

## ارزیابی اثرات توپوگرافی بر تفرق امواج لرزه‌ای با استفاده از روش المان مرزی\*

(یادداشت پژوهشی)

محسن ایثاری<sup>(۱)</sup> رضا تارینیژاد<sup>(۲)</sup>

**چکیده** در این تحقیق برای ارزیابی اثرات توپوگرافی از روش المان مرزی سه‌بعدی که یکی از فنون عددی بسیار قدرتمند برای تحلیل مسائل به‌ویژه موضوعات مربوط به انتشار امواج است، استفاده می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل توپوگرافی‌های مختل‌شده به شکل‌های مثلثی، دوزنقه‌ای، نیم‌دایره‌ای و نیم‌بیضی تحت اثر امواج لرزه‌ای SH نشان می‌دهد که یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر الگوی رفتار دینامیکی دره، پارامتر هندسی (شکل و عمق) می‌باشد، که این عوامل در فرکانس‌های مختل‌شده اثرات متفاوتی از خود نشان می‌دهند. علاوه‌براین، اثر پارامترهای دیگر مانند زاویه برخورد و همچنین خواص مصالح دره (مدول الاستیسیته، میرایی و ضریب پواسون) نیز مورد ارزیابی قرار گرفتند.

**واژه‌های کلیدی** توپوگرافی، المان مرزی، تفرق امواج، اثرات ساختگاه، هندسه دره.

### Investigation Effects of Canyon Topography on the Seismic Wave Scattering by 3D-BEM

M. Isari

R. Tarinejad

**Abstract** A Boundary Element Code has been developed and verified by numerous study. The results of the analysis of topographic forms triangular, trapezoidal, semi-circular and semi-elliptical under seismic SH waves show that one of the important factors that influence on the dynamic behavior canyons are geometric parameters (shape and depth). These factors with different frequency have various effect. The results indicated that several parameters such as wave parameters (frequency and direction) are factors that affecting the pattern of displacement on the canyon. It was demonstrated that the effects of this parameters are highly dependent with incoming frequency. That is demonstrated with increasing frequency, Effects of depth is increases. It is clear that, the graph of materials effects (damping and Poisson) on the dynamic behavior and displacement pattern are undeniable and increase the accuracy of result that need to be considered.

**Key Words** Topography, Three-Dimensional Boundary Element method, Wave Scattering, Site Effect, Canyon Geometry.

\* تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۱۲/۲۹ تاریخ پذیرش آن ۹۵/۲/۱۵ می‌باشد.

(۱) کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز.

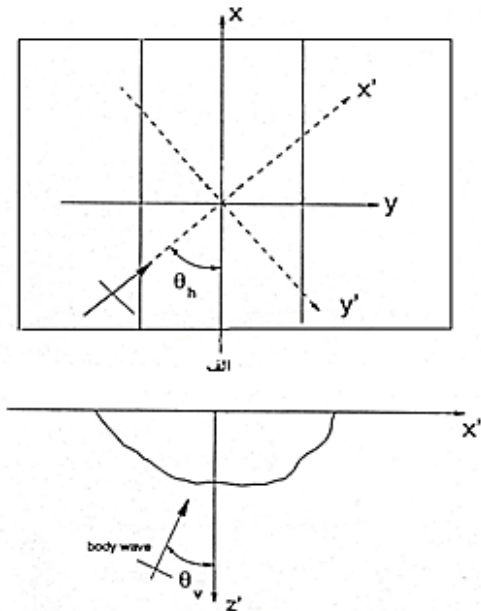
(۲) نویسنده مسئول: استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز.

## مقدمه

مطالعات زیادی درخصوص پدیده تشدید توپوگرافی روی امواج لرزه‌ای توسط محققان مختلف انجام گرفته است. یکی از نمونه‌های بسیار واضح درخصوص این پدیده، گسیختگی‌های سنگی به وجود آمده در تکیه‌گاه سد پاکویما واقع در کالیفرنیا در طول زمین‌لرزه‌های بزرگ می‌باشد. بررسی‌های صورت گرفته نشان می‌دهند این گسیختگی‌های سنگی مربوط به پدیده اثر توپوگرافی می‌باشد. رکوردهای زمین‌لرزه ثبت شده در زلزله ۱۹۹۴ نورتریج و ۱۹۷۱ سن‌فرناندو و بالای کوه و قعر دره نزدیک مخزن و سد پاکویما نشان می‌دهند که ماکزیمم شتاب زمین در بالای کوهی که جناح چپ سد را تشکیل می‌دهد در دو زلزله مذکور به ترتیب برابر  $g/0.58$  و  $g/0.43$  و  $g/0.58$  بوده است، در حالی که در قعر دره بزرگ‌نمایی توپوگرافی برای زمین‌لرزه سال ۱۹۷۱ زلزله سن‌فرناندو و زمین‌لرزه سال ۱۹۹۴ زلزله نورتریج مشخص شدند [1, 2]. موسسیان و دراوینسکی در سال ۱۹۹۰ به بررسی مسئله بزرگ‌نمایی امواج الاستیک در یک دره سه‌بعدی به شکل دل‌خواه پرداختند و پاسخ‌های حالت دائم و گذرا را به دست آوردند [3, 4]. یوان و جیانگ به کمک گسسته‌سازی به شکل نوار محدود، فرمولاسیون روش المان مرزی در حل مسائل تفرق از یک دره سه‌بعدی به شکل دل‌خواه را استخراج کردند. با این روش حجم محاسبات کاهش می‌یابد و دقت محاسبات درمقایسه با روش‌های مرسوم المان محدود و المان مرزی بالا می‌رود [5]. اشراقی و دراوینسکی توانستند با استفاده از بسط توابع موج در مختصات کروی، مسئله تفرق امواج هارمونیک در برخورد با دره سه‌بعدی را مورد تحلیل و ارزیابی قرار دهند [6]. از موارد دیگر تحقیقات صورت گرفته در این زمینه می‌توان به تحقیق تاری‌نژاد و همکاران اشاره کرد که به بررسی و آنالیز تأثیرات بزرگ‌نمایی توپوگرافی بر ساختگاه دره‌ای با استفاده از روش المان مرزی سه‌بعدی پرداخته‌اند. آنها با در نظر گرفتن بعضی از پارامترهای

تأثیرگذار بر بزرگ‌نمایی جابه‌جایی حاصل از زلزله مانند زاویه و فرکانس امواج، به بررسی جداگانه این عوامل پرداخته‌اند [7]. کمالیان و همکاران مطالعات پارامتریکی را به منظور بررسی رفتار لرزه‌ای تپه‌های نیم‌سینوسی، نیم‌بیضی و ذوزنقه‌ای شکل در برابر امواج قائم SV و P انجام دادند. در این مطالعات که با استفاده از روش المان مرزی انجام گردید تأثیرات نسبت شکل، نسبت طول موج برخوردی به ابعاد عارضه و ضریب پواسون به طور جداگانه در پاسخ لرزه‌ای تپه‌های یاد شده مورد بررسی قرار گرفتند [8]. کمالیان و همکاران در مقاله‌ای تحت عنوان آنالیز رفتار دوبعدی ساختگاه در حوزه زمان بر روی توپوگرافی سطوح با استفاده از روش المان مرزی، به بیان فرمول‌بندی پیشرفته در حوزه زمان، توسط روش المان مرزی دوبعدی برای حالت الاستودینامیک خطی پرداخته‌اند [9]. یکی دیگر از تحقیقات انجام شده توسط کمالیان و همکاران تحلیل‌های پارامتری متعددی است که روی دره‌ای به شکل نیم‌سینوسی تحت اثر امواج فشاری و برشی منتشر شده در راستای قائم در حالت دوبعدی با استفاده از روش المان مرزی مستقیم در حوزه زمان انجام دادند. طول موج و هندسه ساختگاه و درجه‌ای پایین‌تر مشخصات مصالح و نوع موج مشخصه‌های حاکم بر الگوی بزرگ‌نمایی این دره‌ها شناسایی شدند [10]. امیدوار و رحیمیان در مقالات به بررسی تفرق سه‌بعدی امواج هارمونیک مسطح بر روی سطوح با توپوگرافی خاص با استفاده از روش المان مرزی سه‌بعدی پرداختند. نشان داده می‌شود که برای بررسی هرچه دقیق‌تر حرکات سطحی زمین در توپوگرافی‌های مختلف باید تمام پارامترهای مؤثر مانند هندسه محل، خصوصیات مکانیکی مصالح زمین‌شناسی موجود (دانسیته، نسبت پواسون، مدول برشی) نوع امواج، آزیموت و زاویه برخورد و همچنین فرکانس موج در نظر گرفته شود [11, 12]. از دیگر مطالعات صورت گرفته در این زمینه می‌توان به پژوهش‌های گتمیری و همکاران اشاره کرد که با استفاده از روش المان مرزی بهبود یافته، به بررسی

با محور طولی دره ( $x$ ) می‌سازد. در شکل (۱) مشخصات سیستم و یک مقطع عرضی دل‌خواه از ساختگاه به همراه زوایای برخورد افقی و قائم امواج نشان داده شده است.



