

**سینماتیک و دینامیک ربات مارمانند در حرکت کرممانند بر روی سطح شیب‌دار\***جواد صافحیان<sup>(۱)</sup>علیرضا اکبرزاده<sup>(۲)</sup>

**چکیده** ربات‌های مارمانند نوعی از ربات‌ها با تعداد درجات آزادی بالا می‌باشند که از به هم پیوستن لینک‌های مشابه توسط مفاصل یک یا دو درجه آزادی تشکیل شده‌اند. این ربات‌ها نسبت به ربات‌های دارای پا و یا چرخ ویژگی‌های زیادی دارند. در این مقاله سینماتیک و دینامیک ربات مارمانند برای حرکت کرممانند، روی سطح شیب‌دار، برای اولین بار بررسی شده است. حرکت کرممانند از انواع حرکتی است که ربات مارمانند در صفحه‌ی عمودی انجام می‌دهد. در ابتدا موقعیت، سرعت، شتاب و زوایای نسبی لینک‌ها با استفاده از منحنی سرپنویذ محاسبه و معادلات دینامیکی با توجه به سینماتیک ربات به کمک معادلات نیوتن به دست می‌آیند. نیروی اصطکاک به عنوان تنها نیروی پیشروی با مدل کولمب، مدل می‌شود. سپس به تأثیر عواملی چون ضریب اصطکاک و زاویه‌ی سطح شیب‌دار پرداخته شده و نشان داده شده است که با افزایش این دو ضریب، گشتاور مورد نیاز افزایش می‌یابد. برای تأیید معادلات سینماتیک و دینامیک ارائه شده، از روش لاگرانژ و نرم‌افزار تجاری و باتس استفاده شده است. هم‌چنین، از معادلات سینماتیک و دینامیک ارائه شده، می‌توان برای تولید حرکت‌های دیگر ربات مارمانند که در صفحه‌ی عمودی اتفاق می‌افتند نیز استفاده کرد. از طرف دیگر اهمیت هندسه‌ی لینک‌ها روی گشتاور موتورها نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در انتها، به جزئیات ربات مارمانند FUM-Snake 3 پرداخته شده است. آزمایش‌های عملی صورت گرفته با استفاده از این ربات، نتایج نرم‌افزار و باتس و مدل دینامیکی را تصدیق می‌نماید.

**واژه‌های کلیدی** ربات مارمانند، منحنی سرپنویذ، سینماتیک و دینامیک، سطح شیب‌دار.

## Kinematics and Dynamics of a Snake Robot with Worm Like Locomotion on Inclined Surface

J. Safehian

A. Akbarzadeh

**Abstract** Snake robots are hyper-redundant robots that are connected with one or two DOF joints. They offer a number of potential advantages beyond the capabilities of most wheeled and legged robots. In this paper, kinematics and dynamics of a planar multi-link snake robot in worm-like locomotion on an inclined surface is investigated. In this locomotion, Snake robot is able to move in the vertical plane. Body shape and curvature function are used to determine the joint relative angles in accordance with the worm-like locomotion. Next, position, velocity and acceleration of each link as well as center of gravity of the snake body are calculated. Newton principle is used to derive the dynamic equations based on kinematics of the snake robot. Friction forces, as the only driving force is modeled using Coulomb friction. Effects of friction coefficient and angle of inclined surface on the joint torques are investigated. It is shown that by increasing these coefficients the motor torques also increase. Webots software and Lagrangian method are both used to verify the theoretical results. Additionally, kinematics and dynamics equation presented in this paper may be used to generate other locomotions in vertical plane. Effect of link geometrical shape on motor torques is also investigated. Finally, FUM-Snake3 robot and physical experiments are used to further validate the mathematical model.

**Key Words** Snake Robot, Serpenoid Curve, Kinematics and Dynamics, inclined surface.

\* تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۰/۳/۳ و تاریخ پذیرش آن ۱۳۹۱/۷/۴ می‌باشد.

(۱) نویسنده‌ی مسؤول: دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) دانشیار، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

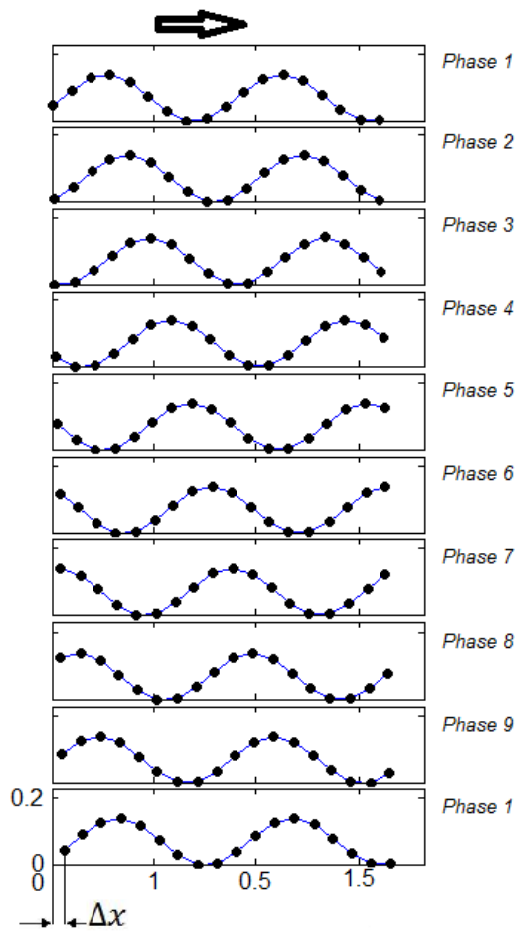
## مقدمه

ربات‌های مارمانند با تعداد درجه‌ی آزادی زیاد از ۳۰ سال قبل مورد مطالعه قرار گرفته‌اند [1]. در طی این مدت زمان، مدل‌های حرکتی مختلفی از ربات‌های مارمانند بررسی شده‌اند [2-4]. حرکت سرپتین (Serpentine Locomotion) (در صفحه‌ی افقی) و حرکت موج شکل (در صفحه‌ی عمودی) دو مدل حرکتی صفحه‌ای می‌باشند [5-8]. حرکت سرپتین بر روی زمین شکل گرفته و نیروی پیشروی آن تنها اصطکاک می‌باشد که از اختلاف ضریب اصطکاک در جهت مماسی و عمودی سرچشمه می‌گیرد [9,10]. به‌علاوه دانشمندان به بررسی حرکت ربات مارمانند در سه بعد نیز پرداخته‌اند که از ترکیب دو حرکت افقی و عمودی به دست می‌آید [11]. اکثر حرکت‌ها معمولاً نیاز به چرخ دارند. اما برخلاف بیشتر حرکت‌ها، حرکت کرم مانند نیاز به چرخ ندارد. یکی دیگر از ویژگی‌های مهم این نوع حرکت این است که عرض آن به طور تقریبی با عرض ربات مارمانند یکی می‌باشد. در حالی که فضای اشغال‌شده توسط حرکت سرپتین به دامنه‌ی حرکت ربات مارمانند بستگی دارد، که معمولاً از عرض ربات بزرگ‌تر است. لذا از این حرکت می‌توان برای عبور از شکاف‌های باریک استفاده کرد. با کنترل کردن مفصل‌ها در حرکت کرم مانند، ربات می‌تواند قسمتی از بدن خود را بالا آورد تا به طرف دیگر شکاف برسد و از روی شکاف عبور کند. از طرفی حرکت عمودی دارای بازدهی کمی می‌باشد، زیرا سرعت این حرکت نسبت به حرکت‌های دیگر ربات مارمانند کم‌تر است [6]. چن و همکاران [11] در مقاله‌ی خود مدلی برای حرکت موج‌شکل ارائه کرده و آن را از نظر سینماتیک و دینامیک مورد مطالعه قرار داده‌اند. هم‌چنین ایشان نتایج محاسبات خود را بر روی یک ربات ۸ لینکی پیاده‌سازی کرده‌اند. آن‌ها از روش نیوتن برای به دست آوردن معادلات دینامیکی استفاده کرده‌اند. در مقاله‌ی [12] به کمک

