

تخمین عمر خستگی یک سازه تراست استند تحت اثر ارتعاشات اتفاقی موتورهای سوخت جامد*

مجتبی حیدری^(۱) سعید محجوب مقدس^(۲) ابراهیم حریربافان^(۳) امیرعلاءالدین مطلبی^(۴)

چکیده به منظور سنجش دقت عملکرد موتور موشک‌ها و راکت‌ها آن‌ها را در دستگاهی به نام تستر (تراست استند) آزمایش می‌کنند. در این مقاله، شیوه‌ای جهت محاسبه‌ی اثرات ارتعاشات اتفاقی موتورهای سوخت جامد بر روی سازه‌ی تستر ارائه شده است. در ابتدا نمودارهای PSD سه نوع موتور سوخت جامد با استفاده از اطلاعات تراست-زمان آن‌ها توسط نرم افزار MATLAB محاسبه شده است. سپس سازه‌ی استندی که بر اساس اصول دینامیکی خاصی طراحی شده، در Solidworks مدل‌سازی و به نرم افزار ANSYS، انتقال داده شده است. در ANSYS سازه آنالیز مودال شده و سپس تحلیل طیفی صورت گرفته است. PSD هر موتور جداگانه بر سازه اعمال شده و تنش حداکثر بدست آمده است. آن‌گاه توسط رابطه‌ای که از ترکیب منحنی توزیع احتمال گوس و رابطه‌ی ماینر استخراج شده، عمر خستگی سازه تخمین زده شده است. مقادیر PSD در فرکانس‌های اولیه‌ی سازه، تأثیر زیادی در مقدار عمر خستگی سازه دارد و بر اساس حداکثر نیروی تراست موتور، نمی‌توان در مورد اثرات ارتعاشی آن اظهار نظر کرد.

واژه‌های کلیدی تراست استند، تراکم طیفی قدرت، ارتعاشات اتفاقی، خستگی، موتور سوخت جامد

Estimation of Thrust Stand Structure Fatigue Life Under Solid Motors Random Vibrations Effects

M. Haidari S. Mahjob A. Harirbafan A.A. Matlabi

Abstract Successful development, evaluation, and qualification of propulsion systems such as turbojet and turbofan engines and rocket motors require the measurement of the performance and reliability of these systems. Thrust stands or testers are instruments for solid and liquid motors test. In this paper, a method for calculation of solid motors random vibrations effects on a thrust stand structure is developed. At first some Power Spectral Density (PSD) of three kinds of solid motors has been calculated by MATLAB codes. Then a typical thrust stand which has been designed based on special dynamics principles, has been modeled in Solidworks and transferred to ANSYS. In ANSYS, the modal and spectral analysis of the structure has been done. Then each motor's PSD has been applied on structure separately and maximum stress has been determined by ANSYS codes. Followed by structure fatigue life has been estimated by a formula derived from compound of Miner's cumulative fatigue damage ratio equation and Gaussian distribution curve. The results show that the amount of PSD at first frequencies has significant effect on structure fatigue life and it is not possible to reach to a conclusion about the vibrations effect, just based on maximum motor thrust.

Key Words Thrust Stand, Power Spectral Density, Random Vibrations, Solid Motors.

* نسخه‌ی اول مقاله در تاریخ ۸۸/۲/۲۰ و نسخه‌ی نهایی آن در تاریخ ۸۸/۱۲/۹ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) دانش آموخته کارشناس ارشد، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه امام حسین (ع)

(۲) نویسنده مسؤل: استادیار، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه امام حسین (ع)

(۳) دانش آموخته کارشناس ارشد، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه امام حسین (ع)

(۴) مربی، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه امام حسین (ع)

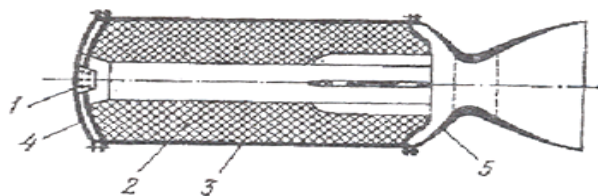
مقدمه

خاص، موتور قابل استفاده‌ی مجدد نخواهد بود؛ اما امروزه تکنولوژی ساخت این گونه موتورها به گونه ای ارتقاء یافته است که موتورهایی که برای یک نوع موشک ساخته می‌شوند رفتار، مشابهی در زمان سوزش از خود نشان می‌دهند. یکی از اهداف تراست استنها، بررسی همین موضوع (کیفیت ساخت) می‌باشد.

در طراحی سترها، اصولی به صورت علمی و تجربی جهت طراحی مناسب دینامیکی یک تستر مطرح شده است تا تستر کمتر از ارتعاشات موتور تاثیر پذیرد [4]. اما در مورد میزان این اثرپذیری و نحوه‌ی محاسبه‌ی آن، پژوهش کمتری صورت گرفته است. پژوهش‌های متعددی به صورت تحلیلی و تجربی بر روی روش‌های محاسبه‌ی پاسخ دینامیکی سازه استند و روش‌های بهبود آن، صورت گرفته است [5,6]. کوویلیون در سال ۱۹۶۶ با استفاده از یک لرزاننده به محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی استند پرداخت و نشان داد که موتور در اندازه‌ی این فرکانس‌ها نقشی ندارد [7]. رگسیدیل با استفاده از بازخورد نیروهای هیدرولیکی [8] و فرست با یک میراکننده‌ی خودتنظیم [9] سعی در بهبود پاسخ دینامیکی استند داشتند. به علت پراکندگی و حجم گسترده‌ی اطلاعات، ناسا در سال ۱۹۷۱ از مجموع پژوهش‌ها، مونوگرافی تهیه کرد که در آن به تدوین کلی اصول طراحی استند و استخراج بهینه‌ی نتایج پرداخته شده بود. در این مونوگراف، حد ایمن سازه از بارهای دینامیکی موتور، ۴ برابر حداکثر تراست موتور تعیین شده بود [10].

جهت دستیابی به دقت عملکرد موتورهای توربوجت و توربوفن، موشک‌ها و راکت‌های سوخت جامد و مایع و شبیه سازی شرایط پروازی، آن‌ها را در دستگاهی به نام تستر (تراست استند؛ Thrust stand) آزمایش می‌کنند. تستر یک ابزار اندازه‌گیری دقیق است که مشخصات موتور از جمله شتاب، نیرو و گشتاور، در سه جهت مختصات و فشار و دما در نقاط مختلف محفظه‌ی موتور و دهانه‌ی نازل، توسط آن استخراج شده [1,2] و طراحی موتور جهت بهبود عملکرد موتور، بررسی نازل‌ها و گرین (Grain) سوخت، محاسبه انحراف از محور بردار تراست (Thrust Misalignment)، کالیبراسیون بردار کنترل تراست (Thrust Vector Control) (TVC) و... از آن بهره می‌برند [3].

