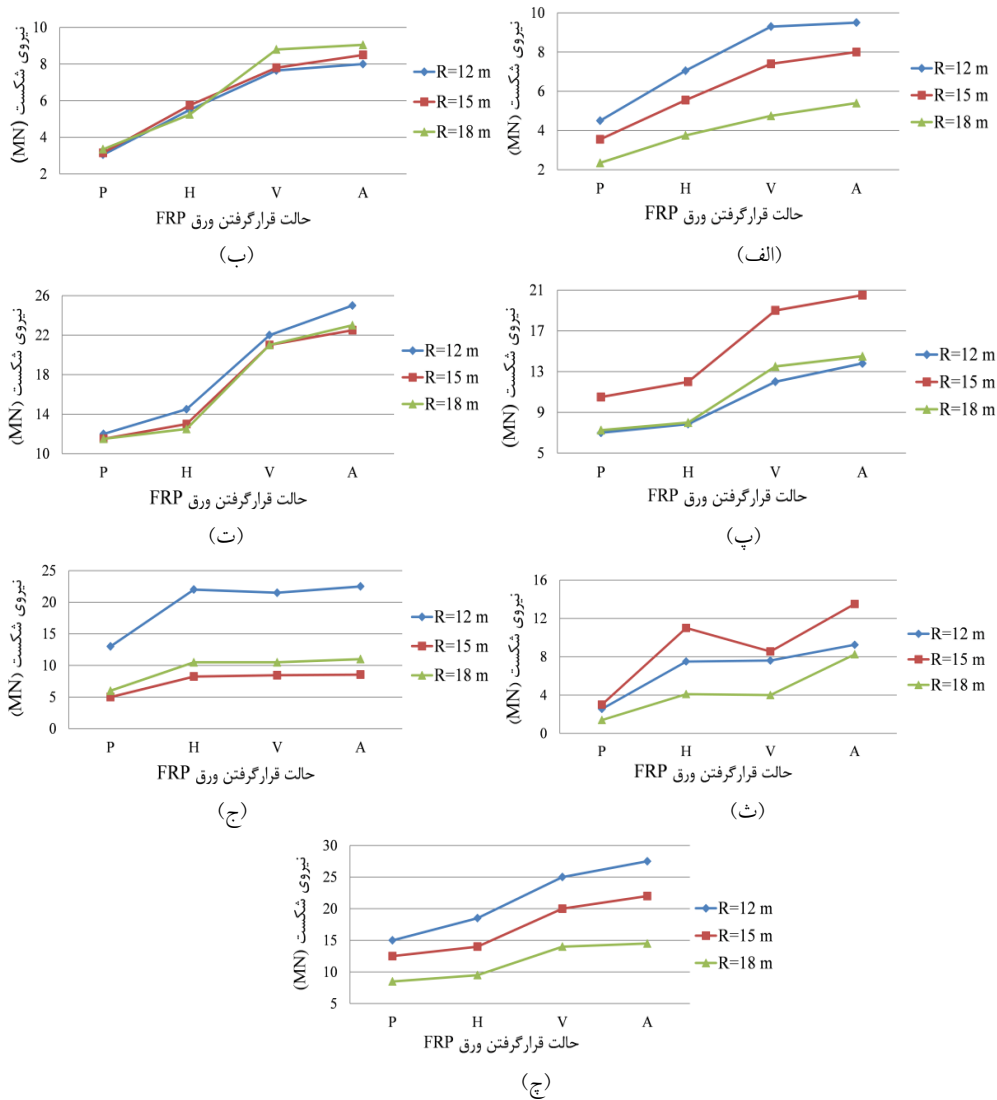
فولادی و مساوی ۱۲۰٪ می‌باشد. در گنبد شاخ‌بزی کند، همیشه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین نیروی شکست به ترتیب مربوط به دهانه‌های ۱۵m و ۱۸m می‌باشند و در گنبد شاخ‌بزی معمولی معکوس این موضوع صادق است. در گنبد شاخ‌بزی تند بزرگ‌ترین نیروی شکست مربوط به دهانه ۱۲m و کوچک‌ترین نیروی شکست مربوط به دهانه ۱۵m است.