شکل ۱ مشخصات سیستم و یک مقطع عرضی دل‌خواه از دره [V]

در دستگاه مختصات  $x' - y' - z'$  جابه‌جایی‌های امواج برخوردی هارمونیک در هر نقطه دل‌خواه از ناحیه نیم‌بی‌نهایت زمین را می‌توان توسط سه مؤلفه جابه‌جایی زیر معرفی کرد.

$$\{u'(x')\}_{inc} = A\{u'\}e^{-ik'x' + iv'z' + i\omega t} \quad (1)$$

که در آن  $A$  دامنه جابه‌جایی،  $\omega$  فرکانس موج،  $v' = (\omega/c_p)\cos\theta_v$  و  $k' = (\omega/c_p)\sin\theta_v$  برای امواج فشاری و  $v' = (\omega/c_s)\cos\theta_v$  و  $k' = (\omega/c_s)\sin\theta_v$  برای امواج برشی می‌باشند.  $c_p$  و  $c_s$  به ترتیب سرعت امواج P و S هستند و بردار  $\{u'\}$  عبارت است از:

$$\{u'\} = \begin{cases} (\sin\theta_v, 0, -\cos\theta_v)^T & \text{for p-wave} \\ (\cos\theta_v, 0, \sin\theta_v)^T & \text{for SV-wave} \\ (0, 1, 0)^T & \text{for SH-wave} \end{cases} \quad (2)$$

جابه‌جایی‌های میدان آزاد زمین با مجموع جابه‌جایی‌های برخوردی و جابه‌جایی‌های ناشی از

رفتار الاستودینامیک دوبعدی سطوح شیب‌دار در حوزه زمان پرداخته‌اند. این روش براساس کوتاه شدن انتگرال‌های زمانی است که منجر به کاهش سریع جواب‌های اساسی با گذشت زمان می‌شود [13, 14]. سهرابی بیدار و همکاران به بیان فرمول‌بندی روش المان مرزی سه‌بعدی در حوزه زمان برای تحلیل رفتار ساختگاه پرداختند. برای ارزیابی دقت فرمول‌بندی ارائه‌شده، رفتار لرزه‌ای توپوگرافی‌های مختلف به شکل دره و تپه که در برابر برخورد امواج P, S قرار گرفت ارزیابی شد. نتایج به دست آمده از تحلیل سه‌بعدی رفتار لرزه‌ای نشان داد که تپه سه‌بعدی متقارن دارای پتانسیل بزرگ‌نمایی بیشتری در مقایسه با تپه‌های نامتقارن سه‌بعدی و دوبعدی می‌باشد [15]. سهرابی بیدار و همکاران با استفاده از روش المان مرزی سه‌بعدی مستقیم در حوزه زمان پاسخ دره سه‌بعدی گوسی شکل را به صورت پارامتریک مورد مطالعه قرار دادند. طول موج و هندسه ساختگاه و تا حدودی نوع موج مهاجم پارامترهای مؤثر بر بزرگ‌نمایی این نوع تپه‌ها شناسایی شدند. دره‌های دوبعدی بزرگ‌نمایی و کوچک‌نمایی کوچک‌تری را نسبت به دره‌های سه‌بعدی با هندسه و ابعاد مشابه نشان می‌دهند [16]. در تحقیق حاضر که براساس روش المان مرزی سه‌بعدی در حوزه فرکانس می‌باشد مطالعات پارامتری متنوعی روی دره با هندسه‌های مختلف انجام می‌گیرد و اثرات پارامترهای مختلف در پدیده تفرق امواج لرزه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرند.

### حرکات سطح آزاد زمین و دره

گام نخست در بررسی رفتار دینامیکی سازه‌های واقع در ساختگاه‌های دره‌ای در اثر زلزله، شناسایی امواج ایجادشده و محاسبه جابه‌جایی‌های به وجود آمده در محیط نیم‌بی‌نهایت زمین مسطح (بدون وجود دره) در محل تکیه‌گاه‌ها می‌باشد. در حالت سه‌بعدی فرض می‌شود که بردار عمود بر جبهه امواج لرزه‌ای حجمی با بردار انتشار موج، زوایای  $\theta_v$  با محور قائم ( $z$ ) و  $\theta_h$

در این رابطه  $u^i$ ، مؤلفه‌های تغییر مکان در نقطه مرزی  $i$ ،  $u$  و  $P$  مؤلفه‌های تغییر مکان و ترکشن روی تمام مرز،  $u^*$  و  $p^*$  جواب‌های اساسی تغییر مکان و ترکشن روی مرز در اثر بار واحد متمرکز در نقطه  $i$  می‌باشند.

ضریب مستقل  $c^i$  معروف به ترم پرش وابسته به هندسه خاص مرز در نقطه  $i$  می‌باشد و می‌تواند از ترکشن صفر جسم صلب محاسبه گردد [17, 18]. زمانی که مرز به تعداد  $ne$  المان گسسته‌سازی شد با جای‌گذاری معادلات پارامترهای گسسته‌سازی شده در معادله (۷) معادله زیر به دست خواهد آمد:

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^{ne} \left\{ \int_{\Gamma_j} p^* \Phi d\Gamma \right\} u^j = \sum_{j=1}^{ne} \left\{ \int_{\Gamma_j} u^* \Phi d\Gamma \right\} p^j \quad (۸)$$

که  $\Gamma_j$  نشان‌دهنده سطح المان  $j$  می‌باشد. معادله فوق را می‌توان به فرم زیر بازنویسی کرد.

$$c^i u^i + \sum_{m=1}^n \hat{H}^{im} u^m = \sum_{j=1}^{ne} G^{ij} p^j \quad (۹)$$

بنابراین برای تمام گره‌های  $i$  می‌توان سیستم معادلات را به فرم کلی زیر بیان کرد.

$$HU=GP \quad (۱۰)$$

### جواب‌های اساسی

جواب‌های معادله (۶) به ازای بار نقطه‌ای هارمونیک با دامنه واحد که در جهت اختیاری (بردار واحد) اعمال گردد، جواب‌های اساسی یا توابع گرین نامیده می‌شوند. این توابع با استفاده از تجزیه هلمهولتز معادلات حاکم به دست می‌آیند. در ادامه جواب‌های اساسی مربوط به تغییر مکان و ترکشن ارائه می‌شوند. این جواب‌ها در منابع موجود همواره با غلط‌های تایپی همراه بوده است که در اینجا فرمول‌های دقیق آنها با استفاده از محاسباتی که نگارنده انجام داده است ارائه می‌گردند.

$$u_{ik}^* = \frac{1}{\alpha \pi \rho c_2^2} [\psi \delta_{ik} - \chi r_i r_k] \quad (۱۱)$$

که در آن  $\psi$  و  $\chi$  برابر مقادیر زیر می‌باشند.

امواج منعکس شده برابر می‌باشد. در دستگاه مختصات  $x'-y'-z'$  که امواج در صفحه  $x'-z'$  منتقل می‌شوند جابه‌جایی‌های حالت آزاد را می‌توان به صورت زیر بیان نمود. به منظور اختصار در رابطه‌های ارائه شده در ادامه، ضریب  $e^{i\omega t}$  حذف شده است.

$$\{u_{ff}'(x')\} = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ 0 \end{cases} e^{k_s(-\sin \theta_v x' + \cos \theta_v z')t} \\ \begin{cases} 0 \\ 1 \\ 0 \end{cases} e^{k_s(-\sin \theta_v x' - \cos \theta_v z')t} \quad (۳)$$

### معادله حاکم بر حل مسئله

معادلات حاکم بر مسائل الاستودینامیک از روابط ناوبر تبعیت می‌کند که به صورت برداری و براساس مؤلفه‌های سرعت امواج به شکل زیر قابل ارائه است.

$$c_1^2 \nabla(\nabla \cdot u) - c_2^2 \nabla \times \nabla \times u - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -b \quad (۴)$$

در این رابطه  $c_1 = (\lambda + 2\mu/\rho)^{0.5}$  و  $c_2 = (\mu/\rho)^{0.5}$  به ترتیب سرعت امواج فشاری و برشی در محیط،  $b$  نیروهای حجمی در جرم واحد و  $u$  بردار جابه‌جایی‌ها می‌باشند. ضمن این که  $\lambda$  و  $\mu$  ثابت‌های لامه و  $\rho$  جرم حجمی جسم مورد نظر می‌باشند. در صورت استفاده از روش تحلیل در حوزه فرکانس، بردار جابه‌جایی‌ها برای تحریک هارمونیک با فرکانس  $\omega$  به فرم زیر درمی‌آید.