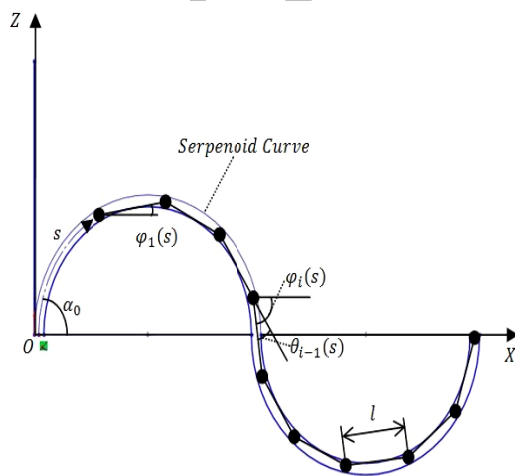
روش نیوتن توانسته‌اند مدلی را برای دینامیک و هم‌چنین قیود محیطی برای حرکت خزشی ایجاد کنند. اکبرزاده و حسن‌زاده [13-15] دینامیک و سینماتیک حرکت سرپتین را مورد بررسی قرار داده‌اند. هم‌چنین آن‌ها به کمک الگوریتم ژنتیک این نوع حرکت را بهینه و به حرکات جدیدی دست یافته‌اند. به‌علاوه اکبرزاده و همکاران [16-18] حرکت موج‌شکل که در صفحه‌ی عمودی اتفاق می‌افتد را نیز مورد بررسی قرار داده‌اند. در این مقاله سینماتیک و دینامیک ربات مارمانند به کمک روش نیوتن در حرکت کرم مانند برای اولین بار بر روی سطح شیب‌دار مورد مطالعه قرار گرفته‌است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش شیب و ضریب اصطکاک، گشتاور لازم برای موتورهای افزایش می‌یابد. در ادامه نتایج حاصل از روش نیوتن، توسط نتایج حاصل از روش لاگرانژ و نرم‌افزار باتس ارزیابی و صحت‌گذاری شده‌است. آزمایش‌های انجام‌شده توسط ربات مارمانند 3 FUM- snake نشان می‌دهند که مدل سینماتیکی و دینامیکی ارائه‌شده در این مقاله مناسب می‌باشند. هم‌چنین با استفاده از ایده‌ی جدیدی در طراحی لینک‌های این ربات، گشتاور لازم در مفصل‌های ربات، کاهش یافته‌است.

## مکانیزم حرکت کرم مانند

حرکت کرم مانند به صورت دوبعدی و در صفحه‌ای عمود بر کف زمین انجام می‌شود. به منظور تشریح مدل حرکتی کرم مانند، ربات مارمانند به صورت یک مدل چندلینکی، در شکل (۱) ساده‌سازی شده‌است. این مدل شامل ۱۷ لینک صلب، با توزیع وزن یک‌نواخت، توسط ۱۶ مفصل به هم متصل شده‌اند. هر مفصل توسط یک موتور به حرکت در می‌آید. در شکل نقاط سیاه نماینده‌ی مفصل میان لینک‌ها، بردار سیاه نشان دهنده‌ی جهت پیش‌روی و  $\Delta x$  معرف میزان پیش‌روی ربات است. در مدل لینک-مفصل مذکور فرض بر این است که همواره ربات توسط نقاط مفصل



شکل ۱ چگونگی قرار گرفتن لینک‌ها بر روی منحنی سرپنوید



شکل ۲ قرار گرفتن لینک‌ها بر روی منحنی سرپنوید

بروی زمین قرار می‌گیرد. به زبان دیگر، مفصل‌ها تنها نقاط تماس ربات با زمین هستند. با این فرض می‌توان گفت که تمام نیروهای خارجی وارد بر ربات، به استثنای نیروی گرانش، از طریق نقاط مفصل‌ها به ربات وارد می‌شوند.

در شکل (۱) یک دوره‌ی کامل حرکتی براساس نحوه‌ی تماس مفصل‌ها با زمین به نه فاز تقسیم شده‌است. همان‌طور که در شکل نشان داده شده‌است، در طول حرکت همواره فقط دو نقطه از ربات با زمین در تماس است و به تبع آن نیروی اصطکاک ناشی از زمین، تنها در دو نقطه به ربات وارد می‌شود. هم‌چنین ما فرض می‌کنیم لینک‌ها برای مدت بسیار کوتاهی در حالت افقی توقف خواهند داشت. این فرض‌ها در ادامه کرم‌مانند استفاده شده‌است.

### منحنی بدن مار

تا کنون، کنترل فرم بدن مار با تقلید از منحنی استخوان پشت مار تعریف شده است [1]. این منحنی می‌تواند با استفاده از منحنی سرپنوید (Serpentine Curve) تخمین زده شود. انحنای منحنی سرپنوید از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$\rho(s) = \frac{-2k_n \pi \alpha}{L} \sin\left(\frac{2k_n \pi s}{L}\right) \quad (1)$$

که در آن  $L$  طول مار،  $k_n$  تعداد موج‌ها،  $\alpha$  زاویه‌ی پیش‌اولیه‌ی منحنی و  $s$  متغیری در طول بدن مار می‌باشد، که در شکل (۲) نشان داده شده‌است. مارمانند شامل  $n$  لینک به طول  $l$  است که توسط  $n-1$  مفصل به یکدیگر وصل شده‌اند. هر لینک طوری طراحی شده‌است که مرکز جرم در وسط لینک قرار گیرد. زاویه‌ی نسبی لینک‌ها با توجه به رابطه‌ی  $d\theta = \rho ds$  قابل محاسبه می‌باشند.

$$\ddot{\varphi}_i = \ddot{\varphi}_1 + \sum_{k=1}^{i-1} \ddot{\theta}_k \quad (7)$$

که  $\varphi_i(s)$ ،  $\dot{\varphi}_i(s)$  و  $\ddot{\varphi}_i(s)$  به ترتیب زاویه‌ی مطلق، سرعت زاویه‌ای مطلق و شتاب زاویه‌ای مطلق لینک  $i$ ام نسبت به محور  $X$  می‌باشند.

### سینماتیک ربات مارمانند

در شکل (۳)،  $O-X-Z$  به عنوان سیستم مختصات ثابت و  $O_i X_i Z_i$  به عنوان سیستم مختصات محلی نشان داده شده‌است. با توجه به این شکل، سیستم مکانیکی در صفحه دارای  $n+2$  درجه آزادی است که با  $n-1$  مفصل به یکدیگر متصل شده‌اند. این سیستم مکانیکی دارای سه مختصات اصلی مستقل  $x_1$ ،  $z_1$  و  $\varphi_1$  است و بقیه در ارتباط با این سه مختصه می‌باشند. لذا داریم:

$$x_{i+1} = x_i + l_i \cos \varphi_i \quad (8)$$

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i - l_i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \quad (9)$$

$$\ddot{x}_{i+1} = \ddot{x}_i - l_i \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i - l_i \ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i \quad (10)$$

$$z_{i+1} = z_i + l_i \sin \varphi_i \quad (11)$$

$$\dot{z}_{i+1} = \dot{z}_i + l_i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \quad (12)$$

$$\ddot{z}_{i+1} = \ddot{z}_i - l_i \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i + l_i \ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i \quad (13)$$

$$\theta_i(s) = -2\alpha \sin\left(\frac{k_n \pi}{L}\right) \times \sin\left(\frac{2k_n \pi s}{L} + \frac{2k_n \pi i}{l_i} - \frac{k_n \pi}{n}\right) \quad (2)$$

با مشتق‌گیری از معادله‌ی (۲) سرعت و شتاب نسبی لینک‌ها به صورت زیر قابل محاسبه‌است.