**اعمال بار متمرکز در یک سوم پایینی ارتفاع گنبد**  
 به‌منظور بررسی تأثیر محل اعمال بار متمرکز بر اندازه نیروی شکست گنبد، در این بخش نتایج حاصل از اعمال بار متمرکز در یک سوم پایینی ارتفاع گنبد و با

در گنبدهای شاخ‌بزی معمولی در دهانه‌های ۱۲m و ۱۸m رفتار مانند گنبدهای نیم‌دایره و پنج و هفت است و مقادیر افزایش نیروی شکست گنبد در حالت‌های قرارگیری ورق FRP در بالا و پایین (افقی)، چپ و راست (عمودی) و دور تا دور ورق فولادی به ترتیب در حدود ۱۲٪، ۳۰٪ و ۵۰٪ می‌باشد. در کلیه گنبدهای شاخ‌بزی تند و در گنبد شاخ‌بزی معمولی با دهانه ۱۵m، نیروی شکست حالت قرارگیری ورق FRP در چپ و راست (عمودی) ورق فولادی کمتر از حالت قرارگیری در بالا و پایین (افقی) است (شکل ۱-ا). حداکثر مقدار افزایش نیروی شکست مربوط به دهانه ۱۲m در حالت قرارگیری ورق FRP دور تا دور ورق

و (۱۴) و جدول (۱۰) نمایش داده شده است. در همه نمونه‌ها، بیشترین نیروی شکست مربوط به حالت ورق FRP دور تا دور ورق فولادی است.

در نظر گرفتن وزن گنبد مورد بررسی قرار می‌گیرد. نمونه‌های مورد بررسی همان نمونه‌های بخش قبل هستند که مشخصات آنها در جدول‌های (۷) و (۸) آمده است. نتایج حاصل از آنالیز نمونه‌ها در شکل‌های (۱۳)



شکل ۱۳ نمودارهای تغییرات نیروی شکست در برابر حالت قرارگرفتن ورق FRP در حالت اعمال نیرو در یک سوم پایینی ارتفاع گنبد برای دهانه‌های ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m: (الف) گنبد نیم‌دایره، (ب) گنبد پنج‌اوهفت کند، (پ) گنبد پنج‌اوهفت معمولی، (ت) گنبد پنج‌اوهفت تند، (ث) گنبد شاخ‌بزی کند، (ج) گنبد شاخ‌بزی معمولی، (چ) گنبد شاخ‌بزی تند

مربوط به نوع کند می‌باشد، در حالی که در حالت اعمال بار متمرکز در یک‌سوم بالایی ارتفاع گنبد، نیروهای شکست نوع معمولی و کند از قانون مشخصی پیروی نمی‌کردند.

