

**یک روش ترکیبی جدید برای مدل‌سازی سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی\***

(یادداشت پژوهشی)

ایمان کاردان<sup>(۱)</sup> علیرضا اکبرزاده<sup>(۲)</sup>

**چکیده** برخلاف روبات‌های سری، مسئله سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی بسیار پیچیده است و در حالت کلی نمی‌توان یک پاسخ تحلیلی برای آن پیدا کرد. به همین دلیل در بیشتر موارد از روش‌های عددی برای حل این مسئله استفاده می‌شود که نسبتاً زمان‌بر می‌باشند. از طرفی کاهش زمان صرف‌شده برای محاسبات سینماتیکی، در کاربردهایی مانند کنترل بلادرنگ، از اهمیت بسیار زیادی برخوردار می‌باشد. در این مقاله، با ترکیب شبکه‌های عصبی مصنوعی و یک تکنیک عددی مرتبه ۳، یک روش ترکیبی جدید برای تحلیل سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی پیشنهاد شده است که سرعت حل این مسئله را به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای افزایش می‌دهد. در این روش ابتدا با استفاده از شبکه‌های عصبی یک پاسخ تقریبی از مسئله سینماتیک مستقیم روبات ایجاد می‌شود. سپس این پاسخ تقریبی به‌عنوان حدس اولیه روش عددی مرتبه ۳ در نظر گرفته می‌شود که با حل معادلات سینماتیک مستقیم، پاسخ مورد نظر را با دقت دلخواه محاسبه می‌کند. کارایی روش پیشنهادی در ارتباط با یک روبات موازی فضایی از نوع ۳-PSP بررسی شده و نشان داده شده است که استفاده از این روش می‌تواند در دقت‌های بالا تعداد تکرارها را به میزان ۳۵ درصد و زمان تحلیل سینماتیک مستقیم روبات را به اندازه ۱۲ درصد کاهش دهد.

**واژه‌های کلیدی** سینماتیک مستقیم، روبات موازی، شبکه عصبی، روش عددی مرتبه ۳، روبات موازی ۳-PSP.

**A New Hybrid Strategy for Modeling of Forward Kinematics of Parallel Robots**

I. Kardan A. Akbarzadeh

**Abstract** Unlike serial manipulators, forward kinematic problem (FKP) of parallel robots is highly complicated and its analytical solution is not generally le. Therefore, in most cases numerical methods are used to solve this problem which are relatively time consuming. On the other hand, reducing the duration of FKP analysis is an essential task for applications like real-time control. In this paper, artificial neural networks and a 3rd-order numerical algorithm are combined and a new hybrid strategy is proposed for forward kinematics analysis of parallel manipulators which significantly increases the speed of the FKP solution. In the proposed method, an approximate solution of the FKP is first produced by the neural network. This solution is next considered as an initial guess for the 3rd-order numerical technique which solves the nonlinear forward kinematics equations and obtains the answer with a desired level of accuracy. The proposed method is applied to a spatial 3-PSP parallel manipulator. The results show that using this method will lead to a 35 percent reduction in number of iterations and a 12 percent reduction in the FKP analysis time, while maintaining high level of solution accuracy.

**Key Words** Artificial Neural Networks, Parallel Robot, Forward Kinematics Analysis, 3rd-order Numerical Algorithm

\* تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۳/۲۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۳/۷/۶ می‌باشد.

(۱) دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۲) نویسنده مسئول: استاد، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. ali\_akbarzadeh@um.ac.ir

## مقدمه

امروزه روبات‌های موازی به واسطه ویژگی‌های منحصربه‌فردی هم‌چون دقت و نسبت بار به وزن بالا کاربرد گسترده‌ای در صنایع مختلف پیدا کرده‌اند که از آن میان می‌توان به شبیه‌سازها [1]، ماشین‌ابزارها [2] و ماشین‌های کنترل عددی [3] اشاره کرد.

برخلاف روبات‌های سری، مسئله سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی بسیار پیچیده است و به‌جز در موارد خاص یک حل تحلیلی برای آن وجود ندارد. به‌همین دلیل در اکثر موارد از روش‌های عددی برای پیدا کردن پاسخ‌های سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی استفاده می‌شود [4-10]. از میان انواع تکنیک‌های عددی روش نیوتن-رافسون به‌صورت گسترده‌ای در تحلیل سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی مورد استفاده قرار گرفته است [5-10]. مشکل اساسی این روش در وابستگی شدید به حدس اولیه می‌باشد به‌گونه‌ای که به‌ازای برخی از حدس‌های اولیه ممکن است این روش واگرا شود و کارایی خود را از دست بدهد. برای رفع این مشکل روش‌های مختلفی مانند نیوتن-رافسون مقاوم [11]، نیوتن-رافسون فراگیر [12] و نیوتن-رافسون فراگیر تغییر یافته [13] پیشنهاد شده‌اند. با این حال و با وجود حل مشکل واگرایی در این روش‌ها، اگر حدس اولیه فاصله زیادی با پاسخ مسئله داشته باشد زمان لازم برای هم‌گرا شدن الگوریتم افزایش خواهد یافت.