$$u(t) = \bar{u}(\omega) e^{i\omega t} \quad (۵)$$

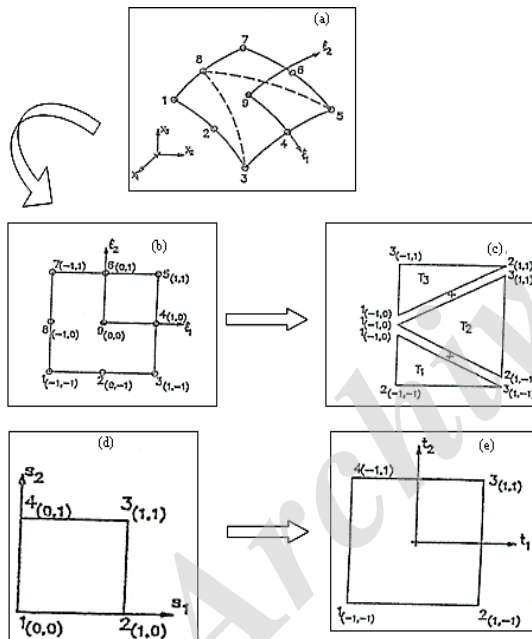
در رابطه فوق،  $\bar{u}$  دامنه بردار جابه‌جایی‌ها در حوزه فرکانس می‌باشد. با استفاده از رابطه (۵) معادله برداری (۴) به شکل مستقل از زمان به صورت رابطه (۶) قابل بازنویسی است.

$$c_1^2 \nabla(\nabla \cdot \bar{u}) - c_2^2 \nabla \times \nabla \times \bar{u} + \omega^2 \bar{u} = -b \quad (۶)$$

معادله انتگرال مرزی حاکم بر مسئله می‌تواند از تئوری تقابل دینامیکی به فرم زیر به دست آید.

$$c^i u^i + \int_{\Gamma} p^* u d\Gamma = \int_{\Gamma} u^* p d\Gamma \quad (۷)$$

رہایی یافت و از روش گوس- لژاندر انتگرال‌های اجزا مثلثی را برآورد نمود. به این منظور ابتدا المان مستطیلی برحسب این که نقطه منبع منطبق بر کدام یک از نقاط المان مرزی باشد به تعداد مناسبی المان مثلثی تقسیم می‌گردد. سپس با تبدیل مختصات مناسب انتگرال‌گیری روی المان مستطیلی به انتگرال‌گیری روی المان‌های مثلثی تبدیل می‌گردند. اساس روش تعریف سیستم مختصاتی است که جاکوبین در نقطه منبع صفر گردد به صورتی که با صفر موجود در مخرج هسته انتگرال رفع ابهام شود. برای این منظور سیستم مختصات مطابق شکل (۲) طوری تعریف می‌شود که جاکوبین در نقطه منبع صفر گردد.



شکل ۲ a و b) المان مستطیلی ۹ گرهی اصلی و مادر، c) المان تقسیم شده به زیر المان‌های مثلثی با تکینگی در گره شماره ۸، d و e) تبدیل‌های لازم برای انتگرال‌گیری از المان مثلثی [۷]

رابطه بین مختصات  $s_1$  و  $s_2$  و مختصات  $\xi_1$  و  $\xi_2$  به صورت زیر می‌باشند.

$$\xi_1 = (1-s_1)\xi_1^1 + s_1(1-s_2)\xi_1^2 + s_1s_2\xi_1^3 \quad (13)$$

که در رابطه فوق  $i=1,2$  و اعداد بالای  $\xi_i$

$$\psi = \frac{\exp(-k_2 r)}{r} + \left(\frac{1}{k_2^2 r^2} + \frac{1}{k_2 r}\right) \frac{\exp(-k_2 r)}{r} - \frac{c_2^2}{c_1^2} \left(\frac{1}{k_1^2 r^2} + \frac{1}{k_1 r}\right) \frac{\exp(-k_1 r)}{r}$$

$$\chi = \left(\frac{3}{k_2^2 r^2} + \frac{3}{k_2 r} + 1\right) \frac{\exp(-k_2 r)}{r} - \frac{c_2^2}{c_1^2} \left(\frac{3}{k_1^2 r^2} + \frac{3}{k_1 r} + 1\right) \frac{\exp(-k_1 r)}{r}$$

همچنین  $\alpha = 4$  و  $\delta_{ij}$  نشان دهنده تابع دلتای کرونیگر و  $k_1 = \frac{i\omega}{c_1}$  و  $k_2 = \frac{i\omega}{c_2}$ ، به ترتیب اعداد امواج فشاری و برشی می‌باشند. اندیس‌هایی که شامل کاما می‌باشند به منظور مشتق‌گیری نسبت به جهت مورد نظر می‌باشند. لازم به ذکر است از روی جواب اساسی مربوط به تغییر مکان می‌توان جواب اساسی مربوط به ترکشن را محاسبه نمود. این کار با استفاده از روابط موجود بین تنش، کرنش و تغییر مکان و نیز رابطه تنش و ترکشن (قانون استوکس) صورت می‌گیرد. جواب اساسی مربوط به ترکشن محاسبه شده از روی جواب اساسی تغییر مکان به صورت زیر می‌باشد [17-18].

$$P_{ik}^* = \frac{1}{\alpha\pi} \left[ \left( \frac{d\psi}{dr} - \frac{1}{r} \chi \right) (\delta_{ik} \frac{\partial r}{\partial n} + r_{,i} n_k) - \frac{2}{r} \chi (n_k r_{,i} - 2r_{,i} r_{,k}) \frac{\partial r}{\partial n} - 2 \frac{d\chi}{dr} r_{,i} r_{,k} \frac{\partial r}{\partial n} + \left( \frac{c_1^2}{c_2^2} - 2 \right) \left( \frac{d\psi}{dr} - \frac{d\chi}{dr} - \frac{\alpha}{2r} \chi \right) r_{,i} n_k \right] \quad (12)$$

که در آن  $d\psi/dr$  و  $d\chi/dr$  به شکل زیر می‌باشند.

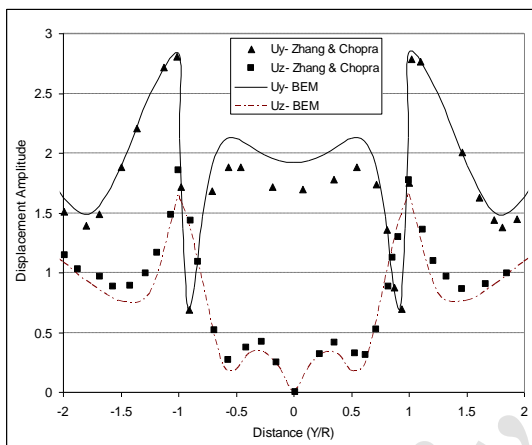
$$\frac{d\psi}{dr} = \left( -\frac{2}{r} - k_2 - \frac{3}{k_2 r^2} - \frac{3}{k_2^2 r^3} \right) \frac{\exp(-k_2 r)}{r} + \frac{c_2^2}{c_1^2} \left( \frac{1}{r} + \frac{3}{k_1 r^2} + \frac{3}{k_1^2 r^3} \right) \frac{\exp(-k_1 r)}{r}$$

$$\frac{d\chi}{dr} = \left( -\frac{4}{r} - k_2 - \frac{9}{k_2 r^2} - \frac{9}{k_2^2 r^3} \right) \frac{\exp(-k_2 r)}{r} + \frac{c_2^2}{c_1^2} \left( \frac{4}{r} + k_1 + \frac{9}{k_1 r^2} + \frac{9}{k_1^2 r^3} \right) \frac{\exp(-k_1 r)}{r}$$

### برآورد انتگرال‌های تکین

برای انتگرال‌گیری از هسته با تکین بودن از نوع ضعیف مشابه آنچه در هسته تغییر مکان وجود دارد با استفاده از تکنیک تبدیل انتگرال‌گیری روی المان مستطیلی به انتگرال‌گیری روی المان مثلثی می‌توان از تکین بودن

به دست آمده از تحلیل عددی با نتایج تحلیل‌های چوپرا انجام شده است. روش استفاده شده توسط چوپرا، روش المان مرزی دوبعدی است که با انتگرال‌گیری تحلیلی در بعد سوم برای دره‌ای به طول بی‌نهایت به حالت سه‌بعدی تعمیم یافته است. این در حالی است که در این تحقیق روش المان مرزی سه‌بعدی استفاده شده است. اختلاف اندک بین نتایج را (کمتر از ده درصد) می‌توان به اختلاف در روش به کاررفته و استفاده از المان‌های دوبعدی توسط چوپرا و سه‌بعدی در تحقیق حاضر نسبت داد.



