

مطالعه‌ی راندمان اختلاط یک ریزمخلوط‌گر الکترواسمتیکی با توزیع ناهمگن بارهای دیواره*

محمد مهدی افسری^(۱)سید علی میربزرگی^(۲)حمید نیازمند^(۳)

چکیده در این مقاله یک ریزمخلوط‌گر غیرفعال الکترواسمتیکی با بار سطحی ناهمگن روی دیواره‌ی تخت و دویعدی‌اش به روش عددی مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حاکم شامل یک معادله‌ی لاپلاس برای توزیع میدان الکتریکی خارجی، یک معادله‌ی پواسون برای توزیع میدان الکتریکی درون لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی، معادله‌ی ارنست - بلانک برای توزیع غلظت یون‌های مثبت و منفی، معادله‌ی ناویر - استوکس اصلاح شده برای میدان جریان و معادله‌ی حاکم بر غلظت گونه‌ها برای یک جریان غیرقابل تراکم پایدار به روش حجم محدود حل شده است. اعتبارسنجی کد عددی نوشته شده با مقایسه‌ی نتایج حل جریان الکترواسمتیک ایده‌آل با زتاپتانسیل ثابت و حل تحلیلی موجود انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد با توزیع مناسب بارهای ناهمگن سطحی می‌توان راندمان اختلاط را تغییر و کنترل نمود. بیشترین راندمان اختلاط مربوط به حالتی است که عدم تقارن در نحوه‌ی چینش بارهای ناهمگن دیواره افزایش یابد. هم‌چنین افزایش شدت بار الکتریکی با فرض ثابت بودن قدرت ریزپمپ الکترواسمتیکی، موجب افزایش راندمان اختلاط می‌شود.

واژه‌های کلیدی اختلاط، ریزمخلوط‌گر غیرفعال، جریان الکترواسمتیک، توزیع بار ناهمگن.

Analysis of Mixing Efficiency in an Electroosmotically Micromixer with Heterogeneous Wall Charge Distribution

M.M. Afsari

S.A. Mirbozorgi

H. Niazmand

Abstract In this paper, numerical investigation of a flat passive micromixer with heterogeneous surface properties that the flow through it, is driven by the electroosmotic flow have been presented. The governing equations, which consist of a Laplace equation for the distribution of external electric potential, a Poisson equation for the distribution of electric double layer potential, modified Navier-Stokes equations for the flow field, the Nernst-Planck equation for the distribution of ions concentration have been solved numerically for an incompressible steady flow of a Newtonian fluid using the finite-volume method. The key features of an ideal electro-osmotic flow with uniform zeta potential has been compared with analytical solutions for the ionic concentration and velocity fields for the validation of the numerical scheme. Results show that the arrangement of the heterogeneous surface properties has a significant impact on the efficiency of mixing. Maximum mixing efficiency is related to the condition that the asymmetry in the wall of the heterogeneous arrangement loads increase. The increase in intensity of the electric charge with constant power load of the electroosmotic micropump enhances the efficiency of mixing.

Key Words Mixing, Passive micromixer, Electroosmotic flow, Patchy charge distribution

* تاریخ دریافت مقاله ۹۱/۱۲/۲۵ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۵/۲۳ می‌باشد.

(۱) کارشناسی ارشد مکانیک - تبدیل انرژی، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه بیرجند.

(۲) نویسنده‌ی مسؤول: استادیار، گروه مکانیک، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه بیرجند.

(۳) دانشیار، گروه مکانیک، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

مقدمه

جریان‌های الکترواسمتیک برای انتقال و اختلاط سیالات در سیستم‌های ریزسیالی (Microfluidic) که بعضاً پایه و اساس تراشه‌های آزمایشگاهی (Lab - on - chip) می‌باشند، به صورت گسترده مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این گونه جریان‌ها در ریزمجراها عموماً در محدوده‌ی رژیم جریان آرام قرار می‌گیرند. به طور کلی نشان داده شده است که جریان‌های الکترواسمتیک به وسیله‌ی اعمال میدان الکتریکی خارجی بر لایه‌ی بارداری که توسط برهم‌کنش میان یون‌های موجود در محلول الکترولیت و بارهای ساکن روی دیواره‌ها شکل گرفته، ایجاد می‌شود. این لایه‌ی مجاور دیوار به همراه بارهای مخالف روی دیواره اصطلاحاً لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی (Electric Debye Layer) نامیده می‌شود [1].

در بسیاری از کاربردهای سیستم‌های ریزسیالی اختلاط گونه‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. در این گونه سیستم‌ها استفاده از اجزای متحرک برای ایجاد اختلاط، بسیار دشوار است و از آنجایی که رژیم جریان در آن‌ها آرام است، ذاتاً هیچ‌گونه اغتشاشی که موجب برهم زدن سیال شود، وجود ندارد. بنابراین اختلاط گونه‌ها به‌کندی صورت می‌پذیرد [2].

به طور کلی ریزمخلوط‌گرها به دو گروه فعال (Active) و غیرفعال (Passive) تقسیم می‌شوند. در اختلاط فعال علاوه بر انرژی رانش سیال، برای ایجاد اختلاط از تجهیزات مکانیکی، ابزارهای الکترونیکی و ایجاد شیارها یا موانعی در سطح استفاده می‌شود. در اختلاط غیرفعال برای ایجاد اختلاط از روش‌هایی نظیر افزایش سطح تماس یا اعمال تغییرات در طرح جریان آرام استفاده می‌شود [3].

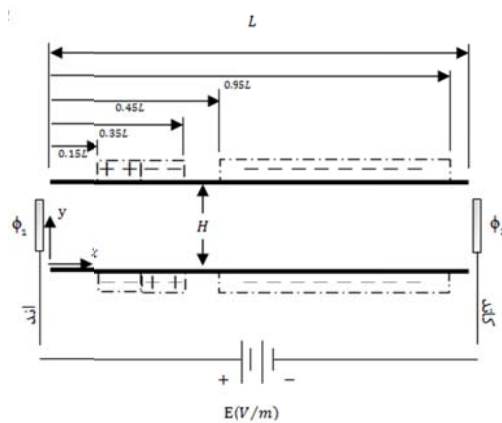
ریزمخلوط‌گرهای غیرفعال به دو گروه لایه‌لایه‌ساز (Lamination) و آشوبناک (Chaotic) تقسیم می‌شوند. در ریزمخلوط‌گرهای لایه‌لایه‌ساز اختلاط اساساً بر پخش مولکولی بین دو یا چند لایه جریان استوار است.

