

تحلیل عملکرد یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی مدور و غیرمدور با روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته*

(یادداشت پژوهشی)

مهدی زارع مهرجردی^(۱)اصغر دشتی رحمت‌آبادی^(۲)

چکیده روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته (Generalized Differential Quadrature (GDQ) Method)، یک روش حل عددی مرتبه بالاست. در این روش برخلاف سایر روش‌های عددی از مقادیر تابع آزمایشی مورد استفاده بر روی تمامی نقاط دامنه مسأله، برای حدس مقادیر مشتق تابع مجهول اصلی استفاده می‌گردد. به همین دلیل این روش نسبت به سایر روش‌های عددی موجود نظیر روش اجزای محدود (Finite Element Method (FEM)) و تفاضل محدود (Finite Difference Method (FDM)) سرعت هم‌گرایی بالاتری را در دست‌یابی به نتایج با دقت یکسان ارایه می‌نماید. در بررسی حاضر از روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته برای تحلیل عملکرد یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی مدور و غیرمدور (Circular and Non Circular Hydrodynamic Journal Bearings) دو-لب و سه-لب (Two and Three Lobe) تحت روان‌کاری با سیال تراکم ناپذیر در شرایط گوناگون نصب و طراحی استفاده شده است. مقایسه بین نتایج مربوط به یاتاقان‌های مورد بررسی در شرایط عادی نصب و مونتاژ با نتایج موجود از مراجع گویای دقت بالا، عملکرد مناسب الگوریتم طراحی شده و هم‌گرایی سریع‌تر روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته نسبت به سایر روش‌های حل عددی فوق می‌باشد. در ادامه تاثیر زوایای نصب و انحراف (Mount and Tilt Angles) بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از بررسی، نشان از تغییرات چشم‌گیر در عملکرد یاتاقان‌های غیرمدور برخلاف انواع مدور مشابه با تغییر در شرایط نصب و مونتاژ آنها دارد.

واژه‌های کلیدی حل عددی، روش درون‌یابی مشتق تعمیم یافته، یاتاقان ژورنال، مدور و غیرمدور، روان‌کاری هیدرودینامیکی، زوایای نصب و انحراف

Hydrodynamic Analysis of Circular and Non-Circular Journal Bearings Using Generalized Differential Quadrature Method

M. Zare-Mehrjardi A.D. Rahmatabadi

Abstract This paper presents the application of the generalized differential quadrature (GDQ) method for the hydrodynamic analysis of circular and noncircular, two lobe and three lobe, journal bearings. GDQ is a simple, efficient, high-order numerical technique and it uses the information on all grid points to approach the derivatives of the unknown function. The effectiveness of the solution technique is verified by comparing the GDQ computed results with that of analytical solutions and FDM results from the published literature. It is found that GDQ method can easily compete with the existing methods of solution of lubrication problems for its analytical simplicity; smaller computer storage requirements and capability of producing accurate results with very high computational efficiency. Also the effects of design and assemble parameters, namely the eccentricity ratio, preload factor, mount and tilt angles on the performance parameters of these bearings have been investigated using GDQ method. Results show that the variation of mount and tilt angles can has variable effects on noncircular lobed journal bearing performance parameters. Among the two types of noncircular bearings considered, the effect of the mount and tilt angles is more significant for two lobe bearings in comparison with the three lobe bearings.

Key Words Numerical Solution, GDQ Method, Hydrodynamic Lubrication, Journal Bearing, Circular and Noncircular, Tilt and Mount Angles

* نسخه‌ی نخست مقاله در تاریخ ۸۸/۲/۸، نسخه پذیرش آن در تاریخ ۹۰/۸/۹ و نسخه آماده چاپ آن در تاریخ ۹۰/۹/۲۹ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) نویسنده‌ی مسؤل: دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

(۲) دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

مقدمه

اکثر مسایل مهندسی از جمله مسایل حوزه روان کاری، محققین همواره در پی یافتن روش های حل عددی با کارایی بیشتر، ساده تر و با سرعت هم گرای بالتر برای دستیابی به نتایج مورد نظر خود بوده اند. به همین علت، استفاده از روش درون یابی مشتق تعمیم یافته به عنوان یک روش حل عددی مناسب در تحلیل مسایل حوزه روان کاری مورد توجه قرار گرفت. روش درون یابی مشتق، روشی ساده، دقیق و کارا برای حل معادلات دیفرانسیل پاره ای خطی و غیر خطی همراه با شرایط اولیه و مرزی می باشد. این روش اولین بار توسط بلمن و کاستی در سال ۱۹۷۱ معرفی شد [8]. در ادامه نیز پژوهش های زیادی در راستای گسترش و تکامل این روش صورت گرفت. سیوان و اسلیسویچ در سال ۱۹۸۶ این روش را در حل معادلات دیفرانسیل انتگرالی به کار گرفتند [9]. برت و همکارانش نیز در سال ۱۹۸۸ از این روش در تحلیل دینامیکی سازه ها بهره جستند [10]. شو و ریچارد در سال ۱۹۹۲ موفق به استخراج یک رابطه بازگشتی جدید برای استخراج ضرایب وزنی در روش درون یابی مشتق شدند و روند حاصل را روش درون یابی مشتق تعمیم یافته نامیدند [11]. مالیک و برت در سال ۱۹۹۴ مسأله مربوط به روان کاری پایدار یاتاقان های ژورنال را با استفاده از روان کارهای تراکم ناپذیر و تراکم پذیر مورد بررسی قرار دادند [12]. هم چنین زانگ و همکارانش در سال ۲۰۰۲ نیز تحلیل دسته خاصی از یاتاقان های ژورنال هیدرودینامیکی را با استفاده از این روش انجام دادند [13]. رحمت آبادی و همکارانش در سال ۲۰۱۰ استفاده از روش درون یابی مشتق تعمیم یافته را به حوزه مسایل مربوط به یاتاقان های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور تعمیم دادند [14]. آنان در پژوهش خود عملکرد گروهی خاصی از یاتاقان های ژورنال غیرمدور سه لب را مورد بررسی قرار دادند و پارامترهای عملکرد این دسته از یاتاقان ها را در شرایط ویژه مورد ارزیابی قرار دادند.

اساس تمامی پژوهش ها در حوزه روان کاری فیلم سیال را، بررسی معادله رینولدز در شرایط مربوط به مسایل گوناگون تشکیل می دهد. به همین علت حل این معادله در شرایط مختلف توانسته است موضوع بسیاری از مقالات تحقیقاتی ارایه شده در این زمینه را به خود اختصاص دهد. حل تحلیلی معادله رینولدز تنها در حالاتی که از تقریب یاتاقان طویل و یا بسیار کوتاه (یک بعدی) استفاده گردد، امکان پذیر می باشد. بنابراین در حالت کلی حل این معادله تنها با استفاده از روش های عددی امکان پذیر است و این عمل تاکنون با استفاده از روش های عددی مختلف انجام شده است. ریموندی و بوید در سال ۱۹۵۸ تحلیل یاتاقان های هیدرودینامیکی با روان کاری تراکم ناپذیر را با استفاده از روش تفاضل محدود انجام دادند [1]. در ادامه کاتو و هوری در سال ۱۹۸۸ تحلیل مسایل فوق را با استفاده از روش حل عددی اجزای محدود انجام دادند [2]. تحلیل مسایل مربوط به یاتاقان های ژورنال غیرمدور را اولین بار پینکاس در سال ۱۹۵۶ انجام داد [3]. او در تحقیق خود به تحلیل پارامترهای عملکرد یاتاقان های ژورنال بیضوی پرداخت. در ادامه محققین زیادی به پژوهش در حوزه مسایل مربوط به یاتاقان های غیرمدور پرداختند. مالیک در سال ۱۹۸۳ موفق به تحلیل یاتاقان های ژورنال بیضوی با روش اجزای محدود شد [4]. چاندر و همکارانش در همان سال حل مربوط به پایداری یاتاقان های گازی غیرمدور را برای حالت خطی با استفاده از روش اجزای محدود ارایه نمودند [5]. خونساری و بریوو در سال ۱۹۸۹ عملکرد یاتاقان های ژورنال مدور هیدرودینامیکی با روان کار میکروپلاز را بررسی کردند [6]. نیر و سوکاماران در سال ۲۰۰۷ عملکرد یاتاقان های ژورنال بیضوی تحت روان کاری الاستوهیدرودینامیکی با روان کار میکروپلاز را بررسی کردند [7]. با توجه به اهمیت سرعت در انجام محاسبات مورد نیاز در تحلیل

