بررسی عددی و تجربی آیرودینامیک پرهٔ کوادرتور در جریان با رینولدزهای کم\* سجاد محمودی <sup>(۱)</sup> محمدحسن جوارشکنان <sup>(۱)</sup> محمدصادق توکلی<sup>(۱)</sup>

چکیده در این تحقیق یک پره در جریان با رینولدزهای کم توسط روشهای عددی و تجربی مورد بررسی قرار گرفته و منحنیهای مشخصهٔ آن استخراج شده است. در روش تجربی، حالت استاتیکی توسط دستگاه اندازه گیری نیروی پیشران، در دورهای مختلف مررد بررسی و آزمایش قرار گرفته و منحنیهای مشخصه نیروی پیشران، توان مصرفی موتور، جریان و ولتاژ ثبت گردیده است. همچنین با توجه به اهمیت حوزهٔ جریان در اطراف پره، بهطور عددی بررسی استاتیکی و دینامیکی شبیهسازی جریان عبوری از روی یک پرهٔ کوادرتور پرداخته شده و علاوه بر نتایج آیرودینامیکی روی پره، نتایج در حوزهٔ حل نیز مورد تحلیل قرار گرفته است. در روش عددی، با استفاده از نرمافزار تجاری فلوئنت بر مبنای حجم محدود با فرض جریان غیر قابل تراکم و لزج و استفاده از مدل آشفتگی عحری تطابق نحوبی را نشان می دها این تحقیق منحنیهای مشخصهٔ پرهٔ روتور توسط این دو روش استخراج شدهاند و مقایسهٔ نتایج عددی و تجربی تطابق خوبی را ن که صحت اندازه گیری و شبیهسازی عددی را تأیید می نماید. با توجه به شبیهسازی حوزهٔ جریان اطراف پره توسط روش عددی، فرا که صحت اندازه گیری و شبیهسازی عددی را تأیید می می این . با توجه به شبیهازی حوزهٔ جریان اطراف پره توسط روش عددی، قرار گرفته است. در تأیر گذار جرین روزه می مشخصهٔ پرهٔ روتور توسط این دو روش استخراج شدهاند و مقایسهٔ نتایج عددی و تجربی تطابق خوبی را نشان می دهد

واژههای کلیدی آیرودینامیک، پره، کوادرتور، تحلیل جریان، پیشرانش، گردابه، تجربی.

#### Numerical and Experimental Investigation of Aerodynamic of Quadrotor Blades in low Reynolds

S. Mahmoudi M.H. Djavareshkian M.S. Tavakoli

**Abstract** In this study, a low Reynolds flow around a blade is studied by experimental and numerical methods and characteristic curves are extracted. In the experimental static test, the results of thrust force, engine power, current and voltage in different speed for a rotor were recorded. Considering the importance of the flow field around the blade, the static and dynamic numerical simulations of the flow through a blade of Quadrotor are investigated. In addition to the blade aerodynamic results, the statistical of the computational domain are also analyzed. For the numerical simulation, a commercial software (Fluent) is used with the assumption of compressible viscous flow and  $k - \varepsilon$  turbulence model simulations. In this study, the characteristic curves of the rotor blade are extracted by the two mentioned methods. Comparison of numerical and experimental results show good agreement and confirm the accuracy of the measurement. According to the simulation of the flow field around the blade using the numerical method, the effective distance of the blades in order to find the optimum Quadrotor structure is studied.

Key Words Aerodynamic, propeller, Quadrotor, flow analysis, propulsion, vorticity, Experimental

<sup>★</sup>تاریخ دریافت مقاله ۹۲/٦/۱٦ و تاریخ پذیرش آن ۹۳/۲/۲۷ می باشد.

<sup>(</sup>۱) كارشناسي ارشد مهندسی هوافضا آيروديناميك، دانشكدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

<sup>(</sup>۲) نویسندهٔ مسئول: دانشیار، گروه مهندسی مکانیک دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. javareshkian@um.ac.ir

<sup>(</sup>۳) مهندس مکانیک، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

از پرههای هلیکوپتر پرداختند. آنها در ایـن تحقیـق بـا بررسی عدد اشتروهال (٥) و پارامتر بی بعد موج (٢) نشان دادند که ۲ برروی ضریب اصطکاک پوستهای و ضخامت ممنتم تأثیر مشخصی دارد در حالی که o فقط برروی ضخامت ممنتم تأثیر می گذارد. بوتاسو و شفرد [3] در سال ۱۹۹۹، با استفاده از یک کـد عـددی و بـه كاربستن معادلات اولر بهطور ضمني، به شبيهسازي پرهٔ هلی کوپترهای بزرگ پرداختند. هدف آنها در این تحقيق بررسى روشهاي مختلف مدلسازي شبكههاي تطبیقی حول پرههای فوق بودهاست. مونال مرچانت [4] در سال ۲۰۰٤، با ساخت یک دستگاه آزمایش به بررسی تجربی عملکرد تعدادی از پرهها با کاربرد در وسایل نقلیهٔ بدون سرنشین در رینولدزهای کم پرداختند تا با این تحقیق چارتی از اطلاعات این نوع پرهها در اختیار دیگران قرار دهند. آنها در این تحقیق فقط به روش تجربی اکتفا کردند. مرچانت و میلر [5] در سال ۲۰۰۶ یک سری آزمایش های دینامیکی روی پروانههایی در محدودهٔ قطر ٦-٢٢ اینچ اجرا کردنـد. آنها در تحقیق خود دستگاه آزمایشگاهی بهمنظور ثبت پارامترهای زاویهای مؤثر در پایداری سیستم پیشران ساختند. در این آزمایشها، سرعت دورانی پرهها ثابت و سرعت باد مختلفی در تونل اعمال شده است. با این دستگاه تغییرات زاویهای جریان، کنترل، و پایداری سیستم بررسی گردید. میشل ال [6] در سال ۲۰۰۸ با استفاده از روش های تحلیلی المان پره-ممنتم و آزمایشهای تجربی به اندازهگیری ضرایب توان و پیشران و گشتاور پرهٔ ریزپهپادها پرداخت. دیترز و سلیج درسال ۲۰۰۸ [7] با ساخت یک دستگاه آزمایشگاهی بهصورت تجربی آزمایشهای استاتیکی را برروی پرههای کوچک و متفاوتی انجام دادند که ابعاد آنها بین ۲/۵ تا ۵ اینچ و سرعت دورانی آنها بین ۲۵۰۰ تا ۲۷۰۰۰ بوده است. گمبل [8] درسال ۲۰۰۹ با یک دستگاه آزمایش و نوشتن یک کد پیچیده بـا نـرمافـزار لبويو (LabView) توانست اطلاعات آزمايشگاهي را