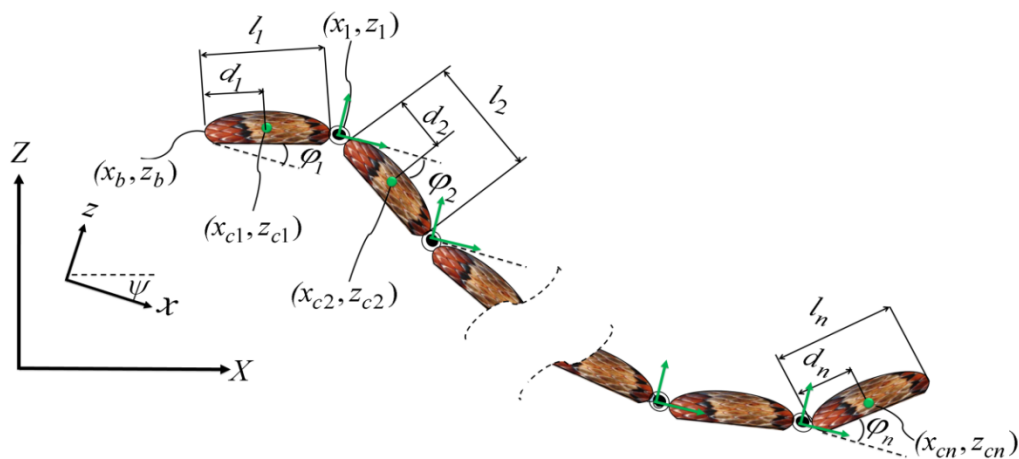
$$\dot{\theta}_i(s) = \frac{-4\alpha k_n \pi}{L} \sin\left(\frac{k_n \pi}{L}\right) \times \sin\left(\frac{2k_n \pi s}{L} + \frac{2k_n \pi i}{l_i} - \frac{k_n \pi}{n}\right) s \quad (3)$$

$$\ddot{\theta}_i(s) = \frac{-4\alpha k_n \pi}{L} \sin\left(\frac{k_n \pi}{L}\right) \times \sin\left(\frac{2k_n \pi s}{L} + \frac{2k_n \pi i}{l_i} - \frac{k_n \pi}{n}\right) \ddot{s} + 8 \frac{-4\alpha k_n^2 \pi^2}{L^2} \sin\left(\frac{k_n \pi}{L}\right) \times \sin\left(\frac{2k_n \pi s}{L} + \frac{2k_n \pi i}{l_i} - \frac{k_n \pi}{n}\right) s^2 \quad (4)$$

که در آن  $n$  تعداد لینک‌ها به طول  $l_i$  و  $\theta_i(s)$ ،  $\dot{\theta}_i(s)$  و  $\ddot{\theta}_i(s)$  به ترتیب زاویه‌ی نسبی، سرعت زاویه‌ای نسبی و شتاب زاویه‌ای نسبی لینک  $i$ ام نسبت به محور  $X$  است. با داشتن  $s$ ،  $\theta_i(s)$ ،  $\dot{\theta}_i(s)$  و  $\ddot{\theta}_i(s)$  از معادلات (۲-۴) قابل محاسبه خواهند بود. زوایای مطلق، سرعت و شتاب مطلق مفصل‌ها نیز به کمک فرمول‌های زیر محاسبه می‌شوند.

$$\varphi_i = \varphi_1 + \sum_{k=1}^{i-1} \theta_k \quad (5)$$

$$\dot{\varphi}_i = \dot{\varphi}_1 + \sum_{k=1}^{i-1} \dot{\theta}_k \quad (6)$$



شکل ۳ مختصات گذاری بر روی ربات مارمانند

ترتیب موقعیت، سرعت و شتاب مرکز جرم آیین لینک می‌باشند. موقعیت، سرعت و شتاب مرکز جرم ربات مارمانند با استفاده از فرمول‌های زیر قابل محاسبه هستند.

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_{iG}}{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{iG} \quad (20)$$

$$\dot{X}_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \dot{x}_{iG}}{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \dot{x}_{iG} \quad (21)$$

$$\ddot{X}_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_{iG}}{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ddot{x}_{iG} \quad (22)$$

$$Z_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_{iG}}{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{iG} \quad (23)$$

$$\dot{Z}_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \dot{z}_{iG}}{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \dot{z}_{iG} \quad (24)$$

$$\ddot{Z}_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \ddot{z}_{iG}}{M} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ddot{z}_{iG} \quad (25)$$

که در روابط بالا  $\ddot{z}_i, \dot{x}_i, z_i, \dot{x}_i, x_i$  به ترتیب موقعیت، سرعت و شتاب مفصل آام می‌باشند. در این مقاله طول یکسان  $l$  برای تمامی لینک‌ها در نظر گرفته شده است. بنابراین موقعیت، سرعت و شتاب مرکز جرم لینک آام به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$x_{iG} = x_i + \frac{1}{2} \cos \varphi_i \quad (14)$$

$$\dot{x}_{iG} = \dot{x}_i - \frac{1}{2} \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \quad (15)$$

$$\ddot{x}_{iG} = \ddot{x}_i - \frac{1}{2} \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i - \frac{1}{2} \ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i \quad (16)$$

$$z_{iG} = z_i + \frac{1}{2} \sin \varphi_i \quad (17)$$

$$\dot{z}_{iG} = \dot{z}_i + \frac{1}{2} \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \quad (18)$$

$$\ddot{z}_{iG} = \ddot{z}_i - \frac{1}{2} \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i + l \ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i \quad (19)$$

که در روابط بالا  $\ddot{z}_i, \dot{x}_i, z_i, \dot{x}_i, x_i$  به

هم چنین محاسبه ی گشتاور نیروها حول مرکز جرم لینک ربات به صورت زیر نوشته می شود،

$$\begin{aligned} & \tau_i - \tau_{i+1} + (f_{ix} + f_{i+1x} + F_{i,i} - F_{i,i+1})l \sin\varphi_i / 2 \\ & - (f_{iz} + f_{i+1z} + N_{i,i} - N_{i,i+1})l \cos\varphi_i / 2 \\ & = I_i \ddot{\phi}_i \end{aligned} \quad (28)$$

از آنجایی که سر و دم ربات مارمانند آزاد می باشد، لذا داریم،

$$f_{ix} = f_{iz} = f_{n+1x} = f_{n+1z} = 0 \quad (29)$$

$$\tau_1 = \tau_{n+1} = 0 \quad (30)$$

از معادلات (28-26) به معادلات زیر دست خواهیم یافت،

$$\sum_{i=1}^n m \ddot{x}_{iG} = \sum_{i=1}^n F_i \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^n m \ddot{z}_{iG} = 0 \quad (32)$$

که  $\ddot{Z}_G, \ddot{X}_G, \dot{Z}_G, \dot{X}_G, Z_G, X_G$  به ترتیب موقعیت، سرعت و شتاب مرکز جرم کل ربات مارمانند را نشان می دهند. با ورودی s می توان موقعیت، سرعت و هم چنین شتاب لینک ها را از معادلات (9 و 8 و 5) محاسبه کرد.