موتور سوخت جامد، یک محفظه‌ی فلزی عموماً استوانه‌ای بوده که در انتهای آن یک نازل قرار دارد. درون محفظه، سوخت جامد قرار داده شده که با احتراق اولیه شروع به سوختن می‌کند (شکل ۱). با خروج گازهای داغ از نازل، نیروی پیشران ایجاد شده موشک را به سمت جلو حرکت می‌دهد. محفظه موتور، تحت فشار و درجه حرارت بالا قرار دارد؛ لذا نحوه‌ی سوزش به گونه ای طراحی می‌شود تا بدنه، کمتر در معرض حرارت قرار گیرد؛ اما نازل در تمام مدت تحت اثر دمای بالا قرار دارد (بیشتر از ۲۰۰۰ درجه سانتی‌گراد). با این وجود، به جز در موارد



۱- چاشنی ۲- سوخت جامد ۳- بدنه محفظه احتراق ۴- عدسی جلویی محفظه احتراق ۵- عدسی انتهایی محفظه احتراق به همراه نازل

شکل ۱ ساختار موتور سوخت جامد [۱]

تنها اندازه‌گیری اثرات موتور است، لذا در این اندازه‌گیری‌ها به میزان پاسخ تحریک مودها، خطا وارد محاسبات می‌شود. هر چه PSD تحریک موتور در فرکانس‌های طبیعی سازه، بخصوص در فرکانس‌های ابتدایی سازه بالاتر باشد، میزان این خطا افزوده می‌شود؛ لذا باید تا حد ممکن فرکانس‌های اولیه سازه را از فرکانس‌های قوی نمودار PSD دور کرد. برای بررسی اثرات ارتعاشات اتفاقی بر روی استند از تابع تراکم طیفی قدرت PSD تحریک خارجی (موتور) استفاده شده است.

بعد از انجام تست احتراق موتور، اطلاعاتی که حاصل می‌شود، می‌تواند از جنس شتاب، نیرو و جابه‌جایی باشد. بدین معنی که شتاب‌سنج‌ها، نیروسنج‌ها و یا کرنش‌سنج‌ها تعدادی داده در فواصل زمانی ثابت و یا معین از موتور دریافت می‌کنند. این داده‌ها فضای نمونه را تشکیل داده و توسط آن‌ها می‌توان تابع تراکم طیفی را محاسبه کرد. PSD می‌تواند از جنس شتاب، سرعت، جا به جایی و یا نیرو باشد.

PSD از روش‌های متفاوتی قابل محاسبه است [19]. در روشی از این داده‌ها، تبدیل فوریه سریع (FFT) گرفته و سپس با استفاده از FFT، PSD محاسبه می‌شود. در روشی دیگر با استفاده از داده‌ها تابع خودارتباطی (Autocorrelation) (خودهمبستگی) محاسبه شده و سپس با استفاده از تابع خودارتباطی تابع تراکم طیفی محاسبه می‌گردد. در روش دوم، خصوصیات آماری داده‌ها نقش مؤثرتری در محاسبات PSD پیدا می‌کند. در این پژوهش، در محاسبه PSD از روش دوم استفاده می‌شود.

برای محاسبه PSD از نرم افزار MATLAB استفاده شده و از الگوریتم یول واکر (Yule-walker) [20,21] پیروی شده است. در محاسبات، اطلاعات تراست-زمان حاصل از آزمایش‌های احتراق ۳ نوع موتور سوخت جامد، و از هر نوع، چندین موتور مدنظر قرار گرفته است.

با پیشرفت در زمینه‌ی تکنولوژی و محاسبه‌گرها، استخراج دقیقتر نتایج و اصلاح اندازه‌ها با استفاده از تبدیل فوریه سریع (FFT) (Fast Fourier Transform) و توابع تراکم طیفی قدرت (PSD) (Power Spectral Density) بیشتر مدنظر قرار گرفت [11,12,13].

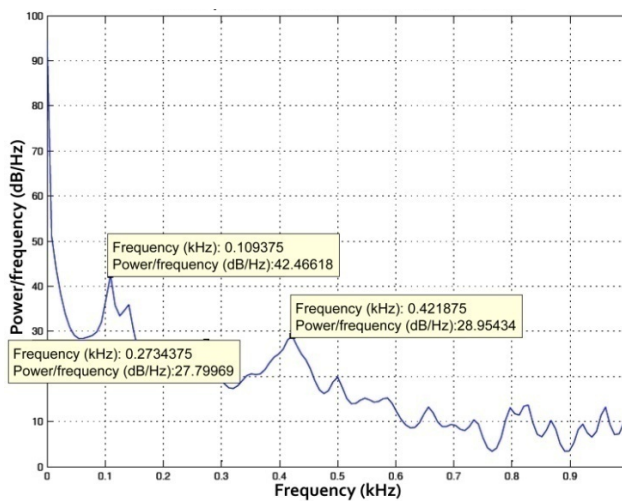
در سال ۱۹۹۲ رانیان و دیگر همکاران در مرکز تحقیقات آنرولد، تسترها را در چند قالب دسته بندی کرده و مجدداً اصولی را جهت طراحی هر قالب بیان نمودند [14]. همچنین کالیبراسیون استند و کاهش اثرات متقابل موتور و سازه از دیگر مواردی بودند که مدنظر قرار گرفت [15,16]. اسپرلینگ استندی طراحی کرد تا با آن بتواند اثرات صوتی موتور را اندازه گیری کند؛ [17] اما به طور کلی همه‌ی طراحان بر این مورد توافق دارند که جهت بهبود عملکرد تستر تا حد امکان باید پاسخ دینامیکی سازه را ارتقاء داد.

در این مقاله به محاسبه‌ی مقدار اثرپذیری سازه‌ی استند از ارتعاشات اتفاقی موتورهای سوخت جامد و نحوه‌ی محاسبه‌ی آن پرداخته شده است و شیوه‌ی ای جهت محاسبه عمر خستگی آن ارائه می‌شود. در ابتدا نمودارهای PSD سه نوع موتور سوخت جامد با استفاده از اطلاعات تراست-زمان آن‌ها توسط نرم افزار MATLAB محاسبه می‌شود. سپس سازه تراست استند که بر اساس اصول دینامیکی [18] خاصی طراحی شده است، در SolidWorks مدل‌سازی شده و توسط نرم افزار NSYS، PSD موتورها بر روی سازه اعمال می‌شود تا تنش حاصل از ارتعاشات موتور بدست آید. سپس با استفاده از رابطه‌ی ای که از تابع توزیع گوس و رابطه‌ی ماینر استخراج شده، عمر خستگی تستر تخمین زده می‌شود.

