

مطالعه تجربی و عددی شکست آلومینیوم ۵۰۸۳ به کمک مدل غیر خطی مکانیک آسیب پیوسته*

محمدعلی فارسی^(۱) امیررضا صحت^(۲)

چکیده تئوری مکانیک آسیب پیوسته ابزاری است قدرتمند برای حل مسائلی هم‌چون تغییر شکل‌های پلاستیک بزرگ که مکانیک شکست سازه از تحلیل تأثیرات آن عاجز است. این مدل در چارچوب متغیرهای داخلی تئوری ترمودینامیک استخراج می‌شود و براساس نتایج آزمایشگاهی که بر روی خواص ماده انجام شده است، توسعه داده می‌شود. رشد میکروخفزه‌ها، حاصل شکست غیر خطی کوپل‌شده با تغییر شکل‌های پلاستیک است. با توجه به این‌که چگالی و استحکام آلومینیوم برای استفاده در سازه‌های هوافضایی مناسب است از آن در ساخت بدنه و سازه‌ و سایل فضایی استفاده می‌شود. آلومینیوم ۵۰۸۳ نیز به‌خاطر رفتار مکانیکی مناسب و سهولت جوشکاری و ماشینکاری یکی از پرکاربردترین مواد در سازه موشک، حامل و کاوشگرهای فضایی است. در این مقاله، آسیب پیوسته در آلومینیوم ۵۰۸۳ براساس مدل غیر خطی بنورا بررسی شده است. شبیه‌سازی عددی رفتار ماده در حین شکست در نرم‌افزار آباکوس به‌وسیله سابروتین (USDFLD) انجام می‌شود و نتایج به‌دست آمده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه و صحت‌گذاری می‌شود. این مقایسه نشان می‌دهد که نتایج شبیه‌سازی و آزمایش تجربی هم‌خوانی مناسبی با هم دارند و مدل بنورا برای مدل‌سازی آسیب در آلومینیوم مناسب است.

واژه‌های کلیدی مکانیک آسیب پیوسته؛ روش اجزای محدود؛ آلومینیوم؛ مدل بنورا.

Experimental and Numerical Study on Aluminum Damage Using a Nonlinear Model of Continuum Damage Mechanics

M.A. Farsi A.R. Sehat

Abstract Continuum Damage Mechanics (CDM) is a powerful tool to solve problems such as large plastic deformation, Where the fracture mechanics is unable to analysis of its effects. Continuum damage mechanics in terms of the internal variable theory of thermodynamics is derived and based on the experimental results on material properties is developed. As regards, Aluminum has an important role in designing and construction of aerospace structures and devices, since its density and strength are suitable to aerospace applications. Al 5083 is one of the most widely used materials in the construction of missiles, space vehicles and sounding rocket structure. In this paper, the continuum damage mechanics principles are studied. Nucleation, development and propagation of damage in Al 5083 are investigated based on Bonora model as a non-linear model. FE simulation of material behavior during failures is carried out by ABAQUS software package and USDFLD subroutine. The results are validated with experimental tests. This comparison shows that the simulation results are agree with that of experimental tests, also the Bonora model can be used of damage modeling of AL 5083.

Key Words Continuum Damage Mechanics; FEM; Aluminum 5083; Bonora Model.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۳/۹/۱۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۳/۲۴ می‌باشد.

(۱) استادیار مهندسی مکانیک، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فناوری، تهران.

(۲) نویسنده مسئول: کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فناوری، تهران. Farsi@ari.ac.ir

مقدمه

از دیدار طول اتفاق می افتد. عدم پیش بینی تأثیر خزش در گسیختگی و یا عدم توزیع شکست در زمان کرنش های کوچک مهم ترین محدودیت های مدل هاف هستند. کاجانوف [7] مدل جدیدی ارائه داد که مبنای مدل سازی شکست نرم در خزش گردید، وی برای نخستین بار مبانی و اصول مکانیک آسیب پیوسته را بیان نمود و مدلی برای بررسی شکست با توجه به از دست رفتن انعطاف پذیری ارائه نمود.