مقدمه

در دههٔ اخیر توجه بسیار زیادی از جانب محققان و یژوهشگران به ریزیرندههای بدون سرنشین (MAV) در سراسر جهان صورت گرفته و این امر باعث رشد قابل توجهی در این حوزه گردیده است. با این حال گرچه امروزه وسایل نقلیهٔ بدون سرنشین هم بازار تجاری و نظامی مختلفی در سراسر جهان دارند اما اطلاعات دقیقی در مورد بخش های مختلفی از قبیل آیرودینامیک، مکانیک و کنترل آن موجود نیست. لـذا توجه به کلیهٔ پارامترهای مؤثر در کاراتر کردن این نوع وسیلهها و توسعهٔ آنها در همهٔ ابعاد امری ضروری و اجتنابنایذیر است. نکتهٔ قابل توجه آن است که بررسی پارامترهای آیرودینامیکی مؤثر در این نوع وسایل نقلیـه بدون سرنشین ضروری میباشد چرا که ایـن نـوع وسیلهها باید توانایی پرواز در محیط باز و معرض باد و همچنین در شرایط محیط بسته را داشته باشند. دستهبندیهای زیادی در حوزهٔ ریزپرندهها وجـود دارد که یکی از آنها، نوع با قابلیت پـرواز و فـرود عمـودی Vertical take- off and landing (VTOL) مے باشد. در این میان کوادرتور یکی از این موارد است که مجموعـاً دارای ٤ روتـور و پـره در هـر انتهـای بـازوی خـود میباشد، با توجه به سادگی ایجاد حرکت در هر راستا، یکی از کاراترین انواع پرنده های بدون سرنشین می باشد. از آنجایی که کوادرتور دارای 7 درجه آزادی و بهعبارتی یک پرندهٔ بدون قید و چابک میباشد، لـذا دارا بودن یک کنترلگر با قابلیت اطمینان بالا براساس اطلاعات آیرودینامیکی برای پایداری آن الزامی است.

هنری براست [1] در سال ۱۹۷۸ به بررسی و طراحی آیرودینامیکی پرهٔ هواپیماهای بدون سرنشین پرداخت و منحنی مشخصههایی از آنها، با استفاده از روشهای تجربی ارائه کرد. بیدر و همکارش [2] در سال ۱۹۹۲، با استفاده از معادلات اولر و ناویراستوکس، به بررسی نوسانات موج عبوری در لایهٔ مرزی یک صفحهٔ تخت در فرکانسهای بالا برای شبیهسازی مدلی بهصورت خودکار جمع آوری و بهترین طرح مناسب را بهصورت تجربی برای عملکرد موتور و پره ایجاد کند. براندت و سلیج [9] در سال ۲۰۱۱ با ایجاد یک بستر آزمایش، به بررسی اثر رینولـدز و رانـدمان تعـدادی از پرها مثل ایراسکرو (Air screw) و کیوشو (Kyosho) پرداختند. اسکات و همکارانش [10] در سال ۲۰۱۲ بـه بررسی استاتیکی و دینامیکی اثر تغییر قطر و پیچ هندسی پرههای مربعی موتورهای الکتریکی، بر روی پارامترهای پیشرانشی پرداختند. آنها در ایـن تحقیق از یک چیدمان آزمایشگاهی و انـواع مختلفی از پـرهها استفاده کردند.

در بیشتر تحقیقات انجام شده بعضاً از روش تجربی برای محاسبهٔ پارامترهای پیشرانشی استفاده شده است و در بعضی موارد با استفاده از حل معادلات اویلر پارامترهای فوق محاسبه شده است. همان طور که مشاهده می شود کمتر تحقیقاتی به طور تجربی و عددی مشاهده می شود کمتر تحقیقاتی به طور تجربی و عددی ذکر شده انجام آزمایش های تجربی و عددی و مطالعهٔ خوزه جریان در حالت استاتیکی و دینامیکی و مقایسهٔ آنها از نوآوری های این تحقیق می باشد.

با توجه به این که پرههای موجود برای ریزپهپادها گسترده است و مأموریتهای این پرندههای مصنوعی نیز متنوع میباشد، بهمنظ ور ساختن و دسترسی به تکنولوژی این نوع ریزپهپادها داشتن دستگاه متناسب برای آزمایشهای عملی ضروری میباشد. همان طور که در تاریخچه اشاره شد، بررسی عددی حوزهٔ جریان در اطرف پرهٔ ریزپرندهها به طور جامع صورت نگرفته و اطلاعات کافی از نحوهٔ تشکیل و میراشدن گردابهها و همچنین اثرات این گردابهها در سیال اطراف خود موجود نیست.

لـذا در ایـن تحقیـق ابتـدا دسـتگاه آزمایشـگاهی بهمنظور بررسی اثر پارامترهای پـیشرانشـی یـک پـره ساخته شده، سپس آزمـایشهـای تجربـی روی پـرهای خاص انجام گردیده است. در این روش بـا اسـتفاده از

دستگاه اندازه گیری نیروی پیشران، منحنی مشخصه های مربوط به پره و موتور در حالت استاتیکی ثبت شده است برای مطالعهٔ بیشتر نیروهای آیرودینامیکی و حوزهٔ جریان، شبیه سازی عددی به صورت استاتیکی و دینامیکی نیز انجام شده و جریان اطراف پره تحلیل گردیده است. در این مطالعه، نیروی پیشران تولیدی و نحوهٔ تولید گردابه ها به واسطهٔ دوران پره، در سرعت های جریان مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت قسمتی از نتایج دو روش مقایسه گردیدند که هم خوانی خوبی بین آنها و جود دارد.