### دینامیک سیستم

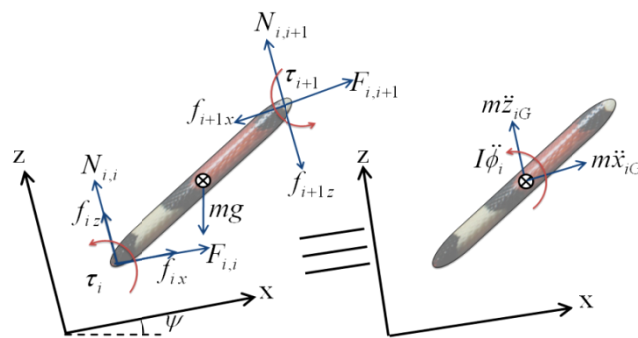
دیاگرام نیرویی بین لینک ها در شکل (4) نشان داده شده است. که در آن  $F_{i,i+1}$  و  $N_{i,i+1}$  نیروی عکس العمل و نیروی اصطکاک وارد از لینک  $i$ ام به لینک  $i+1$ ام می باشند. همچنین  $\tau_i$  و  $f_i$  و  $m_i$  و  $I_i$  به ترتیب نشان دهنده ی گشتاور وارد بر لینک  $i$ ام، نیروی داخلی، جرم و ممان اینرسی لینک  $i$ ام هستند. بنابراین طبق اصل نیوتن روابط زیر حاصل می شوند.

معادله ی نیوتن در جهت x به صورت زیر نوشته می شود،

$$\begin{aligned} & f_{ix} - f_{i+1x} + F_{i,i} + F_{i,i+1} \\ & - mg \sin \psi = m \ddot{x}_{iG} \end{aligned} \quad (26)$$

به صورت مشابه معادله ی نیوتن در جهت z به صورت زیر نوشته می شود،

$$\begin{aligned} & f_{iz} - f_{i+1z} + N_{i,i} + N_{i,i+1} \\ & - mg \cos \psi = m \ddot{z}_{iG} \end{aligned} \quad (27)$$



شکل 4 نیروهای وارد بر لینک i

$$\begin{aligned} \tau_i - \tau_{i+1} + (2 \sum_{j=i}^n m \ddot{x}_j - m \ddot{x}_i - \\ 2 \sum_{j=i+1}^{n+1} F_j + (2n+1-2i)mg \sin \psi) l \sin \phi_i / 2 - \\ (2 \sum_{j=i}^n m \ddot{z}_j - m \ddot{z}_i - 2 \sum_{j=i+1}^{n+1} N_j + \\ (2n+1-2i)mg \cos \psi) l \cos \phi_i / 2 = I_i \ddot{\phi}_i \end{aligned} \quad (37)$$

که در آن  $F_j$  و  $N_j$  جایگزین نیروی عکس‌العمل می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$F_j = F_{j-1,j} + F_{j,j} \quad (38)$$

$$N_j = N_{j-1,j} + N_{j,j} \quad (39)$$

محاسبه‌ی نیروهای تکیه‌گاهی و اصطکاک در بخش بعد انجام شده‌است.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{aligned} & (2 \sum_{j=i}^n m \ddot{x}_j - m \ddot{x}_i - 2 \sum_{j=i+1}^{n+1} F_j + \\ & (2n+1-2i)mg \sin \psi) l \sin \phi_i / 2 \\ & - (2 \sum_{j=i}^n m \ddot{z}_j - m \ddot{z}_i - \\ & 2 \sum_{j=i+1}^{n+1} N_j + (2n+1-2i)mg \cos \psi) l \cos \phi_i / 2 \end{aligned} \right\} \\ = \sum_{i=1}^n I_i \ddot{\phi}_i \end{aligned} \quad (40)$$

از معادلات (۳۳، ۳۴، ۴۰) مجهولات  $\ddot{\phi}_1$ ،  $\ddot{x}_1$  و  $\ddot{z}_1$  محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از روابط اوپلر در انتگرال‌گیری،  $\phi_1$ ،  $x_1$  و  $z_1$  در لحظه‌ی بعد محاسبه خواهد شد و این کار تا پایان زمان شبیه‌سازی ادامه می‌یابد.

با قرار دادن معادله‌های (۱۹ و ۱۶) در معادلات (۳۱ و ۳۲) روابط زیر حاصل می‌شود،

$$\begin{aligned} m \ddot{x}_1 - m \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^{i-1} (1 \cos(\phi_k) \dot{\phi}_k^2 + 1 \sin(\phi_k) \ddot{\phi}_k) + * \right\} = \\ = \sum_{i=1}^n F_i - n mg \sin \psi \\ * = \frac{1}{2} \cos(\phi_1) \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} \sin(\phi_1) \ddot{\phi}_1 \end{aligned} \quad (33)$$

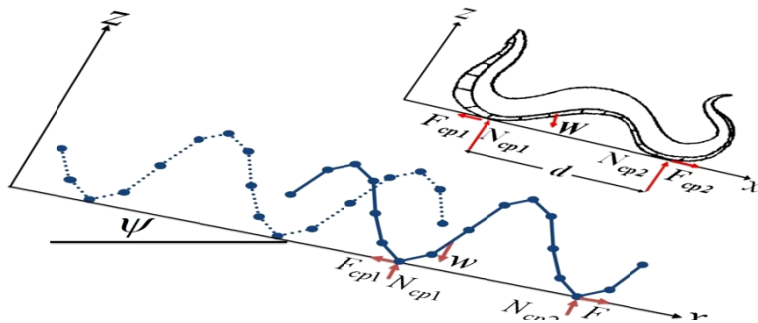
$$\begin{aligned} n \ddot{z}_1 - \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^{i-1} (1 \sin(\phi_k) \dot{\phi}_k^2 - 1 \cos(\phi_k) \ddot{\phi}_k) + * \right\} = 0 \\ * = \frac{1}{2} \sin(\phi_1) \dot{\phi}_1^2 - \frac{1}{2} \cos(\phi_1) \ddot{\phi}_1 \end{aligned} \quad (34)$$

با استفاده از معادلات (۳۳ و ۳۴)، شتاب ابتدای سر ربات مارمانند ( $\ddot{z}_1$  و  $\ddot{x}_1$ ) قابل محاسبه خواهد بود. همچنین به کمک معادلات (۲۶ و ۲۷) می‌توان ارتباط بین نیروهای داخلی و خارجی ربات، از دم تا سر ربات، محاسبه کرد.

$$\begin{aligned} f_{ix} = \sum_{j=i}^n m \ddot{x}_j - \sum_{j=i+1}^{n+1} F_j - F_{i,i} + \\ (n-i+1)mg \sin \psi \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} f_{iz} = \sum_{j=i}^n m \ddot{z}_j - \sum_{j=i+1}^{n+1} N_j + \\ (n+1-i)mg \cos \psi - N_{i,i} \end{aligned} \quad (36)$$

با قرار دادن معادلات (۳۵ و ۳۶) در معادله (۲۸) داریم:



شکل ۵ نیروهای خارجی وارد بر ربات مارمانند

که  $d$  فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی در تماس با زمین است. هم‌چنین  $M\ddot{Z}_G$  و  $M\ddot{X}_G$  نیروهای اینرسی وارد بر بدنه‌ی ربات مار می‌باشند. اصطکاک کولمب (Coulomb friction) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$F_i = -\mu \cdot \text{sign}(v) \cdot N_i \quad (43)$$

که در آن  $\mu$  ضریب اصطکاک بین بدن مار و زمین است. با استفاده از معادلات (۴۳-۴۱) نیروی اصطکاک محاسبه می‌شود. در قسمت بعد نتایج حاصل از حل معادلات برای شبیه‌سازی آورده شده‌است.