یک راهکار مؤثر در افزایش سرعت الگوریتم‌های عددی، تهیه حدس‌های اولیه مناسب برای آنها می‌باشد. به‌همین منظور گیوز و احمد [14] یک روش ترکیبی را پیشنهاد دادند که در آن حدس اولیه مناسب برای حل سینماتیک معکوس روبات‌های سری توسط شبکه‌های عصبی مصنوعی ایجاد می‌شود. پاریک و لام [15] این روش ترکیبی را به حل معادلات سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی تعمیم دادند و کارایی آن را در افزایش سرعت تحلیل سینماتیکی این روبات‌ها نشان

دادند. آنها با اعمال این روش به روبات موازی استوارت-گوف نشان دادند که استفاده از روش ترکیبی، زمان حل مسئله سینماتیک مستقیم روبات مذکور را به دو سوم زمان لازم برای حل همین مسئله با استفاده از الگوریتم نیوتن-رافسون کاهش می‌دهد. روشن است که الگوریتم نیوتن-رافسون دارای سرعت هم‌گرایی از مرتبه ۲ می‌باشد [16]. بنابراین در صورت استفاده از الگوریتم‌هایی با مرتبه هم‌گرایی بیشتر از ۲ می‌توان با تعداد تکرارهای کمتری به دقت مورد نظر دست یافت و سرعت حل مسئله را افزایش داد.

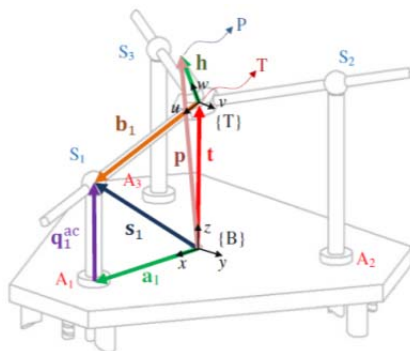
در مقاله حاضر با ترکیب شبکه‌های عصبی مصنوعی و یک تکنیک عددی با سرعت هم‌گرایی مرتبه ۳ [17] یک روش ترکیبی جدید برای حل مسئله سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی پیشنهاد داده شده است. در این روش ابتدا شبکه عصبی مصنوعی یک حدس اولیه از پاسخ مسئله ایجاد می‌کند و سپس تکنیک عددی مرتبه ۳ با استفاده از این حدس اولیه، پاسخ مسئله سینماتیک مستقیم روبات را با دقت مورد نظر محاسبه می‌نماید.

با اعمال روش ترکیبی جدید به سینماتیک مستقیم یک روبات موازی فضایی از نوع 3-PSP، عملکرد این روش نسبت به روش ترکیبی [15] مقایسه شده و نشان داده شده است که روش پیشنهادی با تعداد تکرار کمتر و در زمان کوتاه‌تری به دقت مطلوب دست پیدا می‌کند.

در این مقاله برای مقایسه عملکرد روش‌های مختلف تحلیل سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی، مسئله سینماتیک مستقیم روبات موازی 3-PSP به‌عنوان یک نمونه خاص مورد بررسی قرار گرفته است. بنابراین پیش از پرداختن به جزئیات روش‌های مذکور، در این بخش توضیحات مختصری در ارتباط با ساختمان و سینماتیک مستقیم این روبات ارائه می‌گردد. توضیحات کامل‌تر در ارتباط با روبات 3-PSP در [۱۸] آورده شده است.

مرکز لینک ستاره‌ای نشان می‌دهد. این دو بردار وابسته به ساختمان روبات هستند و در نتیجه از قبل مشخص می‌باشند.

بردار  $q_i^{ac}$  نشان‌دهنده میزان جابه‌جایی مفصل محرک، بردارهای  $t$  و  $p$  به ترتیب نشان‌دهنده محل مرکز لینک ستاره‌ای و نوک ابزار نسبت به مرکز دستگاه  $B$  و بردارهای  $b_i$  و  $s_i$  به ترتیب نشان‌دهنده محل مفصل کروی نام نسبت به مرکز دستگاه  $T$  و  $B$  می‌باشند. با توجه به شکل (۲) می‌توان برای هر بازو یک حلقه بسته تشکیل داد و نوشت:



شکل ۲ پارامترهای لازم در سینماتیک روبات 3-PSR [۱۸]

$${}^B a_i + {}^B q_i^{ac} = {}^B b_i + {}^B t \quad (1)$$

با توجه به روابط میان بردارها که در شکل (۲) مشخص می‌باشد، معادله (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

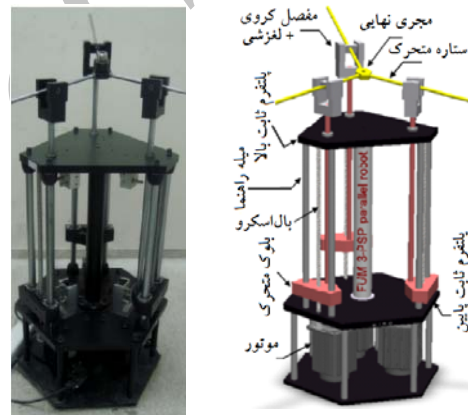
$${}^B a_i + {}^B q_i^{ac} = {}^B R ({}^T b_i - {}^T h) + {}^B p \quad (2)$$

که  ${}^B R$  ماتریس دوران از دستگاه  $B$  به  $T$  می‌باشد،

$${}^B R = \begin{bmatrix} c\lambda c\phi & -s\lambda c\theta + c\lambda s\phi s\theta & s\lambda s\theta + c\lambda s\phi c\theta \\ s\lambda c\phi & c\lambda c\theta + s\lambda s\phi s\theta & -c\lambda s\theta + s\lambda s\phi c\theta \\ -s\phi & c\phi s\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