و ψ است. $A_{ij}^{(n)}$ نیز ماتریس ضرایب وزنی مربوط به مشتق مرتبه n تابع $\psi(x, y)$ در راستای محور x و در نقطه $x = x_i$ است. برای تعیین ماتریس ضرایب وزنی می‌بایست از یک تابع تقریب آزمایشی تعریف شده روی دامنه مسأله استفاده نمود. تابع تقریب باید شروط کامل بودن و نیز مشتق‌پذیری تا بالاترین مرتبه مشتق موجود در معادله را به صورت هم‌زمان دارا باشد. برحسب نوع مسأله مورد بررسی می‌توان از توابع آزمایشی مختلفی چون توابع تقریب چند جمله‌ای و یا هارمونیک استفاده نمود که در بررسی حاضر از توابع تقریب چند جمله‌ای استفاده شده است. چندجمله‌ای‌های مورد استفاده از توابع درونیابی لاگرانژ به فرم ذیل انتخاب شد.

$$\Phi(X) = \frac{M(X)}{(X - X_k)M^{(1)}(X_k)} \quad k = 1, 2, \dots, N_x \quad (2)$$

در رابطه فوق

$$M(X) = \prod_{k=1}^{N_x} (X - X_k) \quad (3)$$

هم‌چنین $M^{(1)}(X)$ نیز مشتق مرتبه اول تابع $M(X)$ می‌باشد که از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$M^{(1)}(X) = \prod_{k=1, k \neq i}^{N_x} (X_i - X_k) \quad (4)$$

با جای‌گذاری رابطه (۲) در عبارت (۱) خواهیم داشت:

$$A_{ik}^{(1)} = \frac{M^{(1)}(X_i)}{(X_i - X_k)M^{(1)}(X_k)} \quad (5)$$

$i \neq k, k = 1, 2, \dots, N_x, i = 1, 2, \dots, N_x$

$$A_{ii}^{(1)} = - \sum_{k=1, k \neq i}^{N_x} A_{ik}^{(1)} \quad \text{و} \quad i = 1, 2, \dots, N_x \quad (6)$$

شو و ریچاردز در مقالات خود روش بازگشتی زیر را برای محاسبه ضرایب وزنی مربوط به مشتقات مرتبه بالاتر یک تابع در راستای x پیشنهاد کردند [15].

$$A_{ik}^{(r)} = r \left(A_{ii}^{(r-1)} A_{ik}^{(1)} - \frac{A_{ik}^{(r-1)}}{X_i - X_k} \right) \quad (7)$$

$i = 1, 2, \dots, N_x$ و $k = 1, 2, \dots, N_x$

و $r = 1, 2, \dots, N_x - 1$ و $i \neq k$

در این پژوهش، پس از تشریح روش درونیابی مشتق‌تعمیم‌یافته، از این روش برای تحلیل عملکرد یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی مدور و غیر مدور استفاده شده است. با مقایسه نتایج حاصل از الگوریتم طراحی شده با نتایج موجود در مراجع صحت و دقت عملکرد برنامه طراحی شده، مورد ارزیابی قرار گرفته است. پس از تأیید دقت و سرعت هم‌گرایی بالاتر روش درونیابی مشتق‌تعمیم‌یافته، از روش مذکور برای بررسی عملکرد یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور در شرایط گوناگون طراحی و مونتاژ استفاده شده است. نتایج نهایی برخلاف نتایج حاصل از یاتاقان‌های ژورنال مدور، امکان دست‌یابی به شرایط مطلوب عملکردی در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور را تنها با ایجاد تغییر در شرایط نصب و مونتاژ ارایه می‌دهند.

روش درونیابی مشتق‌تعمیم‌یافته

روش درونیابی مشتق، اغلب برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسایل با ابعاد بیش از یک و نیز با دامنه‌های هندسی غیرمنظم استفاده می‌شود. اما با توجه به شرایط حاکم بر مسأله‌ی حاضر، استفاده از این روش برای تحلیل معادله حاکم بر یک دامنه هندسی مربعی منظم $0 < x < 1$ و $0 < y < 1$ تشریح می‌گردد. براساس قوانین روش درونیابی مشتق، مشتقات جزئی یک تابع در هر نقطه‌ای از راستای خاص توسط مجموع وزن‌دار مقادیر تابع در تمامی نقاط گرهی نمونه انتخاب شده در آن راستای خاص به دست می‌آید. بنابراین برای مشتق مرتبه n تابع مفروض $\psi = \psi(x, y)$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial^n \psi}{\partial x^n} \Big|_{x_i, y_j} = \sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(n)} \psi(x_k, y) \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, N_x$ و $j = 1, 2, \dots, N_y$

در رابطه فوق N_x و N_y به ترتیب تعداد نقاط

گره‌ی نمونه انتخاب شده در راستای محورهای x

چند جمله‌ای‌های لژاندر برای تقریب ضرایب وزنی از رابطه ذیل استفاده می‌شود.

$$\sum_{j=1}^{N_x} x_j^{k-1} c_j^x = \frac{1}{k}, k=1,2,\dots,N_x \quad (13)$$

در تحلیل مسایل دوبعدی می‌توان تمامی روابط فوق را در راستای محور l نیز تعمیم داد.

کاربرد

وجود برخی از شرایط ویژه نظیر تقاضا برای به‌کارگیری باتاقان در سرعت‌های بالاتر، وجود مسایل ارتعاشی به علت کارکرد در سرعت‌های بحرانی، نامتعادل بودن و ایجاد شرایط ناپایداری گاهی سبب می‌گردد تا نیاز به استفاده از باتاقان‌های ژورنال با اشکال هندسی متفاوت با نوع ساده آن در انواع سیستم‌های مکانیکی دارای اجزای دوار احساس گردد. بر اساس شرایط کاری مختلف تاکنون باتاقان‌های ژورنال غیرمدور در اشکال مختلف طراحی و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. شکل (۱) باتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور دو-لب و سه-لب مورد بررسی در این تحقیق را نشان می‌دهد. در این باتاقان‌ها حرکت محور در درون فضای باتاقان سبب ایجاد فشار در لایه روان‌کار قرار گرفته بین سطوح می‌گردد.

در باتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی به علت ایجاد پدیده کاویتاسیون که در حین چرخش محور درون باتاقان ایجاد می‌شود، فشار در قسمتی از فیلم روان‌کار مثبت (فیلم هم‌گرا) و در قسمتی دیگر از فیلم روان‌کار منفی (فیلم واگرا) است. فرضیات متفاوتی برای حل مسأله باتاقان ژورنال هیدرودینامیکی با روان‌کار تراکم‌ناپذیر ارائه گردید. در این پژوهش از روش شرط مرزی رینولدز برای حل مسأله استفاده می‌شود. استفاده از روش درون‌یابی مشتق امکان جای‌گزینی معادلات دیفرانسیل همراه با شرایط مرزی و مقادیر اولیه را با یک دستگاه معادلات جبری خطی فراهم می‌آورد. حل دستگاه مذکور توأم با اعمال

برای محاسبه درایه‌های قطر اصلی نیز رابطه زیر ارائه گردید.

$$A_{ii}^{(r)} = - \sum_{k=1, k \neq i}^{N_x} A_{ik}^{(r)}, i=1,2,\dots,N_x \quad (8)$$

مالیک و برت نیز در بررسی‌های خود نشان دادند برای محاسبه ضرایب وزن مربوط به مشتقات مرتبه بالاتر یک تابع با مشخص بودن ماتریس ضرایب وزنی مربوط به مشتق مرتبه اول تابع، می‌توان از رابطه بازگشتی زیر استفاده نمود [12]:

$$A^{(r)} = A^{(1)} A^{(r-1)} \quad (9)$$

در رابطه فوق $A^{(1)}$ و $A^{(r-1)}$ به ترتیب ماتریس‌های ضرایب وزنی مربوط به مشتقات مرتبه r ام، مرتبه $(r-1)$ ام و مرتبه اول تابع مورد نظر بر حسب متغیر X می‌باشد.