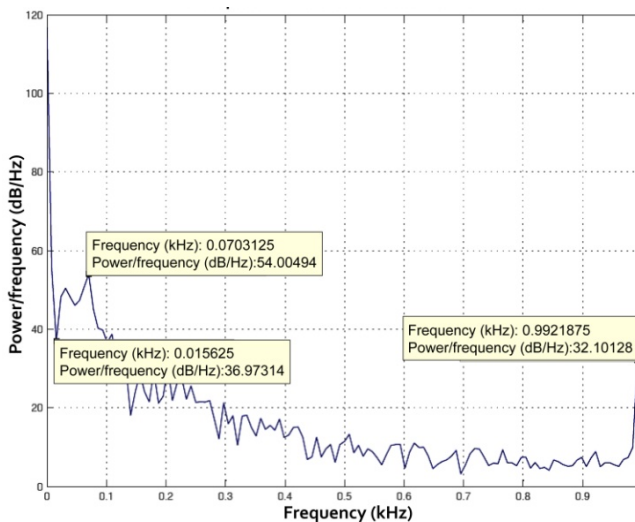
محاسبه‌ی تابع تراکم طیفی قدرت (PSD)

عامل تحریک سازه تستر، ارتعاشات موتور است. ارتعاشات موتور به صورت اتفاقی رخ می‌دهد. تحت اثر ارتعاشات موتور، مودهای استند تحریک شده، پاسخ تحریک موتور بر روی لودسل‌ها و دیگر دستگاه‌های اندازه‌گیر، اثر می‌گذارد. چون هدف استند

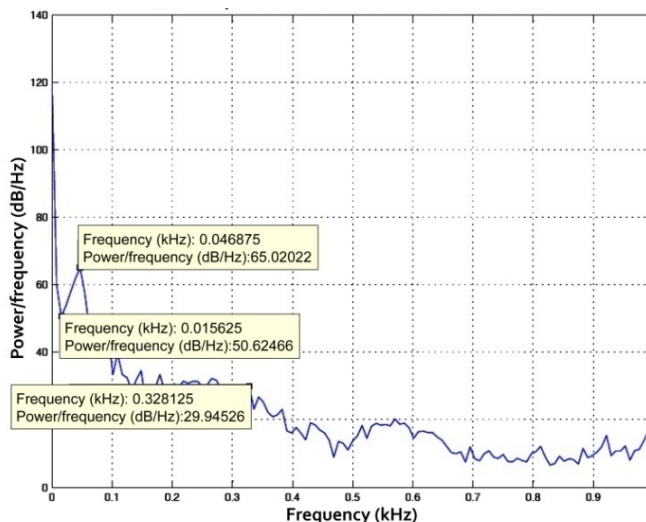
موتور شماره ۱



موتور شماره ۲



موتور شماره ۳



شکل ۲ نمودار PSD سه نوع موتور سوخت جامد

است؛ موتورها به گونه ای انتخاب شدند که همه ی بازه مدنظر طراحی را در بر بگیرند. اطلاعات موجود

از آن جایی که هدف طراحی تراست استندی برای تست موتورهایی با بازه تراست بین ۵۰۰۰-۵۰۰۰۰N

همچنین موتورهای شماره ۲ و ۳ با افزایش فرکانس افت PSD بیشتری به نسبت موتور شماره ۱ دارند. این موارد، نشان می‌دهند که موتورهای کوچکتر به علت اینرسی کمتر فرکانس‌های تحریک به نسبت بالاتری دارند.

به طور کلی می‌توان گفت PSD هر سه موتور با افزایش فرکانس، کاهش می‌یابد؛ لذا طراح سازه تستر برای تست این موتورها باید تلاش کند تا فرکانس‌های طبیعی سازه را تا حد ممکن افزایش دهد؛ بخصوص فرکانس‌های طبیعی سازه‌ی مدنظر باید از ۱۵۰ Hz فراتر رود.

همان‌گونه که گفته شد، موتور شماره ۲ در فرکانس حدود ۹۹۰ Hz یک افزایش در منحنی PSD دارد. با آزمایش‌های متعدد، موتور شماره ۲ و استخراج PSD آن‌ها مشخص شد که این اتفاق در همه‌ی آزمایش‌های موتور ۲ رخ می‌دهد؛ لذا باید مورد توجه طراح، چه از لحاظ سازه‌ای و چه از لحاظ دستگاه‌های اندازه‌گیر و میله استرات (Strut) قرار گیرد. از آن جایی که فرکانس‌های اولیه بیشترین انرژی را جذب می‌کنند؛ هنگامی که فرکانس‌های اولیه‌ی سازه در این محدوده قرار گیرند این PSD مهمتر می‌شود.

شکل (۴) نمودار PSD موتور شماره ۲ را که با استفاده از FFT داده‌ها محاسبه شده، نشان می‌دهد. تفاوت چشم‌گیری بین دو نمودار وجود دارد؛ لذا انتخاب شیوه‌ی محاسبه PSD به منظور دستیابی به دقت در محاسبات با اهمیت است.

پاسخ یک سیستم به ارتعاشات اتفاقی

برای محاسبه‌ی پاسخ سازه، نیاز به تابع تراکم طیفی خروجی از سازه می‌باشد؛ در صورتی که تنها تراکم طیفی ورودی اغلب در دسترس است. برای محاسبه‌ی تابع تراکم طیفی قدرت خروجی PSD (اگر داده‌های ورودی شتاب باشد) از رابطه‌ی زیر می‌توان استفاده کرد:

$$P_{out} = T^2 P_{in} \quad (1)$$

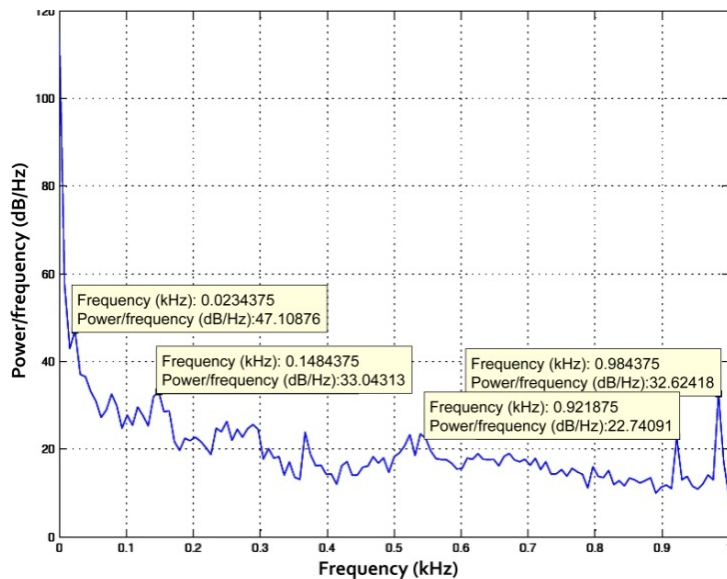
که T نسبت انتقال‌پذیری (Transmissibility)

می‌باشد [22].

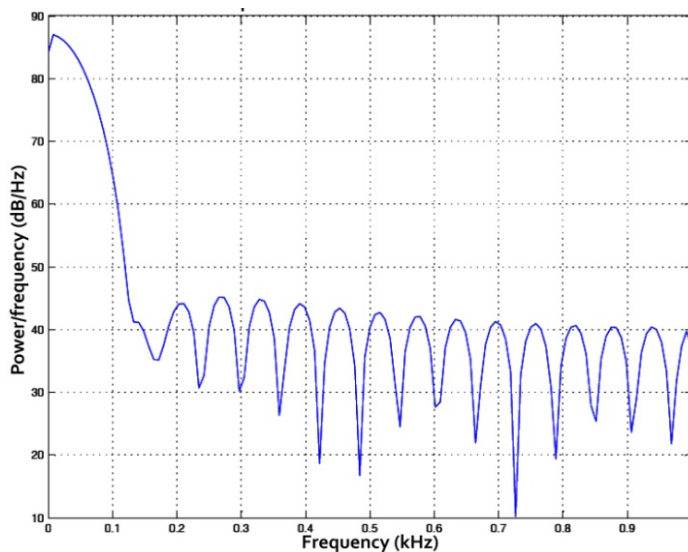
خروجی لودسل نیروی تراست با فرکانس داده‌برداری ۲۰۰۰ Hz بوده و توسط استندهای تک مؤلفه استخراج شده است. نسبت نیروی تراست بزرگترین موتور، به کوچکترین موتور تقریباً ۱۰ می‌باشد. موتورها از شماره ۱ تا شماره ۳ نامگذاری شده‌اند. شکل (۲) نمودار PSD این سه نوع موتور را در فرکانس‌های 0-1000 Hz به صورت لگاریتمی نشان می‌دهد. نمودارهای PSD به دست آمده از آزمایش‌های احتراق هر نوع موتور، تشابه بسیار زیادی به هم دارند؛ لذا در شکل (۲)، تنها نمودار احتراق یک موتور از هر نوع موتور آورده شده است.