معمول‌ترین نمونه‌های این گونه ریزمخلوط‌گرها دارای ورودی‌های T شکل [4] یا Y شکل [5] هستند به طوری که می‌توانند دو گونه‌ی متفاوت درون یک ریزمجرا تزریق و مخلوط نمایند. از طرف دیگر در ریزمخلوط‌گرهای آشوبناک اختلاط بر اساس تماس سطوح مشترک بین دو لایه جریان صورت می‌پذیرد. در این ریزمخلوط‌گرها طول پخش مولکولی به وسیله‌ی ایجاد آشوبناکی کاهش می‌یابد [3]. یکی از شیوه‌های ایجاد اختلاط آشوبناک استفاده از بارهای ناهمگن سطحی در جریان الکترواسمتیک می‌باشد. استفاده از این سطوح باردار ناهمگن امکان ایجاد جریان‌های چرخشی را که برای ایجاد اختلاط مناسب می‌باشند را می‌دهد. مطالعات تحلیلی [6,7] و تجربی [8] به خوبی نشان داد که استفاده از سطوح باردار ناهمگن موجب ایجاد چرخش در این گونه جریان‌ها می‌شود که با جای‌گذاری مناسب سطوح باردار در میدان جریان میزان راندمان اختلاط بهبود یافته است [9-11]. هم‌چنین با کنترل زمانی بارها در نواحی ناهمگن می‌توان میدان‌های الکتریکی عمود بر دیواره ایجاد کرد. این میدان‌ها می‌تواند به وسیله‌ی الکترودهای تعبیه شده در پشت فصل مشترک جامد-مایع تولید شوند [12]. در این پژوهش راندمان اختلاط یک ریزمخلوط‌گر الکترواسمتیکی با دیواره‌های تخت حاوی بار سطحی ناهمگن مورد مطالعه قرار گرفته است. ارزیابی میزان اختلاط درون ریزمجراها بر مبنای میانگین وزنی انحراف از معیار غلظت گونه‌ها با تابع وزن‌دهنده‌ی سرعت انجام شده است و بر پایه‌ی همین معیار چند ریزمخلوط‌گر غیرفعال مختلف مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.

معرفی ریزمخلوط‌گر الکترواسمتیکی

مشخصات هندسی ریزمجرای به‌کار رفته در ریزمخلوط‌گر مورد نظر در شکل (۱) نشان داده شده است که در آن H ارتفاع ریزمجرای دوبعدی و $L=10H$

دوم میدان الکتریکی ناشی از توزیع بار خالص الکتریکی در لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی می‌باشد. توزیع پتانسیل الکتریکی ناشی از این میدان با $\psi(x, y)$ نشان داده می‌شود و قدرت میدان الکتریکی حاصل از آن برابر $-\nabla\psi$ است. میدان الکتریکی کلی از برهم‌نهی خطی این دو میدان الکتریکی به دست می‌آید.



شکل ۱ مشخصات هندسی جریان در ریزمخلوطگر غیرفعال با توزیع بارهای تکه‌ای

پتانسیل الکتریکی خارجی، ϕ . مطابق شکل (۱)، اعمال پتانسیل الکتریکی ثابت ϕ_1 و ϕ_2 به آند و کاتد موجب ایجاد میدان الکتریکی درون ریزمجرا می‌شود. توزیع این میدان از حل یک معادله‌ی لاپلاس به دست می‌آید.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

با معرفی $\bar{y} = y/D_h$ ، $\bar{x} = x/D_h$ که $D_h = 2H$ قطر هیدرولیکی ریزمجرا و $\bar{\phi} = \phi/E_{ref}D_h$ که $E_{ref} = (\phi_1 - \phi_2)/L$ قدرت میدان الکتریکی مبنا می‌باشد، شکل بی بعد معادله‌ی (۱) پس از کنار گذاشتن بالانویس‌ها مشابه خودش به دست می‌آید.

شرایط مرزی به قرار زیر است:

$$\phi_{in} = \phi_1, \phi_{out} = \phi_2, \nabla\phi_{wall} = 0 \quad (2)$$

طول آن است. برای به حرکت درآوردن سیال در ریزمجرا، بخش پایانی به‌عنوان یک ریزپمپ الکترواستاتیک عمل می‌کند که طول آن $5H$ و ولتاژ دیواره‌ی آن برابر $(-\zeta_0)$ است. دستگاه مختصات روی ابتدای صفحه‌ی پایینی نصب شده است و میدان الکتریکی خارجی توسط دو الکتروود آند و کاتد مستقر در ابتدا و انتهای ریزمجرا اعمال شده است. برای ایجاد شرایط آشوبناک در جریان اصلی از بارهای ناهمگن تکه‌ای در فواصلی به طول H روی دیواره‌های ابتدایی ریزمجرا استفاده شده است. بارهای تکه‌ای در سه چیدمان و مقادیر گوناگون ولتاژ زتا مورد بررسی قرار گرفته‌اند. به‌عنوان نمونه چیدمان با علامت‌های $(+ - / - +)$ نشان‌دهنده‌ی توزیع بارهای ناهمگن تکه‌ای روی دیواره‌ی بالایی از چپ به راست به صورت مثبت-مثبت و در دیواره پایین به صورت منفی-مثبت، با ولتاژ (ζ_0) می‌باشند. دو آرایش دیگر که با همین چهار تکه بار ناهمگن می‌تواند شکل گیرد عبارتند از $(+ - / + -)$ و $(+ + / - -)$. در حالتی که اندازه بارها یا به‌عبارت دیگر ولتاژ زتای آن‌ها متفاوت باشد وضعیت‌های بیشتری قابل طراحی است. به‌عنوان نمونه در حالت $(+2 + 2 / - -)$ روی دیواره‌ی بالایی دو بار تکه‌ای مثبت با ولتاژ دو زتا و در دیواره‌ی پایینی دو بار تکه‌ای منفی با ولتاژ زتا قرار گرفته است.

برای مدل‌سازی ریاضی این ریزمخلوطگر معادلات حاکم به شرح ذیل معرفی می‌گردند.

میدان الکتریکی. در جریان‌های الکترواستاتیک دو نوع میدان الکتریکی با توجه به منشأ آن‌ها قابل تشخیص است. نوع اول، میدان الکتریکی خارجی می‌باشد. این میدان توسط بارهای الکتریکی روی الکتروودهای کاتد و آند تولید می‌شود. توزیع پتانسیل الکتریکی بین الکتروودها در حالت دوبعدی با $\phi(x, y)$ بیان می‌شود و در نتیجه شدت میدان الکتریکی حاصل از این میدان برابر $-\nabla\phi$ و با دیمانسیون $[V/m]$ می‌باشد. نوع

است. شرایط مرزی این معادله به قرار زیر است: روی دیواره‌ها در مکان‌هایی که بار تکه‌ای وجود دارد مقدار ψ برابر مقدار آن روی دیواره است و در مکان‌هایی که بار تکه‌ای وجود ندارد صفر است. در ورودی و خروجی $\partial\psi/\partial x = 0$ می‌باشد.