بیان این نکته در مدل‌سازی دینامیکی ضروری است که ربات در حین پیشروی همواره در دو نقطه با زمین در تماس خواهد بود. این مطلب در شکل (۱) به وضوح نشان داده شده‌است.

### نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت حرکت کرم‌مانند شبیه‌سازی شده‌است و نتایجی از قبیل تأثیر اصطکاک و زاویه‌ی پیش‌اولیه، بر گشتاور مورد بررسی قرار گرفته‌اند. پارامترهای فیزیکی ربات و پارامترهای منحنی سرپنویذ در دو جدول (۲ و ۱) آورده شده‌اند. از طرفی مقدار  $\dot{\theta}$  را به صورت دل‌خواه زیر تعریف می‌کنیم.

بررسی نیروهای محیطی. بررسی نیروهای اصطکاک وارده بر ربات، اصلی‌ترین موضوع در تعیین دینامیک ربات است. زیرا نیروهای اصطکاک و هم‌چنین نیروی عکس‌العمل زمین، تابعی از فرم بدن ربات مارمانند در حرکت می‌باشند. ربات ۱۶ لینکی نشان داده شده در شکل (۵) را در نظر بگیرید. برای این ربات  $k_{ii}$  به عنوان مؤثرترین پارامتر در تعیین فرم ظاهر ربات، ۲ در نظر گرفته شده‌است. این پارامتر تعیین‌کننده‌ی تعداد موج‌هایی (پریودهایی) است که در پیکره‌ی مار دیده می‌شود.

شکل (۵) نشان دهنده‌ی حرکت کرم‌مانند در یک زمان خاص می‌باشد. مفصل‌های در تماس با زمین، با دو نقطه  $cp1$  و  $cp2$  مشخص شده‌اند. نیروهای خارجی وارد بر جسم عبارتند از: نیروی گرانشی ( $W$ )، نیروی اصطکاک ( $F$ ) و نیروی عکس‌العمل زمین ( $N$ ). نیروی اصطکاک همان نیروی جلوبرنده است. براساس معادل‌سازی نیروها و گشتاورها داریم،

$$N_{cp1} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} (W \cos \psi + M\ddot{Z}_G)(x_G - x_{cp1}) \\ -(W \sin \psi + M\ddot{X}_G)z_G \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$N_{cp1} = W \cos \psi - N_{cp2} \quad (42)$$



که در آن  $T$  زمان شبیه‌سازی و  $a$  شتاب مطلوب می‌باشد. مفصل ۹ را در نظر بگیرید. این مفصل نزدیک‌ترین نقطه به مرکز جرم کل ربات است. از طرفی در میان مفصل‌های ربات بیشترین گشتاور به آن وارد می‌شود. هنگامی که  $\alpha = \pi/6$ ،  $\mu$  دارای دو مقدار مشخص شده در شکل و هم‌چنین زاویه‌ی سطح شیب‌دار  $\psi = 5^\circ$  باشد، گشتاور مورد نیاز به صورتی که در شکل (۶) نشان داده شده است تغییر می‌کند.

همان‌طور که انتظار می‌رود، با افزایش ضریب اصطکاک، گشتاور لازم نیز افزایش می‌یابد. مفصل ۹ را دوباره در نظر بگیرید. فرض کنید  $\mu = 0.3$  و  $\psi = 5^\circ$  در نظر گرفته شده باشند. همان‌طور که از شکل (۷) پیداست، با افزایش زاویه‌ی سطح شیب‌دار، گشتاور مورد نیاز نیز افزایش می‌یابد. باید توجه داشت که علت پیک‌ها در منحنی گشتاور، وجود تماس‌های ضربه‌ای ربات با زمین در حین حرکت می‌باشد.

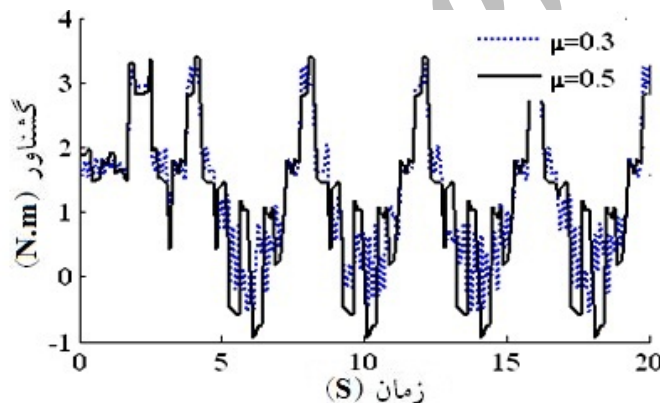
$$\ddot{s} = \begin{cases} -a & 0 \leq t < T/10 \\ 0 & T/10 \leq t < 9T/10 \\ a & 9T/10 \leq t < T \end{cases} \quad (44)$$

جدول ۱ پارامترهای شبیه‌سازی

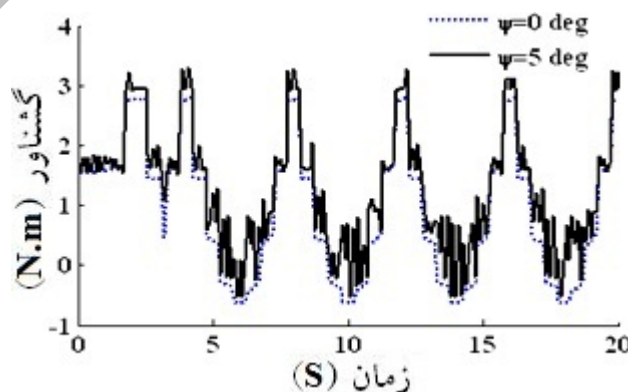
$l=0.1$	طول هر لینک بر حسب متر
$n=16$	تعداد کل لینک‌ها
$M=0.1$	جرم هر لینک بر حسب کیلوگرم
$\mu=0.3$	ضریب اصطکاک

جدول ۲ پارامترهای منحنی سرپنویذ

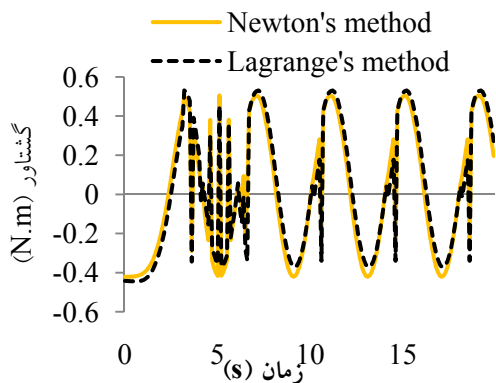
$\alpha=\pi/6$	زاویه‌ی پیچش اولیه
$L=1.6 \text{ m}$	طول کل ربات مارمانند
$k_n=2$	تعداد موج‌ها