شکل (۳)، نمودار PSD حاصل از آزمایش موتور دیگری از نوع شماره ۲ را نشان می‌دهد. این نمودار با نمودار PSD نشان داده شده در شکل (۲) برای موتور شماره ۲ تشابه بسیاری دارد. از آن جمله می‌توان به قله به وجود آمده در نمودار در فرکانس حدود ۹۹۰ Hz اشاره کرد. شایان ذکر است که این دو آزمایش بر روی دو استند متفاوت انجام شده که تمام ابزارهای اندازه‌گیری و ثبت‌کننده‌ی آن نیز متفاوت بوده‌اند. این اتفاق نیاز به آزمایش‌های مکرر احتراق موتورها را برطرف کرده که در جای خود مراحل کار بررسی اثرات موتورها را بر روی استند به مقدار قابل توجهی آسان می‌کند؛ در غیر این صورت، ایجاد یک فضای آماری از نمودارهای PSD هر نوع موتور لازم می‌شد و از آن جایی که موتورهای سوخت جامد عملاً یک بار مصرف هستند، (به دلیل خوردگی‌هایی که بر اثر حرارت بسیار زیاد شعله در نازل اتفاق می‌افتد نمی‌توان آن‌ها را بازسازی کرد) این عمل در جای خود، وقت و هزینه‌ی زیادی را برای آزمایش‌های احتراق هر نوع موتور می‌طلبد.

نمودار PSD هر سه موتور با افزایش فرکانس، افت کرده و تقریباً بعد از عبور از ۱۵۰ Hz ناچیز می‌شوند. نمودارها نشان می‌دهند که در فرکانس‌های پایین، تحریک موتور با اهمیت است. موتور شماره ۱ که تقریباً تراست، کوچکتری نسبت به دو موتور دیگر دارد، به نسبت نیروی تراست، رفتار ناآرامتری دارد.



شکل ۳ نمودار PSD آزمایش دوم موتور شماره ۲



شکل ۴ نمودار PSD موتور شماره ۲، محاسبه شده با استفاده از FFT

$$G_{out} = \sqrt{\frac{\pi}{2} P f_n T} \quad (۴)$$

که این مقدار، همان RMS (Root Mean Square) [23] است. در این جا P ؛ تابع تراکم طیفی قدرت ورودی در فرکانس طبیعی مد نظر، f_n ؛ فرکانس طبیعی و T نسبت انتقال پذیری در فرکانس طبیعی می باشد. در رابطه ی (۴) هر کدام از

$$T = \left| \frac{F_T}{F_0} \right| = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta\omega/\omega_n)^2}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\zeta\omega/\omega_n]^2}} \quad (۲)$$

برای هنگامی که میرایی قابل چشم پوشی کردن باشد:

$$T = \frac{1}{(\omega/\omega_n)^2 - 1} \quad (۳)$$

و شتاب خروجی را می توان با استفاده از رابطه زیر بدست آورد [22]:

بعد از انتقال مدل، شرایط مرزی اعمال شده و مشخصات ماده بر اساس استاندارد st-37, DIN یا A 611 استاندارد ASTM وارد می‌شود. تکیه‌گاه سازه که در پایین آن قرار دارد ثابت می‌شود. وزن موتور در مقایسه با وزن سازه قابل چشم‌پوشی است. با استفاده از المان Solid-brick 8node 45 مش‌بندی انجام شده و در مجموع سازه به ۱۳۵۴۰۰۰ المان تقسیم شده و آنالیز مودال سازه انجام می‌شود. شش مود اول محاسبه شده شکل (۶) و سپس به صورت مجزا گسترش داده می‌شوند.

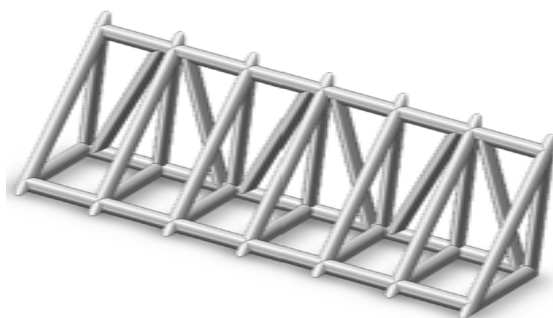
تحلیل طیفی. در این مرحله، PSD محاسبه شده از عامل تحریک بر روی سازه اعمال می‌شود. این عمل برای هر نمودار PSD به صورت جداگانه انجام می‌شود. تحلیل طیفی از نوع PSD نیرو و تحریک گره ای انتخاب شده و مقدار میرایی به صورت پیش فرض برابر ۱٪ در نظر گرفته می‌شود. سپس نمودار PSD به صورت نقطه دهی در فضای Log-Log به محیط ANSYS وارد می‌شود. شکل (۷) و محل و جهت PSD در دستگاه مختصات کارتزین بر روی سازه تعیین، و در راستای جهت لودسل و انتهای میله استرات بر روی سازه اعمال می‌شود.

فرکانس‌های طبیعی سازه را می‌توان قرار داد و میزان شتاب خروجی را محاسبه کرد.