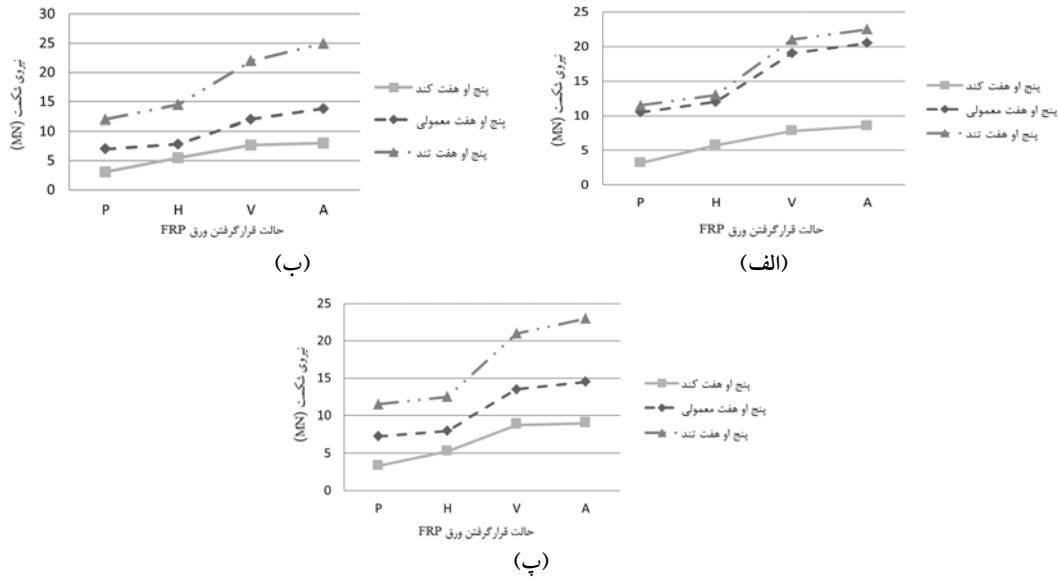
در گنبد شاخ‌بزی کند، مقدار افزایش نیروی شکست برای دو حالت مختلف قرارگیری ورق FRP در بالا و پایین (افقی) و در چپ و راست (قائم) برای دهانه‌های ۱۲m و ۱۸m یکسان و مساوی ۵۰٪ است. در دهانه ۱۵m نیروی شکست مربوط به حالت چپ و راست (قائم) کمتر از حالت بالا و پایین (افقی) است. بیشترین مقادیر نیروی شکست به ترتیب مربوط به دهانه‌های ۱۵m، ۱۲m و ۱۸m می‌باشد (شکل ۱۳-ث). برای گنبد شاخ‌بزی معمولی، مقدار افزایش نیروی شکست برای حالت‌های مختلف قرارگیری ورق FRP تقریباً یکسان و تقریباً مساوی ۷۰٪ نسبت به حالت بدون ورق FRP می‌باشد. بیشترین مقادیر نیروی شکست به ترتیب مربوط به دهانه‌های ۱۲m، ۱۸m و ۱۵m است (شکل ۱۳-ج). در گنبد شاخ‌بزی تند، روند افزایش نیروی شکست برای حالت‌های مختلف قرارگیری ورق FRP مشابه گنبد‌های نیم‌دایره و پنج‌اوهفت است. مقادیر متوسط افزایش نیروی شکست برای حالت‌های قرارگیری ورق در بالا و پایین (افقی)، چپ و راست (عمودی) و دور تا دور ورق فولادی نسبت به حالت بدون ورق FRP به ترتیب برابر ۱۹٪، ۶۴٪ و ۷۶٪ می‌باشد. با کاهش دهانه گنبد نیروی شکست آن افزایش می‌یابد (شکل ۱۳-چ).

مقایسه نتایج نشان می‌دهد که نیروی شکست گنبد در حالت اعمال بار متمرکز در یک‌سوم پایینی ارتفاع گنبد در همه نمونه‌ها به جز برای گنبد‌های نیم‌دایره و گنبد پنج‌اوهفت کند نسبت به نیروی شکست در حالت اعمال بار متمرکز در یک‌سوم بالایی ارتفاع گنبد بیشتر است.

در گنبد‌های نیم‌دایره، متوسط مقادیر افزایش نیروی شکست نسبت به حالت بدون استفاده از ورق FRP در حالت‌های قرارگیری ورق FRP در بالا و پایین (افقی)، چپ و راست (عمودی) و دور تا دور ورق فولادی به ترتیب برابر ۵۷٪، ۱۰۵٪ و ۱۲۲٪ است. این مقادیر افزایش برای هر سه دهانه ۱۲m، ۱۵m و ۱۸m تقریباً یکسان می‌باشد. همواره نیروی شکست با کاهش دهانه گنبد، افزایش می‌یابد (شکل ۱۳-الف).