آسیب دیدن و گسیختگی مواد نرم، ناشی از رشد و ترکیب میکرو حفره ها است [5]. رشد حفره ها مشابه فرآیند رشد ترک به عنوان یک مشکل جدی در بررسی رفتار سازه ها محسوب می شود. ریس و تریسی [8] رابطه ای برای مشخص کردن میدان جریان در یک ماده الاستیک و مواد غیر قابل تراکم پلاستیک که حاوی حفره است، پیشنهاد دادند [8]. سپس روش تقریبی ریلی-ریتز (Rayleigh-Ritz) را توسعه دادند. آنها برای بررسی حفره های کروی در مواد، فرض کردند رفتار ماده به صورت الاستیک-پلاستیک کامل (بدون کارسختی) است. هم چنین تغییرات حجم را براساس رشد حفره در سرتاسر قسمت های تغییر شکل یافته در نظر گرفتند. در نهایت نشان دادند که با افزایش کشش هیدرواستاتیک شکست نرم کاهش پیدا می کند.

در سال ۱۹۸۹ مدل غیرایزوتروپیک مکانیک شکست برای مشخص کردن رشد بحرانی ترک ها در صفحات آلومینیومی تحت تأثیر تغییر شکل های زیاد پلاستیک، توسط وانگ و چو [9] توسعه داده شد. این مدل بر مبنای گسترش ترک های بحرانی همراه با روابط اجزا محدود توسعه یافت. آنها هم چنین بارهای بحرانی را با مقدار آزمایشگاهی مقایسه کردند.

یک مدل ایزوتروپیک آسیب پیوسته در چارچوب متغیرهای داخلی تئوری ترمودینامیک توسط چاندرخان و پانندی [10] پیشنهاد داده شد. این مدل آسیب براساس تنش مؤثر و اصول کرنش معادل بنا شده است. این مدل تغییرات غیر خطی را با توجه به کرنش

مکانیک شکست شاخه ای از مکانیک جامدات می باشد که به بررسی ایجاد و گسترش ترک در جامدات و سازه ها، نحوه تأثیر آن بر تغییر شکل و احیاناً زوال سازه می پردازد. این موضوعات از هر دو منظر مکانیک محیط های پیوسته و محیط های گسسته مورد مطالعه قرار گرفته است. مکانیک شکست، پدیده شکست را در مواد مختلف بررسی می کند و روش های طراحی برای عملکرد مطمئن سازه و یا قطعه را ارائه می نماید. این علم دارای کاربردهای بسیار گسترده ای در طراحی قطعات سازه ها و ماشین آلات صنایع مختلف مانند صنایع نیروگاهی، خودروسازی، کشتی سازی، هوافضا و ... می باشد. اگرچه امروزه تعداد سازه های که بر اثر پدیده شکست از هم گسیخته می شود، محدود است ولی هنوز عامل اصلی بسیاری از خرابی ها، شکست ترد و نرم می باشد [1]. لذا این امر یک تهدید جدی برای سازه ها، خصوصاً سازه های حساس در حوزه مهندسی هوافضا است [2]. تحقیقات بسیاری در حوزه شکست ترد و مدل سازی آن انجام شده است [3]؛ به عنوان مثال میرزایی و کریمی [4] رشد ترک را در یک پره توربین گازی در اثر تنش های ترمودینامیکی بررسی نمودند؛ ولیکن حوزه شکست نرم و آسیب پیوسته کمتر مورد توجه محققان قرار گرفته است. برخی از سازه ها و قطعات مهندسی در اثر شکست نرم از بین می روند و کارآیی خود را از دست می دهند. یکی از روش های اصلی در مدل سازی و تحلیل شکست نرم، روش مکانیک آسیب پیوسته ((CDM) Continuum Damage Mechanic است [5].

هاف [6] نشان داد که برای یک میله تحت کشش، سطح مقطع به علت جریانی شبیه جریان لزج، صفر می شود. مطابقت نتایج آزمایشگاهی با نتایج حاصل از تئوری نشان داد که گسیختگی در کمتر از ۱۰ درصد از

تحلیل استفاده کرد و متغیرهای مؤثر را مورد بررسی قرار داد [15].

نمود مدل کلی برای نمایش آسیب، یک محدودیت جدی برای استفاده گسترده از تکنیک‌های محاسباتی در شبیه‌سازی و پیش‌بینی رفتار سازه تحت بارگذاری دینامیکی بوده است. بنورا و میللا [16] در سال ۲۰۰۱، یک مدل کلی برای فلزات نرم با استفاده از ترکیب رابطه حالت جامد میللا [17] و مدل غیر خطی آسیب بنورا [11] ارائه کرد. در این مدل تأثیرات متقابل نرخ کرنش و دما بر روی تنش تسلیم، جوانه‌زنی و رشد ترک در نظر گرفته شده است.