شکل ۳ مقایسه نتایج به دست آمده از تحلیل عددی و نتایج ارائه شده توسط ژانگ و چوپرا [19] برای موج ورودی SV با  $\theta_v = 0$  و  $\theta_h = 90^\circ$  و فرکانس بی‌بعد واحد برای دره نیم‌دایره منشوری

۲. مقایسه نتایج به دست آمده از تحلیل عددی و نتایج ارائه شده توسط کمالیان و همکاران [10] برای موج ورودی SV با  $\theta_v = 0^\circ$  و  $\theta_h = 90^\circ$  به‌ازای فرکانس بی‌بعد مساوی نیم در شکل (۴) ارائه شده است. نتایج به دست آمده از تحلیل حاضر با نتایج ارائه شده توسط کمالیان و همکاران اندک اختلافی نشان می‌دهند ضمن این‌که روند کلی کاملاً یکسان می‌باشد. نتایج ارائه شده توسط کمالیان برای دره دوبعدی بوده، در حالی که در تحلیل حاضر مدل سه‌بعدی از دره به طول محدود (۵ برابر شعاع دره) با روش المان مرزی به کار گرفته شده است. به‌طور

نشان‌دهنده گره‌های گوشه مثلث می‌باشند.

$$d\xi_1 d\xi_2 = |J_2| ds_1 ds_2 = 2A s_1 ds_1 ds_2 \quad (14)$$

که در آن A مساحت مثلث در مختصات بی‌بعد  $\xi_1 - \xi_2$  می‌باشد.

به منظور استفاده از روش انتگرال‌گیری گوس، حوزه مربعی در سیستم  $s_1, s_2$  بایستی به مربعی به طول وجوه معادل ۲ انتقال یابد. بنابراین بایستی انتقال دوم به شکل زیر انجام گیرد.

$$s_i = \frac{1+t_i}{2} \quad (15)$$

بنابراین رابطه  $ds_1 ds_2 = |j_3| dt_1 dt_2 = \frac{1}{4} dt_1 dt_2$  به دست می‌آید. انتگرال مستطیلی با استفاده از تبدیل‌های فوق به انتگرال‌های مثلثی در حوزه  $t_1 - t_2$  تبدیل می‌شود و با استفاده از روش استاندارد گوس محاسبه می‌گردد [17, 18].

$$G(k) = \sum_{\text{no. of Triangle}=-1-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 u^*(t_1, t_2) \phi_k(t_1, t_2) |G(t_1, t_2)| (t_1 + 1) \frac{A}{4} dt_1 dt_2 \quad (16)$$

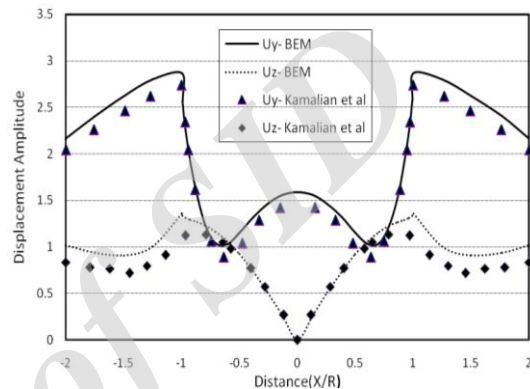
**صحت‌سنجی کد کامپیوتری به کار رفته در تحقیق**  
به منظور انجام محاسبات لازم در روی ساختگاه‌های دره‌ای کد کامپیوتری به زبان فرترن (TDASC) نوشته شده است. این کد قابلیت حل انواع مسائل الاستودینامیک سه‌بعدی را که شامل برخورد امواج حجمی زمین لرزه به ساختگاه‌های دره‌ای است داراست. به منظور اطمینان از صحت و ارزیابی کد TDASC برای محاسبه جابه‌جایی‌های میدان آزاد سطح دره یک‌سری مقایسه با جواب‌های به دست آمده در مقالات مختلف انجام شده است.

۱. تحقیق انجام شده توسط ژانگ و چوپرا [19] در زمینه تحلیل سه‌بعدی تغییرات مکانی جابه‌جایی در سطح دره با مقطع نیم‌دایره‌ای منشوری تحت اثر موج ورودی SV با زاویه افقی  $90^\circ$  درجه و زاویه قائم صفر درجه و فرکانس بی‌بعد واحد در نظر گرفته شده است (۱۷). در شکل (۳) مقایسه بین نتایج

نیم دایره‌ای و نیم بیضوی انجام شده است. ابتدا دره‌ای به شکل مثلث با نسبت عرض قاعده (b) به عمق (h) برابر ۱،۲ و ۴ برای نشان دادن اثرات عمق و بازشدگی دره که از فاکتورهای مهم در طراحی سدها به شمار می‌آید، مدل می‌شود. شکل (۵) نشان‌دهنده دره مثلثی مدل شده می‌باشد. این مدل تحت برخورد موج برشی SH با زاویه افقی و قائم ۴۵ درجه قرار می‌گیرد. به منظور ارزیابی اثرات فرکانس موج زمین‌لرزه این تحلیل‌ها به ازای فرکانس‌های بی‌بعد مختلف انجام شده و نتایج آن در شکل (۶) ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با کاهش این نسبت اثرات توپوگرافی بر روی رفتار دینامیکی دره مثلثی افزایش می‌یابد. همچنین اثرات عمق و شکل دره تابعی از فرکانس می‌باشد. با افزایش فرکانس به دلیل کاهش طول موج برخوردی، اثرات ساختگاه افزایش می‌یابد. در فرکانس‌های پایین ( $\eta \leq 0.1$ ) به دلیل بزرگی قابل توجه طول موج نسبت به ابعاد عارضه طبیعی تفرق امواج ناشی از وجود عارضه به حداقل می‌رسد و در واقع موج ورودی اثر وجودی دره را احساس نمی‌کند و پدیده تفرق روی امواج قابل چشم‌پوشی است. به عنوان یک قاعده کلی در صورتی که ابعاد دره با طول موج برخوردی به آن قابل مقایسه باشد تفرق و آشفتنگی ناشی از وجود دره روی الگوی تغییر مکان‌های به دست آمده در سطح آزاد دره بیشتر می‌شود.

در ادامه به منظور بررسی تأثیر تغییرات زاویه موج برخوردی به دره روی نتایج به دست آمده، تحلیل‌هایی با زاویه برخورد مختلف انجام شده است و نتایج آن در شکل (۷) ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که تغییر زاویه تأثیر زیادی روی الگوی رفتار دینامیکی و همچنین مقادیر تغییر مکان‌های به دست آمده در سطح آزاد دره می‌گذارد. برخورد امواج در جهت قائم منجر به جابه‌جایی‌های متقارن حول محور تقارن دره و برخورد با زاویه‌های غیر از قائم منجر به جابه‌جایی‌های نامتقارن حول محور تقارن دره می‌گردد. در شرایط برخورد غیر قائم غالباً یک سمت دره که در سمت برخورد امواج قرار گرفته است جابه‌جایی‌های بزرگ و سمت دیگر

کلی جواب‌های به دست آمده از مدل‌های دوبعدی نسبت به مدل‌های سه‌بعدی اندکی کوچک‌تر می‌باشد و این مورد در مقایسه نتایج به دست آمده به وضوح نمایان است. بر اساس مقایسه نتایج انجام گرفته با رفرنس‌های متعدد کد المان مرزی توسعه یافته در این تحقیق صحت‌سنجی شد و از نتایج به دست آمده از آن برای انجام تحلیل‌های بعدی اطمینان حاصل گردید.



شکل ۴ مقایسه نتایج به دست آمده از تحلیل عددی و نتایج

ارائه شده توسط کامالیان و همکاران [10] برای موج ورودی SV با  $\theta_v = 0, \theta_h = 90$  و فرکانس بی‌بعد نیم دایره منشوری

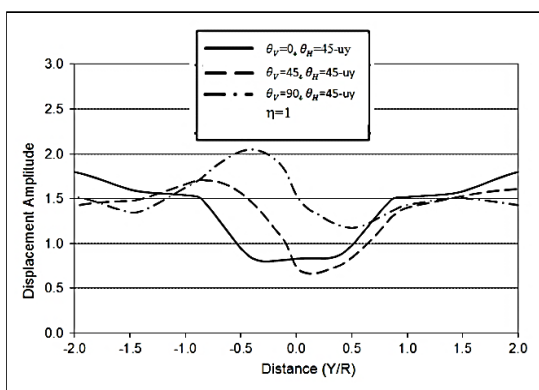
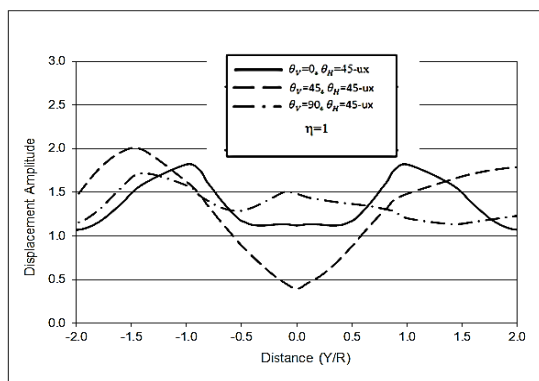
### تحلیل‌های عددی

در این مطالعه با استفاده از روش المان مرزی سه‌بعدی توسعه یافته به بررسی پارامترهای اثرگذار بر پاسخ دینامیکی ناهموازی‌های مختلف پرداخته می‌شود. از عوامل تأثیرگذار در این رفتارها می‌توان به پارامترهایی نظیر هندسه توپوگرافی، جنس مصالح، پارامترهای امواج برخوردی (زاویه و فرکانس) اشاره کرد. برای بررسی پارامتر هندسه توپوگرافی از چهار دره به شکل‌های مثلثی، دوزنقه‌ای، نیم دایره و بیضوی استفاده می‌شود.