روش‌های مختلفی برای تعیین مکان نقاط نمونه بر روی دامنه مسأله وجود دارد که در بررسی حاضر از صفرهای جابه‌جا شده چندجمله‌ای چیبیشف استفاده شده است.

$$x_i = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{(2i-1)\pi}{2N_x} \right) \quad (10)$$

$$0 < x_i < 1, i = 2, 3, \dots, N_x - 1$$

و

$$x_i = 0 \text{ for } i=1, \quad x_i = 1 \text{ for } i=N_x \quad (11)$$

با اندکی تغییر می‌توان دامنه نقاط نمونه فوق را به هر دامنه دیگری تعمیم داد.

برای محاسبه انتگرال از تابع تقریب مورد نظر بر روی دامنه مسأله در روش درون‌یابی مشتق به صورت زیر عمل می‌گردد

$$\int_0^1 \psi(x) dx = \sum_{i=1}^{N_x} c_i^x \psi(x_i) \quad [12] \quad (12)$$

که c_i^x نشان‌دهنده ضرایب وزنی معادل جهت محاسبه انتگرال می‌باشد. در صورت استفاده از

محور x و خط واصل میان مرکز هندسی یاتاقان و مرکز لب l می باشد.

معادله رینولدز حاکم بر روان کاری هیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال با سیال تراکم ناپذیر در حالت بدون بعد عبارت است از [12]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(\frac{\phi}{2\lambda}\right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{3}{4h^2} \left[\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 + 2h \frac{d^2h}{dx^2} \right] \psi - \frac{6\phi}{h^{3/2}} \frac{dh}{dx} = 0 \quad (15)$$

نحوه بی بعدسازی پارامترهای مورد استفاده در رابطه فوق در بخش پیوست (جدول ۶) آمده است. در رابطه (۱۵) به جای استفاده مستقیم از پارامتر فشار (p) ، از کمیت ترکیبی $\psi = ph^{3/2}$ استفاده شده است. علت این امر آن است که در هنگام تحلیل مسأله در هر نقطه ای از فیلم روان کار که ضخامت فیلم سیال کاهش یابد، به تبع آن افزایش فشار روی خواهد داد. بنابراین استفاده از تابع ψ که در آن فشار و ضخامت فیلم با هم در ارتباط بوده و در نتیجه منحنی تغییرات آن نسبت به تابع p یکنواخت تر است، سبب بهبود در نتایج حاصل از تحلیل مسأله و افزایش سرعت هم گرایی روند حل خواهد شد.

شرایط مرزی موجود روی دو انتها و خطالمرکزین یاتاقان نیز با توجه به نوع مسأله عبارتند از:

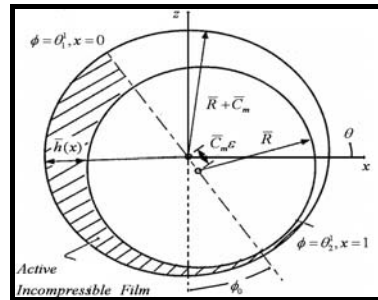
$$\psi(0, y) = \psi(1, y) = \psi(x, 0) = \psi(x, 1) = 0 \quad (16)$$

به علاوه از آنجا که از روش شرط مرزی رینولدز برای حل مسأله مورد نظر استفاده می شود در لبه انتهایی فیلم فشاری مثبت نیز شرط مرزی زیر برقرار است [1]:

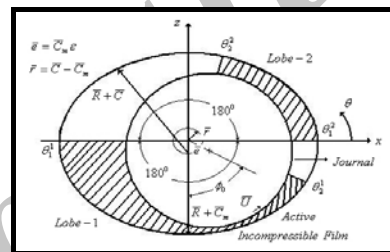
$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0 \quad (17)$$

با به کارگیری قوانین روش درون یابی مشتق بر معادله (۱۵)، دستگاه معادلات جبری ذیل جهت یافتن مقادیر مجهول متغیر ψ روی نقاط نمونه انتخاب شده در دامنه مسأله پدید می آید.

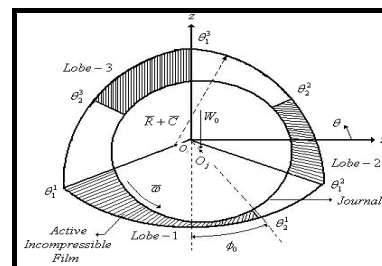
شرایط مرزی مسأله، توزیع فشار مجهول مورد نظر را در نقاط نمونه انتخاب شده روی دامنه مسأله به دست می دهد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱ یاتاقان ژورنال مدور (الف) و غیر مدور دو- لب (ب) و سه- لب (ج)

معادلات حاکم

ضخامت فیلم روان کار قرار گرفته بین سطح داخلی یاتاقان و سطح بیرونی ژورنال در حال چرخش درون یاتاقان از رابطه زیر قابل محاسبه می باشد [16].

$$h_i = \frac{1}{\delta} + \varepsilon \sin \varphi_0 \cos \theta + \varepsilon \cos \varphi_0 \sin \theta + \left(\frac{1}{\delta} - 1\right) \cos(\theta - \theta_0^i) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N_x \quad (14)$$

در این رابطه $\delta = \bar{C}_m / \bar{C}$ میزان پیش بارگذاری اولیه اعمالی روی یاتاقان و θ_0^i بیانگر زاویه میان

پارامترهای عملکرد یاتاقان

با اعمال شرایط مرزی روابط (۱۷) و (۱۶) در معادله (۱۸) و حل آن می توان مقادیر مجزای ψ را در نقاط نمونه معین شده روی دامنه مسأله محاسبه و از مسیر آنها مقادیر فشار (p) را در نقاط مورد نظر استخراج نمود. پارامترهای عملکرد یاتاقان به شکل بی بعد بر روی هر یک از لب های آن به صورت زیر قابل محاسبه خواهند بود [1].

الف- مؤلفه های بار قابل حمل

۱- مؤلفه بار در امتداد محور افقی (محور x)

$$W_x = \int_0^1 \int_0^1 p \cos \theta dx dy = \varphi \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} c_i^x c_j^y \frac{\cos(\varphi x_i + \theta_i^j) \psi_{ij}}{h_i^{3/2}} \quad (20)$$

۲- مؤلفه بار در امتداد محور عمودی (محور y)

$$W_y = -\varphi \int_0^1 \int_0^1 p \sin \theta dx dy = -\varphi \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} c_i^x c_j^y \frac{\sin(\varphi x_i + \theta_i^j) \psi_{ij}}{h_i^{3/2}} \quad (21)$$

θ_1^i در روابط فوق به زاویه میان راستای شروع لب مورد نظر با محور x اشاره دارد.

۳- بار کلی قابل حمل توسط هر لب یاتاقان

$$W_l = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (22)$$

بار کلی قابل حمل توسط یاتاقان (W_{tot}) نیز از جمع برداری مؤلفه های بار حاصل از لب های یاتاقان و یا جمع جبری مؤلفه های بار در راستای محورهای مختصات قابل دستیابی خواهد بود. با داشتن بار قابل حمل توسط یاتاقان می توان عدد سامرفیلد را از رابطه $S = 1/\pi W_{tot}$ محاسبه نمود.

ب- زاویه وضعی

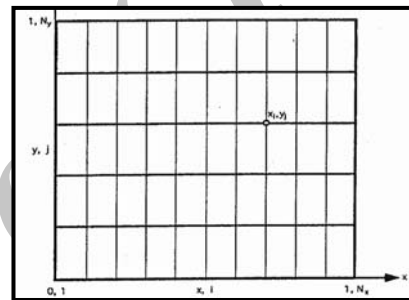
$$\theta_0 = \tan^{-1}(W_y/W_x) \quad (23)$$

$$\sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(2)} \psi_{kj} + \left(\frac{\varphi}{2\lambda}\right)^2 \sum_{k=1}^{N_x} B_{jk}^{(2)} \psi_{ik} \quad (18)$$

$$-\frac{3}{4h_i^2} \left[\left(\frac{dh}{dx}\right) + 2h \frac{d^2h}{dx^2} \right] \psi_{ij} = \frac{6\varphi}{h_i^{3/2}} \left(\frac{dh}{dx}\right)_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N_x \quad j = 1, 2, \dots, N_y$$

در رابطه فوق $A_{ij}^{(2)}$ و $B_{ij}^{(2)}$ به ترتیب ماتریس های ضرایب وزنی مربوط به مشتقات مرتبه دوم تابع ψ در جهات x و y هستند. متغیرهای i و j مکان نقاط نمونه (x_i, y_j) روی دامنه مسأله را همان گونه که در شکل (۲) نشان داده شده، مشخص می نمایند.