## تفاوت بال ثابت با بال چرخان

برای حل و شبیه سازی هر جریانی، ابت ۱۰ باید شرایط فیزیکی حاکم بر آن را مشخص نمود. جریان در اطراف پرهٔ اکثر سیستمهای بال چرخان به علت سرعت دورانی و ماخ نوک پره در محدودهٔ تراکم پذیر آشفته قرار دارد. اما با توجه به محاسبات انجام شده برای پرهٔ کوادرتور، ماخ پروازی آن در حدود ۱/۰ می باشد، لذا جریان از نوع تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است.

برای تشخیص این که جریان در اطراف پره در محدودهٔ آشفته است یا آرام، از عدد رینولدز نوک پره استفاده می شود. اگر رینول دز نوک پره در حالت ایستا(Static) (بدون جریان باد) از <sup>۱</sup>۰۱×۲ بیشتر باشد، می توان جریان را آشفته فرض نمود [11]. از طرفی در محدودهٔ آشفته به خاطر وجود گردابه ها، جریان رفتاری کاملاً تصادفی دارد. برای شبیه سازی جریان آشفته یا باید گردابه ها را به طور کامل محاسبه نمود و یا این که تأثیر آنها را روی جریان متوسط در نظر گرفت یکی از این روش ها استفاده از مدل های آشفتگی می باشد.

قبل از اینکه به نحوهٔ بررسی عددی و تجربی پـره کوادرتور پرداخته شود، تحلیل و بررسی تفاوت نحـوهٔ تغییـرات جریـان بـر حـول پهپادهـای بـالثابـت (Fixed wing) و بالچرخان، امری قابل توجه می باشد. به طور کلی تغییرات جریان بر روی یک پره با جریان حول و اطراف بال ثابت، متفاوت می باشد. زیرا برای یک بال ثابت، گردابه تولید شده در نوک و سطح آن از بال دور می شود و تأثیر گردابه روی جریان سیال در اطراف بال کم است. در حالی که جریان در اطراف یک پره به شدت تحت تأثیر گردابه قوی که از نوک آن به وجود می آید، قرار می گیرد [12].



شکل ۱ تفاوت بال ثابت و پرهٔ چرخان

علاوه بر این، اساس توزیع سرعت برخورد هـوای نسبی در حالت بالثابت و پرهٔ چرخان کـاملاً متفـاوت مىباشد. همان طور كه از شكل (۱) پيداست در حالتى که بال ثابت است، سرعت نسبی برخورد هوا در طول بال یکسان است در صورتی که در مورد پرهٔ چرخان در حالت ایدهال یک رابطهٔ خطی بین سـرعت نسـبی و شعاع وجود دارد. همچنین بارگذاری حاصل از عبـور جریان از روی سطح مقطع بال های ثابت و پرهای چرخان متفاوت است. در هواپیما جایی که بال ثابت میاشد، نیرویهای اعمالی دارای شکل تقریباً یکنواختی میباشند که در نوک بال به صفر میرسد. در صورتی که در نزدیکی مرکز پرههای چرخان بهعلت عدم وجود باد نسبی، مقدار نیروی برآ بسیار کم است و از ریشه به سمت نوک بهتدریج افزایش مییابد تا به یک حداکثر در نزدیکی نوک پره میرسد و سپس با یک شیب تند در نوک پره به صفر میرسد [13].

# معادلات حاكم

برای حل جریان خارجی در اطراف یک جسم متحرک، مدل را در داخل یک تونل باد مجازی در نظر می گیرند. بنابراین می توان با شبکهبندی، محدودهٔ تونل باد محاسباتی همراه با جسم مورد نظر و دادن شرایط مرزی ورود و خروج، جریان را شبیهسازی نمود [14]. در این حالت معادلات ناویر استوکس فرم اصلی خود را دارند که در ذیل آمده است. معادلهٔ پیوستگی براساس رابطهٔ (۱) می باشد.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho u_i) = 0 \tag{1}$$

که در آن، p معرف چگالی و V بردار سرعت سیال میباشد. معادلهٔ اندازهٔ حرکت در مختصات ثابت بهصورت زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + F$$
(Y)

که در آن، p نشاندهندهٔ فشار،  $au_{ij}$  تانسور تنش و  $F_i$  نیروی خارجی است. همچنین تانسور تـنش از رابطـه زیر بهدست می آید.

$$\tau_{ij} = \left[ \mu \left( \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{x}_j} + \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial \mathbf{x}_i} \right) \right] \tag{(Y)}$$

که در آن، ۲ معرف ویسکوزیته دینامیکی سیال می باشد. جریان حول بالهای چرخان را به دو روش شبکه متحرک و مختصات نسبی چرخان می توان حل نمود. در روش شبکه متحرک، شبکههای ایجاد شده نسبت به یکدیگر حول یک مرز میانی در حرکت خواهند بود. این روش زمانی ضروری است که جریان به صورت ناپایدار باشد یا هندسهٔ مدل تغییر نماید، به عنوان مثال جریان در اطراف پره روتور کوادر توری که در حال ظاهر میشود.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho V_r) + \nabla (\rho V_r V_r) + 2\Omega \times V_r + \Omega \times \Omega \times r + \rho \frac{\partial \Omega}{\partial t}$$
(7)

در رابطهٔ فوق  $r \times \Omega \times \Omega + r + 2 \times \Omega$  همان نیروی  $V_r = V_r + \Omega \times \Omega$  مرفنظر  $V_r = V_r$  می شود، زیرا فرض بر این است که سرعت زاویه ای پره ثابت است. البته اگر شتاب زاویه ای وارد شود بهتر است از فورمولاسیون سرعت مطلق استفاده نمود. در این مقاله از فورمولاسیون سرعت ثابت استفاده شده است. بنابراین معادلات اندازه حرکت براساس رابطهٔ (1) خواهد بود هم چنین معادله پیوستگی به صورت زیر می باشد.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla .(\rho V_r) = 0 \tag{V}$$