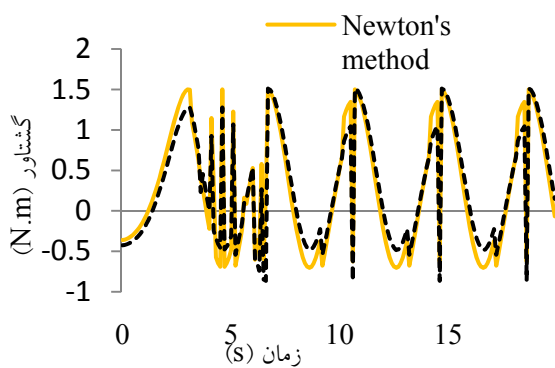
شکل ۶ تأثیر محیط بر گشتاور مفصل ۹



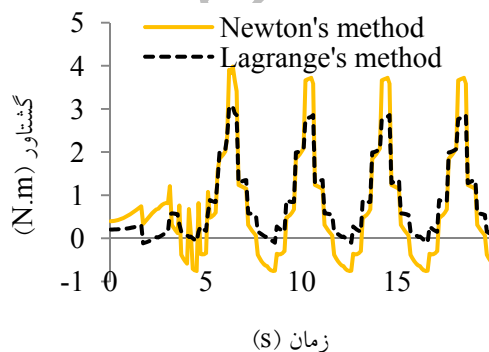
شکل ۷ تأثیر زاویه‌ی سطح شیب‌دار بر گشتاور مفصل ۹



شکل ۸ مقایسه گشتاورهای محاسبه شده با استفاده از روش نیوتن و لاگرانژ در مفصل یک، به ازای  $\Psi=0^\circ$



شکل ۹ مقایسه گشتاورهای محاسبه شده با استفاده از روش نیوتن و لاگرانژ در مفصل سه، به ازای  $\Psi=0^\circ$



شکل ۱۰ مقایسه گشتاورهای محاسبه شده با استفاده از روش نیوتن و لاگرانژ در مفصل نه، به ازای  $\Psi=0^\circ$

از شکل‌های (۷ و ۶) می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش شیب از  $0^\circ$  تا  $5^\circ$  و هم‌چنین افزایش ضریب اصطکاک از 0.3 تا 0.5، متوسط قدرمطلق گشتاور مورد نیاز به ترتیب در حدود 22% و 15% افزایش یافته‌است. متوسط قدرمطلق گشتاور به صورت رابطه‌ی (۴۵) قابل محاسبه‌است [11].

$$\tau_{ave} = \frac{\sum_{i=1}^N |\tau_i|}{N} \quad (45)$$

در ادامه برای تصدیق روابط فوق از روش لاگرانژ و نرم‌افزار وباتس (Webots) استفاده شده‌است.

### تصدیق نتایج

نرم‌افزار وباتس توسط یک مهندس کامپیوتر سوئیس، طراحی و توسعه داده شده‌است [19]. در وباتس به وسیله‌ی محیط‌گرافیکی، تک‌تک المان‌های ربات کنار هم متصل می‌شوند و هر کدام دارای یک مرز مشخص خواهند بود. در صورت برخورد ربات با هر شیء خارجی دارای جرم و مرز، همانند محیط واقعی تصادم صورت می‌گیرد. لذا رباتی که در این نرم‌افزار شبیه‌سازی شود، اگر با موفقیت مأموریتش را انجام بدهد، در محیط طبیعی و پس از ساخت هم با همین موفقیت روبه‌رو خواهد شد. لذا وباتس یک محک بسیار عالی برای ارزیابی دینامیکی ربات به شمار می‌آید [21,22]. تمام الگوریتم‌های حرکت و گریز از مانع ربات، به وسیله‌ی برنامه‌نویسی به زبان C نوشته شده‌است. ابتدا دو روش نیوتن و لاگرانژ مقایسه خواهند شد و سپس شبیه‌سازی‌ها در محیط نرم‌افزار وباتس مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

شکل‌های (۱۰-۸) مقایسه‌ی بین روش نیوتن و لاگرانژ [18] در مفصل‌های ۱، ۳ و ۹ را نشان می‌دهد.

است. هم‌چنین لازم به ذکر است، هر چقدر تعداد لینک‌های سازنده‌ی ربات بیشتر باشد، صحت این فرض ساده‌سازی آشکارتر است.

پس از ایجاد مدل ربات مارمانند در نرم‌افزار وباتس، شرایط شبیه‌سازی، همانند شرایط شبیه‌سازی در نرم‌افزار متلب تعیین می‌شوند. سپس به موتورهای روی مفصل‌های ربات زاویه‌های نسبی معادله (۲) داده شده‌است. شکل (۱۱) نمایی از ربات مارمانند شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار وباتس را نشان می‌دهد. شکل (۱۲)، مقایسه بین گشتاور خروجی در نرم‌افزار وباتس و روش نیوتن را نشان می‌دهد که صحت معادلات دینامیکی را بیان می‌کند.

### نتایج تجربی

بررسی حرکت کرم‌مانند در سطح شیب‌دار به صورت تجربی توسط ربات 3 FUM- snake (شکل ۱۳) انجام شده‌است. این ربات دارای ۹ لینک می‌باشد و قابلیت حرکت در صفحه‌ی عمودی را دارد. بر خلاف بیشتر ربات‌های مارمانند که از چرخ در زیر ربات استفاده شده‌است، لینک‌های این ربات بدون چرخ طراحی شده‌اند. این ربات قادر به عبور از شکاف و حرکت بر روی سطح شیب‌دار است. به طور کلی ربات‌هایی که در صفحه‌ی عمودی حرکت می‌کنند، دارای سرعت کم‌تری نسبت به انواع دیگر ربات‌ها هستند [20]. سرعت پیشروی این ربات در حدود 105 mm/s است که دارای سرعت مناسبی نسبت به هم‌نوعان خود است.

این ربات دارای طول 760 mm و وزن کلی 1.4 kg است. هر لینک آن دارای عرض و ارتفاعی به ترتیب 75 mm و 60 mm است. لینک‌های این ربات به گونه‌ای طراحی شده‌اند که هیچ‌گونه تداخلی در راستای دوران با یکدیگر ندارند (شکل ۱۴). در ساخت ربات مارمانند از سروموتورهای Dynamixel-AX 12 استفاده شده است. هم‌چنین حداکثر جریان مورد استفاده‌ی این سروموتورها 900 mA است.

در شکل‌های (۱۰-۸) دیده می‌شود که در برخی فواصل زمانی، مقدار گشتاور به صورت منفی محاسبه شده‌است. مقادیر مثبت و منفی بدان معناست که جهت بردار گشتاور در مفصل به سمت خارج و داخل صفحه متغیر است. همان‌طور که در این شکل‌ها قابل مشاهده‌است، روند تغییرات گشتاور حاصل از حل معادلات دینامیکی به روش نیوتن در این مقاله، با دقت خوبی مشابه گشتاورهای محاسبه‌شده از روش لاگرانژ است. در جدول (۳) گشتاورهای ماکزیمم و مینیمم حاصل از دو روش لاگرانژ و نیوتن با هم مقایسه شده‌اند. در این جدول  $N_{Max}$  بیشترین گشتاور در روش نیوتن،  $L_{Max}$  بیشترین گشتاور در روش لاگرانژ،  $N_{Min}$  کم‌ترین گشتاور در روش نیوتن و  $L_{Min}$  کم‌ترین گشتاور در روش لاگرانژ در مفصل‌های مختلف است. هم‌چنین نسبت اختلاف نتایج حاصل از دو روش به صورت رابطه‌ی (۴۷ و ۴۶) محاسبه شده‌است.