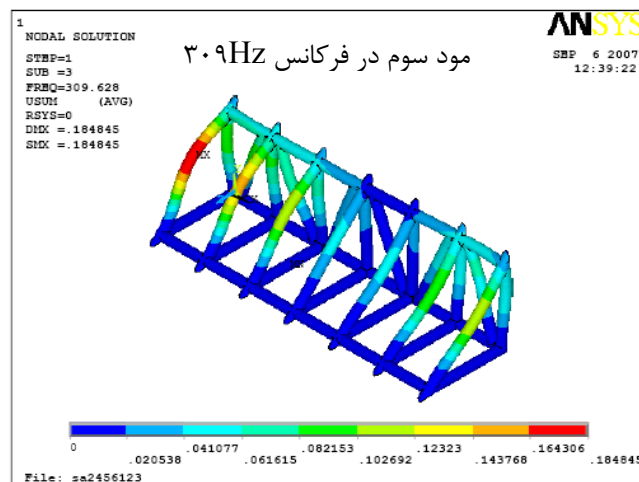
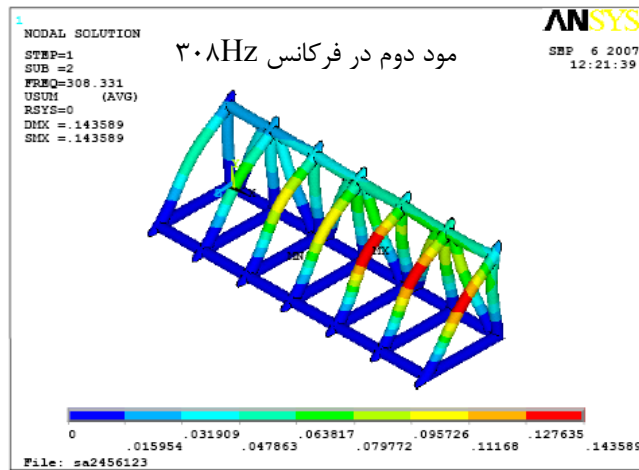
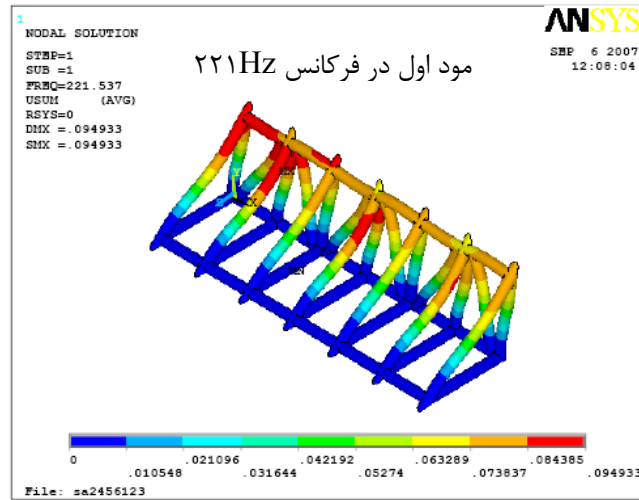
برای محاسبه‌ی تنش تحت اثر ارتعاشات اتفاقی، از رابطه (۴) استفاده می‌شود. این رابطه، همزمان میزان تحریک مود ارتعاشی تحت اثر ارتعاشات خارجی و میزان PSD محیط را بر سازه، ترکیب می‌کند و در نهایت شتاب خروجی که منجر به محاسبه‌ی نیرو و سپس تنش می‌شود، به دست می‌دهد.

محاسبه‌ی حداکثر تنش دینامیکی تحت اثر ارتعاشات اتفاقی موتور

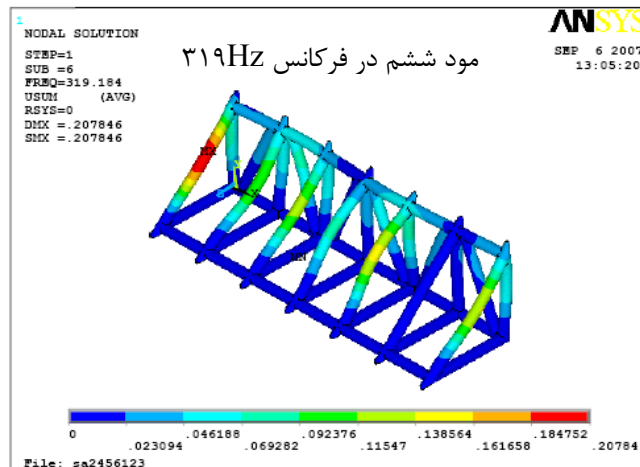
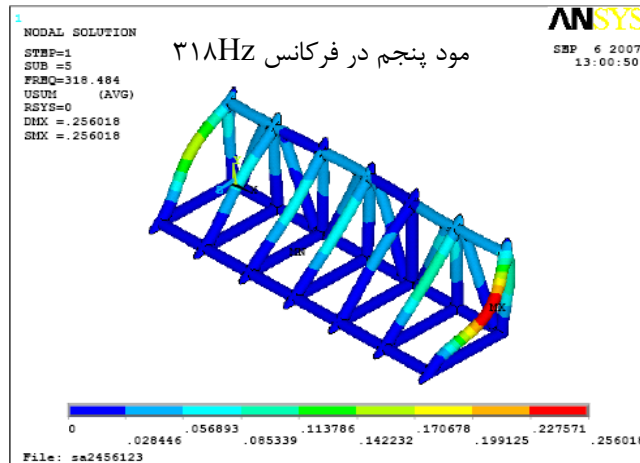
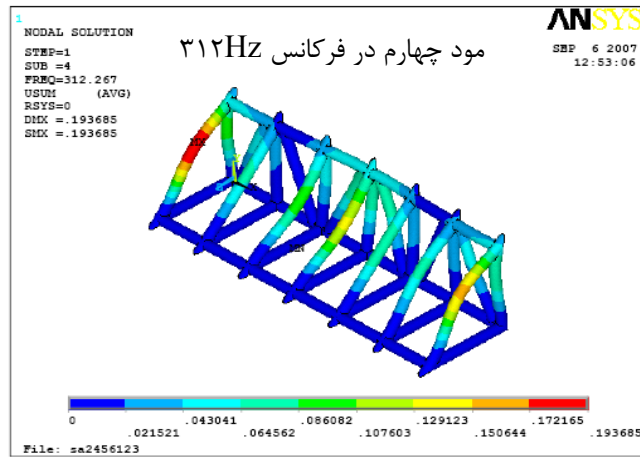
یکی از الزامات طراحی سازه، داشتن پاسخ دینامیکی بسیار بالا است، تا همان گونه که در نمودارهای PSD مشاهده شد، از فرکانس‌های قوی نمودار دور شده و سازه از ارتعاشات مصون بماند. با این وجود باید میزان تنش ایجاد شده در سازه‌ی محاسبه، دقیق شود. نمودارهای PSD محاسبه شده، توسط نرم افزار ANSYS بر روی سازه تراست استند اعمال می‌شوند. سازه تراست استند که بر اساس اصول استاتیکی و دینامیکی [18] خاصی طراحی شده است، در SolidWorks مدلسازی شده و به ANSYS انتقال داده می‌شود. این سازه در شکل (۵) قابل مشاهده است.



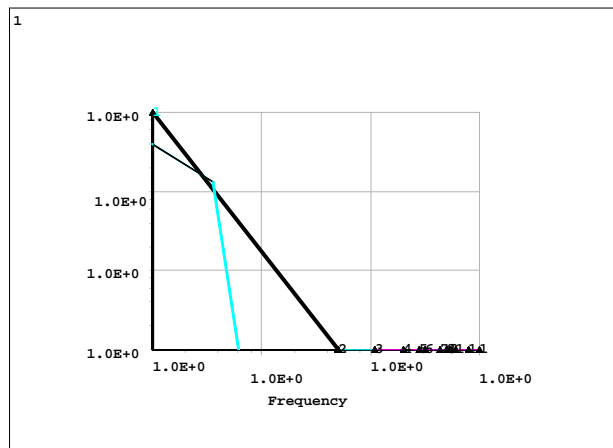
شکل ۵ سازه تستر مدل‌شده در نرم‌افزار SolidWorks



شکل ۶ مودهای ارتعاشی سازه تستر



ادامه شکل ۶ مودهای ارتعاشی سازه تستر



شکل ۷ نمودار PSD-فرکانس ورودی به ANSYS در فضای Log-Log برای موتور شماره ۱

ارتعاشات، مقدار تنش از این میزان تجاوز نمی‌کند. بدین ترتیب ۱/۲۷٪ از زمان ارتعاشات، تنش بین $\pm\sigma$ و $\pm 2\sigma$ و ۴/۳۳٪ از زمان ارتعاشات، تنش بین $\pm 2\sigma$ و $\pm 3\sigma$ خواهد بود.