توزیع غلظت یونی. با توجه به معادله‌ی (۴)، برای به‌دست آوردن چگالی خالص بار الکتریکی (ρ_e) لازم است توزیع غلظت‌های یونی (n^+ و n^-) مشخص شوند. این توزیع به کمک حل معادلات انتقال موسوم به معادله‌ی ارنست - پلانک (Nernst - Planck) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(un^+)}{\partial x} + \frac{\partial(vn^+)}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(D^+ \frac{\partial n^+}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D^+ \frac{\partial n^+}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[D^+ n^+ \left(\frac{ze}{k_b T} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] \quad (7-الف) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[D^+ n^+ \left(\frac{ze}{k_b T} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(un^-)}{\partial x} + \frac{\partial(vn^-)}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(D^- \frac{\partial n^-}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D^- \frac{\partial n^-}{\partial y} \right) \\ &- \frac{\partial}{\partial x} \left[D^- n^- \left(\frac{ze}{k_b T} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] \quad (7-ب) \\ &- \frac{\partial}{\partial y} \left[D^- n^- \left(\frac{ze}{k_b T} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] \end{aligned}$$

که در آن u و v مؤلفه‌های سرعت در جهات x و y ، D^+ و D^- ضریب پخش یون‌های مثبت و منفی می‌باشد. شکل بی‌بعد این معادلات به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(un^+)}{\partial x} + \frac{\partial(vn^+)}{\partial y} &= \frac{1}{ReSc^+} \\ &\left\{ \frac{\partial^2 n^+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n^+}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left[n^+ \left(A \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] \right\} \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[n^+ \left(A \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] \quad (8-الف) \end{aligned}$$

پتانسیل الکتریکی درون لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی، ψ . اثرات متقابل یون‌های محلول و بارهای ساکن روی سطوح دیواره‌ها موجب ایجاد لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی می‌شود. رابطه‌ی پتانسیل الکتریکی حاصل از توزیع یون‌ها در لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی با چگالی خالص بار الکتریکی ρ_e ، توسط یک معادله‌ی پواسون بیان می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = - \frac{\rho_e}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (3)$$

که در این معادله، ϵ_r ثابت گذردهی کترولیت و ϵ_0 گذردهی خلأ می‌باشد. برای یک کترولیت متقارن عدد والانس (Z) یون‌های مثبت و منفی برابر است و لذا چگالی بار الکتریکی خالص از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho_e = ze(n^+ - n^-) \quad (4)$$

که n^+ و n^- به ترتیب، غلظت یون‌های مثبت و منفی و e بار الکترون است. شکل بی‌بعد معادلات (۴) و (۳) به کمک پارامترهای بی‌بعد $\bar{\psi} = \psi / (k_b T / ze)$ ، $\bar{\rho}_e = \rho_e / (zen_0)$ و $(\bar{n})^+ = n^+ / n_0$ ، $(\bar{n})^- = n^- / n_0$ بعد از کنارگذاشتن بالانویس‌ها به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\rho_e = n^+ - n^- \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{-\kappa^2 \rho_e}{2} \quad (6)$$

که در آن $n_0 = CN_A$ عدد غلظت توده‌ای یون‌ها در محلول کترولیت، C غلظت مولی یون‌ها، N_A عدد آووگادرو، T دمای مطلق سیال و k_B ثابت بولتزمن می‌باشد. $\kappa = KD_h$ معرف پارامتر ضخامت لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی می‌باشد که در آن $K = [2e^2 z^2 n_0 / (\epsilon_r \epsilon_0 k_b T)]$ پارامتر دیبای-هوکل می‌باشد و عکس ضخامت لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (10-ب)$$

که P فشار و جمله‌ی آخر معادلات (۱۰-الف و ب) نیروی حجمی الکتریکی اعمال شده بر سیال می‌باشند. شکل بی بعد معادلات ممتوم به صورت زیر است:

$$\frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - B \rho_e \left(A \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (11-الف)$$

$$\frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - B \rho_e \left(A \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (11-ب)$$

که در آنها $B = n_0 k_B T_0 / \rho U_{ref}^2$ پارامتر بی بعد بیان کننده‌ی نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی می‌باشد.

شرایط مرزی معادلات ناویر - استوکس به صورت زیر می‌باشد:

روی دیوارها با توجه به شرط عدم لغزش، سرعت‌ها صفر می‌باشند و گرادیان عمود بر دیواره فشار صفر است. در ورودی و خروجی $\partial u / \partial x = \partial v / \partial x = P = 0$ می‌باشند.

معادله‌ی حاکم بر غلظت گونه‌ها. در بررسی عملکرد اختلاطی ریزمجراها غلظت حاکم بر گونه‌ها توسط حل معادله‌ی (۱۷) به دست می‌آید.

$$\rho \left(u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} \right) = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (17)$$

$$\frac{\partial(un^-)}{\partial x} + \frac{\partial(vn^-)}{\partial y} = \frac{1}{ReSc^+} \left\{ \frac{\partial^2 n^-}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n^-}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[n^- \left(A \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[n^- \left(A \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] \right\} \quad (8-ب)$$

در این معادلات $Sc^\pm = \mu / \rho D^\pm$ عدد اشمیت (Schmidt Number) و $Re = \rho U_{ref} D_h / \mu$ عدد رینولدز می‌باشند که در آن $U_{ref} = -\epsilon_r \epsilon_0 E_{ref} \zeta_0 / \mu$ سرعت مشخصه‌ی جریان الکترواستاتیک است. ρ چگالی سیال، μ لزجت دینامیکی سیال و $A = E_{ref} D_h / (k_B T / ze)$ پارامتری بی بعد معرف نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ مبنا در لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی می‌باشد. شرایط مرزی حاکم بر این معادلات به قرار زیر می‌باشند: در ورودی $\partial n^+ / \partial x = 0$ ، در خروجی $n^+ = n^- = 1$ ، $\partial n^- / \partial x = 0$ و روی دیوارها تعادل ترمودینامیکی امکان استفاده از توزیع نمایی بولتزمن را به صورت $n^+|_{wall} = \exp(-\zeta)$ و $n^-|_{wall} = \exp(\zeta)$ مقدور می‌سازد.