### ارزیابی اثرات هندسه و مشخصه‌های امواج بر دره

#### مثلثی شکل

به منظور ارزیابی اثر شکل و عمق دره روی تفرق امواج از دره‌های سه‌بعدی تحلیل‌هایی روی دره‌هایی با شکل‌های مثلثی و در ادامه روی دره‌های دوزنقه‌ای،



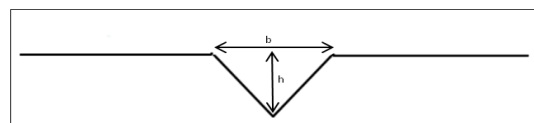
شکل ۷ مقایسه نمودارهای به دست آمده از تحلیل‌های انجام شده در زاویه‌های مختلف در فرکانس بی‌بعد واحد

### ارزیابی اثرات هندسه دره دوزنقه‌ای

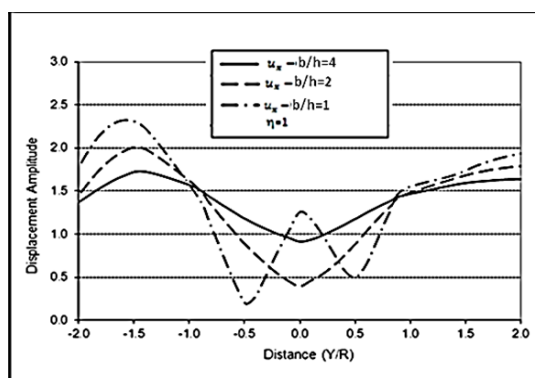
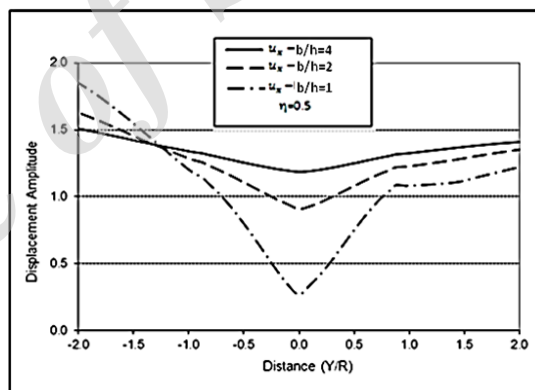
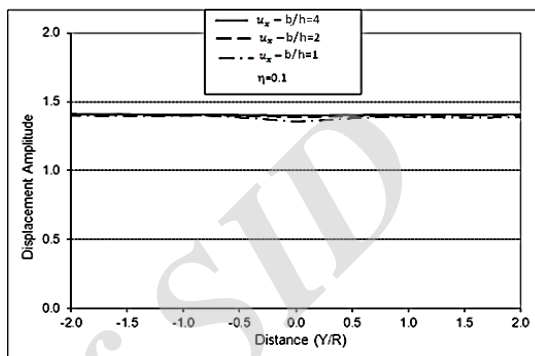
دره دوزنقه‌ای مطابق شکل (۸) به صورت سه بعدی منشوری در نظر گرفته شده است. در این تحلیل‌ها سه نسبت مختلف قاعده بزرگ (b) به عمق (h) تحت اثر برخورد موج SH با زاویه ۴۵ درجه و دو فرکانس بی‌بعد واحد و نیم مورد توجه بوده است. نتایج به دست آمده از این تحلیل‌ها در شکل (۹) ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهند کاهش نسبت (b/h) همان طوری که در دره مثلثی گفته شد، باعث بیشتر شدن آشفتگی‌های ناشی از اثرات توپوگرافی می‌شود و میزان این افزایش به فرکانس وارده وابسته می‌باشد. با افزایش فرکانس بی‌بعد میزان این افزایش بیشتر می‌گردد و با کاهش فرکانس این تغییرات کاهش می‌یابد.

در ادامه این مطالعه به بررسی اثرات تغییر نسبت قاعده بالای دوزنقه (b) به قاعده پایین (a) در

جابه‌جایی‌های کوچک‌تری را در مقایسه با جابه‌جایی‌های حالت قائم نشان می‌دهد.



شکل ۵ دره مثلثی

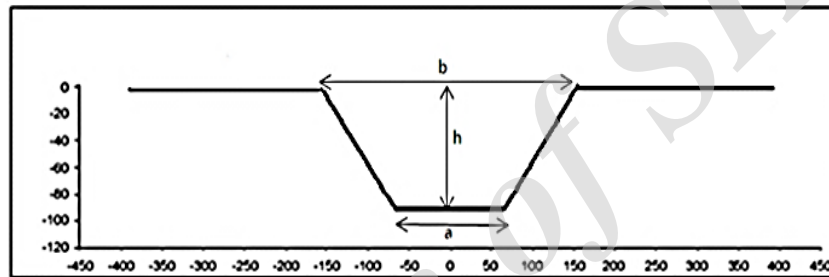


شکل ۶ مقایسه نمودارهای به دست آمده از تحلیل‌های انجام شده به ازای فرکانس‌های بی‌بعد ۰/۱، ۰/۵ و ۱ و شیب دیواره ۴۵، ۲۶/۶ و ۱۴/۴ درجه



که در شکل (۱۰) ارائه شده است نشان می‌دهند که در فرکانس‌های بی‌بعد کمتر از نیم با افزایش نسبت دو قاعده مقادیر جابه‌جایی‌ها به مقدار بسیار ناچیزی افزایش می‌یابد. با توجه به مقادیر ارائه‌شده در جدول (۱) می‌توان گفت که در فرکانس‌های بی‌بعد نیم و بزرگ‌تر از نیم و در نسبت‌های قاعده بزرگ‌تر از ۲/۵ مقادیر حاصل کاهش پیدا می‌کند. با توجه به جدول (۲) مشخص است که وقتی نسبت دو قاعده دوزنقه از ۲۰ به ۱ کاهش می‌یابد بیشترین درصد افزایش جابه‌جایی در فرکانس نیم ایجاد می‌شود.

فرکانس‌های بی‌بعد مختلف تحت زاویه قائم بر رفتار دینامیکی و میزان جابه‌جایی‌ها پرداخته شد. با کاهش نسبت دو قاعده، شکل دره به سمت مستطیل و با افزایش آن به سمت مثلث میل می‌کند. این تغییر شکل منجر به تغییرات بسیار زیاد شیب دیواره دره می‌گردد و این تغییرات باعث می‌شود تا اثرات شکل دره که به فرکانس وارده نیز وابسته است دچار تغییرات زیادی شود. در واقع می‌توان گفت که با افزایش شیب دیواره میزان آشفته‌گی‌های ناشی از اثرات ساختگاه افزایش و با کاهش این شیب این میزان کاهش می‌یابد. نتایج آن