### ساختمان روبات موازی فضایی 3-PSP

روبات موازی 3-PSP یک روبات موازی کامل با سه درجه آزادی در فضا است و همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، دارای یک لینک متحرک ستاره‌مانند می‌باشد. ستاره مذکور از سه شاخه مختلف تشکیل شده است که با هم زاویه  $120^\circ$  درجه می‌سازند. لینک ستاره‌ای از طریق سه بازوی یکسان به پایه روبات متصل شده است. هر بازو به ترتیب دارای یک مفصل کشویی محرک، یک مفصل کروی غیر محرک و یک مفصل کشویی غیرمحرک می‌باشد. بنابراین هر کدام از بازوها دارای ساختار PSP می‌باشند که در کنار هم ساختار موازی 3-PSP را تشکیل می‌دهند.



(الف)

(ب)

شکل ۱ روبات موازی 3-PSP [۱۸]

### سینماتیک مستقیم روبات موازی 3-PSP

در شکل (۲) دستگاه‌های مختصات و پارامترهای لازم برای توصیف سینماتیک روبات موازی 3-PSP نمایش داده شده است. دستگاه مختصات  $B\{x, y, z\}$  متصل به صفحه ثابت و در مرکز مثلث  $A_1A_2A_3$  و دستگاه  $T\{u, v, w\}$  متصل به لینک ستاره‌ای و در مرکز آن در نظر گرفته شده‌اند. بردار  $a_i$  محل عملگر خطی نام را در صفحه ثابت نسبت به مرکز دستگاه مختصات  $B$  نشان می‌دهد. هم‌چنین بردار  $h$  محل نوک ابزار را نسبت به

مرتبه ۳ را که نیازی به محاسبه مشتق دوم معادلات ندارد توسعه داده و برای حل دستگاه معادلات غیرخطی استفاده کرده‌اند. در این مقاله نیز از الگوریتم شرح داده شده در [17] برای حل دستگاه معادلات غیرخطی مربوط به سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی بهره گرفته شده است.

یک دستگاه معادله غیرخطی با  $n$  معادله و  $n$  مجهول را به صورت رابطه (۵) در نظر بگیرید:

$$F(x) = 0 \quad (5)$$

که در آن  $F^{n \times 1}: \Omega \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  یک تابع برداری غیرخطی و  $x^{n \times 1} = [x^1, x^2, \dots, x^n]^T$  بردار پارامترهای سینماتیکی روبات می‌باشد. درویشی و براتی [17] برای حل دستگاه معادلات (۵)، رابطه تکراری (۶) را پیشنهاد داده و نشان داده‌اند که سرعت هم‌گرایی این الگوریتم از مرتبه ۳ می‌باشد.

$$\begin{aligned} x_{m+1} &= x_m - F'(x_m)^{-1} (F(x_m) + F(x_{m+1}^*)) \\ x_{m+1}^* &= x_m - F'(x_m)^{-1} F(x_m) \end{aligned} \quad (6)$$

در روابط فوق  $F'$  ماتریس ژاکوبین سیستم معادلات (۵) با ابعاد  $n \times n$  می‌باشد و

$$(F')^{i,j} = \frac{\partial F^i}{\partial x^j} \quad (7)$$

این الگوریتم یک حدس اولیه از پاسخ به صورت بردار  $x_0$  انتخاب می‌کند و با تکرار رابطه (۶) پاسخ مسئله را با دقت مورد نظر محاسبه می‌کند. الگوریتم زمانی متوقف می‌شود که رابطه (۸) برقرار گردد که در آن  $E_{\max}$  حداکثر خطای مجاز پارامترها می‌باشد.

$$\begin{aligned} \|x_{n+1} - x_n\|_{\infty} &< E_{\max} \\ \|x\|_{\infty} &= \max(|x^1|, \dots, |x^n|) \end{aligned} \quad (8)$$

در ماتریس فوق  $\theta, \phi$  و  $\lambda$  زوایای اویلر دستگاه  $T$  نسبت به دستگاه  $B$  به ترتیب حول محورهای  $x, y$  و  $z$  بوده و  $s\theta = \sin(\theta)$  و  $c\theta = \cos(\theta)$  می‌باشند. رابطه (۲) نشان دهنده ۳ معادله برداری می‌باشد که مجموعاً یک دستگاه معادلات غیرخطی با ۹ معادله و ۹ مجهول را تشکیل می‌دهد. در مسئله سینماتیک مستقیم روبات 3-PSP میزان جابه‌جایی مفاصل کشویی محرک  $(q_1^{ac}, q_2^{ac}, q_3^{ac})$  به‌عنوان ورودی مسئله معلوم است و سایر مجهولات از حل دستگاه معادلات (۲) محاسبه می‌گردند. مجهولات این مسئله عبارتند از:

$$\begin{aligned} x &= [x^1, x^2, \dots, x^9]^T \\ &= [x_T, y_T, z_T, \theta, \phi, \lambda, b_1, b_2, b_3]^T \end{aligned} \quad (4)$$

توضیحات بیشتر در ارتباط با سینماتیک مستقیم و معکوس روبات در [18,19] آورده شده و نشان داده شده است که برخلاف اکثر روبات‌های موازی مسئله سینماتیک مستقیم روبات 3-PSP تنها دارای یک جواب حقیقی قابل قبول می‌باشد.