در گنبد پنج‌اوهفت کند، مقادیر افزایش نیروی شکست به ترتیب برابر ۸۰٪، ۱۵۰٪ و ۱۶۵٪ برای حالت‌های قرارگیری ورق در بالا و پایین (افقی)، چپ و راست (عمودی) و دور تا دور ورق فولادی نسبت به حالت بدون ورق FRP می‌باشد (شکل ۱۳-ب). این مقادیر برای گنبد پنج‌اوهفت معمولی به ترتیب تقریباً برابر ۱۲٪، ۸۰٪ و ۹۵٪ (شکل ۱۳-پ) و برای گنبد پنج‌اوهفت تند به ترتیب در حدود ۱۵٪، ۸۰٪ و ۱۰۰٪ (شکل ۱۳-ت) می‌باشد. با مقایسه این نتایج مشخص می‌گردد که افزایش نیروی شکست برای دو وضعیت قرارگیری ورق FRP در چپ و راست (عمودی) و دور تا دور ورق فولادی در هر سه نمونه گنبد پنج‌اوهفت به هم نزدیک می‌باشند. این در شرایطی است که مقدار افزایش نیروی شکست برای حالت قرارگیری ورق FRP در بالا و پایین (افقی) در نمونه‌های پنج‌اوهفت مقدار قابل ملاحظه‌ای نمی‌باشد. در گنبد‌های پنج‌اوهفت کند و تند با کاهش دهانه نیروی شکست افزایش پیدا می‌کند. در گنبد پنج‌اوهفت معمولی بیشترین مقادیر نیروی شکست به ترتیب مربوط به دهانه‌های ۱۵m، ۱۸m و ۱۲m است. بر اساس شکل (۱۴)، اندازه نیروی شکست گنبد پنج‌اوهفت تند از نمونه‌های کند و معمولی بیشتر است، که این معکوس حالت اعمال بار متمرکز در یک‌سوم بالایی ارتفاع گنبد می‌باشد. کمترین اندازه نیروی شکست





شکل ۱۴ نمودارهای تغییرات نیروی شکست در برابر حالت قرارگرفتن ورق FRP در حالت اعمال نیرو در یکسوم پایینی ارتفاع گنبدهای پنج و هفت برای دهانه‌های: الف) ۱۲m، ب) ۱۵m، پ) ۱۸m

جدول ۱۰ افزایش نیروی شکست گنبد تقویت شده با ورق FRP نسبت به گنبد بدون ورق FRP در حالت اعمال نیرو در یکسوم پایینی ارتفاع گنبد (%)

حالت قرارگیری ورق FRP	نیم‌دایره	پنج و هفت کند	پنج و هفت معمولی	پنج و هفت تند	شاخ بزرگ کند	شاخ بزرگ معمولی	شاخ بزرگ تند
H	۵۷	۵۷-۸۰	۱۲	۱۵	۲۰۰-۳۵۰	۶۵-۷۳	۱۱-۳۳
V	۱۰۵	۱۵۰	۸۰	۸۰	۲۰۰-۳۵۰	۶۵-۷۱	۶۴
A	۱۲۲	۱۶۵	۹۵	۱۰۰	۴۲۰-۵۰۰	۷۵-۸۳	۷۰-۸۳

### نتیجه‌گیری

و پایین (افقی) ورق فولادی می‌باشد. در گنبد نیم-دایره برای حالت اعمال بار متمرکز در یکسوم بالایی ارتفاع گنبد، مقادیر افزایش نیروی شکست برای سه چیدمان مذکور نسبت به حالت بدون ورق FRP به ترتیب برابر ۲۸۰٪، ۲۵۰٪ و ۲۵٪ می‌باشد. این مقادیر در حالت اعمال بار متمرکز در یکسوم پایینی ارتفاع گنبد به ترتیب برابر ۱۲۰٪، ۱۰۰٪ و ۵۵٪ است.

۳- در گنبد‌های نیم دایره و پنج‌وهفت کند با کاهش دهانه‌ی اندازه نیروی شکست همواره افزایش می‌یابد. در سایر گنبد‌ها قانون مشخصی وجود ندارد. در حالت اعمال بار متمرکز در یکسوم بالایی ارتفاع

۱- استفاده از ورق FRP باعث افزایش نیروی شکست گنبد می‌شود. با کاهش فاصله ورق FRP از ورق فولادی زیر بار متمرکز اندازه نیروی شکست گنبد افزایش می‌یابد. مناسب‌ترین ابعاد برای ورق تقویتی FRP عرضی برابر عرض ورق فولادی و طولی مساوی سه برابر طول ورق فولادی است.