روش حل معادلات گسستهسازی معادلات ناویراستوکس بر پایهٔ یک روش عددی بر مبنای حجم محدود میباشد. در بررسی عددی از روش های مختلفی برای حل معادلات حاکم استفاده می کنند. در این تحقیق با توجه به کارهای مشابه و کارایی آنها، از روش نیمه ضمنی سيميل (Simple)، در حل معادلات استفاده شده است. در این روش ابتدا معادلات انداز حرکت با توجـه بـه مقادير اوليهٔ داده شده حل مي شوند و سيس با حل معادلهٔ تصحیح فشار، مقادیر فشار و سرعتها تصحیح می گردند. پس از آن معادلات اسکالر از جمله معادلات آشفتگی حل می گردند. در تحقیق حاضر، برای مدلسازی آشفتگی از مدل K-E استفاده گردیده است. در صورت همگرایی، روند حل متوقف میشود و در صورت عدم همگرایی، نتایج حل حاصل بهعنوان ورودي الگوريتم فوق داده شده و روند حل ادامه مى يابد. پرواز رو به جلو میباشد. اما از آنجا که در این تحقیق جریان در حالت ایستا مدلسازی میشود و پرهٔ موردنظر ایزوله میباشد، نیازی به استفاده از روش شبکه متحرک نیست. در روش دیگر یعنی مختصات نسبی چرخان، معادلات حاکم بر جریان در یک مختصات چرخان نوشته میشوند. بنابراین بهجای این که آن جسم صلب بچرخد، محیط اطراف آن در حال چرخش خواهد بود. بردارهای سرعت نسبی را میتوان از بردار حاصل از بردار چرخش مختصات کم نمود و در نتیجه جریان واقعی اطراف یک پره را شبیهسازی کرد. در این روش شتاب سیال دارای عبارتهای اضافی است که در معادلات اندازه حرکت ظاهر میشوند. البته هم میتوان از سرعتهای نسبی و هم از سرعتهای مطلق استفاده کرد. رابطهٔ بین این دو سرعت به صورت زیر میباشد.

 $V_r = V \times \Omega.r = 0$ 

(٤)

که Ω در آن سرعت زاویه ای مختصات چرخان، V، سرعت نسبی، V سرعت مطلق، r بردار مکان است. با توجه به معادلهٔ (۲) سمت چپ معادلهٔ اندازه حرکت برای مختصات ثابت به صورت زیر می باشد.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V) + \nabla .(\rho V V) \tag{0}$$

در حالی که سمت چـپ معادلـهٔ انـدازهحرکـت بـرای مختصات چرخان با استفاده از سرعت مطلق رابطهٔ زیر خواهد بود و جملههای سمت راست معادلـه تغییـری نخواهد داشت.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho V \right) + \nabla \left( \rho V_r V \right) + \Omega \times \mathbf{r} = 0$$

چنانچه از فورمولاسیون سـرعت نسـبی اسـتفاده گردد. رابطهٔ زیر در سمت چپ معادلـهٔ انـدازهحرکـت لازم به ذکر است در این تحقیق از شبکهٔ هم مکان (شبکهای که تمام متغیرها در یک مکان ذخیره می شوند) استفاده شده است که برای محاسبهٔ عبارت جابه جایی، معادلات گسسته سازی شدهٔ اندازه حرکت، از روش درون و یا برونیابی مرتبهٔ دوم بالادست استفاده گردیده است.

## شرایط آزمایش حل عددی

با توجه به اهمیت سازگاری پره و موتور مورد استفاده در این تحقیق، پرهٔ ۲/۷×۱۰ که دارای قطر ۲۵/۲ سانتیمتر و گام ٤/٧ میباشد، بعد از آزمایشهای تجربی صورت گرفته با استفاده از دستگاه اندازه گیری نیروی پیشران، برای مدلسازی و تستهای عددی، ابتدا هندسهٔ پره توسط دستگاه اسکن شد و در نرمافزار سالید مدلسازی گردید، سپس برای بررمسی عددی مورد استفاده قرار گرفته همچنین هندسهٔ پره در جدول (۱) ارائه شده است که ۲ شعاع متغیر، R شعاع پره و β پیچش پره میباشد.

	جدول ۱	
r/R	c/R	ß
0.15	0.109	21.11
0.2	0.132	23.9
0.25	0.156	24.65
0.3	0.176	24.11
0.35	0.193	22.78
0.4	0.206	21.01
0.45	0.216	19
0.5	0.223	17.06
0.55	0.226	15.33
0.6	0.225	13.82
0.65	0.219	12.51
0.7	0.21	11.36
0.75	0.197	10.27
0.8	0.179	9.32
0.85	0.157	8.36
0.9	0.13	7.27
0.95	0.087	6.15
1	0.042	5.04

لازم به ذكر است، در اين تحقيق از مدل كردن تجهیزات موتور و هاب (Hub) مرکزی پره بهدلیل کماثر بودن در تولید نتایج، صرف نظر گردیده است. روش عددی بـه دو دسـتهٔ، آزمـایش.هـای اسـتاتیکی و دینامیکی تقسیمبندی میشود. در آزمایش های استاتیکی سرعت جریان ورودی برابر صفر در نظر گرفته شده است و در این حالت در سرعت دورانی مختلف پره به ثبت داده هایی مثل نیـروی پـیشران و توزیع فشار و نحوه مسیر عبور جریان از روی پره پرداخته شده است. همچنین در آزمایش های دینامیکی در یک دور ثابت در سرعت بادهای مختلف به بررسی پارامترهای فوق پرداخته شده و در هر یک از این آزمایش ها نتایج باهم مورد مقایسه قرار گرفته است. لازم به ذکر است برای ثبت توزیع فشار از مقطعی در فاصلهٔ ۷۵/۰ شعاع پره استفاده شده است. با توجـه بـه سرعت دورانی پره، برای تشخیص ایـنکـه جریـان در اطراف روتور در محدودهٔ متلاطم است یا آرام، از عدد رینولدز در ۷۵/۰ پره استفاده می شود. اگر رینولدز نوک یره در حالت ایستا از <sup>۱</sup>۰۰×۲ بیشتر باشد، می توان جريان را متلاطم فرض نمود [15,16].

 $Re = \frac{V_{tip} \times C_{tip}}{V_{\nu}} \ge 2 \times 10^4$  جريان آشفته  $Re = \frac{V_{0.75 \ blade} \times C_{0.75 \ blade}}{V_{\nu}} = 5.6 \times 10^4$ 

لذا در این تحقیق جریان را آشفته و همچنین بـا توجـه

به این که ماخ نوک پره حدوداً برابر ۱۰۵ می باشد. جریان تراکمناپذیر در نظرگرفته شده است.