### روش ترکیبی جدید برای تحلیل سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی

در این مقاله مشابه با روش ترکیبی [15] از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای ایجاد حدس‌های اولیه استفاده می‌شود. با این تفاوت که در این جا، برای کاهش زمان مورد نیاز برای حل مسئله، روش نیوتن-رافسون با یک روش عددی با هم‌گرایی مرتبه ۳ [17] جایگزین شده است.

روش عددی با هم‌گرایی مرتبه ۳. چنان [20] با استفاده از روش تجزیه آدومیان چندین الگوریتم عددی را با درجه‌های هم‌گرایی متفاوت بررسی کرده است. از این میان درویشی و براتی [17] یک روش با هم‌گرایی

پس از تهیه داده‌های آموزشی باید ساختمان مناسب برای شبکه عصبی را انتخاب کرد. در مواردی که تعداد خروجی‌های شبکه عصبی زیاد باشد، می‌توان از دو رویکرد مختلف ACON و OCON استفاده کرد. در رویکرد ACON، مشابه با سیستم‌های کنترلی چند ورودی - چند خروجی، از یک شبکه عصبی واحد برای تخمین تمامی خروجی‌ها استفاده می‌شود. به دلیل راحتی کار بیشتر و نیاز به طراحی تنها یک شبکه عصبی، در موارد ممکن این رویکرد ترجیح داده می‌شود. در رویکرد OCON، مشابه با سیستم‌های کنترلی چند ورودی - تک خروجی، برای هر خروجی یک شبکه مجزا در نظر گرفته می‌شود. در این مورد باید تعداد بیشتری شبکه عصبی طراحی کرد که منجر به افزایش حافظه و زمان لازم برای انجام شبیه‌سازی‌ها خواهد شد. این رویکرد در مواردی ترجیح داده می‌شود که منجر به افزایش قابل ملاحظه‌ای در دقت شبکه عصبی گردد [15]. در این جا شبکه‌های عصبی تنها برای ایجاد یک تخمین اولیه از پاسخ مورد استفاده قرار می‌گیرند و در عملکرد این شبکه‌ها مسئله سرعت بیش از دقت مورد توجه می‌باشد، لذا در این مقاله رویکرد ACON مورد استفاده قرار گرفته است. شمای کلی این شبکه در شکل (۳) نشان داده شده است.

### نتایج

در این بخش از روش ترکیبی جدید برای تحلیل سینماتیک مستقیم روبات موازی 3-PSP استفاده شده و کارایی این روش در مقایسه با روش نیوتن-رافسون و هم‌چنین روش ترکیبی [15] ارزیابی شده است. ابتدا مراحل انتخاب یک ساختار مناسب برای شبکه عصبی شرح داده شده و سپس نتایج حاصل از استفاده از روش ترکیبی جدید آورده شده است.

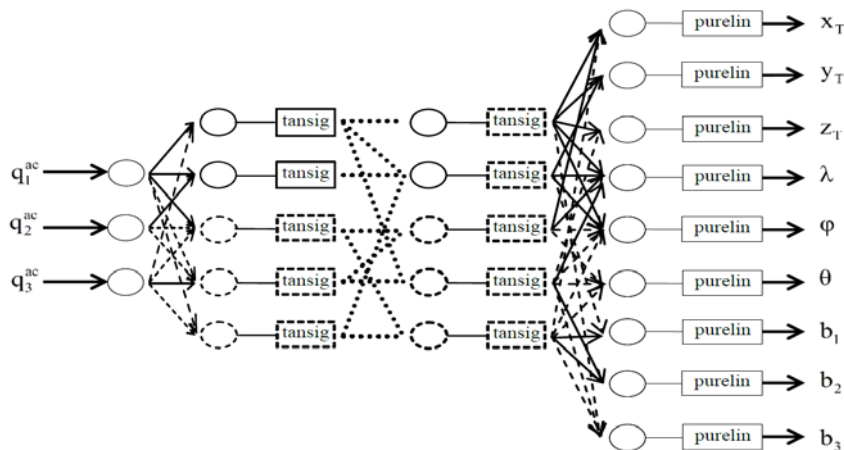
اثبات هم‌گرایی این الگوریتم عددی به همراه اثبات مرتبه هم‌گرایی آن، در مرجع [17] آورده شده است. هرچه حدس اولیه به پاسخ مسئله نزدیک‌تر باشد، تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به دقت مطلوب کمتر می‌باشد و زمان حل کاهش خواهد یافت. در این مقاله از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای تهیه حدس‌های اولیه مناسب استفاده شده است.

### شبکه‌های عصبی مصنوعی

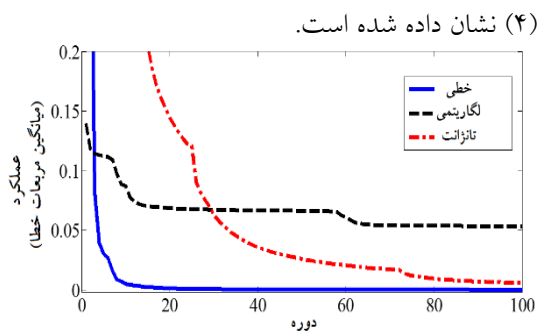
مشکلات موجود در روش‌های عددی سبب شده است که در سال‌های اخیر محققان تلاش‌های خود را بر یافتن روش‌هایی کارآمدتر برای حل سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی متمرکز نمایند. در این میان شبکه‌های عصبی به دلیل توانایی بالا در تخمین روابط غیرخطی و استفاده آسان به صورت گسترده‌ای مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌اند [21-25].

برای مدل‌سازی سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی باید شبکه عصبی را به گونه‌ای طراحی کرد که میزان جابه‌جایی مفاصل محرک را در ورودی دریافت کند و سایر پارامترهای مرتبط با سینماتیک روبات را در خروجی تخمین بزند. به عنوان مثال در مورد روبات 3-PSP پارامترهای  $(q_3^{ac}, q_2^{ac}, q_1^{ac})$  به عنوان ورودی و پارامترهای  $(x_T, y_T, z_T, \theta, \phi, \lambda, b_1, b_2, b_3)$  به عنوان خروجی شبکه در نظر گرفته می‌شوند.

در روبات موازی 3-PSP با استفاده از رویکردی که در [18, 19] آورده شده است می‌توان یک جواب منحصر به فرد برای مسئله سینماتیک مستقیم پیدا کرد. هرچند که پیچیدگی‌های موجود سبب زمان‌بر شدن حل مسئله سینماتیک مستقیم این روبات می‌شوند اما با توجه به منحصر به فرد بودن جواب، در کاربردهایی مانند تهیه داده‌های لازم برای آموزش شبکه عصبی که زمان لازم در اختیار می‌باشد، می‌توان از این روش استفاده کرد.



شکل ۳ نمای کلی از شبکه عصبی مورد استفاده برای تخمین پاسخ سینماتیک مستقیم روبات 3-PSP

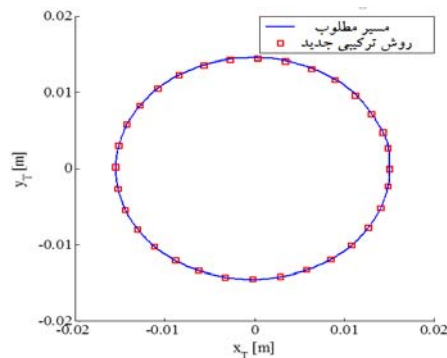


شکل ۴ عملکرد شبکه عصبی با توابع مختلف در لایه آخر

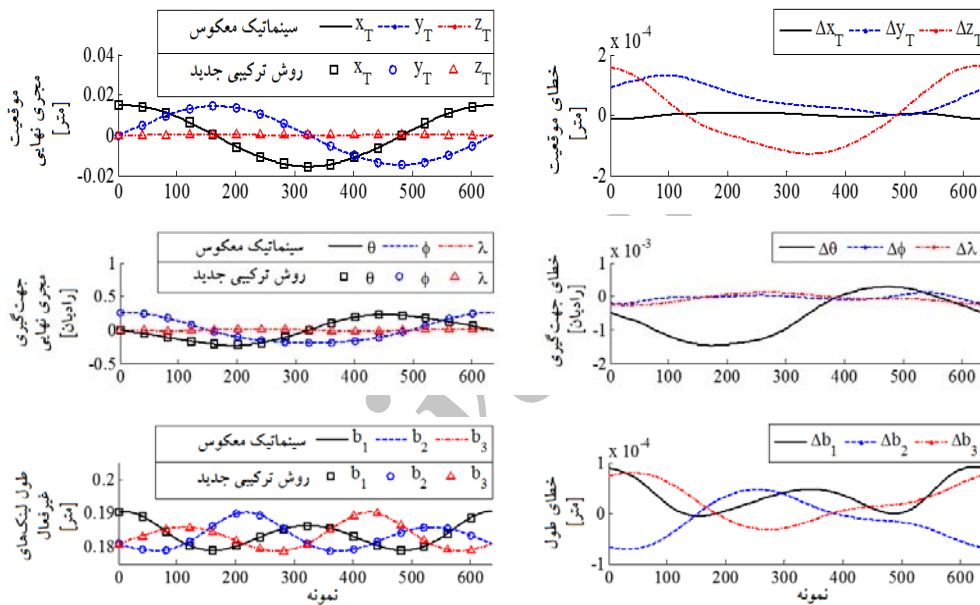
پس از بررسی عملکرد تعداد بسیار زیادی از ساختارهای مختلف، یک شبکه عصبی ۴ لایه (۲ لایه پنهان)، با ۳ نرون در لایه ورودی، ۵ نرون در هر کدام از لایه‌های پنهان و ۹ نرون در لایه خروجی برای تخمین پارامترهای سینماتیکی روبات 3-PSP انتخاب شده است. تابع فعالیت تمامی لایه‌های پنهان از نوع *tansig* و تابع فعالیت لایه خروجی از نوع *purelin* در نظر گرفته شده است (شکل ۳).

برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، خروجی‌های این روش با تنها یک بار تکرار الگوریتم عددی در شکل‌های (۶ و ۵) ارائه شده‌اند. در این مورد  $q_1^{ac}$ ،  $q_2^{ac}$  و  $q_3^{ac}$  به گونه‌ای در نظر گرفته شده‌اند که مرکز لینک ستاره‌ای مطابق شکل (۵) در یک مسیر دایره‌ای در صفحه  $z=0$  حرکت کند.