شکل ۲ مش بندی انجام شده روی دامنه مسأله برای تحلیل با روش درونیابی مشتق تعمیم یافته

برخلاف یاتاقان های ژورنال مدور که تغییر در مکان قرارگیری محور برای یک نسبت خروج از مرکزی (ε) معین تأثیری بر عملکرد یاتاقان نخواهد داشت، در یاتاقان های ژورنال غیرمدور جابه جایی در پارامتر مذکور سبب تغییر در عملکرد یاتاقان می گردد. بنابراین برای تحلیل یاتاقان های ژورنال غیرمدور ابتدا باید مکان تعادلی مرکز محور را یافت. رهیافت های متفاوتی برای نیل به این هدف وجود دارند [17]. در بررسی حاضر از روند تعیین مرکز محور جهت صفر شدن مجموع بارهای قابل حمل توسط لب های یاتاقان در جهت محور x استفاده شد. به عبارت دیگر بررسی ها تا برآوردن شرط قراردادی زیر ادامه یافت.

$$W_x(\varepsilon, \phi_0) = 0 \quad (19)$$

ضریب اصطکاک کل برای یاتاقان از این رابطه به دست

می آید.

$$f(\bar{R}/\bar{C}_m) = \sum_{i=1}^n F_i / W_{tot} \quad (26)$$

$n =$ تعداد لب‌های یاتاقان

زوایای نصب و انحراف

برخلاف یاتاقان‌های ژورنال مدور که نحوه قرارگیری آنها بر روی سیستم نهایی تاثیری بر عملکردشان نخواهد داشت، در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور نحوه مونتاژ پایانی و مدل تکیه‌گاه طراحی شده روی سیستم دورانی از اهمیت بسزایی برخوردار است. برحسب میزان زوایای نصب و انحراف در لب‌های یاتاقان نسبت به شرایط استاندارد، عملکرد خروجی این دسته از یاتاقان‌ها متفاوت خواهد بود. لیکن در به‌کارگیری یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور می‌توان ترکیب‌های متنوعی از شرایط طراحی و نصب را برای دستیابی به عملکرد مطلوب به‌کار گرفت. در شکل زیر چگونگی زوایای نصب و انحراف در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور نمایش داده شده است.

ج- آهنگ نشتی روان‌کار

$$Q_s = \frac{(2\pi)\bar{q}_s}{(C_m \bar{U} L)} = \frac{\pi}{12\lambda^2} \int_0^1 (-\phi h^3 \frac{\partial p}{\partial y}) dx \quad (24)$$

$$= -\frac{\pi}{12\lambda^2} \left(\sum_{i=1}^{N_x} c_i^x (-\phi h_i^3 \sum_{k=1}^{N_y} B_{jk}^{(1)} p_{ik}) \right)$$

د- نیروی اصطکاک تولیدی ناشی از تنش برشی

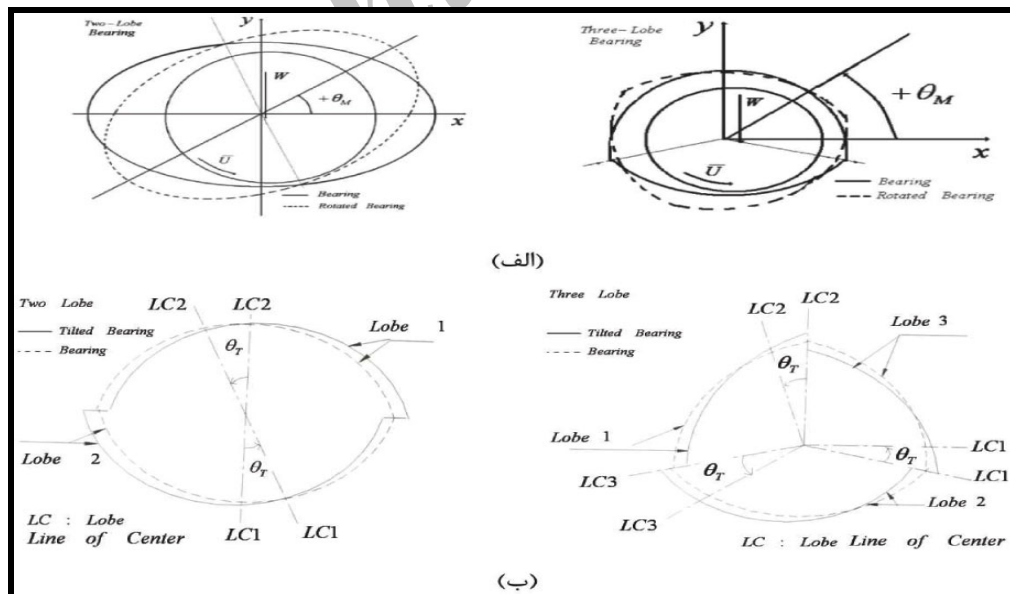
$$F = \frac{\bar{f}_i \bar{C}_m}{\mu \bar{U} R} = \int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\phi}{h} \right) dx dy$$

$$+ \int_0^1 \int_{\theta_2^i}^{\theta_1^{i+1}} \left(\frac{h(\theta)}{2} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{h(\theta)} \right) d\theta dy = \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} c_i^x c_j^y \left(\frac{h_i}{2} \sum_{k=1}^{N_x} A_{ik}^{(1)} p_{kj} + \frac{1}{h_i} \right)$$

$$+ \sum_{j=1}^{N_y} c_j^y \left(\int_{\theta_2^i}^{\theta_1^{i+1}} \left(\frac{h(\theta)}{2} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{h(\theta)} \right) d\theta \right)$$

آهنگ نشتی روان‌کار و نیروی اصطکاک کل یاتاقان از جمع جبری مؤلفه‌های حاصل روی هر یک از لب‌های یاتاقان، قابل محاسبه است. هم‌چنین متغیر



شکل ۳ یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور (الف) زوایای نصب (ب) انحراف

نتایج، بحث و بررسی

در بررسی حاضر، با توجه به معادله رینولدز مناسب برای استخراج نتایج با استفاده از روش GDQ، از برنامه نویسی در محیط نرم افزار *Matlab* استفاده شد. برنامه نهایی نیز بر روی رایانه ای با *CPU 2.4GHz* و *RAM 512Mb* اجرا شده است. برای یافتن مکان انتهایی فیلم فشاری مثبت در یاتاقان ژورنال مدور و هر یک از لب های یاتاقان در حالت غیرمدور از روش تکرار استفاده شد و شرط مرزی رینولدز به عنوان عامل تعیین کننده دفعات تکرار لحاظ گردید.

پارامترهای عملکرد مربوط به یاتاقان ژورنال تحت روان کاری هیدرودینامیک با روان کار تراکم ناپذیر بر اساس روابط (۲۶-۲۰) محاسبه می شوند. در ابتدا برای تأیید صحت عملکرد برنامه رایانه ای آماده شده برای روش درون یابی مشتق تعمیم یافته و مزایای استفاده از آن روی مسأله یاتاقان ژورنال مورد بررسی، نتایج حاصل

برای برخی از پارامترهای عملکرد با نتایج مشابه به دست آمده از حل دقیق در حالت یک بعدی و سایر روش های حل عددی در حالت کلی مقایسه گردید. جداول (۴-۱) گویای تطابق مناسب و منطقی بین نتایج حاصل از روش درون یابی مشتق تعمیم یافته و سایر روش های حل تحلیلی و عددی موجود در منابع بوده و صحت عملکرد برنامه طراحی شده را تأیید می نماید. در جداول (۴ و ۳) پارامترهای عملکرد مربوط به یاتاقان ژورنال مدور برای نسبت طول مشخص ارایه شد. نتایج نشان دهنده افزایش بار قابل حمل و نشستی روان کار و هم چنین کاهش زاویه وضعی و متغیر ضریب اصطکاک با افزایش نسبت خروج از مرکزی در یاتاقان می باشد. برای مقایسه عملکرد یاتاقان های غیرمدور دو لب و سه لب با نوع مدور، عملکرد این دسته از یاتاقان ها مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصل ارایه گردید.