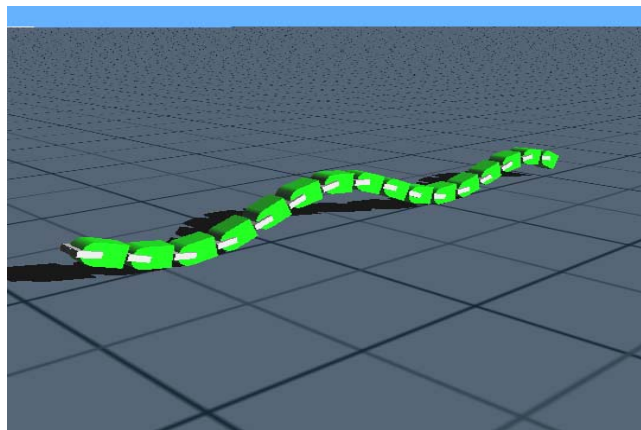
$$R_{Max} = \frac{|N_{Max} - L_{Max}|}{N_{Max}} \quad (46)$$

$$R_{Min} = \frac{|N_{Min} - L_{Min}|}{N_{Min}} \quad (47)$$

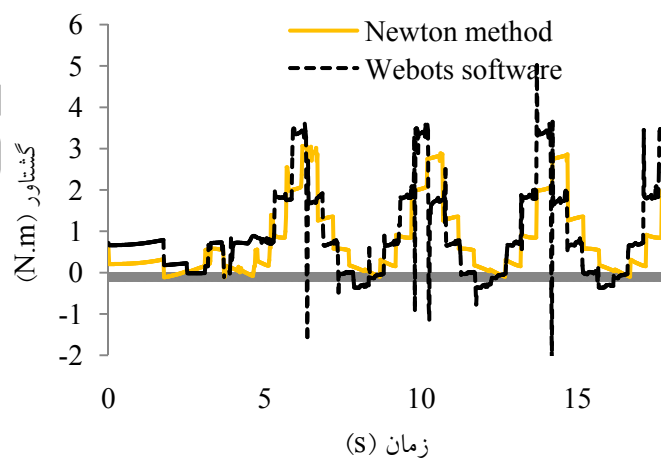
مشاهده‌ی  $R_{Min}$  و  $R_{Max}$  در جدول (۳) نشان می‌دهد، هر چقدر مفصل به محل مرکز جرم ربات نزدیک‌تر باشد، اختلاف گشتاورهای محاسبه‌شده در دو روش بیشتر خواهد بود. به زبان دیگر در مقایسه‌ی شکل‌های (۱۰-۸)، اختلاف گشتاورهای محاسبه‌شده میان دو روش، برای مفصل ۹ بیشتر است. دلیل این مسأله را می‌توان در ساده‌سازی انجام شده در روش نیوتن جستجو نمود. این ساده‌سازی در حل دینامیک مسأله در رابطه‌ی (۳۲) انجام گرفته‌است. در این رابطه شتاب مرکز جرم ربات در راستای عمود بر صفحه  $(\ddot{Z}_G)$  برابر با صفر در نظر گرفته شده‌است. از آن‌جا که مرکز جرم ربات به مفصل شماره ۹ نزدیک‌تر است، تأثیر این ساده‌سازی در گشتاور مفصل ۹ پررنگ‌تر

جدول ۳ مقایسه‌ی ماکزیمم و مینیمم‌های دو روش حل نیوتن و لاگرانژ (N.m)

$L_{Max}$	$N_{Max}$	$R_{Max}$	$L_{Min}$	$N_{Min}$	$R_{Min}$	شماره‌ی مفصل
0.53	0.50	5.8% بیش‌تر	-0.37	-0.42	11.7% کم‌تر	مفصل ۱
1.49	1.49	0%	-0.47	-0.69	31.9% کم‌تر	مفصل ۳
2.83	3.69	23.5% کم‌تر	-0.11	-0.74	85.1% کم‌تر	مفصل ۹



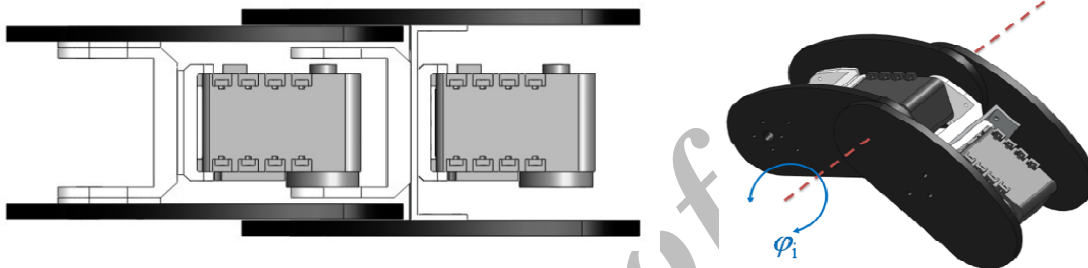
شکل ۱۱ نمایشی از مدل ربات مار در حرکت کرم‌مانند در نرم‌افزار وباتس



شکل ۱۲ گشتاور خروجی از نرم‌افزار وباتس در مفصل ۹



شکل ۱۳ ربات FUM- snake 3



شکل ۱۴ لینک ربات FUM- snake 3

شکل (۱۷) ربات را در حال عبور از روی سطح شیب‌دار نشان می‌دهد. با تغییر زاویه‌ی سطح شیب‌دار می‌توان افزایش تقریباً ۱۵٪ جریان مورد استفاده‌ی سروموتورها را مشاهده نمود. هم‌چنین با تغییر در ضریب اصطکاک، تغییر در گشتاور مورد نیاز ربات (جریان مورد نیاز سروموتورها) قابل مشاهده‌است.

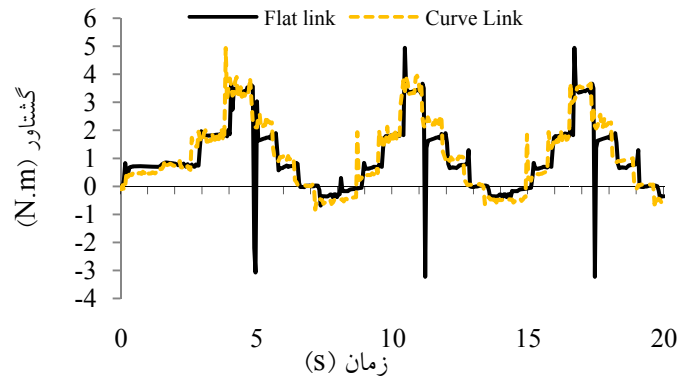


شکل ۱۵ هندسه لینک

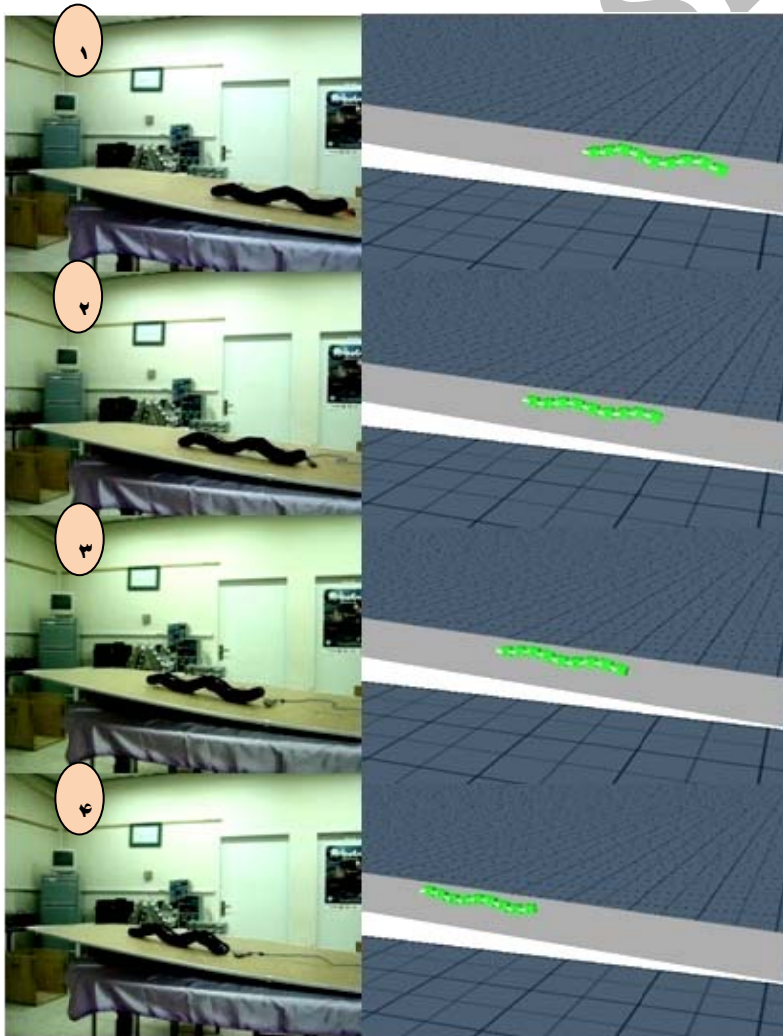
نکته‌ی دیگر در طراحی این ربات، شکل هندسی منحصر به فرد لینک است که در شکل (۱۵) نشان داده شده‌است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، این لینک فاقد گوشه‌ی تیز است و گوشه‌ها به صورت منحنی انتخاب شده‌است.