۲- مناسب‌ترین چیدمان، قرارگیری ورق FRP در اطراف ورق فولادی و بدون فاصله می‌باشد. در بیشتر حالت‌ها، مقدار نیروی شکست برای حالت قرارگیری ورق FRP در چپ و راست (قائم) ورق فولادی، بیشتر از حالت قرارگیری ورق FRP در بالا

گنبد و استفاده از ورق FRP در اطراف ورق فولادی، بیشترین و کمترین نیروی شکست به ترتیب متعلق به گنبد نیم‌دایره با دهانه ۱۲m (۱۲/۵MN) و گنبد شاخ‌بزی کند با دهانه ۱۸m (۲/۳۵MN) می‌باشد. این مقادیر در حالت اعمال بار متمرکز در یک‌سوم پایینی ارتفاع گنبد به ترتیب مربوط به گنبد شاخ‌بزی تند با دهانه ۱۲m

گنبد نیم‌دایره با دهانه ۱۸m (۲۷/۵MN) و گنبد نیم‌دایره با دهانه ۱۸m (۵/۴MN) است.

۴- نیروی شکست گنبد در حالت اعمال بار متمرکز در یک‌سوم پایینی ارتفاع گنبد در همه نمونه‌ها به جز برای گنبد‌های نیم‌دایره و گنبد پنج‌اوهفت کند نسبت به نیروی شکست در حالت اعمال بار متمرکز در یک‌سوم بالایی ارتفاع گنبد بیشتر است.

## مراجع

1. Hejazi, M., "Historical Buildings of Iran: their Architecture and Structure", Computational Mechanics Publications (WIT Press), Southampton and Boston, (1997).
2. Hejazi, M. and Mehdizadeh Saradj, F., "Persian Architectural Heritage: Architecture", WIT Press, Southampton and Boston, (2014).
3. Hejazi, M. and Mehdizadeh Saradj, F., "Persian Architectural Heritage: Conservation", WIT Press, Southampton and Boston, (2014).
4. Hejazi, M. and Mehdizadeh Saradj, F., "Persian Architectural Heritage: Structure", WIT Press, Southampton and Boston, (2014).
۵. حجازی، مهرداد، "آنالیز گنبد‌های ایرانی و تحقیق در هنر سنتی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد سازه، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، (۱۳۶۹).
۶. حجازی، مهرداد و میرقادی، رسول، "اثرات زلزله بر گنبد‌های سنتی ایران"، اولین کنفرانس بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، (۱۳۷۰).
۷. حجازی، مهرداد، زرگر، اکبر و زمانی فرد، علی، "نگاهی به مرمت گنبد در ایران"، مجله اثر، شماره ۴۳-۳۳، صفحه ۲۷۷-۲۲۷، (۱۳۸۱).
8. Hejazi, M., "Seismic Vulnerability of Iranian Historical Domes", *Proceedings of the 4th International Conference on Earthquake Resistant Engineering Structures (ERES 2003)*, Ancona, ed. C. A. Brebbia, WIT Press, Southampton, pp. 157-165, (2003).
۹. حجازی، مهرداد و میرقادی، رسول، "آنالیز لرزه‌ای گنبد‌های تاریخی ایران"، مجله دانشکده فنی، دانشگاه تهران، جلد ۳۸، شماره ۶، صفحه ۷۵۷-۷۴۷، (۱۳۸۳).
10. Farshad, M., "On The shape of Momentless Tensionless Masonry Domes", *Building and Environment*, Vol. 12, Issue 2, pp. 81-85, (1977).
11. Hejazi, M. "Geometry in nature and Persian architecture", *Building and Environment*, Vol. 40, Issue 10, pp. 1413-1427, (2005).
۱۲. زهرایی، محمد، "بررسی سیستم‌های سازه‌ای قوس‌ها و منارهای ایرانی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، (۱۳۶۸).
۱۳. زهرایی، محمد و اکبر، حبیب‌الله، "بررسی سیستم‌های سازه‌ای قوس‌ها و منارهای ایرانی"، سومین کنگره مهندسی عمران ایران، شیراز، (۱۳۶۹).