جدول ۱ نتایج حاصله برای عدد سامرفیلد (S) و زاویه وضعی (θ_0)

روش های حل دقیق و درون یابی مشتق تعمیم یافته (GDQ)، یاتاقان ژورنال مدور، یک بعدی، $N_x = 11$

ε	S			θ_0		
	حل دقیق	GDQ	خطا %	حل دقیق	GDQ	خطا %
0.1	0.241443	0.241460	0.007	69.03	69.03	0.001
0.2	0.123734	0.123734	0.000	66.90	66.90	0.006
0.3	0.083757	0.083766	0.011	64.46	64.47	0.015
0.4	0.062892	0.062905	0.021	61.64	61.63	-0.002
0.5	0.049307	0.049314	0.016	58.30	58.27	-0.041
0.6	0.038950	0.038931	-0.048	54.23	54.18	-0.086
0.7	0.029930	0.029911	-0.062	49.10	49.06	-0.135
0.8	0.021104	0.021080	-0.111	42.18	42.17	-0.002
0.9	0.011511	0.011500	-0.089	31.67	31.64	-0.094

* حل دقیق از [18]

$$\text{Percentage of error} = \frac{S_{\text{exact}} - S_{\text{GDQ}}}{S_{\text{exact}}} * 100 \quad \text{نحوه محاسبه درصد خطا:}$$

جدول ۳ نتایج به دست آمده برای قابلیت حمل بار (W) و زاویه

وضعی (θ_0)

روش های حل عددی FDM و درون یابی مشتق تعمیم یافته GDQ

یاتاقان ژورنال دو بعدی، $\lambda = 1.0$ ، $N_x = 11$ و $N_y = 5$

ε	W		θ_0	
	FDM	GDQ	FDM	GDQ
0.1	0.23933	0.23933	79.5	79.46726
0.2	0.50445	0.50367	74.02	73.92042
0.4	1.20572	1.2215	63.10	62.64580
0.6	2.63066	2.6288	50.58	50.61346
0.8	7.13699	7.13107	36.24	36.29922
0.9	16.9313	16.87482	26.45	26.52292

* حل تفاضل محدود [1]

جدول ۴ نتایج حاصله برای متغیر ضریب اصطکاک $f(\bar{R}/\bar{C})$ و

دبی نشتی روان کار Q_s

روش های حل عددی FDM و درون یابی مشتق تعمیم

یافته GDQ، یاتاقان ژورنال با طول محدود،

$N_y = 7$ و $N_x = 11$ ، $\lambda = 1.0$

ε	$f(\bar{R}/\bar{C})$		Q_s	
	FDM	GDQ	FDM	GDQ
0.1	26.4	26.4349	0.5055	0.50476
0.2	12.8	12.8283	1.0052	1.003156
0.4	5.79	5.7899	1.98303	1.983153
0.6	3.22	3.2197	2.9444	2.94517
0.8	1.70	1.7054	3.89004	3.895697
0.9	1.05	1.05523	4.35606	4.369377

* حل تفاضل محدود [1]

جدول ۵ مقایسه بین زمان لازم برای حصول نتایج

نوع یاتاقان	جدول نتایج مربوطه	روش حل	زمان اجرا
ژورنال مدور	3,4	FDM Trigonometric - series GDQ	0.8 s 0.7 s 0.4 s

برای مقایسه سرعت هم گرایی روش درون یابی مشتق تعمیم یافته و سایر روش های حل عددی متداول در حوزه روان کاری فیلم سیال، برنامه مربوط به این روش ها نیز در محیط نرم افزار مورد استفاده، تعمیم داده شد. سرعت هم گرایی به نتایج مناسب با درصد خطای معین توسط روش های مختلف به ازای ورودی های یکسان با یکدیگر مقایسه و نتایج در جدول (۵) ارایه شدند.

نتایج جدول (۵) بیانگر سرعت هم گرایی بالاتر روش درون یابی مشتق تعمیم یافته نسبت به سایر روش های حل عددی متداول و مطرح شده در جدول می باشد. این مطلب، بیان گر بالاتر بودن مرتبه روش درون یابی مشتق تعمیم یافته نسبت به روش های مذکور و استفاده از شرایط تمامی گره های مجاور یک نقطه نمونه خاص برای تقریب ویژگی های تابع خروجی در آن نقطه می باشد.

در شکل های (۵ و ۴) اثرات پیش بارگذاری اولیه بر پروفیل فشار در یاتاقان های ژورنال مدور و غیرمدور مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بیانگر تقویت پروفیل فشار حاصل با افزایش میزان پیش بارگذاری اولیه در یاتاقان های ژورنال غیرمدور دو-لب و سه-لب می باشد.

جدول ۲ نتایج بدست آمده برای زاویه وضعی (θ_0) و بار قابل

حمل توسط یاتاقان (W)

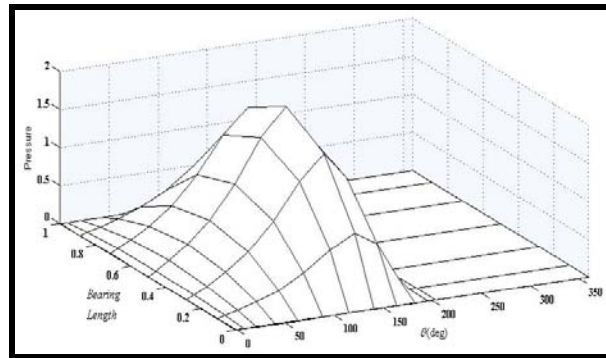
روش های حل اجزای محدود (FEM) و درون یابی مشتق تعمیم

یافته (GDQ)، یاتاقان ژورنال غیرمدور سه-لب، $L/D = 0.5$ ،

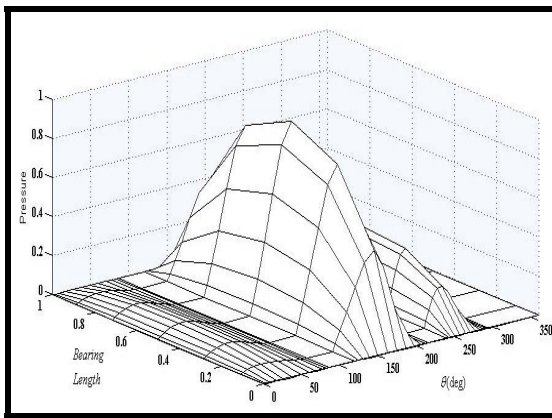
$N_y = 7$ ، $N_x = 12$ ، $\delta = 0.5$

ε	θ_0		W	
	FEM	GDQ	FEM	GDQ
0.384	54.41	54.11	0.036	0.039
0.556	52.82	52.85	0.069	0.072
0.694	50.94	50.91	0.122	0.121
0.754	49.72	49.75	0.150	0.156
0.882	45.18	45.28	0.348	0.325

* حل اجزای محدود (FEM) از [16]

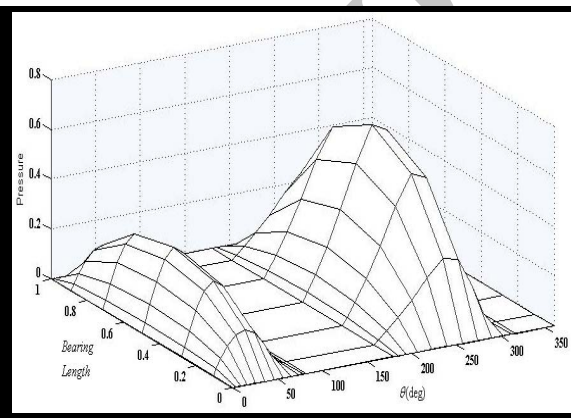


شکل ۴ توزیع فشار محیطی در یاتاقان ژورنال مدور در صفحه طولی میانی یاتاقان، $\delta = 1.0$ ، $L/D = 1.0$ ، $\epsilon = 0.5$