با استفاده از فرکانس طبیعی سازه و زمان کل ارتعاشات وارد بر سازه، تعداد دفعات تنش‌های وارد بر سازه محاسبه شده، سپس با استفاده از منحنی خستگی ماده، مورد استفاده در سازه، عمر سازه تحت اثر ارتعاشات اتفاقی تخمین زده می‌شود.

به منظور محاسبه، عمر خستگی تیر تحت اثر ارتعاشات اتفاقی از شیوه‌های متفاوتی استفاده می‌شود. در این جا از شیوه‌ی ماینر (Miner) استفاده می‌شود. رابطه‌ی ماینر به صورت زیر است [۲۴]:

$$R_n = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \frac{n_4}{N_4} + \dots = 1.0 \quad (5)$$

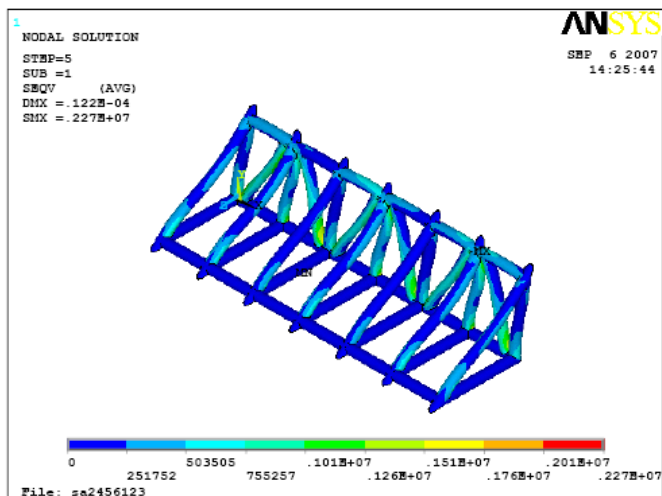
n_1 ؛ تعداد دفعاتی است که در طول ارتعاشات اتفاقی، سازه به سطح تنش σ_1 می‌رسد و N_1 ؛ تعداد حداکثر دفعاتی است که سازه می‌تواند این سطح تنش را تحمل کند. این مقدار (N_1) از نمودار خستگی به دست می‌آید. اگر مقدار R_n از ۱ تجاوز کرد، بدین معنی است که سازه در طول این ارتعاشات دچار خستگی شده و شکست اتفاق می‌افتد.

توسط نرم افزار با توجه به جدول PSD وارد شده، برای هر جدول فاکتور مشارکت حساب شده و مودها ترکیب می‌شوند.

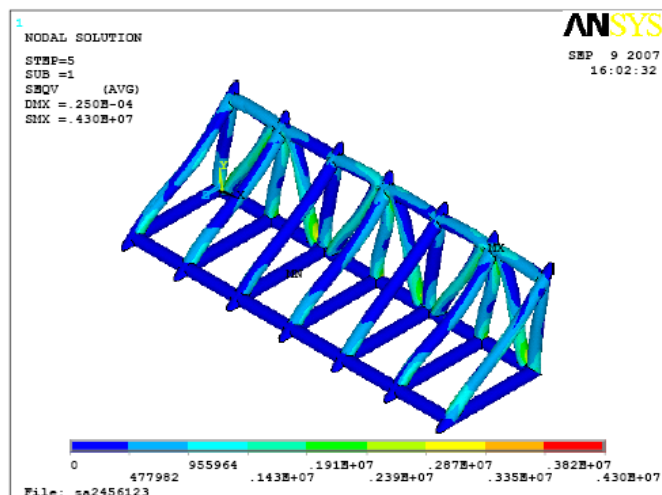
نتایج. در شکل‌های (۸ و ۹) به ترتیب کانتورهای تنش و جابه‌جایی سازه تحت تأثیر ارتعاشات موتورهای ۱ تا ۳ نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل (۸) نشان داده شده است، حداکثر تنش تحت اثر ارتعاشات موتور شماره‌ی ۱، $2/27 \text{MPa}$ ، حداکثر تنش تحت اثر ارتعاشات موتور شماره‌ی ۲، $4/3 \text{MPa}$ و حداکثر تنش تحت اثر ارتعاشات موتور شماره‌ی ۳، $68/8 \text{MPa}$ می‌باشد و همان‌گونه که انتظار می‌رفت، همه‌ی این تنش‌های حداکثر در مود اول سازه اتفاق افتاده است.

تخمین عمر خستگی تحت اثر ارتعاشات اتفاقی
در محاسبه‌ی خستگی، علاوه بر استفاده از ویژگی‌های فرکانسی سازه و تابع تراکم طیفی ارتعاشات اتفاقی، از ویژگی‌های آماری ارتعاشات اتفاقی که در این جا تابع تراکم احتمال گوسی مدنظر است، استفاده می‌شود. تنش محاسبه شده، در جامعه آماری همان انحراف معیار داده‌ها خواهد بود. احتمال بروز این تنش بر اساس تابع توزیع احتمال گوسی (شکل ۱۰) [23] $68/3\%$ خواهد بود و یا به عبارت دیگر $68/3\%$ از زمان