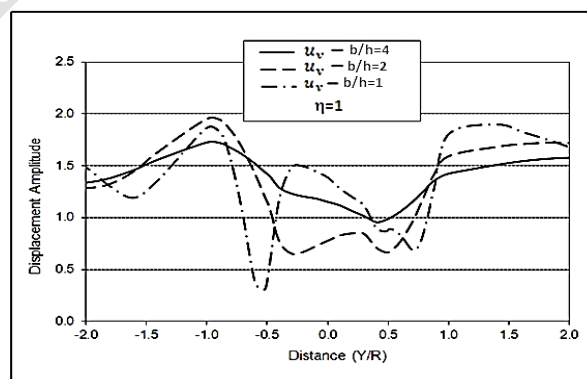
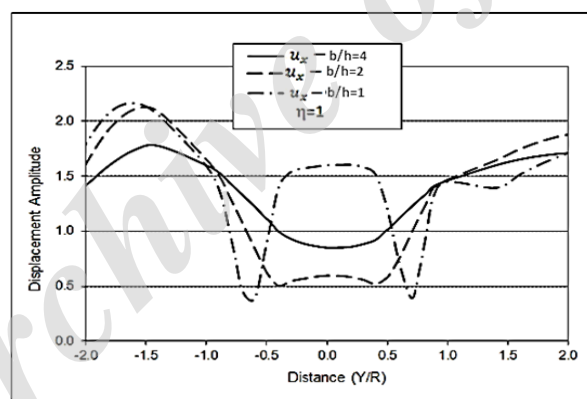
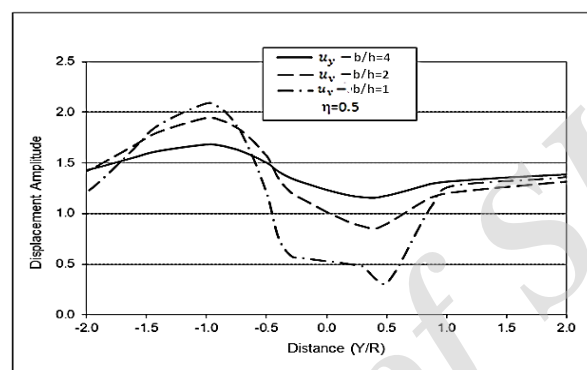
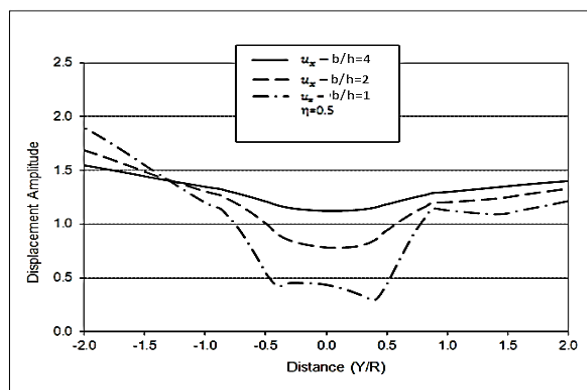
شکل ۸ دره دوزنقه‌ای

جدول ۱ مقادیر جابه‌جایی‌های به‌دست‌آمده در فرکانس‌های مختلف در نقطه صفر و تحت زاویه قائم

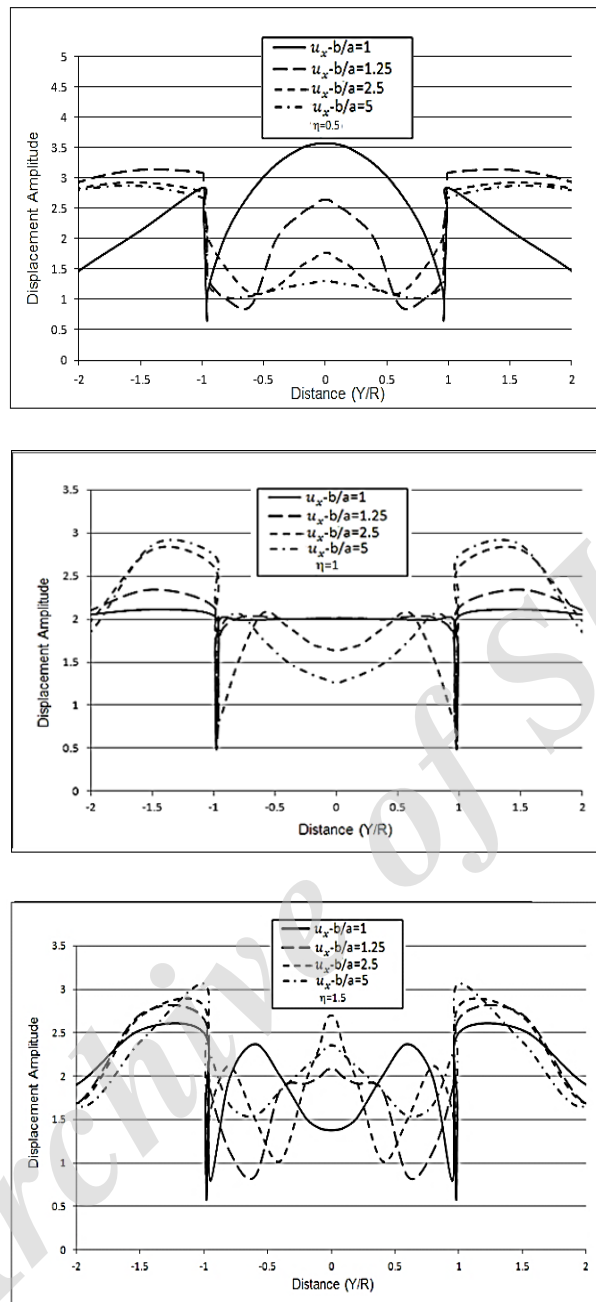
b/a	1	1.25	2.5	5	10	20
$\square=2$	1.985	2.022	2.593	2.258	1.665	1.43
$\square=1.5$	1.376	2.087	2.712	2.351	1.949	1.781
$\square=1$	2.005	2.015	1.637	1.266	1.203	1.232
$\square=0.75$	2.378	2.591	2.589	2.253	2.033	1.966
$\square=0.5$	3.576	2.644	1.775	1.321	1.137	1.061
$\square=0.25$	0.841	0.851	0.914	0.998	1.054	1.086
$\square=0.1$	1.642	1.656	1.711	1.749	1.762	1.773

جدول ۲ درصد تغییرات جابه‌جایی در فرکانس‌های مختلف

$\square$	2	1.5	1	0.75	0.5	0.25	0.1
درصد تغییرات	38.81	22.74	60.74	20.96	237.04	22.56	7.39



شکل ۹ مقایسه نمودارهای به دست آمده از تحلیل‌های انجام شده در فرکانس بی بعد نیم و واحد و زاویه ۴۵ درجه



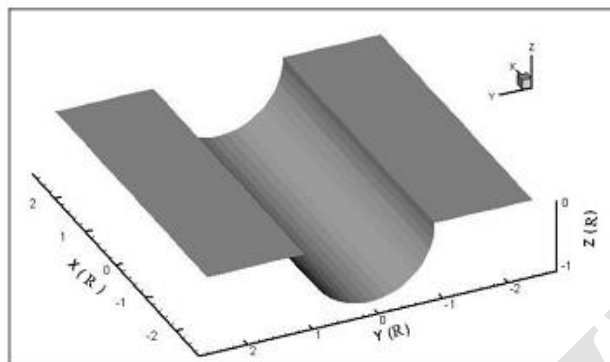
شکل ۱۰ مقایسه نمودارهای به دست آمده از تحلیل های انجام شده در نسبت های دو قاعده مختلف

### ارزیابی اثرات هندسه دره نیم دایره ای

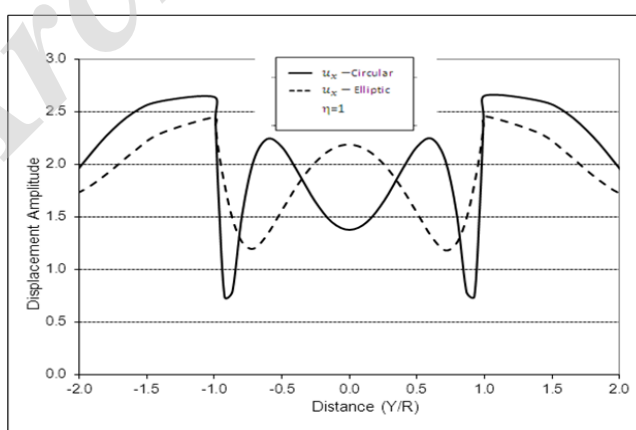
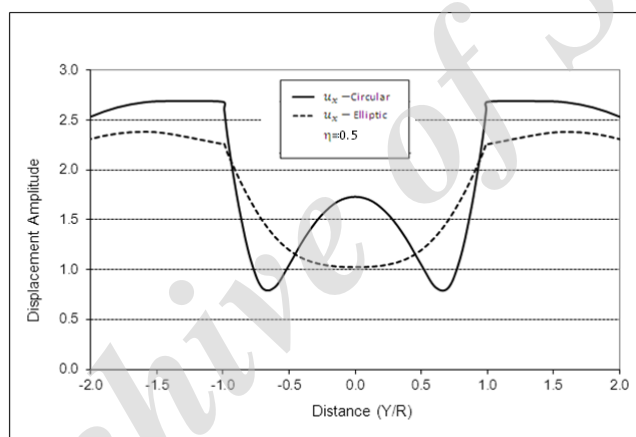
برای ارزیابی اثرات تغییر عمق دره نیم دایره ای از دو دره به شکل های نیم بیضوی و نیم دایره مانند شکل (۱۱) استفاده می شود. دره نیم بیضوی دارای دهانه ای برابر دهانه دایره ولی عمقی برابر نصف شعاع دره دارد. تحلیل ها در سه فرکانس مختلف با مشخصات مصالح نسبت پواسون  $\nu = 0.3$  و سرعت برشی  $102/5$  انجام شده

است. نتایج به دست آمده از این نمودارها نشان می دهد که در یک فرکانس مشخص تغییر شکل و همچنین تغییر عمق تأثیرات محسوس و قابل توجهی را بر پاسخ دینامیکی دره می گذارد. نتایج نشان می دهد که دره نیم دایره دچار بزرگ نمایی و تغییرات بیشتری در مقایسه با دره نیم بیضوی می شود، چون عمق دره نیم بیضوی نسبت به دره نیم دایره ای در مقایسه با طول موج برشی

کوچک‌تر است لذا در این حالت اثر دره روی جابه‌جایی‌های به‌دست‌آمده کمتر خواهد بود. به‌طوری‌که در فرکانس‌های بالا این حساسیت‌ها به عمق دره بیشتر خواهد شد. نتایج مربوط به مقایسه دو شکل نیم‌بیضوی و نیم‌دایره‌ای در شکل (۱۲) آورده شده است.