## مدل هندسی و شبکهبندی

به منظور مدلسازی پره، دو ناحیهٔ اطراف آن در نظر گرفته شده که ناحیهٔ داخلی همراه پره میچرخد و ناحیهٔ خارجی ثابت می باشد. این کار به ما اجازه می دهد به جای ایجاد حرکت در شبکه، جریان عبوری از آن را به حرکت در بیاوریم و بررسی ها با سادگی بیشتری همراه خواهد بود. سپس این نواحی به صورت بی سازمان شبکهبندی شده که نمایی از آن در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۳ نحوهٔ شبکهبندی حجمی در اطراف پره

نسبت کشیدگی هر المان در این شبکهبندی بیسازمان بین ۱ تا ۵ است که در محدودهٔ بسیار خوبی میباشد. در واقع یکی از مزیتهای اصلی شبکهبندی بیسازمان، محدودهٔ بسیار پایین کشیدگی المانها است. همانطور که در شکل (۳) مشاهده می شود، در شبکهبندی از شبکههای چهاروجهی بی سازمان استفاده شده و تراکم شبکه در نزدیکی پره برای محاسبهٔ بهتر گردابهها و توزیع پارامترهای جریان بیشتر است. در نقاط دور دست المانها دارای ابعاد بزرگتری هستند و تا درنهایت تعداد کل شبکهها خیلی زیاد نباشد و

همچنین گردابهٔ حاصل از پره میرا شود. فاصلهٔ اولین المان از روی پره با توجه به مقدار <sup>+</sup>Y بین ۳۰ تا۰۰۰ تنظیم شده است که استفاده از توابع دیواره را برای جریان تأیید مینماید.

## شرايط مرزى

تعیین شرایط مرزی یکی از مهمترین مسائل در شبیه سازی جریان اطراف پره می باشد. برای آن که بتوان نتیجه گیری درستی از روند حل و نتایج حاصل از آن داشته باشیم، انتخاب شرایط مرزی مناسب برای تحلیل حل عددی یک پره از مهمترین مباحث در این زمینه می باشد. در ابتدا اشاره ای به قسمت های مختلف ناحیه ها داشته و بعد از آن به شرایط لحاظ شده برای آنها پرداخته می شود.

همان طور که در شکل (٤) مشاهده می گردد کل ناحیهها به دو بخش جامد و سیال تقسیمبندی می شود که بخش جامد مربوط بـه حجـم پـره و بخـش سـيال استوانهای است کـه حجـم پـره از آن کـم مـیشـود و مربوط به سیال اطراف پره خواهد بود. با توجه به شکل، در بالادست پره يعني ورودي که بهعنوان ورودی تونل باد محاسباتی در نظرگرفته شده است، از شرایط مرزی سرعت ورودی استفاده شده است. بسته به استاتیکی (عـدم وجـود جریـان در ورودی) و یـا دینامیکی (وجود سرعت جریان در ورودی) بودن آزمایش، سرعت أن صفر و یا سرعت مربوط الحاظ گردیده است. این شرط مرزی برای تعریف سرعت جریان، با تمام خاصیت های اسکالر جریان به کار میرود و فقط برای جریان های غیرقابل تراکم مورد استفاده قرار می گیرد. در پاییندست جریان که فاصلهٔ آن از پره طوري در نظرگرفته شده است که مرز دوردست، روی جریان اطراف یره روتور تأثیر نداشته باشد. شرایط مرزی آن را از نوع فشار خروجی که برابر با فشار اتمسفر ميباشد، و با توجه به اينكه مرز

خارجی بسیار دور از پره در نظر گرفته شده بـهطـوری که هیچ جریانی در نزدیکی این مـرز وجـود نـدارد، از شرط لغزشی استفاده شده است.



شکل ٤ شرایط مرزی لحاظ شده در تحلیل عددی پرهٔ کوادرتور



شکل ۵ دستگاه اندازهگیری نیروی پیشران ساخته شده درآزمایشگاه ریزیهیاد

00:00:20,50	Tanan in in tender (antist (kernede) and ter fe) (sector Millions
Runt Vachar 15 g Was Ad	1 12 × 208 1851 × 17797 51 × 764

شکل ٦ نمایش اطلاعات برد پردازشگر برروی کامپیوتر

دستگاه اندازه گیری نیروی پیشران همان طور که در شکل (۵) مشاهده می شود، برای اندازه گیری نیروی پیشران موتور و پره و همچنین بررسی اثر پارامترهای مختلف مؤثر بر روی نیروی پیشران از دستگاه فوق استفاده شده است. آزمایش رانش برای مشخص کردن ترکیبهای مختلف از موتور و ملخ بهعنوان گزینههای مناسب برای تأمین

نیروی مورد نیاز در ریزپهپاد مورد نظر مورد استفاده قرار گرفته شده است. دستگاه اندازه گیری ساخته شده متشکل از: نیروسنج الکتریکی، پایه با ارتفاع مشخص بهمنظور قرارگیری در تونل باد، اتصالات و اهرمها، باتری، کنترلگر سرعت، رادیوکنترل، تاکومتر لیزری، آمپرمتر، ولتسنج، کارت گرفتن دادهها، کامپیوتر، موتور و ملخ می باشد.

#### تجهيزات الكتريكي

موتور انتخاب شده برای آزمایش 09 /72215 EMAX است که از نوع بدون جاروب ک می باشد و برای تأمین قدرت و توان راهاندازی آن از یک باتری سه سلولی (3Cell) استفاده گردید. هم چنین برای اعمال سرعتها و دورهای مختلف به موتور و بررسی پیشرانش، ولتاژ، توان، آمپر و گشتاور، از یک دستگاه تنظیم کنندهٔ سرعت استفاده گردیده است. در این روش رادیو کنترل به همراه دریافت کننده (Receiver) و هم چنین کارت گرفتن داده به منظور اعتبارسنجی دادههای دریافتی مورد استفاده قرار گرفت و برای اعمال دور مشخص به موتور، ابتدا یک دریافت کننده اعمال دور مشخص به موتور، ابتدا یک دریافت کننده به طور آنالوگ به موتور منتقل گردید.