معادلات اصلاح شده‌ی ناویر - استوکس. نیروی حجمی در جریان‌های الکترواستاتیک ناشی از اعمال میدان الکتریکی خارجی بر بار خالص الکتریکی مجاور دیواره‌ها که به دلیل دیوارهای باردار درون الکتروولیت تشکیل شده‌اند، می‌باشد و این نیرو در معادلات ممتوم به صورت یک نیروی حجمی لحاظ می‌گردد. از این رو معادلات ناویر - استوکس اصلاح شده برای سیال نیوتنی غیرقابل تراکم با خواص ثابت به صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \rho_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (10-الف)$$

روش حل عددی

برای حل عددی معادلات جریان از روش حجم محدود با متغیرهای هم‌مکان در شبکه‌ی غیریکنواخت استفاده شده است. طرح SIMPLE ارتباط میدان‌های سرعت و فشار را برقرار می‌کند و برای ممانعت از بروز احتمالی توزیع فشار شطرنجی، در محاسبه‌ی جرم عبوری در محل وجوه حجم‌های کنترل از طرح رای-چو استفاده شده است. ارزیابی توأم جملات پخش و جابه‌جایی در محل وجوه حجم‌های کنترل با استفاده از طرح هیبرید (Hybrid) انجام می‌شود.

محاسبات با حل معادله‌ی (۱) برای به‌دست آوردن توزیع پتانسیل الکتریکی خارجی اعمالی (ϕ) آغاز می‌شود. سپس پتانسیل الکتریکی درون ناحیه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی (ψ) به غیر از دیواره‌ها که دارای زتا پتانسیل هستند، صفر لحاظ می‌گردد.

در ابتدا معادله‌ی (۶) یکبار با مقادیر اولیه‌ی n_0 برای n^+ و n^- حل می‌شود و توزیع (ψ) به‌دست می‌آید و سپس معادلات ارنست - پلانک (معادلات ۸-الف و ب) حل و توزیع غلظت‌های یونی حاصل می‌شوند. چگالی بار الکتریکی خالص (ρ_e) توسط معادله‌ی (۵) محاسبه می‌شود. در این صورت نیروی حجمی الکتریکی که عامل محرک سیال می‌باشد، به‌دست آمده است. در گام اول تکرارها، ابتدا یک میدان فشار اولیه‌ای فرض می‌شود و با این فرض، معادلات ناویر-استوکس اصلاح‌شده (معادلات ۱۱-الف و ب) برای یافتن میدان سرعت حل می‌شوند و سپس با حل معادله‌ی پیوستگی (معادله ۹) میدان‌های فشار و سرعت اصلاح می‌شوند. میدان جریان، توزیع چگالی بار الکتریکی خالص را تحت تأثیر قرار می‌دهد در نتیجه، در گام دوم مجدداً معادلات ارنست - پلانک برای یافتن توزیع غلظت‌های یونی حل می‌شوند. در ادامه معادلات (۶ و ۵) برای یافتن توزیع چگالی بار الکتریکی خالص و توزیع پتانسیل الکتریکی درون

که در آن C غلظت گونه‌های مورد نظر است. در حالت دوبعدی، شرایط مرزی مربوط به یک گونه با دو غلظت متفاوت در ورودی ریزمجرا، به‌صورت زیر اعمال می‌شود:

$$C(0, y) = \begin{cases} 0, & 0 < y < 0.5H \\ 1, & 0.5H < y < H \end{cases} \quad (18)$$

هم‌چنین روی دیواره‌ها و در خروجی ریزمجرا، گرادیان غلظت در جهت عمود بر مرز صفر لحاظ شده است.

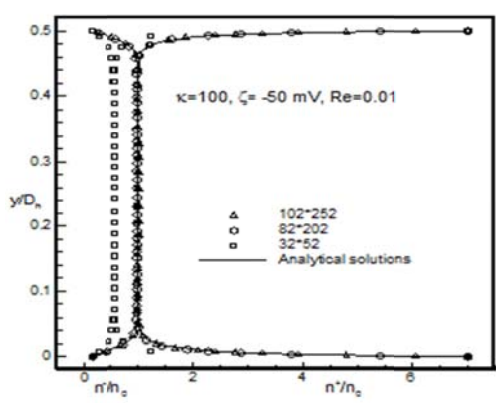
داده‌های ورودی. در کار حاضر، جنس ریزمجرا از سیلیکون فرض شده است و سیال عامل محلول آب با یون‌های K^+ و Cl^- است که غلظت مولار یون‌های محلول $C_0 = 10^{-2} \text{ kmol/m}^3$ می‌باشد؛ بنابراین غلظت عددی توده یون‌های محلول $n_0 = 6.022 \times 10^{21} \text{ ions/m}^3$ می‌باشد. سایر خواص ترموفیزیکی و ثابت‌های مورد استفاده در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱ خواص ترموفیزیکی و ثابت‌های مورد استفاده در

پژوهش حاضر

مقادیر مورد استفاده [واحد]	پارامتر
$10 [\mu\text{m}]$	ارتفاع ریزمجرا (H)
$50 [\text{mV}]$	زتا پتانسیل (ζ_0)
$1.06 \times 10^{-19} [\text{C}]$	بار الکترون (e)
$1/38 \times 10^{-23} [\text{J/K}]$	ثابت بولتزمن (k_B)
۸۰	ثابت گذردهی الکترولیت (ϵ_r)
$8/854 \times 10^{-12} [\text{C/V.m}]$	گذردهی الکتریکی خالص (ϵ_0)
۱	عدد والانس (Z)
$1 \times 10^{-3} [\text{Pa.s}]$	لزجت دینامیکی (μ)
$1000 [\text{kg/m}^3]$	چگالی (ρ)

شبکه‌ای مناسب است. لازم به ذکر است این تعداد گره در شبکه متناسب با نوع مسأله متفاوت می‌باشد، به عنوان مثال برای ریزمخلوط‌گر غیرفعال تعداد گره‌های مناسب 102×52 می‌باشند.



شکل ۲ اثرات اندازه‌ی شبکه در توزیع غلظت یون‌های مثبت (n^+) و یون‌های منفی (n^-) جریان الکترواسمتیک ایده‌آل با $\kappa=100$, $\zeta=-50$ mV, $Re=0.01$

شکل (۳) مقایسه نتایج عددی و حل تحلیلی توزیع سرعت و غلظت یون‌های مثبت و منفی را برای $K=32$ و $K=100$ نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نتایج عددی و حل تحلیلی تطبیق خیلی خوبی دارند.

نتایج

مطابق نیمه‌ی پایانی شکل (۱)، جریان الکترواسمتیک مورد نظر در این مقاله، درون یک ریزمجرای تخت توسط دو تکه بار ناهمگن سطحی با بار منفی و شدت ζ_0 برقرار شده است. میدان الکتریکی اعمالی 20 V/mm در نظر گرفته شده است و عدد رینولدز متناسب با این میدان 0.07 است.

مطالعه‌ی راندمان اختلاط ریزمخلوط‌گرهای غیرفعال.
در این قسمت به مطالعه‌ی راندمان اختلاط نمونه‌های مختلف ریزمخلوط‌گر غیرفعال پرداخته خواهد شد و

لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی حل می‌شوند. با استفاده از این دو توزیع، تکرارها تا زمان هم‌گرایی کامل ادامه پیدا می‌کند. شرط توقف هم‌گرایی نهایی، زمانی تعیین شده است که باقی‌مانده‌ی بی‌بعد تمامی معادلات به 1×10^{-9} رسیده باشد. پس از همگرا شدن میدان سرعت، معادله‌ی (۱۷) برای مشخص شدن توزیع غلظت‌ها حل می‌شود.