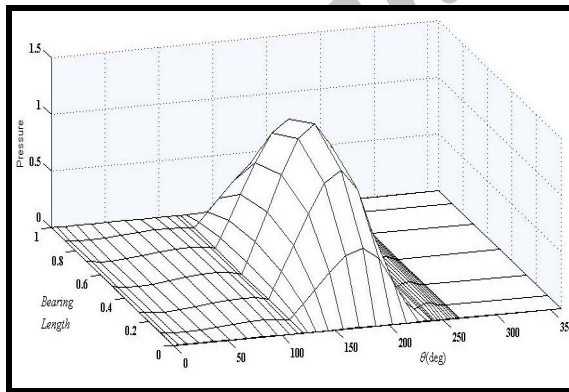
(ب) یاتاقان ژورنال سه-لب

$$\delta = 0.5 , L/D = 1.0 , \epsilon = 0.5$$



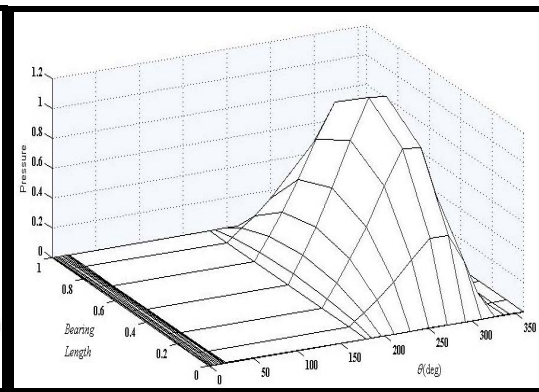
(الف) یاتاقان ژورنال دو-لب

$$\delta = 0.5 , L/D = 1.0 , \epsilon = 0.5$$



(د) یاتاقان ژورنال سه-لب

$$\delta = 0.8 , L/D = 1.0 , \epsilon = 0.5$$



(ج) یاتاقان ژورنال دو-لب

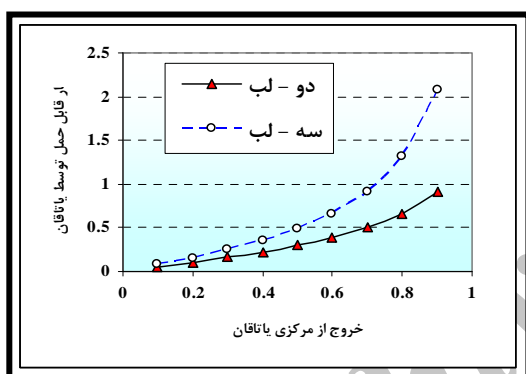
$$\delta = 0.8 , L/D = 1.0 , \epsilon = 0.5$$

شکل ۵ بررسی اثر پیش بارگذاری اولیه روی پروفیل فشار، روش درون یابی مشتق تعمیم یافته، $N_y = 7$ ، $N_x = 12$

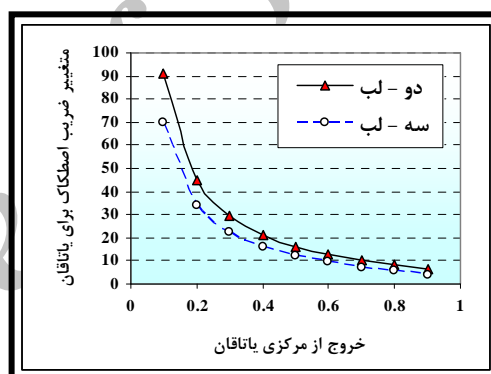
مقایسه بین نتایج جدول (۳) و شکل (۶-الف) نشان دهنده کاهش قابلیت حمل بار در یاتاقان با غیرمدور شدن یاتاقان می باشد. شکل (۶-ب) گویای افزایش متغیر ضریب اصطکاک در یاتاقان های غیرمدور نسبت به نوع مدور در شرایط یکسان می باشد. شکل (۶-ج) و (۶-د) گویای کاهش نشتی روان کار و زاویه وضعی در یاتاقان با افزایش تعداد لب های یاتاقان است. از آن جا که میزان پیش بارگذاری اولیه در یاتاقان های غیرمدور از اهمیت بالایی برخوردار می باشد و مقدار آن به طور مستقیم نشان دهنده میزان غیرمدور شدن یاتاقان است، در ادامه تأثیر تغییرات پیش بارگذاری اولیه در یاتاقان بر پارامترهای عملکرد یاتاقان در شرایط معین مورد بررسی قرار می گیرد.

شکل (۵) نشان دهنده نزدیکی پروفیل فشار یاتاقان های ژورنال غیرمدور به حالت مدور با افزایش میزان پیش بارگذاری اولیه از ۰ به ۱ می باشد. همچنین مقایسه بین یاتاقان های دو لب و سه لب در شرایط یکسان بیانگر تشکیل فیلم فشاری قویتر در یاتاقان های سه لب برای اکثر مقادیر پیش بارگذاری اولیه اعمالی روی یاتاقان می باشد. در ادامه، اثر تغییرات خروج از مرکزی در یاتاقان (ε) و میزان پیش بارگذاری اولیه اعمال شده روی یاتاقان بر پارامترهای عملکرد، مورد بررسی قرار گرفته است.

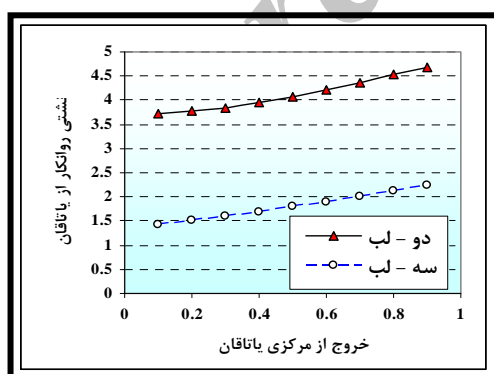
شکل (۶-الف) بار قابل حمل توسط یاتاقان های دو لب و سه لب را به ازای تغییرات خروج از مرکزی یاتاقان در پیش بارگذاری اولیه معین نشان می دهد.



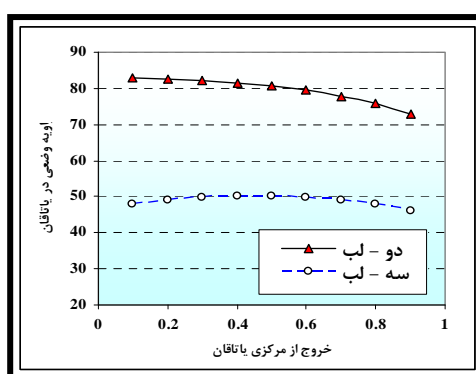
ب



الف



د



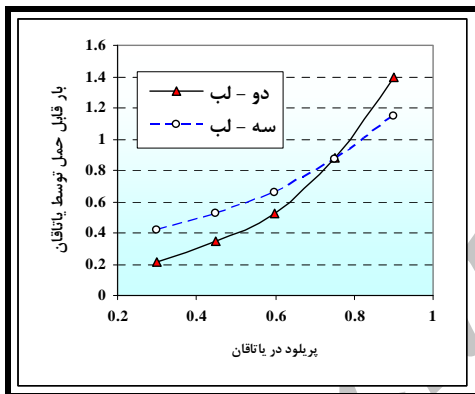
ج

شکل ۶ پارامترهای عملکرد یاتاقان بر حسب نسبت خروج از مرکزی (ε)، $\delta=0.4$ ، $\lambda=1.0$ ،

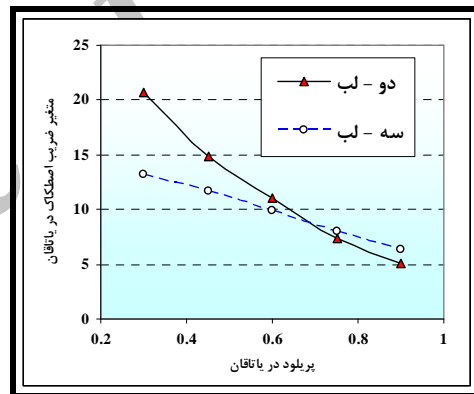
الف) متغیر ضریب اصطکاک (ب) بار قابل حمل توسط یاتاقان W (ج) زاویه وضعی ϕ_0 (د) نشتی روان کار Q_0 از یاتاقان

دو-لب برای مقادیر معین پیش‌بارگذاری اولیه نسبت به باتاقان سه-لب با شرایط یکسان می‌باشد. همچنین شکل (۷-د) بیانگر افزایش میزان زاویه وضعی در باتاقان‌های غیرمدور دو-لب و سه-لب تا رسیدن به یک پیش‌بارگذاری اولیه معین و کاهش میزان این زاویه با عبور از نقطه مذکور می‌باشد. همچنین با توجه به شکل (۷-د) پایین‌تر بودن میزان زاویه وضعی در باتاقان‌های دو-لب نسبت به نوع سه-لب در یک پیش‌بارگذاری اولیه خاص بسیار آشکار است. کاهش زاویه وضعی درون باتاقان بیانگر افزایش پایداری باتاقان می‌باشد. با مقایسه مابین نتایج شکل (۷-د) و جدول (۳) به روشنی مشخص است که با غیرمدور شدن باتاقان میزان پایداری آن افزایش می‌یابد.