برای تهیه داده‌های آموزشی ابتدا در محدوده فضای کاری روبات ۲۰۰ مقدار تصادفی برای هر کدام از متغیرهای  $q_1^{ac}$ ،  $q_2^{ac}$  و  $q_3^{ac}$  در نظر گرفته شده و سپس با حل سینماتیک مستقیم روبات پارامترهای سینماتیکی متناظر با هر مجموعه ورودی محاسبه شده است. بدین ترتیب تعداد ۲۰۰ جفت ورودی - خروجی برای آموزش شبکه عصبی تهیه شده است. تمامی مراحل طراحی، آموزش و ارزیابی شبکه‌های عصبی در نرم‌افزار متلب انجام شده است. ساختار شبکه عصبی از نوع خوراند مستقیم انتخاب شده و برای آموزش شبکه از الگوریتم لونیگ-مارکوورت استفاده شده است. برای یافتن یک شبکه عصبی مناسب که سینماتیک مستقیم روبات 3-PSP را با کمترین خطا مدل‌سازی کند و زمان لازم برای شبیه‌سازی آن خیلی طولانی نباشد، تعداد زیادی شبکه با ساختارهای گوناگون (تعداد لایه، تعداد نرون و توابع فعالیت مختلف) مورد بررسی قرار گرفت. در بررسی‌ها مشخص شد که اگر تابع فعالیت لایه خروجی به صورت *purelin* در نظر گرفته شود، شبکه بهتر آموزش می‌بیند و عملکرد بهتری خواهد داشت. به عنوان نمونه عملکرد شبکه برای یک ساختار ثابت و سه نمونه تابع فعالیت مختلف در لایه آخر در شکل



شکل ۵ ارزیابی روش ترکیبی جدید در یک مسیر دایره‌ای



شکل ۶ پارامترهای سینماتیکی در یک مسیر دایره‌ای

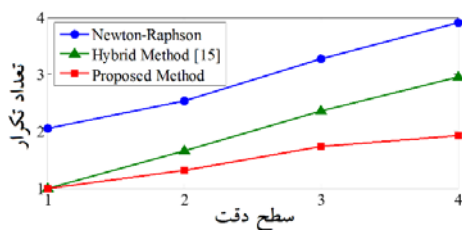
خطای مطلق متغیرهای طولی (مکان عملگر نهایی به همراه طول لینک‌های غیرمحرک) از مرتبه  $10^{-4}$  متر و خطای مطلق متغیرهای زاویه‌ای (جهت‌گیری عملگر نهایی) از مرتبه  $10^{-3}$  رادیان می‌باشد. انطباق بسیار خوب مسیر محاسبه شده بر مسیر مطلوب و کوچک بودن مقادیر خطای پارامترهای سینماتیکی حکایت از عملکرد بسیار مطلوب روش پیشنهادی دارد که توانسته است تنها با یکبار تکرار دقت‌های خوبی را ایجاد نماید.

برای دستیابی به دقت‌های بالاتر باید تعداد

مقادیر پارامترهای ورودی لازم برای حرکت در مسیر مذکور از حل سینماتیک معکوس روبات [18, 19] حاصل شده است که در این‌جا به آن اشاره‌ای نشده است. کل مسیر به ۶۳۷ نقطه تقسیم شده و متغیرهای ورودی متناظر با هر کدام از این نقاط با استفاده از سینماتیک معکوس محاسبه شده است. شکل (۶) پارامترهای سینماتیکی حاصل از روش ترکیبی جدید را در مقایسه با مقادیر حاصل از حل سینماتیک معکوس نشان می‌دهد.

همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شده است،

سایر روش‌ها با افزایش دقت، بیشتر می‌شود. لازم به ذکر است که با توجه به ساختمان روبات در حالتی که لینک ستاره‌ای کاملاً به موازات صفحه ثابت پایینی قرار بگیرد،  $b_1 = b_2 = b_3 = a$  خواهد بود و به همین دلیل حدس اولیه روش نیوتن-رافسون به صورت  $x = [0, 0, 0, 0, 0, 0, a, a, a]^T$  در نظر گرفته شده است. استفاده از حدس اولیه مذکور باعث افزایش سرعت هم‌گرایی این روش شده است به گونه‌ای که در این‌جا اختلاف تعداد تکرارهای میان روش نیوتن-رافسون و روش ترکیبی به حدود یک تکرار کاهش یافته در صورتی که در [15] این اختلاف در حدود ۲ تکرار بوده است.



شکل ۷ تعداد تکرارهای مورد نیاز در روش‌های مختلف

زمان مورد نیاز برای هر مرتبه تکرار الگوریتم نیوتن-رافسون در حدود  $6 \times 10^{-4}$  ثانیه (۰/۶ میلی‌ثانیه) می‌باشد. در حالی که هر مرتبه تکرار الگوریتم عددی مرتبه ۳ در حدود  $8 \times 10^{-4}$  ثانیه (۰/۸ میلی‌ثانیه) طول می‌کشد. از طرفی محاسبه خروجی شبکه عصبی به‌ازای هر بردار ورودی تقریباً به  $3 \times 10^{-4}$  ثانیه (۰/۳ میلی‌ثانیه) زمان نیاز دارد. بنابراین با توجه به جدول (۱) می‌توان گفت که در سطح دقت ۴ روش تکراری جدید زمان تحلیل سینماتیک مستقیم روبات را نسبت به روش ترکیبی [15] در حدود ۰/۲ میلی‌ثانیه و نسبت به روش نیوتن-رافسون در حدود ۰/۵ میلی‌ثانیه کاهش داده است. قابل توجه است که این نتایج از اجرای شبیه‌سازی‌ها در یک کامپیوتر با پردازنده ۲/۴ گیگاهرتز و حافظه رم ۶ گیگابایت حاصل شده‌اند. با توجه به موارد فوق می‌توان نتیجه گرفت که روش ترکیبی جدید در مقایسه با روش ترکیبی [15] و

تکرار الگوریتم عددی را افزایش داد. تعداد تکرارهای لازم برای دستیابی به دقت‌های مختلف با استفاده از روش ترکیبی جدید، روش ترکیبی [15] و روش نیوتن-رافسون در جدول (۱) و شکل (۷) مقایسه شده است.