برای اطمینان از صحت حل عددی نتایج عددی با نتایج حل تحلیلی یک جریان الکترواسمتیک ایده‌آل بین صفحات تخت مقایسه شده است. معادلات (۲۰ و ۱۹) حل تحلیلی موجود برای توزیع سرعت، پتانسیل الکتریکی و غلظت یون‌های مثبت و منفی را نشان می‌دهند [13].

$$\frac{w}{U_{ref}} = 1 - \frac{\cosh(\kappa(y/D_h - 1/4))}{\cosh(\kappa)} \quad (19)$$

$$\frac{n^\pm}{n_0} = \exp(\mp \psi / (k_b T / ze)) \quad (20)$$

مطالعه‌ی اندازه‌ی شبکه برای $\kappa=100$ ، $\zeta_0=-50$ mV و $Re=0.01$ که حداقل تعداد گره‌ها در راستای عرض و طول ریزمجرا باید 102×52 باشد. شکل (۲) نشان می‌دهد برای شبکه‌ی 102×52 نتایج حل عددی با دقت بسیار بالایی با حل تحلیلی مطابقت دارند.

حل تحلیلی دبی حجمی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [13]:

$$M = \frac{\dot{m}}{\rho U_{ref} H} = 1 - \frac{\tanh(\kappa/4)}{\kappa/4} \quad (21)$$

برای شبکه‌ی 32×52 دبی حجمی عددی بی‌بعد 0.7776 به دست آمده است و برای شبکه‌های 102×52 و 102×202 ، به ترتیب 0.9558 و 0.9589 به دست آمده است و این در حالی است که پاسخ حل تحلیلی مطابق معادله‌ی (۲۲)، 0.9600 می‌باشد. در نتیجه برای $\zeta_0 = 20$ انتخاب شبکه‌ای حدود 102×252

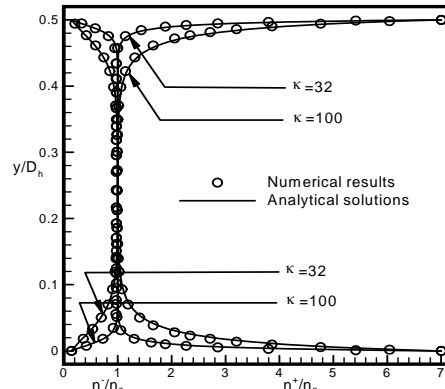
اثرات چیدمان‌ها و بارهای تکه‌ای ناهمگن مختلف بررسی خواهد شد.

یعنی صفر می‌رسد و مخرج کسر معادله‌ی (۱۹) برابر با ۱ می‌شود. هم‌چنین σ_w به صورت زیر تعریف می‌شود:

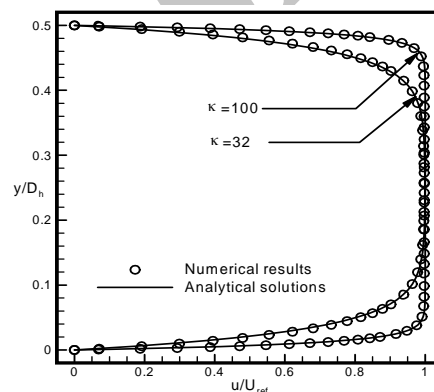
$$\sigma_w = \frac{\int_0^H u(y)(C(x,y) - C_m)^2 dy}{\int_0^H u(y)} \quad (24)$$

که در آن توزیع عرضی سرعت $u(y)$ ، به عنوان تابع وزن‌دهنده در تعریف میانگین وزنی استفاده شده است. $C(x,y)$ میزان غلظت در هر نقطه از میدان جریان و C_m مقدار متوسط آن در مقطع می‌باشد.

شکل (۴-الف) خطوط جریان سه چیدمان $(-+/-+)$ ، $(+ -/-+)$ و $(+ +/--)$ بارهای ناهمگن را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که استفاده از بارهای تکه‌ای در نیمه‌ی اول ریزمخلوط‌گر موجب ایجاد آشوبناکی در جریان می‌شود و متناسب با نحوه‌ی این چیدمان می‌توان شکل گردابه‌ی ایجاد شده را تغییر داد. با توجه به جهت قرارگیری میدان الکتریکی خارجی، بارهای تکه‌ای مثبت موجب حرکت جریان بر خلاف جهت اصلی جریان درون ریزمجرا می‌شوند. مشاهده می‌شود که در حالت $(+ +/--)$ به علت قرارگیری دو بار هم علامت مثبت مجاور هم، گردابه‌ای بزرگ تشکیل شده است. خطوط جریان در ناحیه‌ی ریزپمپ الکترواستاتیک در هر سه چیدمان موازی می‌باشند. شکل (۴-ب) خطوط همتراز غلظت این سه ریزمخلوط‌گر را نشان داده است. مشاهده می‌شود آشوبناکی ایجاد شده به علت گردابه‌های شکل گرفته در اثر وجود این بارهای ناهمگن، میزان اختلاط را افزایش می‌دهد و متناسب با نوع چیدمان میزان اختلاط نهایی متفاوت خواهد بود. می‌توان به صورت کیفی بیان نمود که در ترکیب $(-+/-+)$ کمترین میزان اختلاط رخ داده است زیرا گونه‌ها در خروجی نفوذ زیادی در یکدیگر نداشته‌اند. برای بررسی کمی و دقیق میزان راندمان ریزمخلوط‌گرها با چیدمان‌های مختلف از رابطه‌ی (۲۳) بهره گرفته شده است.