همانطور کـه در شـکل (٦) مشـاهده مـیشـود، اطلاعات نمایش داده شده میشود، همچنین بـهمنظـور بررسی صحت سرعت زاویهای بهدسـتآمـده، در هـر مرحله سرعت زاویهای توسط تاکومتر رصد گردیده است همین طور برای اندازه گیری ولتاژ، توان و آمپر مصرفی در هر دور مشخص، از ولتسسنج و جریانسنجهای مخصوص که دقت بسیار بالایی برخوردارند استفاده شدهاست.

#### نتايج

در این بخش به بررسی و تحلیل نتایج بهدست آمده از روش تجربی و عددی پرداخته شده است. در بخش اول نتایج، دادههای تجربی و در بخش دوم به بررسی نتایج عددی پرداخته شده است.







#### نتايج تجربي

در این بخش به بررسی منحنی مشخصههای بهدست آمده از دستگاه اندازهگیری نیروی پیشران پرداخته شده است. همان طور که در شکل (۷) نشان داده شده است، افزایش دور، باعث افزایش نیروی پیشران تولیدی حاصل از موتور و پره گردیده است، اما این افزایش نیروی پیشران، روی برخی از پارامترهای دیگر اثر می گذارد که در شکلهای بعدی قابل مشاهده است.

در شکل (۸) دیده میشود که با افزایش دور در حالی که نیروی پیشران تولیدی حاصل از موتور و پره افزایش مییابد، اثر قابل توجهی بر توان مصرفی موتور دارد و باعث میشود در یک بازهٔ زمانی مشخص، شارژ باتری سریعتر تمام میشود و لذا زمان استفاده از باطری را کم میکند. در نتیجه باید با توجه به هدف از مساخت ریزپهپاد مورد نظر، نیروی پیشران مورد نیاز آن را تأمین کنیم. البته اگر بیشتر به نمودار توجه کنیم، خواهیم دید که در بازهٔ دورهای بین ۱۰۰۰ تا ۲۰۰۰ دور بر دقیقه تغییرات توان مصرفی نسبت به افزایش دور با شیب کمتری مواجه است که این امر نکتهٔ قابل توجهی است، چراکه در این بازه ما میتوانیم تقریباً افزایش دور تولید کنیم.

همچنین ضریب نیروی پیشران و توان بیبعد شده نیز در شکل (۱۱–۹) نشان داده شده است.



شکل ۹ ضریب نیروی پیشران در حالت استاتیکی

تأثیری در نتایج رخ نداده است. شکل (۱۳)، نتایج استقلال از حوزهٔ محاسباتی را نشان میدهد. اما باتوجه به استفاده از دستگاه مختصات چرخان، ناحیهای از محدودهٔ حل بهعنوان سیال تحت دوران بهجای پره، در نظر گرفته شده است. لذا در جهت انتخاب اندازهٔ بهینهٔ این محدوده، حجمهای مختلفی از آن بررسی و مورد مقایسه قرار گرفت، و اندازهٔ بهینهٔ آن به جهت کم تأثیر بودن ارائه نشده است.

همچنین در شکل (۱٤) توزیع <sup>+</sup>Y بر روی سطح پره نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود این پارامتر در محدودهٔ بین ۳۰ نا ۳۰۰ قرار دارد.





در ابتدای هر تحلیل و بررسی عددی، تبدیل کردن فضای محاسباتی به فضایی مستقل از شبکه و دامنه حل یک مورد الزامی است. در بررسی استقلال از شبکه، شبکههایی با تعداد سلولهای متفاوت مورد آزمایش قرار گرفت. همان طور که در شکل (۱۲) مشاهده می شود برای تعداد سلولهای بیش از یک میلیون، مقدار نیروی رانش تغییرات قابل ملاحظهای را نشان نمی دهد لذا در این تحقیق نتایج برای تعداد شبکهٔ یک و نیم میلیونی ارائه شده است. هم چنین در تعیین بهترین محدودهٔ محاسباتی، محدوده هایی با اندازه های مختلف مورد بررسی قرار گرفت که در نهایت، قطر دامنهٔ محاسباتی تقریباً سه برابر نهایت، قطر دامنهٔ محاسباتی تقریباً سه برابر (۱۰ سانتی متر) و طول آن ۳۰ برابر (۵ متر) قطر پره می باشد. به طوری که با تغییر قطر و طول حوزهٔ حل



همان طور که در شکل (۱۵) مشاهده میشود، بەمنظور اعتبارسنجى شبيەسازى انجام شدە، نتايج حالت استاتیکی عددی با دادههای تجربی انجام شده در این تحقیق مقایسه گردیده است، تطابق خوب بین نتایج استخراجی و دادههای منتشر شده نشاندهنده صحت تحقيق انجام شده مي باشد.

با توجه به شکل (۱٦) مشاهده می شود، تغییرات سرعت زیادی روی سطح پره نشان داده میشود، در این حالت، همان طور که انتظار داریم با توجه به حرکت دورانی پره، توزیع سرعت بر روی سطح آن از عدد صفر در مرکز پره تا ماکزيمم سرعت در نوک پرەھا تغییر میکند. لام به ذکر است این توزیع سرعت به سرعت دورانی ٤٠٠٠ دور بر دقیقه بهدست آمده است.



برای درک بهتری از توزیع فشار روی مقاطع مختلف پره در شکل های (۱۸ و ۱۷) توزیع فشار در دو مقطع نصف و سهچهارم شعاع از مرکز پره نشان داده شده است.

در هر پره در حال دورانی، انتظار می رود که با دوران پره، جريان جلوي آن به سمت پشت آن مکيده



شکل ۱۹ نحوهٔ مکیده شدن جریان توسط پره در راستای محور ۲ در صفحه XY



پره به سمت پايين دست آن

شود. شکل های (۲۰ و ۱۹) که مربوط به نحوهٔ مکیده شدن جریان توسط یره در آزمایش های استاتیکی است، کاملاً نشان میدهـد کـه جريـان در جلـوی پـره دارای سرعت صفر است و با دوران آن، کم کم به سمت پره مکیده می شود و سرعت آن افزایش می یابد و هرچه سرعت دورانی پره افزایش بیشتری پیدا کند. شتابگیری جریان اطراف آن سربع تر اتفاق میافتد. همچنین فاصلهٔ بهینه بین دو پره با وجود هاب مرکزی مهم میباشد. بهعبارت دیگر در صورت کم بودن فاصله بین دو پره، جریان مکیده شدهٔ یک پره برروی پرهٔ دیگر اثـر مـی گـذارد و نیـروی پیشـران را کـاهش میدهد. این شکل ها نشان میدهند که بردارهای سرعت جریان که به سمت پره کشیده می شوند، تقریباً تا فاصله ۱/۵ برابر شعاع پره دارای مقدار قابل توجهی هستند. لذا برای حـذف اثـر ایـن پارامترهـا از نیـروی ييشران توليدي يره، حداقل فاصلة قرار گرفتن تجهیزات از پره باید ۱/۵ برابر شـعاع از مرکـز پـره در نظر گرفته شود.