نتایج به دست آمده نشان می‌دهد، که استفاده از لینک انحنادار علاوه بر کاهش گشتاور لازم، فاصله‌ی پیموده‌شده را نیز افزایش می‌دهد. نکته‌ی دیگر این که با منحنی کردن لینک‌ها می‌توان، پیک‌های ایجادشده در گشتاور را تا حد زیادی حذف کرد. به عبارت دیگر زمانی که ربات بر روی لینک‌های انحنادار قرار می‌گیرد، نرم‌تر حرکت می‌کند. لذا طراحی لینک‌ها نیز در این ربات مارمانند اهمیت خاصی یافته‌است. شکل (۱۶) حذف پیک‌های ایجادشده در گشتاور بر اثر تغییر در هندسه لینک را نشان می‌دهد.

برای صحه‌گذاری نتایج مدل دینامیکی، آزمایش‌های مختلفی در این راستا انجام شده‌است.



شکل ۱۶ تأثیر هندسه‌ی لینک بر گشتاور خروجی ربات مارمانند در نرم‌افزار وباتس برای مفصل ۹



شکل ۱۷ ربات 3 FUM- snake و شبیه‌سازی آن در نرم‌افزار وباتس

## نتیجه گیری

3 FUM- snake بررسی شده است. نتایج شبیه سازی نشان می دهند که مدل سینماتیک و دینامیکی ارائه شده در این مقاله مناسب می باشد. در طراحی لینک های این ربات، ایده ی جدیدی در هندسه ی لینک ها برای کاهش گشتاور مصرفی استفاده شده است.

**تشکر و قدردانی.** این تحقیق به وسیله ی طرح شماره 11619، تاریخ ۲۸ مهر ۱۳۸۷ در دانشگاه فردوسی مشهد حمایت شده است.

در این مقاله دینامیک ربات مارمانند به کمک روش نیوتن در حرکت کرم مانند بر روی سطح شیب دار مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که نشان داده شده، با افزایش شیب از  $0^\circ$  تا  $5^\circ$  و هم چنین افزایش ضریب اصطکاک از 0.3 تا 0.5، گشتاور مورد نیاز به ترتیب تقریباً 22% و 15% افزایش می یابد. هم چنین برای تصدیق نتایج از روش لاگرانژ و نرم افزار وباتس استفاده شده است. در انتها ربات مارمانند

## مراجع

- Hirose, S., "Biologically Inspired Robots: Snake-Like Locomotors and Manipulators", Oxford University Press, (1993).
- Mori, M., and Hirose, S., "Three Dimensional Serpentine Motion and Lateral Rolling by Active Cord Mechanism ACM-R3", In the *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Lausanne, Switzerland, (2002).
- Yim, M., Duff, D.G., and Roufas, K., "Modular Reconfigurable Robots: An Approach to Urban Search and Rescue", In the *Proceedings of the 1st International Workshop on Human-friendly Welfare Robotics Systems*, Taejon, Korea, (2000).
- Burdick, J., Radford, J. and Chirikjian, G.S., "A sidewinding locomotion gait for hyper-redundant robots", *Adv. Robotics* 9 (3), pp. 195–216, (1993).
- Paap, K.L., Dehlwisch, M. and Klaassen, B., "GMD-Snake: A Semi-Autonomous Snake-like Robot", In the *Proceedings of the 1996 Conference on Distributed Autonomous Robotic Systems 2*, Springer-Verlag, Tokyo, (1996).
- Chen, L., Wang, Y.C., Ma, S.G. and Li, B., "Analysis of the traveling wave locomotion of snake robot", in: *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics, Intelligent Systems and Signal processing*, pp. 365–369, (2003).
- Ma, S., Araya, H. and Li, L., "Development of a creeping locomotion of snake-like robot", *Int. J. Robotics Autom.* 17 (4), pp. 146–153, (2002).
- Poi, G., Scarabeo, C. and Allotta, B., "Traveling wave locomotion hyper-redundant mobile robot", in: *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, (1998).

9. Dowling, K., "*Limbless Locomotion: Learning to Crawl with a Snake Robot*". Ph.D. thesis, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, (1997).
10. Yim, M., "New locomotion gains", in: *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 310–316, (1994).
11. Chen, L., Ma, Sh., Wang, Y. and Li, B., "Design and modeling of a snake robot in traveling wave locomotion", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 42, pp. 1632–1642, (2007).
12. Ma. Sh., Li, W.J, Wang, Y., "A Simulator to Analyze Creeping Locomotion of a Snake-like Robot", *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation Seoul, Korea*, May 21-26, (2001).
13. Hasanzadeh, Sh. and Akbarzadeh, A., "Ground adaptive and optimized locomotion of snake robot moving with a novel gait", *Auton Robot*, 28, 457–470, (2010).
14. Hasanzadeh, Sh. and Akbarzadeh, A., "Ground adaptive and optimized locomotion of snake robot moving with a novel gait", *Auton Robot*, 28 457–470, (2010).
15. Hasanzadeh, Sh. and Akbarzadeh, A., "Adaptive Optimal Locomotion of Snake Robot Based on CPG-Network Using Fuzzy Logic Tuner", *IEEE Conference - CIS RAM*, 2008.
16. kalani, H., Akbarzadeh, A. and Safehian, J., "Travelling Wave Locomotion of Snake Robot along Symmetrical and Unsymmetrical body shapes", *ISR-Robotik*, June 7-9, Munich, Germany, (2010).
17. Safehian, J., kalani, H. and Akbarzadeh, A., "A Novel Kinematics Modeling Method for Snake Robot in Traveling wave Locomotion", *ASME*, Istanbul, Turkey, (2010).
18. kalani, H., Akbarzadeh, A., "Design and Modeling of a Snake Robot Based on Worm-Like Locomotion", *Accepted, Advance Robotics*.
19. [www.cyberbotics.com](http://www.cyberbotics.com).
20. Hopkins, J.K., Spranklin, B.W. and Gupta, S.K., "A survey of snake-inspired robot designs", *Bionispiration and Biomimetics*, 4, (2009).
21. Michel, O., "Webots: Professional mobile robot simulation", *J. Adv. Robot. Syst.* 1 (1) 39–42, (2004).
22. Crespi, A., Badertscher, A. and Guignard, A., "AmphiBot I: an amphibious snake-like robot", *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 50, pp. 163–175, (2005).