شکل ۴-الف) توزیع غلظت یون‌های مثبت (n^+) و یون‌های منفی (n^-)



ب) توزیع سرعت

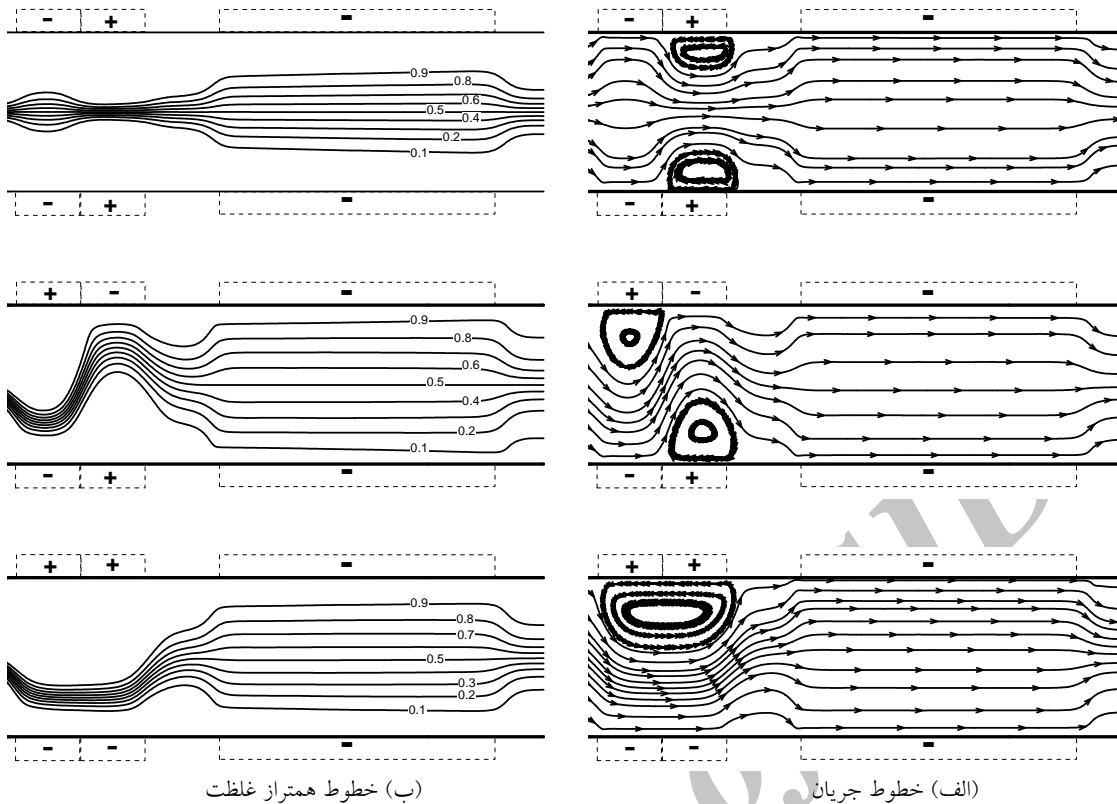
شکل ۳ جریان الکترواستاتیک ایده‌آل با $Re = 0.1$

$$\zeta = -50 \text{ mV}, \kappa = 100$$

مطالعات نشان می‌دهد که تعریف راندمان اختلاط با استفاده از میانگین وزن‌دار انحراف از معیار غلظت، σ_w ، نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد. لذا راندمان اختلاط، ϵ_m ، در هر مقطع عرضی از ریزمجرا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\epsilon_m = \frac{1 - 2\sigma_w}{1 - 2\sigma_{w,\min}} \quad (23)$$

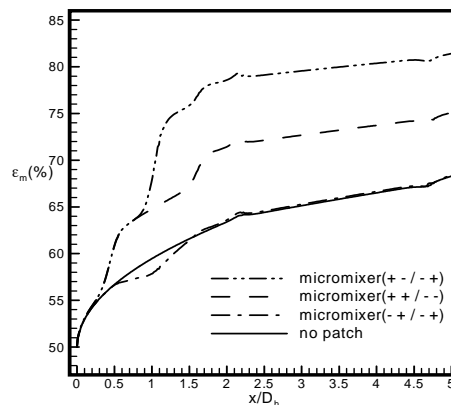
که در آن $\sigma_{w,\min}$ یک مقدار مرجع است و در صورتی که اختلاط کامل به وجود آید، مقدار آن به حداقل خود



شکل ۴ الف) خطوط جریان و ب) خطوط همتراز غلظت ریز مخلوط گرهای $(- + / - +)$ ، $(+ - / - +)$ و $(+ + / - -)$ با

$$Re = 100 \text{ و } \kappa = 0.07$$

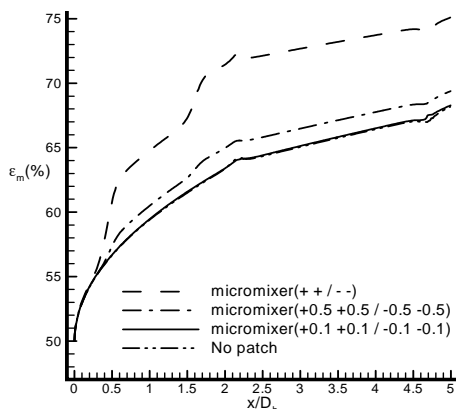
با پیشروی جریان در طول ریزمجرا راندمان اختلاط افزایش می‌یابد و این میزان از راندمان ریزمجرای بدون بارهای تکه‌ای (No patch) بیشتر است و هم‌چنین تا قبل از رسیدن به بارهای ناهمگن، عملکرد اختلاطی ریزمجرای بدون بار با ریزمجرای دارای بار ناهمگن یکسان است اما مشاهده می‌شود که در ناحیه‌ی این بارها به‌علت وجود جریان‌های چرخشی قدرتمندی که وجود دارد میزان راندمان اختلاط به‌نحو چشمگیری افزایش می‌یابد. ناحیه‌ی ریزپمپ الکترواسمتیک که عامل محرک جریان در این ریزمخلوط‌گرها است، اثری یکسان بر راندمان اختلاط دارد و مشاهده می‌شود در این ناحیه خطوط راندمان اختلاط تقریباً موازی یکدیگر می‌باشند. علت کاهش راندمان اختلاط در ناحیه‌ی اولیه چیدمان $(- + / - +)$ ، به‌نحوی قرارگیری بارهای ناهمگن برمی‌گردد زیرا این چیدمان به‌گونه‌ای است که خطوط جریان از هم فاصله



شکل ۵ تغییرات راندمان اختلاط در طول ریزمجرا برای آرایش‌های متفاوت تکه‌های ناهمگنی بار

در شکل (۵) راندمان اختلاط سه آرایش $(- + / - +)$ ، $(+ - / - +)$ و $(+ + / - -)$ بارهای تکه‌ای نشان داده شده است. در تمامی موارد به‌استثنای ناحیه‌ای در چیدمان $(- + / - +)$ ، مشاهده می‌شود که

به منظور بررسی اثر شدت بارهای ناهمگن، خطوط جریان و راندمان اختلاط برای آرایش (+ / - -) و سه شدت 0.1ζ ، 0.5ζ و ζ در شکل (۷ و ۶) نشان داده شده است. در شکل (۶) مشاهده می‌شود در وضعیت بدون بار خطوط جریان کاملاً موازی می‌باشند. با قرار دادن بارهای ناهمگن با شدت 0.1ζ صرفاً کمی خطوط جریان جابه‌جا شده‌اند و گردابه‌ای شکل نگرفته است. با افزایش میزان شدت بارهای ناهمگن درون الکترولیت گردابه ایجاد می‌شود. می‌توان گفت زمانی که مقدار بارهای ناهمگن کم باشد گردابه‌ها توسط جریانی که ریزپمپ الکترواسمتیک به حرکت در آورده است مستهلک می‌شوند. در شکل (۷) راندمان این آرایش‌ها نشان داده شده‌اند.