14. Chassagnoux, A., "Les coupoles Perses: Comportement Sous Charges Statiques et Dynamiques", Actes du 4eme Colloque National de Genie Parasismique, Saint-Remy-les-Chevreuses, France, (1996).
15. Chassagnoux, A., "Morphology and Equilibrium of Persian Domes Under Static and Dynamic Loads", *Proceedings of the 3rd European Conference on Structural Dynamics (Eurodyn '96)*, Florence, (1996).
16. Foraboschi, P., "Strengthening of Masonry Arches with Fiber-Reinforced Polymer Strips", *Journal of Composites for Construction*, Vol. 8, No. 3, pp. 191-202, (2004).
17. De Lorenzis, L., Dimitri, R. and La Tegola, A., "Reduction of the Lateral Thrust of Masonry Arches and Vaults with FRP Composites", *Construction and Building Materials*, Vol. 21, Issue 7, pp. 1415-1430, (2007).
18. Milani, G., Milani, E. and Tralli, A., "Upper Bound Limit Analysis Model for FRP-reinforced Masonry Curved Structures, Part ii: Structural Analyses", *Computers and Structures*, Vol. 87, Issues 23-24, pp. 1534-1558, (2009).
19. Mahini, S.S., Eslami, A. and Ronagh, H.R., "Lateral Performance and Load Carrying Capacity of an Nreinforced, CFRP-Retrofitted Historical Masonry Vault – a Case Study", *Construction and Building Materials*, Vol. 28, pp. 146-156, (2012).
۲۰. قمری، مهرداد، "تحلیل سازه‌ای گنبد‌های آجری ایرانی تقویت شده با ورق‌های FRP تحت بارهای افزایشنده"، پایان نامه کارشناسی ارشد سازه، گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، (۱۳۹۲).
۲۱. معماریان، غلامحسین، "نیارش سازه‌های طاقی در معماری اسلامی ایران"، انتشارات جهاد دانشگاهی تهران، تهران، (۱۳۶۷).
۲۲. حجازی، مهرداد، "شکل بهینه قوس‌های آجری تحت بار وزن"، سومین کنگره ملی مهندسی عمران، تبریز، ایران، (۱۳۸۶).
23. Binda, L., Fontana, A. and Frigerio, G., "Mechanical Behaviour of Brick Masonries Derived From unit and Mortar Characteristics", *Proceedings of the 8th International Brick and Block Masonry Conference*, Elsevier Applied Science, London, pp. 205-216, (1988).
24. Tenek, L.H., Henneke, E.G. and Gunzburger, M.D., "Vibration of Delaminated Composite Plates and Some Applications of Nondestructive Testing", *Computers and Structures*, Vol. 23, pp. 253-262, (1993).
25. Willam, K.J. and Warnke, E.P. "Constitutive Models for the Triaxial Behavior of Concrete", *Proceedings of the International Association for Bridge and Structural Engineering*, Vol. 19, pp. 1-30, (1975).
26. Chen, W.F. and Han, D.J., "Plasticity for Structural Engineers", Springer, New York, (1988).
27. Betti, M., Orlando, M. and Vignoli, A., "Static Behaviour of an Italian Medieval Castle: Damage Assessment by Numerical Modelling", *Computers and Structures*, Vol. 89, Issues 21-22, pp. 1956-1970, (2011).
28. Pineda, P., Robador, M. and Gil-Marti, M., "Seismic Damage Propagation Prediction in Ancient Masonry Structures: an Application in the Non-Linear Range Via Numerical Models", *Open*

- Construction Building Technology Journal*, Vol. 5, pp. 71-79, (2011).
29. Tsai, S.W. and Wu, E.M., "A General Theory of Strength for Anisotropic Materials", *Journal of Composite Materials*, Vol. 5, pp. 58-80, (1971).
30. "Basic Analysis Guide for ANSYS 14", SAS IP Inc., New York, (2011).