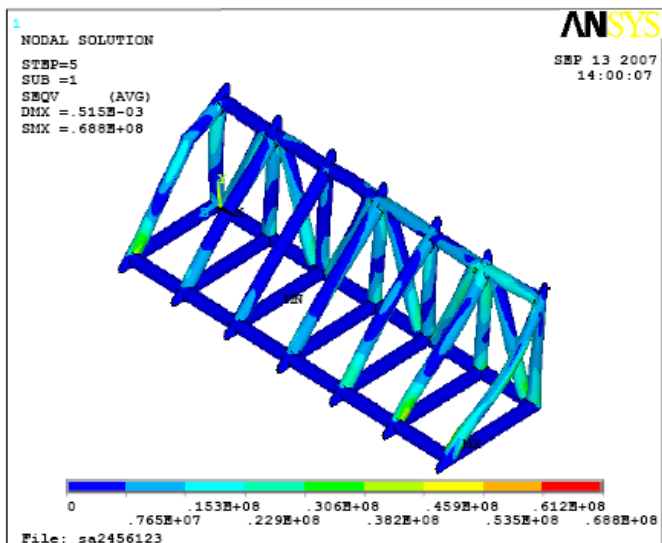
موتور شماره ۱



موتور شماره ۲

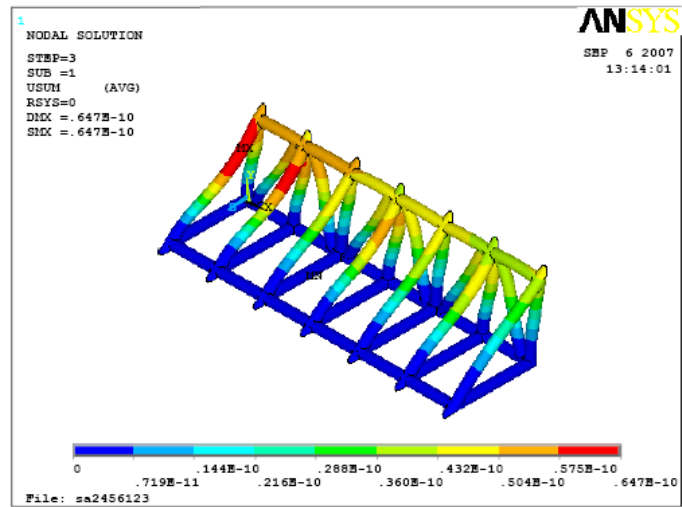


موتور شماره ۳

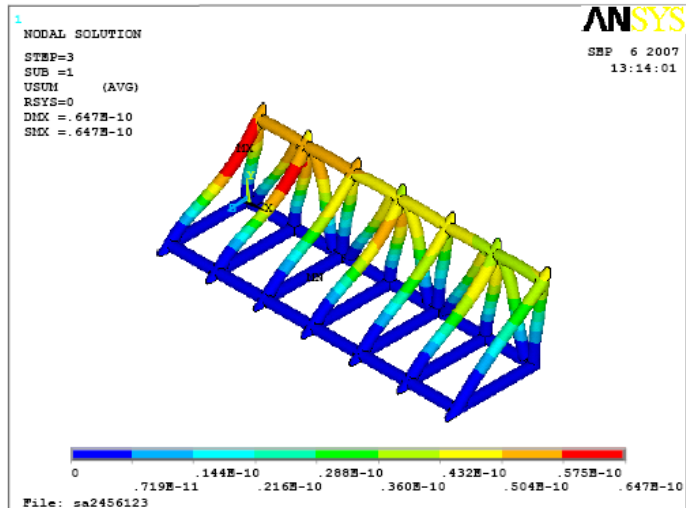


شکل ۸ کانتور تنش تحت تأثیر ارتعاشات موتورهای شماره ۱، ۲ و ۳

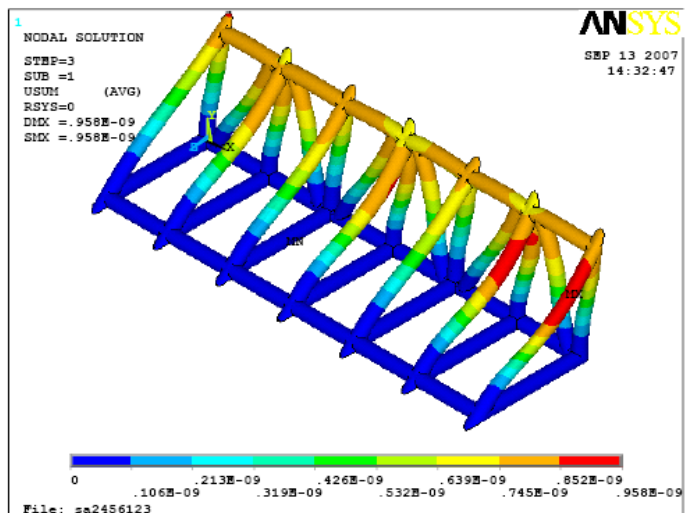
موتور شماره ۱



موتور شماره ۲



موتور شماره ۳



شکل ۹ کانتور جابه‌جایی تحت تأثیر ارتعاشات موتورهای شماره ۱ و ۲ و ۳

می‌باشد؛ لذا برای محاسبه‌ی $\pm 2\sigma$ و $\pm 3\sigma$ باید آن‌ها را در اعداد ۲ و ۳ ضرب کرد. از آن جایی که ۳ برابر

محاسبه عمر خستگی سازه. تنش‌های به دست آمده در بخش ۲-۴ مساوی با $\pm \sigma$ یک انحراف معیار داده‌ها

و با استفاده از رابطه ماینر:

$$R_n = \frac{151.2845T}{1252906} + \frac{60.0265T}{100583} + \frac{9.59095T}{20736} = 1$$

$$T = 847.4s$$

این مقدار به این معنی است که سازه‌ی تستر مدنظر با احتمال ۹۹/۷۳٪ به مدت ۸۴۷/۴ ثانیه آزمایش موتور شماره ۳ را تحمل کرده و بعد از آن دچار خستگی می‌شود.

بحث بر روی نتایج

حداکثر تراست موتور شماره ۲، تقریباً هفت برابر حداکثر تراست موتور شماره ۱ است؛ اما همانگونه که از نتایج قابل مشاهده است، تنش به وجود آمده تحت اثر موتور شماره ۲، تقریباً دو برابر موتور شماره ۱ است. این اتفاق به این معنی است که گرچه اندازه تراست موتور بر حداکثر تنش ایجاد شده در سازه مؤثر است، اما نمی‌توان بر اساس آن نظر قطعی داد. به همین ترتیب نسبت حداکثر نیروهای تراست موتور شماره ۳ به موتور شماره ۲ تقریباً ۲ می‌باشد؛ در صورتی که از لحاظ نسبت تنش‌ها این مقدار ۱۶ است. با اعمال استاتیکی حداکثر نیروی تراست بر سازه، هیچ کدام از تنش‌های حاصل از ۵MPa تجاوز نمی‌کند؛ لذا نمی‌توان تنها به قرار دادن ضریبی جهت فاکتور اطمینان سازه از بارهای دینامیکی اکتفا نمود. جدول (۱) مقایسه این مقادیر را نشان می‌دهد. آنچه که در این مقادیر نقش موثری دارد، منحنی PSD موتورها است.

تنش‌های ایجاد شده از موتور شماره ۱ و ۲ پایین‌تر از حد منحنی خستگی فولاد st-37 است؛ لذا با قطعیت می‌توان گفت که این سازه، تعداد بسیار زیادی از آزمایش این دو موتور را تحمل می‌کند.

اما برای محاسبه خستگی سازه تحت تأثیر ارتعاشات موتور شماره ۳ از رابطه ماینر، تابع توزیع احتمال گوس و منحنی خستگی استفاده می‌شود.

با استفاده از منحنی خستگی فولاد st-37 تعداد دور تا شکست برای $1\sigma, 2\sigma, 3\sigma$ محاسبه شده است:

تعداد دور تا شکست

$$1\sigma = 68.8\text{MPa} \rightarrow 1252906$$

$$2\sigma = 137.2\text{MPa} \rightarrow 100583$$

$$3\sigma = 206.4\text{MPa} \rightarrow 20736$$

که این مقادیر N در رابطه‌ی ماینر می‌باشند.