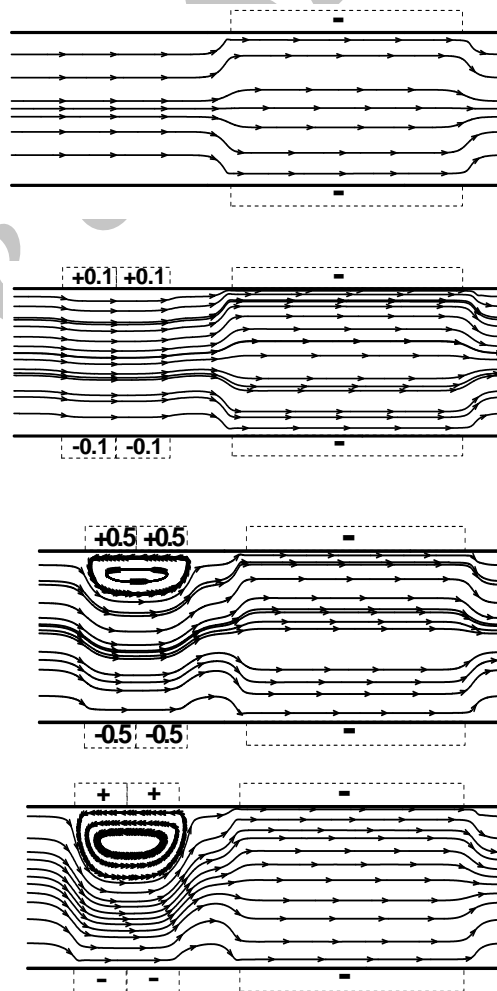


شکل ۷ تغییرات راندمان اختلاط در طول ریزمجرا برای آرایش (+ / - -) با سه شدت 0.1ζ ، 0.5ζ و ζ

مشاهده می‌شود افزایش شدت بارهای ناهمگن موجب افزایش راندمان اختلاط شده است. در وضعیت 0.1ζ به علت این که هیچ گونه گردابه‌ای در جریان پدید نیامده است، راندمان اختلاط تفاوت بسیار ناچیزی با وضعیت ریزمجرای بدون بار دارد. می‌توان گفت هر اندازه که شدت بارهای ناهمگن، با فرض ثابت بودن قدرت ریزپمپ الکترواسمتیک، افزایش یابد، عملکرد ریزمخلوط گر بهتر خواهد شد.

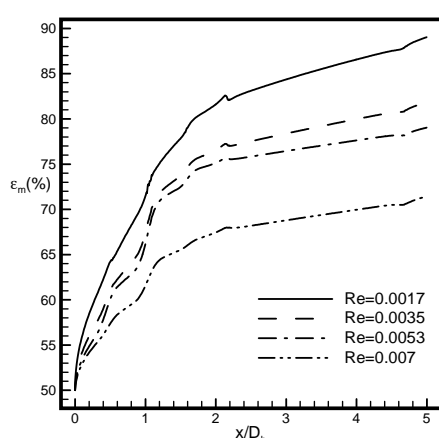
برای بررسی اثر میزان عدم تقارن بارهای ناهمگن

می‌گیرند و در نتیجه امکان اختلاط گونه‌ها کاهش می‌یابد. این موضوع مطابق شکل (۴-الف) در خطوط جریان این ریزمخلوط گر کاملاً مشهود است. مطالعات انجام شده نشان داد که در تمامی شدت‌های مختلف بارهای ناهمگن میزان راندمان آرایش (+ / - -) بیشترین راندمان اختلاط را دارا می‌باشد. در این وضعیت، آرایش تکه‌های ناهمگنی بار، کاملاً نامتقارن است. هرچه این عدم تقارن بیشتر باشد، میزان راندمان اختلاط افزایش می‌یابد. لذا بدترین عملکرد مربوط به آرایشی است که بیشترین تقارن را در الگوی بار دارد و بهترین عملکرد اختلاط مربوط به آرایشی است که کمترین تقارن را در الگوی بار دارد.



شکل ۶ خطوط جریان ریزمجرای بدون بار تکه‌ای و ریزمخلوط گر (+ / - -) با سه شدت 0.1ζ ، 0.5ζ و ζ

که شدت بارهای تکه‌ای ناهمگن، زاپتانسیل است و ثابت می‌باشد. افزایش عدد رینولدز موجب می‌شود سیال با سرعت بیشتری درون ریزمجرا به حرکت درآید و همین امر موجب کاهش قدرت گردابه‌های ایجاد شده به وسیله‌ی بارهای ناهمگن می‌شود. کاهش قدرت گردابه‌ها که عامل اصلی افزایش اختلاط در ریزمخلوط‌گر غیرفعال هستند، کاهش راندمان اختلاط را در پی دارد.

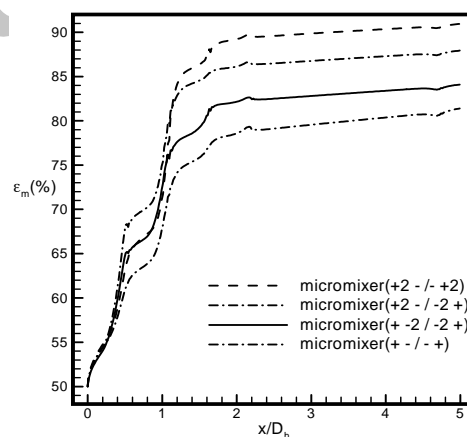


شکل ۹ تغییرات راندمان اختلاط در طول ریزمجرا برای آرایش (+ - / - +) با افزایش عدد رینولدز

نتیجه‌گیری

در این مقاله چگونگی فرآیند اختلاط در ریزمخلوط‌گرهای غیرفعال با بار الکتریکی ناهمگن در دیواره، رانده شده توسط جریان الکترواسمتیک به صورت کمی و کیفی بررسی شده است. مطالعات نشان داد با انتخاب آرایش مناسب بارهای تکه‌ای ناهمگن، می‌توان ریزمخلوط‌گر الکترواسمتیکی با اختلاط قابل کنترل تولید نمود. مشاهده شد که رفتار چنین ریزمخلوط‌گرهایی تحت تأثیر نحوه‌ی آرایش بار الکتریکی ناهمگن و شدت میدان الکتریکی اعمالی می‌باشد. نتایج نشان داد در صورت ثابت بودن شدت بارهای ناهمگن الکتریکی، بیشترین راندمان اختلاطی مربوط به آرایشی است که عدم تقارن بیشتری دارد.