برای تهیه این جدول ۱۰۰ مقدار تصادفی برای هر کدام از متغیرهای  $q_1^{ac}$ ،  $q_2^{ac}$  و  $q_3^{ac}$  در نظر گرفته شده و تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به دقت مطلوب در هر نمونه محاسبه شده و در کل نمونه‌ها میانگین‌گیری شده است.

جدول ۱ تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به دقت مطلوب

میانگین تعداد تکرارها			معیار توقف $E_m^*$	سطح دقت
نیوتن- رافسون	ترکیبی [15]	ترکیبی جدید		
۲/۰۵	۱	۱	$10^{-3}$	۱
۲/۵۳	۱/۶۵	۱/۳۱	$10^{-4}$	۲
۳/۲۷	۲/۳۵	۱/۷۳	$10^{-5}$	۳
۳/۹۱	۲/۹۵	۱/۹۲	$10^{-6}$	۴

$E_m^*$  برای متغیرهای طولی، دارای بعد [m] و برای متغیرهای

زاویه‌ای دارای بعد [rad] می‌باشد

همان‌طور که مشاهده می‌شود اختلاف میان روش ترکیبی جدید و روش ترکیبی [15] با افزایش دقت مورد نیاز، بیشتر می‌شود تا در نهایت در سطح دقت ۴ این اختلاف تقریباً به ۱ تکرار می‌رسد. از طرف دیگر اختلاف میان روش ترکیبی [15] و روش نیوتن-رافسون در سطوح مختلف تقریباً ثابت است و در حدود ۱ تکرار می‌باشد. این مسئله را می‌توان با در نظر گرفتن مرتبه هم‌گرایی الگوریتم عددی مورد استفاده در روش‌های فوق توجیه نمود. هر دو روش نیوتن-رافسون و ترکیبی [15] از الگوریتم عددی نیوتن-رافسون با درجه هم‌گرایی از مرتبه ۲ استفاده می‌کنند و در نتیجه اختلاف دو روش تقریباً ثابت است، در حالی که روش ترکیبی جدید از یک الگوریتم عددی با هم‌گرایی مرتبه ۳ بهره می‌برد و اختلاف این روش با



[15] در تعداد تکرارهای کمتر و زمان کوتاه‌تری به دقت مطلوب دست پیدا می‌کند. با بالاتر رفتن دقت مورد نظر، برتری روش پیشنهاد شده در این مقاله بر سایر روش‌ها بیشتر آشکار می‌شود. در نهایت و در سطح دقت ۴ (معادل دقت  $10^{-6}$  متر برای متغیرهای طولی و  $10^{-6}$  رادیان برای متغیرهای زاویه‌ای) روش ترکیبی جدید زمان محاسبات مربوط به تحلیل سینماتیک مستقیم روبات را به اندازه ۲۰٪ نسبت به روش نیوتن-رافسون و ۱۲٪ نسبت به روش ترکیبی [15] کاهش داده است. این دست‌آورد به‌خصوص در کاربردهایی مانند کنترل بلادرنگ که در آنها رسیدن به دقت‌های زیاد در زمان‌های هرچه کوتاه‌تر مورد نیاز است، می‌تواند عملکرد سیستم را به‌طرز قابل ملاحظه‌ای بهبود ببخشد. علاوه بر این در مواردی که تا پیش از این به دلیل زمان‌بر بودن تحلیل‌های سینماتیکی امکان پیاده‌سازی برخی از الگوریتم‌های کنترلی به صورت عملی وجود نداشته است، استفاده از روش پیشنهادی می‌تواند با کاهش زمان صرف‌شده برای تحلیل‌های سینماتیکی این امکان را فراهم آورد.

روش نیوتن-رافسون با تعداد تکرارهای کمتر و در زمان کوتاه‌تری به دقت مطلوب دست پیدا می‌کند. این مسئله نشان می‌دهد که روش پیشنهادی به‌خوبی توانسته است هدف مورد نظر را، که همان کاهش زمان تحلیل سینماتیک مستقیم روبات می‌باشد، برآورده سازد.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله، با هدف کاهش زمان تحلیل سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی، یک روش ترکیبی جدید ارائه شده و کارایی آن در ارتباط با روبات موازی 3-PSP نشان داده شده است. در این روش ابتدا توسط یک شبکه عصبی مصنوعی، تخمینی از پاسخ سینماتیک مستقیم روبات ایجاد می‌شود و سپس با تکرار یک الگوریتم عددی مرتبه ۳ دقت پاسخ تا حد مطلوب افزایش داده می‌شود.