تعداد دفعاتی که بر حسب ثانیه‌ی این تنش‌ها اتفاق می‌افتند به صورت زیر محاسبه شده است. از آن جایی که این تنش‌ها در فرکانس اول سازه اتفاق می‌افتند، لذا این فرکانس منظور می‌شود. T؛ زمان کل ارتعاش موتور شماره ۳ بر حسب ثانیه است که مجهول فرض شده است:

$$1\sigma \rightarrow n_1 = (221.5\text{cycles/s})(T(s))(0.683)$$

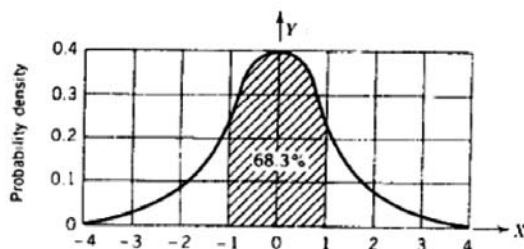
$$= 151.2845T\text{cycles}$$

$$2\sigma \rightarrow n_2 = (221.5\text{cycles/s})(T(s))(0.271)$$

$$= 60.0265T\text{cycles}$$

$$3\sigma \rightarrow n_3 = (221.5\text{cycles/s})(T(s))(0.0433)$$

$$= 9.59095T\text{cycles}$$



شکل ۱۰ توزیع گوسی با مقدار متوسط صفر [23]

جدول ۱ مقایسه حداکثر نیروی تراست موتورها با تنش ایجاد شده در سازه

نام موتور	نسبت حداکثر تراست موتورها به موتور شماره ۱	حداکثر تنش MPa	نسبت حداکثر تنش در سازه به تنش موتور شماره ۱	عمر خستگی
موتور ۱	۱	۲/۲۷	۱	نامحدود
موتور ۲	۷	۴/۳	۱/۹	نامحدود
موتور ۳	۱۰	۶۸/۸	۳۰/۳	۸۴۷/۴ ثانیه

نتیجه گیری

به طور کلی می توان نتایج را به صورت زیر خلاصه کرد:

در این پژوهش، یک تستر برای آزمایش سه نوع موتور ساخته شد و نشان داده شد که این تستر برای موتورهای ۱ و ۲ عمر نامحدودی داشته و برای موتور ۳ با احتمال ۹۹/۷۳٪ عمر آن ۸۴۷ ثانیه است.

- طراحی و ساخت تستر پرهزینه و زمان بر است؛ لذا ۸۴۷ ثانیه زمان ناچیزی برای عمر یک تستر محسوب می شود. از این رو می توان این گونه نتیجه گرفت که تستر مدنظر برای آزمایش موتورهای ۱ و ۲ مناسب بوده، اما نمی توان موتور ۳ را با آن آزمایش کرد؛ بنابراین برای آزمایش موتور شماره ۳ باید تستر دیگری طراحی کرد و یا طرح سازه تستر تغییر داده شده و تقویت شود.

- قرارگرفتن فرکانس های طبیعی سازه در فرکانس های

قوی تحریک موتور (PSD) موجب کاهش عمر خستگی سازه می شود.

- نمودارهای PSD استخراج شده از ۳ نوع موتور، نشان می دهد اغلب فرکانس های خطرناک موتور در محدوده پایین قرار دارند؛ لذا افزایش فرکانس های طبیعی سازه تستر راهکار مناسبی برای کاهش اثرات موتور است.

- تفاوت چشم گیری بین محاسبه ی PSD از روش FFT و تابع خودارتباطی وجود دارد.

- مقدار PSD در فرکانس اول سازه در مقدار تنش محاسبه شده، نقش مهمتری نسبت به دیگر فرکانس ها دارد.

- بر اساس اندازه ی نیروی تراست موتور، نمی توان در مورد اثرات ارتعاشی آن اظهار نظر کرد.

مراجع

1. CHIN, S. S., "Missile Configuration Design", McGraw-Hill, (1961).
2. Eugene, L., and Fleeman, "Tactical Missile Design", AIAA, (2001).
3. NASA SP- 8114, "Solid Rocket Thrust Vector Control", (December 1974).
4. Ankeney, D. P., and Woods, C. E., "Design Criteria for Large Accurate Solid-Propellant Static Thrust Stands", U. S. Naval Ordnance Test Station, China Lake, California, (June 1963).
5. Jessup, H. A., "Methods of Improving Frequency Response of Solid Propellant Rocket Motor Thrust Stands", *CPIA No. 182, Bulletin of the 6th Meeting*, Solid Propellant Rocket Static Test Working Group, pp. 17-30, (Oct. 1968).

6. Strome, I. K., and Usaf, L.T., "Evaluation of a Platform Vertical Single-Component Thrust Stand", AIFPL-TR.69.213, (1969).
 7. Couvillion, A.J., and Tinling, N.G., "Testing and Analysis of a Thrust Stand System", Technical Report NO.AFRPL-TR-66-343, (1966).
 8. Sam, P., and Ragsdale, "Alteration of Thrust Stand Dynamics Using Hydraulic Force Feedback", AEDC-TR-67-232, (1967).
 9. Forrest, B., Smith, Jr., Edward, R., and Feicht, "The Feasibility of a Closed Loop Multiple Component Rocket Thrust Stand", AEDC-TR-68-164, (1968).
 10. Nasa Space Vehicle Design Criteria, "Captive-Fired Testing of Solid Rocket Motors", NASA SP-8041, (March 1971).
 11. Pearson, J., Thaller, R. E., and Banazak, D. L., "Test Report on Vibration Measurements on a Lightweight MHD Generator Channel", AFFDL-TM-77-4, (September 1977).
 12. Moening, C. J., and Benedetti, F. J., "Vibration and Shock Data from The Athena Booster", Bulletin Shock and Vibration, (1985).
 13. McAmis, R., "An Analysis Tool for Assessing Dynamic Response of a Rocket Motor" *Sverdrup Technology, Inc.* Arnold Air Force Base, Tennessee, AIAA-91-2424, (1991).
 14. Runyan, R. B., Rynd, J. P., and Seely, J. F., "Thrust Stand Design Principles", *AEDC Group, Arnold Air Force Base*, Tennessee, AIAA-92-3976, (1992).
 15. Wong, K. C., "Derivation of The Data Reduction Equations for The Calibration of The Six-Component Thrust Stand in the CE-22 Advanced Nozzle Test Facility" NASA TM-2003-212326, (2003).
 16. Zack, N., Brimhall, J., Atkinson, P., Kirk, D. R., and Peebles, H. G., "Design of a Novel Six Degree of Freedom Solid Rocket Motor Test Stand", Florida Institute of Technology, Melbourne, FL, 32901, AIAA 2007-5331, (2007).
 17. Spurling, J., Bustamante, R., Kim, S., Sarigul-Klijn, N., and Mcguire, N., "Design and Development of a Vertical Test Stand for Hybrid Propulsion Acoustic Signature Measurements", AIAA 2006-4409, (2006).
۱۸. حیدری، م، محبوب مقدس، س.، مطلبی، الف.، و غیاثوند، م.، "اصول دینامیکی طراحی یک سازه تراست استند و روشهای بهبود پاسخ دینامیکی آن"، شانزدهمین کنفرانس سالیانه مکانیک، (۱۳۸۷).
19. Newland, D.E., "*Random Vibration and Spectral Analysis*", McGraw-Hill Publisher, First Edition (1969).
 20. Kay, S. M., "*Modern Spectral Estimation: Theory and Application*", Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, (1988).

21. Marple, S. L., "*Digital Spectral Analysis with Applications*", Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, (1987).
22. Steinberg, D. S., "*Vibration Analysis for Electronic Equipment*", John Willy & Sons, inc., Third Edition, (2000).
23. Freund, J. E., and Simon, G. A., "*Statistics*", Prentice-Hall international Editions, Fifth Edition, (1991).
24. Chun-Yung, M.N., "*Airframe Structural Design*", Lockheed Aeronautical Systems Company Burbank, California, (1988).