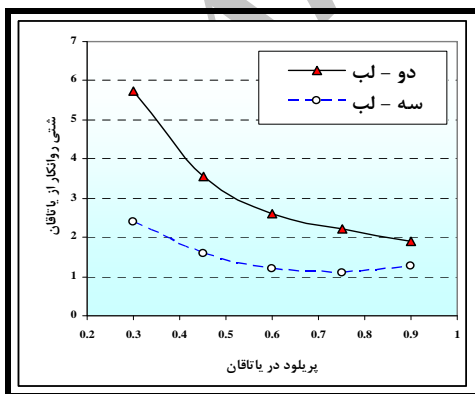
شکل (۷-الف) تغییرات بار قابل حمل توسط باتاقان را با توجه به پیش‌بارگذاری اولیه اعمالی روی باتاقان برای خروج از مرکزی و نسبت طول به قطر معین نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل مشخص است با افزایش میزان پیش‌بارگذاری اولیه باتاقان از صفر به یک (پیش‌روی به سمت مدور شدن) قابلیت حمل بار باتاقان‌های غیرمدور افزایش می‌یابد. به‌طور کلی می‌توان بیان نمود که میزان این بار در اکثر مقادیر پیش‌بارگذاری اولیه در باتاقان‌های سه-لب بیش از نوع دو-لب می‌باشد. شکل (۷-ب) بیانگر کاهش مقدار متغیر ضریب اصطکاک برای باتاقان‌های غیرمدور دو-لب و سه-لب با افزایش میزان پیش‌بارگذاری اولیه برای باتاقان می‌باشد. شکل (۷-ج) گویای بالاتر بودن میزان نشتی روان‌کار از باتاقان



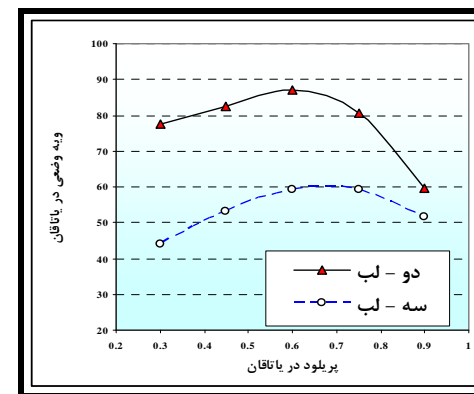
(ب)



(الف)



(د)

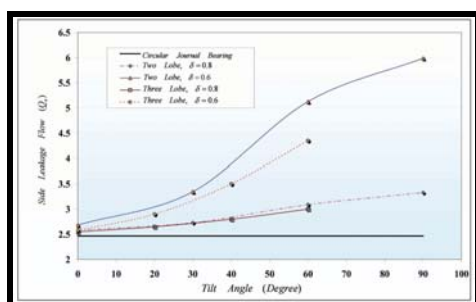


(ج)

شکل ۷ پارامترهای عملکرد باتاقان بر حسب پیش‌بارگذاری اولیه در باتاقان (δ)، $\lambda = 1.0$ ، $\varepsilon = 0.5$

الف) متغیر ضریب اصطکاک ($f(\bar{R}/\bar{C})$) ب) بار قابل حمل توسط باتاقان (W) ج) زاویه وضعی (ϕ_0) د) نشتی روان‌کار Q_0 از باتاقان

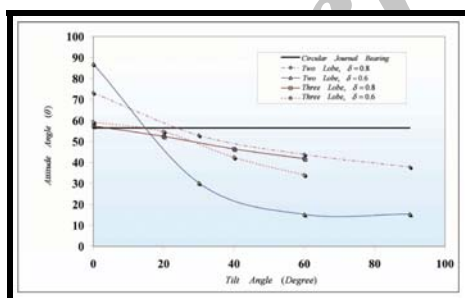
داخلی یاتاقان می توان عملکرد آن را بهبود بخشید. نتایج شکل (۱۰) تاثیرات زاویه انحراف بر میزان نشتی روان کار از یاتاقان در شرایط کارکرد را نمایش می دهد. نتایج شکل مذکور گویای امکان دسترسی به شرایط مطلوب برای کاهش و یا افزایش میزان نشتی روان کار از یاتاقان با توجه به شرایط متفاوت کاری نظیر سرعت های بحرانی و نیاز به جلوگیری از افزایش حرارت در ناحیه تماس محور و یاتاقان می باشد.



شکل ۱۰ تاثیر زاویه انحراف (θ_T) بر میزان نشتی روان کار از

$$\lambda = 1.0, \varepsilon = 0.50, (Q_s) \text{ یاتاقان}$$

اثر زاویه انحراف بر زاویه قرارگیری مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان با توجه به در نظر گرفتن جهت عمودی برای بارگذاری منتجه درون یاتاقان در شکل (۱۱) مورد بررسی قرار گرفته است.

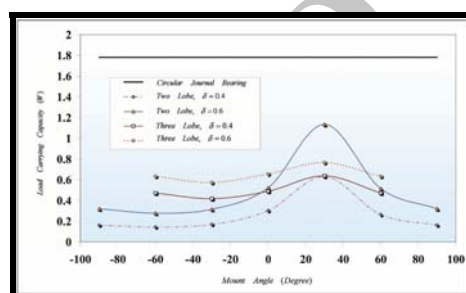


شکل ۱۱ تاثیر زاویه انحراف (θ_T) بر زاویه وضعی درون یاتاقان

$$\lambda = 1.0, \varepsilon = 0.50, (\theta_0)$$

با توجه به اهمیت میزان زاویه وضعی برای حفظ شرایط تعادل و پایداری در یاتاقان های ژورنال غیرمدور، امکان بهبود شرایط مذکور با تغییر در زاویه انحراف برای انواع یاتاقان های ژورنال غیرمدور، حتی با ثابت ماندن شرایط طراحی را نشان می دهد. (شکل ۱۱)

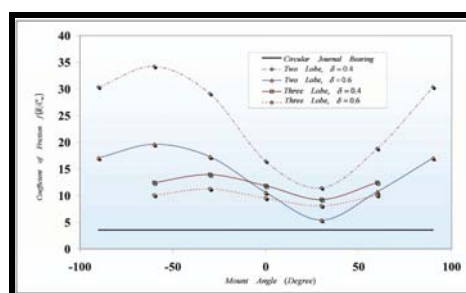
با توجه تاثیر بسزای چگونگی شرایط نصب و مونتاژ یاتاقان های ژورنال غیرمدور بر عملکرد آنها درون سیستم های مدور، در ادامه نتایج مربوط به برخی از حالت های خاص با استفاده از روش درون یابی مشتق تعمیم یافته استخراج و ارایه گردیده است. شکل (۸) تاثیر زاویه نصب (θ_M) بر قابلیت حمل بار در یاتاقان های ژورنال مدور و غیرمدور مورد بررسی را نمایش می دهد.



شکل ۸ تغییرات قابلیت حمل بار یاتاقان (w) بر حسب زاویه

$$\lambda = 1.0, \varepsilon = 0.50, (\theta_M) \text{ نصب}$$

نتایج، گویای تاثیر عمیق تغییرات زاویه نصب بر قابلیت حمل بار یاتاقان های ژورنال دو-لب در مقایسه با انواع سه-لب می باشد. شکل (۹) تاثیر زاویه نصب انواع یاتاقان های ژورنال مورد بررسی را بر متغیر ضریب اصطکاک در آنها نشان می دهد.