نتایج حاصل از به‌کارگیری روش‌های مختلف برای حل مسئله سینماتیک مستقیم روبات موازی 3-PSP نشان می‌دهند که روش ترکیبی جدید نسبت به الگوریتم نیوتن-رافسون و هم‌چنین روش ترکیبی

### مراجع

- Ottaviano, E. and Ceccarelli, M., "Application of a 3-DOF parallel manipulator for earthquake simulations", *Mechatronics*, IEEE/ASME Transactions on, Vol. 11(2), pp. 241-246, (2006).
- Wang L., Wu, J., Wang, J. and You, Z., "An Experimental Study of a Redundantly Actuated Parallel Manipulator for a 5-DOF Hybrid Machine Tool", *Mechatronics*, IEEE/ASME Transactions on, Vol. 14(1), pp. 72-81, (2009).
- Rezaei, A. and Akbarzadeh, A., "Position and stiffness analysis of a new asymmetric 2PRR-PPR parallel CNC machine", *Advanced Robotics*, Vol. 27(2), pp. 133-145, (2013).
- Enferadi, J. and Akbarzadeh, A., "A novel approach for forward position analysis of a double-triangle spherical parallel manipulator", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 29(3), pp. 348-355, (2010).
- Merlet, J.P., "Direct kinematics of parallel manipulators. Robotics and Automation", *IEEE Transactions on*, Vol. 9(6), pp. 842-846, (1993).
- Der-Ming, K., "Direct displacement analysis of a Stewart platform mechanism", *Mechanism and Machine theory*, Vol. 34(3), pp. 453-465, (1999).
- Sadjadian, H. and Taghirad, H.D., "Numerical methods for computing the forward kinematics of a redundant parallel manipulator", *Proceedings of the IEEE Conference on Mechatronics and Robotics*, Aachen, Germany, (2004).
- Liu, K., Fitzgerald, J.M. and Lewis F.L., "Kinematic analysis of a Stewart platform manipulator",

- Industrial Electronics, IEEE Transactions*, Vol. 40(2), pp. 282-293, (1993).
9. Li, Y. and Xu, Q., "Kinematic analysis of a 3-PRS parallel manipulator", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 23(4), pp. 395-408, (2007).
  10. Cheng, H.H., Lee, J.J. and Penkar R., "Kinematic analysis of a hybrid serial-and-parallel-driven redundant industrial manipulator", *International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 10(4), pp. 159-166, (1995).
  11. McAree, P.R. and Daniel, R.W., "A fast, robust solution to the Stewart platform forward kinematics", *Journal of robotic systems*, Vol. 13(7), pp. 407-427, (1996).
  12. Yang, C., Huang, Q., Ogbobe, P.O. and Han, J., "Forward kinematics analysis of parallel robots using global newton-Raphson method", *Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA '09), Second International Conference on*, Vol. 3, pp. 407-410, 10-11 Oct., (2009).
  13. Yang, C.F., Zheng, S.T., Jin, J., Zhu S.B. and Han, J.W., "Forward kinematics analysis of parallel manipulator using modified global Newton-Raphson method", *Journal of Central South University of Technology*, Vol. 17(6), 1264, (2010).
  14. Guez, A., and Ahmad Z., "Accelerated convergence in the inverse kinematics via multilayer feed forward networks", *Proceedings of Neural Networks (IJCNN), International Joint Conference on IJCNN*, pp. 341-344, 18-22 Jun., (1989).
  15. Parikh, P.J. and Lam, S.S., "A hybrid strategy to solve the forward kinematics problem in parallel manipulators", *Robotics, IEEE Transactions*, Vol. 21(1), pp.18-25, (2005).
  16. Chapra, S.C. and Canale, R., "*Numerical methods for engineers*", Vol. 2, McGraw-Hill, New York, (2005).
  17. Darvishi, M.T. and Barati, A., "A third-order Newton-type method to solve systems of nonlinear equations", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 187(2), pp. 630-635, (2007).
۱۸. رضایی، امیر، "راه‌اندازی و کنترل روبات موازی 3-PSP"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، (۱۳۹۰).
19. Rezaei, A., Akbarzadeh, A., Nia, P.M. and Akbarzadeh-T, M.R., "Position, Jacobian and workspace analysis of a 3-PSP spatial parallel manipulator", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 29(4), pp. 158-173, (2013).
  20. Chun, C., "A new iterative method for solving nonlinear equations", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 178, pp. 415-422, (2006).
  21. Laosiritaworn, W. and Chotchaihanakorn, N., "Artificial Neural Networks Parameters Optimization with Design of Experiments: An Application in Ferromagnetic Materials Modeling", *Chiang Mai Journal of Science*, Vol. 36(1), pp. 83-91, (2009).
  22. Sekar, B.D., Dong, M.C., Shi, J. and Hu X.Y., "Fused Hierarchical Neural Networks for Cardiovascular Disease Diagnosis", *Sensors Journal, IEEE*, Vol. 12(3), pp. 644-650, (2012).
  23. Boudreau, R., Levesque, G. and Darenfed, S., "Parallel manipulator kinematics learning using holographic neural network models", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 14(1), pp. 37-44, (1998).
  24. Sadjadian, H., Taghirad, H.D. and Fatehi, A., "Neural networks approaches for computing the forward kinematics of a redundant parallel manipulator", *International Journal of Computational Intelligence*, Vol. 2(1), pp. 40-47, (2005).
  25. Kang, R., Chanal, H., Bonnemains, T., Pateloup, S., Branson, D.T. and Ray, P., "Learning the forward kinematics behavior of a hybrid robot employing artificial neural networks", *Robotica*, Vol. 30(5), pp. 847-855, (2012).