در راندمان اختلاط در شکل (۸) برای آرایش (+ - / - +) با دوبرابر کردن قدرت دو تکه بار ناهمگن آرایش‌های (+2 - / - +2)، (+2 - / -2+) و (+2 - / -2+) بررسی شده‌اند. مشاهده می‌شود زمانی که تعداد بارهای تکه‌ای مثبت افزایش می‌یابد میزان راندمان اختلاط بهبود می‌یابد. با مقایسه‌ی راندمان آرایش (+2 - / -2+) و (+2 - / - +2) مشخص می‌شود شدت بارهای مثبت در این ریزمخلوط‌گر با توجه به جهت اعمال میدان پتانسیل الکتریکی خارجی عامل تأثیرگذارتری نسبت به نامتقارنی در افزایش راندمان اختلاط می‌باشند. می‌توان گفت وجود بارهای ناهمگن مثبت موجب ایجاد گردابه‌ها می‌شود و افزایش تعداد آن‌ها یا افزایش قدرت آن‌ها موجب افزایش تعداد یا قدرت گردابه‌ها می‌شود و متناسب با این پدیده میزان راندمان اختلاط بهبود خواهد یافت.



شکل ۸ تغییرات راندمان اختلاط در طول ریزمجرا به‌ازای مقادیر مختلف بار روی تکه‌های ناهمگنی

در شکل (۹) اثر افزایش عدد رینولدز روی عملکرد ریزمخلوط‌گر (+ - / - +) بررسی شده است. افزایش این عدد ناشی از افزایش میدان الکتریکی خارجی می‌باشد. مشاهده می‌شود با افزایش عدد رینولدز، راندمان اختلاط کاهش یافته است در حالی

n^+	غلظت یون‌های مثبت	هم‌چنین هر چقدر شدت بارهای ناهمگن به صورت
n^-	غلظت یون‌های منفی	یکسان افزایش یابد میزان اختلاط نیز افزایش خواهد
Re	عدد رینولدز	یافت. افزایش میدان الکتریکی خارجی که منجر به
Sc	عدد اشمیت	افزایش عدد رینولدز می‌شود، موجب کاهش
C	غلظت گونه	گردابه‌های ایجاد شده می‌شوند و راندمان اختلاط را کاهش می‌دهند.

علائم یونانی

ϵ_m	راندمان اختلاط
μ	ضریب لزجت دینامیکی [Pa.s]
ρ	چگالی سیال [kg/m^3]
ϵ_r	ثابت دی‌الکتریک محلول الکترولیت
ϵ_0	ضریب گذردهی خلأ [$\text{C}/\text{V.m}$]
ζ	پتانسیل زتا [V]
ρ_e	چگالی خالص بار الکتریکی [C/m^3]
ψ	پتانسیل الکتریکی درون لایه‌ی دوگانه‌ی الکتریکی [V]
κ	عدد ای‌دی‌ال [$1/\text{m}$]
ϕ	پتانسیل الکتریکی خارجی [V]
ϕ_1	پتانسیل الکتریکی خارجی (قطب آند) [V]
ϕ_2	پتانسیل الکتریکی خارجی (قطب کاتد) [V]

فهرست علائم

z	عدد والانس یون‌های مثبت و منفی
e	بار الکترون [C]
E	شدت میدان الکتریکی اعمالی [V/m]
f_z	نیروی حجمی [N/m^3]
k_B	ثابت بولتزمن [J/K]
n_0	غلظت یونی محلول [ions/m^3]
K	پارامتر دیبای - هوکل
N_a	عدد آووگادرو
T	دما [K]
U_{ref}	سرعت هلمهولتز - اسمولوفسکی [m/s]
H	ارتفاع ریزمجرا [m]
L	طول ریزمجرا [m]
w, W	سرعت بی‌بعد و بعددار
x, y, z	مختصات کارتزین [m]

مراجع

1. Wang, M., Wang, J.K., Chen, S.Y. and Pan, N., "Electrokinetic pumping effects of charged porous media in microchannels using the lattice Poisson-Boltzmann method", *J. Colloid Inter f. Sci.* No. 304, pp. 246-253, (2006).
2. Bhattacharyya, S. and Nayak, A.K., "Electroosmotic flow in micro/nanochannels with surface potential heterogeneity: An analysis through the Nernst-Planck model with convection effect", *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng.*, No. 339, pp. 167-177, (2009).
3. Chang, C.C. and Yang, R-J "Electrokinetic mixing in microfluidic systems", *Microfluid Nanofluid.* No. 3, pp. 501-525, (2007).
4. Kamholz, A.E., Weigl, B.H., Finlayson, B.A. and Yager P., "Quantitative analysis of molecular

- interactive in microfluidic channel: the T-sensor", *Anal Chem.*, No. 71, pp. 5340–5347, (1999).
5. Ismagilov, R.F., Stroock, A.D., Kenis P.J.A, Whitesides, G.M. and Stone, H.A., "Experimental and theoretical scaling laws for transverse diffusive broadening in two-phase laminar flow in microchannels", *Appl. Phys. Lett.*, No. 76, pp. 2376–2378, (2000).
 6. Anderson, J.L., Idol, W.K., "Electroosmosis through pores with nonuniformly charged walls", *Chem. Eng. Commun.*, No. 38, pp. 93–106, (1985).
 7. Ajdari, A., "Electro-osmosis on inhomogeneous charged surfaces", *Phys Rev Lett*, No. 75, pp. 755–758, (1995).
 8. Stroock, A.D., Dertinger, S., K.W., Ajdari, A., Mezic, I., Stone, H.A. and Whitesides, G.M., "Chaotic mixer for microchannels", *Science*, No. 295, pp. 647–65, (2002).
 9. Fushinobu, K. and Nakata, M., "An experimental and numerical study of a liquid mixing device for Microsystems", *Trans ASME J Electronic Packaging*, No. 127, pp. 141–146, (2005).
 10. Wang, J.K., Wang, M. and Li, Z.X., "Lattice Boltzmann simulations of mixing enhancement by the electroosmotic flow in microchannels", *Mod. Phys. Lett. B*, No. 19, pp. 1515–1518, (2005).
 11. Tang, G.H., Li, Z., Wang, J.K., He, Y.L., Tao, W.Q., "Electroosmotic flow mixing in microchannels with the lattice Boltzmann Method", *J Appl Phys*, No. 100, 094908, (2006).
 12. Tang, Z., Hong, S., Djukic, D., Modi, V., West, A.C., Yardley, J. and Osgood, R.M., "Electrokinetic flow control for composition modulation in a microchannel", *J Micromech Microeng*, No. 12, pp. 870–877, (2002).
 13. Mirbozorgi, S.A., Niazmand, H. and Renksizbulut, M., "Electro-osmotic flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential", *J. Fluid Engineering*, No. 128, pp. 1133-1143, (2006).