شکل ۹ تاثیر زاویه نصب (θ_M) بر متغیر ضریب اصطکاک

$$\lambda = 1.0, \varepsilon = 0.50, f(\bar{R}/\bar{C}_m) \text{ در یاتاقان}$$

نتایج شکل (۹) گویای امکان دسترسی به شرایط مناسب اصطکاک در یاتاقان های ژورنال غیرمدور با ایجاد تغییر در زاویه نصب آنها بر روی مکانیزم به کارگیرنده این دسته از یاتاقان ها می باشد. در این حالت با انتخاب شرایط مناسب جهت کاهش اصطکاک

نتیجه گیری

در پژوهش حاضر از روش درون یابی مشتق تعمیم یافته برای تجزیه و تحلیل عملکرد یاتاقان های ژورنال مدور و غیرمدور دو-لب و سه-لب در شرایط کارکرد استفاده شد. تاثیر پارامترهای طراحی، نصب و مونتاژ روی عملکرد یاتاقان های مذکور مورد ارزیابی قرار گرفت. بررسی های انجام شده به روشنی گویای موارد ذیل می باشد:

- استفاده از روش درون یابی مشتق تعمیم یافته (GDQ) به جای سایر روش های رایج در تحلیل مسایل مربوط به یاتاقان های ژورنال غیرمدور، روند حل را آسان نموده و زمان دست یابی به نتایج را نسبت به سایر روش های حل عددی مورد استفاده در این حوزه، کاهش می دهد.

- یکی از قابلیت های یاتاقان های ژورنال غیرمدور امکان ارایه عملکرد متنوع در شرایط کارکرد به ازای مجموعه ای از پارامترهای طراحی ثابت برای یاتاقان می باشد. این انعطاف پذیری در گستره یاتاقان های ژورنال مدور به چشم نمی خورد. لذا عملکرد یک یاتاقان ژورنال غیرمدور با تغییر شرایط نصب و مونتاژ به طور کلی متفاوت خواهد شد.

- برای ویژگی های طراحی و شرایط عملکرد یکسان تغییرات زاویه نصب تاثیر کمتری در عملکرد یاتاقان های سه-لب نسبت به انواع دو-لب دارد. هم چنین نتایج بیانگر امکان دست یابی به شرایط مطلوب نظیر ظرفیت حمل بار بالا و متغیر ضریب اصطکاک پایین با یک چرخش ۳۰ درجه ای در شرایط نصب یاتاقان های مورد بررسی می باشد.

- تحت شرایط کارکرد یکسان تاثیر زاویه انحراف بر عملکرد یاتاقان های ژورنال دو-لب به مرتبه بیش از انواع سه-لب می باشد. این تاثیرات به صورت کاهش زاویه مشخصه و افزایش میزان نشتی در عملکرد خروجی یاتاقان های ژورنال غیرمدور بروز می نماید.

فهرست علائم

در جدول زیر کمیت های بی بعد بدون علامت بار مشخص گردیده اند و علامت بار تنها برای نمایش بعددار بودن کمیت مربوطه می باشد.

لقی شعاعی متغیر درون یاتاقان ژورنال غیرمدور (m)	\bar{c}
کمترین میزان لقی شعاعی برای حالتی که مرکز محور و یاتاقان بر هم منطبق هستند. (m)	\bar{c}_m
فاصله میان مرکز یاتاقان و مرکز محور (m)	\bar{e}
ضخامت فیلم روان کار (m)	\bar{h}
متغیر ضریب اصطکاک	f_f
شعاع محور (m)	\bar{R}
فشار فیلم سیال (N/m^2)	\bar{p}
سرعت خطی ژورنال درون یاتاقان (m/s)	\bar{U}
قابلیت حمل بار	w
محورهای مختصات کارتزین منطبق بر مرکز یاتاقان	x, y, z
مرکز محور	O_j
طول یاتاقان (m)	\bar{L}
دبی نشتی روان کار از یاتاقان	Q_s
مرکز یاتاقان	O_b
علائم یونانی	
خروج از مرکزی یاتاقان	ε
نسبت منظری درون یاتاقان ($\bar{I}/2\bar{R}$)	λ
پیش بارگذاری اولیه درون یاتاقان (\bar{c}_m / \bar{c})	δ
زاویه بین خط المکزین یاتاقان و ژورنال z با محور	ϕ_0
مختصات زاویه ای اندازه گیری شده از x محور	θ
زاویه وضعی درون یاتاقان	θ_0
زاویه مابین نقطه شروع \hat{i} ام نسبت به محور x و پایان لب	θ_i^1, θ_i^2

پیوست

جدول ۶ پارامترهای بدون بعد

پارامتر بدون بعد	یاتاقان ژورنال ، روان کاری تراکم ناپذیر
$h = h(x)$	\bar{h}/\bar{c}_m
x	$\bar{x}/(\bar{R}\varphi_0) = \theta/\varphi_0$
y	\bar{y}/\bar{L}
p	$\bar{p}\bar{c}_m^2/(\mu\bar{U}\bar{R})$
w	$\bar{w}\bar{c}_m^2/(\mu\bar{U}\bar{L}\bar{R}^2)$

مراجع

1. Raimondi, A. A. and Boyd, J., "A Solution for the Finite Journal Bearing and Its Application to Analysis and Design", *ASLE Trans, Vol.1*, pp.159-209, (1958).
2. Kato, T. and Hori, Y., "A Fast Method for Calculating Dynamic Coefficients of a Finite Width Journal Bearing with Quasi Reynolds Boundary Condition", *Asme Journal of Tribology*, Vol. 110, pp. 387-393, (1988).
3. Pinkus, O., "Analysis of Elliptical Bearings", *Trans. ASME*, Vol. 16, pp. 965-976, (1956).
4. Malik, M., "A Comparative Study of Some Two-Lobed Journal Bearing Configurations", *ASLE Transactions*, Vol. 26, pp. 118-125, (1983).
5. Chandra, M., Malik, M. and Sinhasan, R., "Comparative Study of Four Gas Lubricated Noncircular Journal Bearing Configurations", *Tribology International*, Vol .16, No. 2, pp. 26-31, (1983).
6. Khonsari, M.M. and Brewe, D.E., "On the Performance of Finite Journal Bearing Lubricated with Micropolar Fluids", *Tribology Transaction*, Vol .32, pp. 155-150, (1989).
7. Prabhakran Nair, K. and Sukamaram, V.P., "Static and Dynamic Analysis of Elasto-Hydrodynamic Elliptical Journal Bearing with Micropolar Lubricant", *Tribol International*, Vol. 40, pp .297-305, (2007).
8. Bellman, R. and Casti, J., "Differential Quadrature and Long -term Integration", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 34, pp. 235-238, (1971).
9. Civan, F., and Sliepcevich, C.M., "Differential Quadrature for Multidimensional Problems", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 101, pp. 423-443, (1977).
10. Bert, C. W., Jang, S. K. and Stritz, A. G., "Two New Approximate Methods for Analyzing Free Vibration of Structural Components", *AIAA J*, Vol. 26, pp. 612-618, (1988).

11. Shu, C. and Richards, B. E., "Application of Generalized Differential Quadrature to Solve Two-dimensional Incompressible Navier-stokes Equation", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 15, pp. 791-798, (1992).
12. Malik, M. and Bert, C. W., "Differential Quadrature Solutions for Steady-state Incompressible and Compressible Lubrication Problems", *Journal of Tribology*, Vol. 116, pp. 296-302, (1994).
13. Zhang, Q., Guo, G., and Winoto, S. H., "Analysis of Hydrodynamic Journal Bearing with GDQ Method", *Magnetic Recording Conference, Digest of the Asia-Pacific, Singapore*, (2002).
14. Rahmatabadi, A. D., Zare Mehrjardi, M. and Fazel, M.R., "Performance Analysis of Micropolar Lubricated Journal Bearings Using GDQ Method", *Tribology Int*, Vol. 43, pp. 2000-2009, (2010).
15. Shu, C. and Richards, B. E., "Parallel Simulation of Incompressible Viscose Flows by Generalized Differential Quadrature", *Comput Syst in Eng*, Vol. 3, pp. 271-281, (1992).
16. Malik, M., Sinhasan, R. and Chandra, M., "Design Data for Three Lobe Bearing", *ASLE Transactions*, Vol. 24, pp. 345-353, (1981).
17. Malik, M., Chandra, M. and Sinhasan, R., "Analysis of a Centrally Loaded 120 Deg Partial Porous Journal Bearing Taking Tangential Velocity Slip into Account", *Journal of Mechanical Engineering Science*, pp. 171-178, (1981).
18. Szeri, A. Z., "Tribology: Friction Lubrication and Wear", McGraw Hill, New Edition, New York, (1980).