نکتهٔ قابل توجه دیگری که متوجه هر تحلیلگر آیرودینامیکی است. نحوهٔ عبور و حرکت خطوط جریان از بالادست پره به سمت پاییندست آن است. همان طور که در شکل (۲۱) مشاهده می شود این حرکت از حالت یکنواخت در بالادست پره آغاز می گردد و در حین عبور از پره به دوران در می آید و رفته رفته با گذر از سطح پره این دوران و پیچش افزایش می یابد و جریان در پایین دست پره به دور خود پیچیده و گردابه تولید می کند. از زاویهٔ دیگر و با جزئیات بیشتر روند این تغییرات در شکل (۲۲) نشان داده شده است.

همچنین می توان گردابه ها و تغییرات سرعت ایجاد شده بر رو و پشت پره را با رسم کانتورهای سرعت در پشت پره دید. برای این کار به فواصل مختلف، در پشت پره صفحاتی تعریف شده است. موقعیت دقیق این صفحات در شکل (۲۳) مشاهده می شود.



در شکل های (۲۷–۲۵) با توجه به اهمیت تغییرات سرعت بر روی پره و پاییندست آن و بررسی تأثیرگذارترین بخش پره در ایجاد مکش جریان و تولید نیروی پیشران، نحوهٔ این تغییرات و گرادیانهای سرعت نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می گردد هرچه از مرکز پره به سمت میانهٔ آن یعنی ۱۰/۷۰ شعاع، نزدیک می شویم با یکنواختی بیشتر در سرعت مواجه خواهیم شد و این امر نشان می دهـد بیشینهٔ ایجاد نیروی پیشران با توجه به همین فاصله

شکل (۲۸ و ۲۹) به خوبی نحوهٔ توزیع و تغییر فشار بر رو و پشت پره را در سرعت دورانی ٤٠٠٠ دور بردقیقه نشان می دهد. همان طور که مشاهده می گردد توزیع فشار در جلو، بر خلاف توزیع آن در پشت پره می باشد و این یعنی مکیده شدن جریان در بالادست به دلیل حرکت دورانی پره، باعث افزایش سرعت سطح پره از ریشه تا نوک می گردد و لذا فشار کاهش می یابد و از طرفی با عبور جریان و جدا شدن آن از سطح پره، فشار در سطح پشت پره افزایش یافته است.

اما شکل (۳۰) نحوهٔ تشکیل گردابه را نشان میدهد. به طوری که از مقطع صفر روی سطح پره گردابه ها به تدریج تشکیل می گردند و با دور شدن از سطح پره، در فاصله یک متری آن (شکل ۳۱)، گردابه ها به آرامی شروع به میرا شدن می کنند و همان طور که در شکل (۳۲) مشاهده می شود در فاصله ۲ متری از سطح پره بخش قابل نوجهی از گردابه ها به طور کامل میرا شده اند.



شکل ۲۸ توزیع فشار بر روی سطح جلوی پره در سرعت ۲۸ دور بر دقیقه









شکل ۳۲ نمایش خطوط جریان در میرا شدن بخشی از گردابههای ایجاد شده در فاصلهٔ امتری از سطح پره



شکل ۳۵ نمایش خطوط جریان در میرا شدن کامل گردابهها در فاصلهٔ ۲ متری از سطح پره

نتايج عددى ديناميكى

همچنین در اعتبارسنجی نتایج دینامیکی تجربی، نتـایج ضریب نیروی پیشـران در آزمـایشهـای دینـامیکی بـا دادههای مرجع [5] مقایسه شده و در شکل (۳٦) نشان داده شده است. J (Advance Ratio) نسبت پیشرفت و یا بهعبارتی  $\frac{V_{\infty}}{n.D} = J$  میباشد که V سرعت جریـان آزاد و n دور برحسب ثانیه و D قطر پره میباشد). نتایج فوق نشان میدهد با افزایش سرعت جریـان ورودی، ضریب نیروی پیشران کاهش مییابد و در یک



شکل ۳۱ نمایش خطوط جریان در میرایی بخشی از گردابههای یشت یره در فاصلهٔ ۱ متری یشت یره



شکل ۳۲ میرا شدن بخش زیادی از گردابههای تشکیل شده، در فاصله ۲ متری پشت پره



شکل ۳۳ نمایش خطوط جریان در گردابههای ایجاد شده در مقطعی بر روی پره در صفحهٔ Z-Y

نکتهٔ قابل توجه دیگر گردابه های تشکیل شده در نوک پره می باشد. همان طور که در شکل (۳۳) مشاهده می شود در اثر دوران پره، بخشی از جریان عبوری از روی پره به علت محدود بودن سطح و همچنین آزاد سرعت مشخص در ورودی به صفر میرسد و به جای تولید نیروی پیشران، مانند توربین باد تولید توان میکند. لذا بررسی سرعت جریان هوا برای آزمایش واقعی یک کوادرتور نقش تعیینکنندهای در پایداری آن ایفا میکند. زیرا همان طور که مشاهده می شود ضرایب آیرودینامیکی آن تغییرات اساسی دارد. هم چنین با نمایش توزیع فشار پشت پره برای سرعت ورودی مختلف این مطلب تأیید می گردد.