شکل ۱۱ تصویر سه‌بعدی دره نیم‌دایره



شکل ۱۲ مقایسه نتایج به‌دست‌آمده برای دره‌های نیم‌بیضوی و نیم‌دایره‌ای تحت امواج SH با زاویه برخورد  $(\theta_h = 90, \theta_v = 0)$

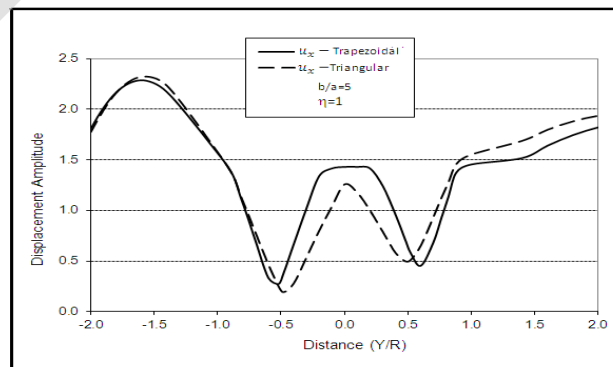
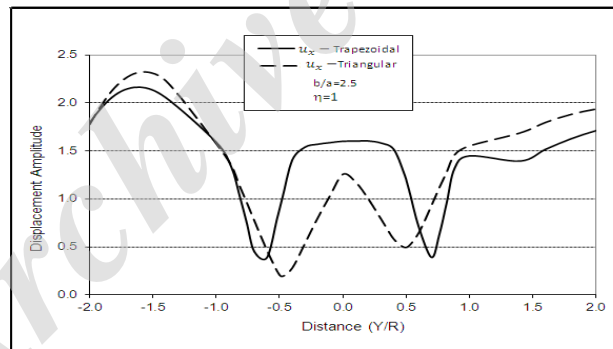
## مقایسه بین دو دره مثلثی و ذوزنقه‌ای

مقایسه‌ای بین دو شکل ذوزنقه‌ای و مثلثی با عمق و دهانه برابر انجام شده که نمودارهای موردنظر در شکل (۱۳) ارائه شده است. در مورد نتایج به دست آمده از مقایسه نمودارهای مثلثی و ذوزنقه‌ای می‌توان گفت که دلیل اختلاف این نمودارها به خاطر وجود قاعده در ذوزنقه می‌باشد، که باعث می‌شود اثر موج روی این شکل بیشتر و تغییر مکان آن زیاد شود. علاوه بر این در جدول شماره (۳) نتایج به دست آمده از تحلیل‌های انجام شده مربوط به یک نقطه دلخواه (در این بررسی نقطه صفر) در فرکانس‌ها و نسبت دو قاعده

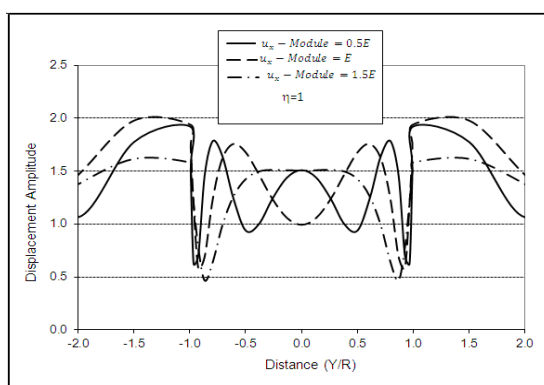
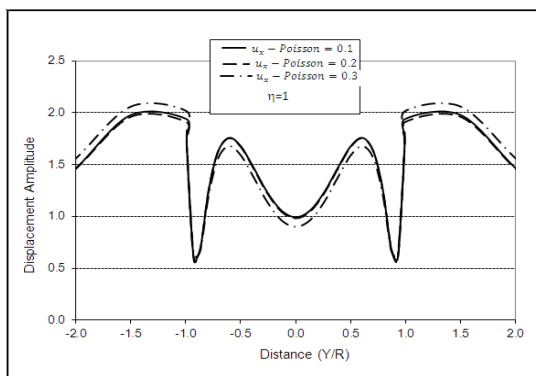
در این جدول نشان‌دهنده اختلاف ایجاد شده بر اثر تغییر نسبت  $b/a$  در دره ذوزنقه‌ای شکل در مقایسه با دره مثلثی است که هم دارای عمق و هم دارای دهانه برابر با دره ذوزنقه‌ای می‌باشد. همان‌طور که از جدول مشخص است بیشترین درصد افزایش در نسبت  $b/a=2.5$  و فرکانس بی‌بعد نیم می‌باشد، که به اندازه  $61/48$  درصد افزایش می‌یابد. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که برای نسبت‌های  $b/a > 10$  رفتار دره ذوزنقه‌ای با دره مثلثی (هم عمق و دهانه) یکسان می‌باشد و می‌توان از اثرات تغییر شکل صرف نظر کرد.

جدول ۳ مقایسه نتایج به دست آمده از تحلیل‌های مختلف روی دره‌های ذوزنقه‌ای و مثلثی در فرکانس‌های مختلف و در نسبت‌های

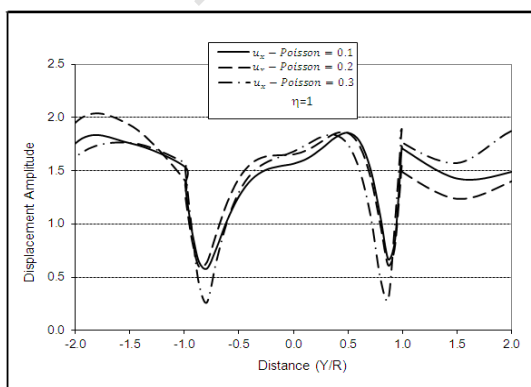
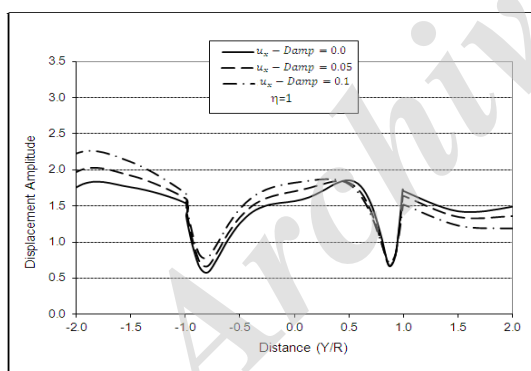
b/a=2.5,5,10			
b/a	2.5	5	10
$\square=1.5$	0.065	0.5	1.62
$\square=1$	27.28	13.67	8.03
$\square=0.5$	61.48	24.5	14.51
$\square=0.3$	16.87	8.92	3.81



شکل ۱۳ مقایسه نتایج به دست آمده برای دره‌هایی با شکل‌های ذوزنقه‌ای و مثلثی تحت امواج SH با زاویه برخورد  $\theta_i = 45^\circ$ ,  $\theta_t = 45^\circ$  و فرکانس بی‌بعد واحد

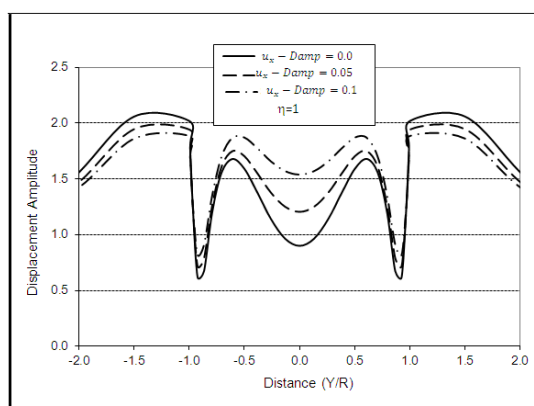


شکل ۱۴ مقایسه نتایج به دست آمده تحت امواج SH با زاویه برخورد  $(\theta_h = 45^\circ, \theta_v = 0)$  و فرکانس بی بعد واحد

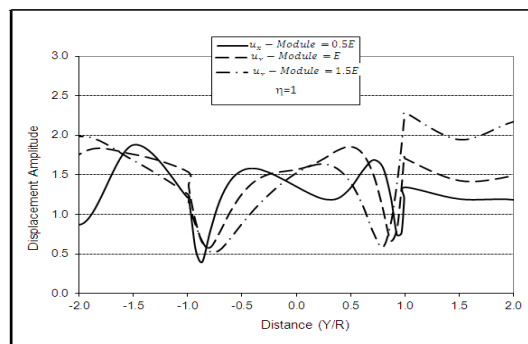


## ارزیابی اثرات جنس مصالح بر تفرق امواج از دره های سه بعدی

به منظور ارزیابی اثرات مشخصات مصالح شامل ضریب میرایی، ضریب پواسون و همچنین مدول الاستیسیته تحلیل های مختلفی با مقادیر متفاوت از این پارامترها انجام شد. نتایج به دست آمده در دو زاویه برخورد مختلف در شکل های (۱۴) و (۱۵) ارائه شده اند. با مقایسه نتایج به دست آمده از نمودارهای مربوط به این پارامترها می توان فهمید که تغییرات پارامترهای میرایی و پواسون تأثیری بر الگوی تغییرات تغییر مکان های به دست آمده ندارد ولی در مقادیر به دست آمده تأثیرگذار است. علاوه بر این به عنوان یک قاعده کلی می توان گفت که افزایش میرایی منجر به تغییر مکان های بزرگ تری نسبت به حالت بدون میرایی در راستای وجهی می شود که در معرض برخورد موج قرار می گیرد. در مورد تغییر پارامتر ضریب پواسون نیز می توان گفت که با تغییر این پارامتر تغییر مکان های به دست آمده دچار تغییر می شود. با توجه به نتایج حاصل شده لازم است که برای به دست آوردن مقادیر دقیق تغییر مکان دره، مقدار دقیق این پارامترها در نظر گرفته شود. در مورد مدول الاستیسیته نیز همچنان که از نمودارها مشخص است می توان گفت که بیشتر از دو پارامتر دیگر بر الگوی تغییر مکان های به دست آمده تأثیر دارد و مانند میرایی و ضریب پواسون تعیین مقدار دقیق آن لازم می باشد.



مرزی سه‌بعدی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که پارامترهای مختلفی مانند پارامترهای موج (فرکانس و جهت برخورد) و همچنین پارامترهای هندسه توپوگرافی از عوامل تأثیرگذار بر الگوی جابه‌جایی دره می‌باشد. همچنین نشان داده شد که میزان اثرگذاری شکل دره و عمق دره به فرکانس وارده بسیار وابسته می‌باشد، به‌این‌صورت که با افزایش فرکانس اثرات افزایش عمق بسیار محسوس خواهد بود. مقدار بزرگ‌نمایی و افزایش عمق نیز با یکدیگر ارتباط مستقیم دارند. همچنین از نمودارها مشخص است که اثرات مصالح (میرایی و پواسون) بر روی رفتار دینامیکی و الگوی جابه‌جایی غیرقابل‌انکار است و برای افزایش دقت در محاسبات لازم است که در نظر گرفته شوند. در مورد دره‌های دوزنقه‌ای نیز می‌توان گفت که به‌دلیل وجود قاعده پایین میزان جابه‌جایی بیشتری نسبت به دره‌ی مثلثی هم‌عمق و دهانه برابر با آن ایجاد می‌شود، که این موضوع به‌دلیل افزایش سطح توپوگرافی مؤثر در تفرق امواج لرزه‌ای می‌باشد.



شکل ۱۵ مقایسه نتایج به‌دست‌آمده تحت امواج SH با زاویه برخورد  $(\theta_h = 45, \theta_v = 45)$  و فرکانس بی‌بعد واحد

### نتیجه‌گیری

در دو دهه اخیر روش‌های مرزی محبوبیت فزاینده‌ای پیدا کرده‌اند. با چنین الگوریتم‌هایی تنها شرایط مرزها و گسسته‌سازی آنها برای حل معادله موج به‌کار می‌رود. این روش از معرفی مرزهای موهومی که در روش‌های ناحیه‌ای معمولاً مورد نیاز است اجتناب می‌کند. در این تحقیق اثرات پارامترهای مختلف روی بزرگ‌نمایی امواج لرزه‌ای با استفاده از روش المان

### مراجع

- Alves, W.S., "Nonlinear Analysis of Pacoima Dam with Spatially Non-uniform Ground Motion", PhD Dissertation, California Institute of Technology, (2005).
- Kojic, S.B., "Earthquake Response of Arch Dams to Non-uniform Canyon Motion, PhD Dissertation", Southern California University, (1988).
- Mossessian, T.K. and Dravinski, M., "Amplification of Elastic Waves by a Three Dimensional Valley. part2: Transient Response", Earth Eng and StrucDyn, Vo1. 19, (1990).
- Mossessian, Tomi, K. and Dravinski, M., "Amplification of Elastic Waves by a Three Dimensional Valley. part1: Steady-state Response", Earth Eng and StrucDyn, Vo1.19, (1990).
- Yuan, C. Z., Xiong, Z. J. and Cheung, Y. K., "A Semi-Analytical Boundary Element Method for Scattering of Waves in a Half Space", Earth Eng and Struc Dyn, Vo1. 19, (1990).
- Eshraghi, H & Dravinski, M., "Scattering of Plane Harmonic SH, SV, P and Rayleigh Waves by Non-axisymmetric Three dDimensional Canyons: A Wave Function Expansion Approach", Earth Eng and Struc.Dyn, Vo1. 18, (1989).

۷. تازی نژاد، رضا، «بارگذاری زلزله برای سازه‌های واقع در ساختمگاه‌های دره‌ای»، رساله دکتری با راهنمایی دکتر محمدتقی احمدی، دانشکده

فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، (۱۳۸۶).

8. Kamalian, M., Jafari, M.K., Sohrabi-Bidar, A. Razmkhah, A., "Shape Effects on Amplification Potential of Two Dimensional Hills", JSEE, Vol. 8, No.2, PP. 58-70 (In Farsi), (2003).
9. Kamalian, M., Jafari, M.K., Sohrabi, A., "On Time-domain Two-dimensional Site Response Analysis of Topographic Structures by BEM", *J. Seismological Earthquake Engineering*, 5(2), PP. 35-45, (2003).
10. Kamalian, M., Gatmiri, B., Sohrabi, A., "Amplification Pattern of 2D Semi-sine-shaped Valleys Subjected to Vertically Propagating Incident Waves", *Commun. Numer. Meth. Engng*, 23, PP. 871–887, (2007).
11. Omidvar, B., Rahimian, "M.3D Topography Effects on Amplification of Plane Harmonic Body and Surface Waves", JSEE, (2010).
12. Omidvar, B., Rahimian, M. "Three-Dimensional Scattering of Plane Harmonic SH", SV, and P Waves in Multilayered Alluvial Valleys. *ASIAN JOURNAL OF CIVIL ENGINEERING (BUILDING AND HOUSING)* Vol. 11, No. 5, PP. 605-626, (2010).
13. Gatmiri, B. and Arson, C. "Seismic Site Effects by an Optimized 2D BE/FE Method II. Quantification of Site Effects in Two-Dimensional Sedimentary Valleys", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 28, PP. 646-661, (2008).
14. Gatmiri., B, Nguyen, K-V, Dehghan, K., "Seismic Response of Slopes Subjected to Incident SV Wave by an Improved Boundary Element Approach", *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech*, (2007).
15. Sohrabi-Bidar, A., Kamalian, M., Jafari, M.K., "Time-domain BEM for Three-dimensional Site Response Analysis of Topographic Structures", *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 79, PP. 1467–1492, (2009).
16. Sohrabi-Bidar, A., Kamalian, M. and Mohammad Kazem Jafari, "Seismic Response of 3-D Gaussian-Shaped Valleys to Vertically Propagating Incident Waves", *Geophys. J. Int.* 183, PP. 1429–1442, (2010).
17. Dominguez, J., "Boundary Elements in Dynamics", Elsevier, (1993).
18. Manolis, G.D., Beskos, D.E., "Boundary Element Methods in Elastodynamics", Unwin Hyman Ltd, ISBN: 004-620019-3, (1988).
19. Zhang, L. and Chopra, A. K., "Three-Dimensional Analysis of Spatially Varying Ground Motions around a Uniform Canyon in a Homogeneous Half-space", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; 20, PP. 911-926, (1991).