در شکل (۳۷) سرعت هوای وروی از صفر به ۵ متر بر ثانیه افزایش پیدا میکند و همانطور که مشاهده می شود توزیع فشار در اکثر بخش های سطح پشت پره افزایش پیدا کرده است و به تدریج نواحی ماکزیمم و مینیمم فشار در پشت پره معکوس می گردد. این تغییرات در شکل (۳۸) و مقایسهٔ آن با شکل های بهترتیب (۲۹ و ۳۷)، با افزایش سرعت ورودی به میزان

نکته قابل توجه دیگری که وجود دارد نحوهٔ تولید و تغییرات گردابه های پشت پره در طول حوزهٔ حل بهازای افزایش سرعت در ورودی است. شکل (۳۹) توزیع گردابه های تولید شده در پشت پره را به ازای سرعت ۲/۵ متر بر ثانیه نشان میدهد. همان طور که مشاهده می شود گردابه ها به شکل های جدا از هم و

تقریباً نامتقارنی تشکیل و دائماً دستخوش تغییراتی در اندازه و جهت خود می گردند و بهطور تقریبی، این امر نشاندهندهٔ غیر قابلپیشبینی بودن نحوهٔ تغییرات گردابهها در پشت پرههای چرخشی در حالت دینامیکی است.



شکل ۳۷ توزیع فشار در سطح پشت پره بهازای سرعت ورودی ۵ متر برثانیه



شکل ۳۸ توزیع فشار در سطح پشت پره بهازای سرعت ورودی ۱۰.۰۰ ماری



شکل ۳۹ نحوه تشکیل و توزیع گردابهها در حوزه حل

٤- شبیهسازی عددی توزیع سرعت و فشار بر روی پره استخراج شده، در انتخاب جـنس پـره بـرای دلیـل در ایـن تحقیـق بـه بررسـی آیرودینـامیکی یـک پـرهٔ داشتن تحمل این توزیع نیرو، ضروری میباشد. کوادرتور به صورت تجربی و عددی پرداخته شده ٥- نتایج آزمایش های تجربی نشان میدهد اگر فاصله است. نکات اصلی استخراج شده در این تحقیق نشان یک صفحهٔ مسطح تا پره (اثر زمین) از مقدار مشخصی می دهد که كمتر باشد، بەدلىل گردابەھاى پايىندست جريان، ۱- مقایسهٔ نتایج عددی و تجربی تطابق خوبی را نشان نيروى رانش را تحت تأثير قرار مىدهد. ٦- نتایج دینامیکی نشان میدهـد تشـکیل گردابـههای ۲- از آنجایی کے منبع تغذیۂ پرنےدہ ہای مصنوعی يشت يره نسبت به حالت استاتيكي در فاصلهٔ دورتري محدود می باشد انتخاب پره مناسب برای روتور از سطح پرہ ایجاد می شود و میرایے آنھا تا حدودی می تواند مداومت پروازی آن ها را افزایش دهد. این غيرقابل پيشبيني است مگر اين که حجم حوزهٔ حل انتخاب بدون داشتن منحني هاي مشخصة يره غير ممكن بسیار بزرگ انتخاب شود و این امر مستلزم میباشد. در این تحقیق، منحنی های مشخصهٔ یک پره كامييو تر هاي بسيار قدر تمند مي باشد. توسط آزمایشها تجربی استخراج شده است. ۷- همانطور که مشاهده می شود یرهٔ مورد استفاده در ۳- بهدلیل وجود تجهیزات ضروری در وسایل یرنده، این تحقیق تقریباً بهازای سرعت ورودی ۱۰ متر بر ثانیه عدم رعایت فاصلهٔ این تجهیزات تا پره میتواند بر نیروی پیشرانی تولید نمیکند و به حالت آسیاب بادی روی نیروی رانش اثر بگذارد در این تحقیق، در می رسد و این امر اثر جریان هوا بر روی پارامتر های فاصلههای مختلف در اطراف و در پشت یه، جریان آیرودینامیکی و پیشرانشی را تأیید میکند. گردابهای حول پره شبیهسازی عددی شده است.

نتيجه گيري

مراجع

- 1. Henry V. Borst, "Aerodynamic Design and Analysis of Propellers for Mini-Remotely Piloted Air Vehicles", USAAMRDL-TR-77-45A, Vol. 1, January, (1978).
- 2. Srinivasan, G.R. and Baeder, J.D., "TURNS: A Free-Wake Euler/ Navier-Stokes Numerical Method for Helicopter Rotors", AIAA Journal, Vol. 31, No. 5, Technical Notes. (1992)
- 3. Bottasso, C.L. and Shephard, M.S.; "Finite Element Adaptive MultigridEulerSolver for Rotary Wing Aerodynamics", AIAA Journal, December, (1999).
- 4. Monal Pankaj Merchant, Propeller Performance Measurement for Low Reynolds Number Unmanned Aerial Vehicle Applications, Wichita State University, (2004).
- 5. Merchant, M.P. and Miller, L.S., "Propeller Performance Measurement for Low Reynolds Number UAV Applications", 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA 2006-1127,(2006).
- 6. Ol, M., Zeune, C. and Logan, M., "Analytical Experimental Comparison for Small Electric Unmanned Air Vehicle Propellers", 26th AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA 2008-7345, (2008).
- 7. Deters, R.W. and Selig, M.S., "Static Testing of Micro Propellers", 26th AIAA Applied Aerodynamics Conference, AIAA 2008-6246, (2008).
- 8. Gamble, D.E., "Automated Dynamic Propeller Testing at Low Reynolds Numbers", M.S. Thesis,

Oklahoma State University, Stillwater, OK, (2009).

- 9. Brandt, J.B. and Selig, M.S., "Propeller Performance Data at Low Reynolds Number", 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA 2011-1255,(2011)
- 10. Aron J. Brezina and Scott K. Thomas M.S., "Measurement of Static and Dynamic Performance Characteristics of Electric Propulsion Systems", MastersThesis, Wright State University, (2012).
- 11. Leishman, Gordon J. Principles of Helicopter Aerodynamics, Cambridge Aerospace's Series, Cambridge, pp. 496, (2000).
- 12. Fay J. "The Helicopter History, Piloting and How it Flies", 3<sup>rd</sup> ed., Himalayan Books, pp. 359, (1995).
- 13. Newman, S., "The Foundation of Helicopter Flight", 1st ed., Elsevier, (1994).
- 14. Versteeg, H.K. and MalaLasekera, W., "An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method", Longman Scientific & Technical, (1995).
- 15. Newman, S., "The Foundation of Helicopter Flight", 1st edition, Elsevier, pp. 563, (1994).

16. Leishman, Gordon J., "Principles of Helicopter Aerodynamics", Cambridge Aerospace's Series, pp. 496, (2000).

www.SID.ir