با توجه به این‌که برخی از مواد با توجه به ماهیت خود یا تکنولوژی تولید دارای رفتار غیرایزوتروپیک هستند، بررسی شکست و گسیختگی نرم در این مواد نیز مورد توجه محققان بوده و مدلهایی برای پیش‌بینی رفتار این مواد در شکست نرم ارائه شده است [18].

مشایخی و ضیایی راد [19] از یک پروسه تجربی برای تعیین متغیرهای شکست A533-B1 فولاد استفاده کردند. آنها یک مدل آسیب کاملاً کوپل الاستیک - پلاستیک را در نرم‌افزار آباکوس توسعه دادند. سپس این مدل را برای شبیه‌سازی رفتار گسیختگی نرم بر روی قطعه شیاردار به‌کار گرفتند. متغیرهای آسیب حاصل در شبیه‌سازی قطعه تحت تست فشار مورد استفاده قرار گرفت. آنها نیروهای عکس‌العملی و بار بحرانی برای شروع ترک را محاسبه و با مقدار حاصل از آزمایش مقایسه کردند.

تاگر و پاندی [20] یک مدل برای تغییرات آسیب پیوسته ایزوتروپیک در چهارچوب متغیرهای داخلی ترمودینامیک ارائه دادند. این مدل براساس اصول تنش مؤثر و کرنش معادل است [20].

در این مقاله آلومینیوم ۵۰۸۳ به‌خاطر کاربردهای فراوان در حوزه هوافضا به‌ویژه در ساخت سازه و قطعات فضایی (به‌عنوان مثال جنس سازه کاوشگر پژوهش از این آلومینیوم است) مورد بررسی قرار

پلاستیک نشان می‌دهد. صحت‌سنجی این مدل با استفاده از نتایج آزمایشگاهی آلیاژ آلومینیوم انجام شد. اشکال این مدل پیچیدگی زیاد آن و استفاده از پارامترهایی است که محاسبه آنها تجربی است و روش مشخصی برای تعیین آنها توسط نویسندگان ارائه نشده است.

بنورا [11] مدلی غیر خطی را براساس مشاهدات تجربی توسعه داد، که نشان می‌داد رشد حفره‌ها، نتیجه آسیب غیرخطی همراه با تغییر شکل پلاستیک است. این مدل نشان می‌دهد در هنگام تغییر شکل‌های پلاستیک، تابع توزیعی برای پتانسیل شکست وجود دارد که تابعی غیرخطی برحسب مجموع کرنش مؤثر پلاستیک است. در این مدل ۳ مرحله متفاوت گسیختگی نرم به‌خوبی مدل شده است. همچنین این مدل بعداً برای تشریح اثر تنش سه‌محوره برای پیش‌بینی شکست نرم در فولاد A533 توسعه داده شد [12].

مکانیک آسیب پیوسته برای شکست خستگی نیز، در جایی که تغییر شکل پلاستیک نقش اصلی در ایجاد خرابی و گسیختگی دارد، قابل تعمیم است. بنورا [13] مدل غیر خطی آسیب را برای بارگذاری‌های سیکلی تعمیم داد. مزیت اصلی مدل ارائه شده توسط بنورا، محاسبه پارامترهای مدل پیشنهاد شده با استفاده از نتایج آزمایش کشش یا بارگذاری سیکلی است.

برای مدل‌سازی رشد تقارن محوری و متصل شدن حفره‌های داخلی کوچک به یکدیگر در مواد الاستوپلاستیک، یک مدل جدید توسط پاردئون و همکاران [14] پیشنهاد شد. وی در حقیقت، مدل گلوگونو-لند و مدل تامسون را توسعه داد.

برونینگ به تحلیل عددی تغییر شکل‌های بزرگ الاستیک-پلاستیک و شکست غیرایزوتروپیک براساس تئوری عمومی ماکروسکوپیکی داخل چارچوب مکانیک آسیب پیوسته غیر خطی پرداخت. وی از روش اجزای محدود برای خطی کردن مسائل در این

ترک ریز و رشد آرام ترک تا حد پارگی یا شکست نهایی است [21].

در شکست نرم، در ناحیه گلوبی ابتدا حفره‌های ریز جوانه می‌زنند و سپس این حفره‌ها رشد می‌کنند و به هم می‌پیوندند و گسیختگی ایجاد می‌شود. با تکرار این عملیات (جوانه‌زنی حفره‌ها و پیوستن آنها به یکدیگر) خرابی رشد می‌کند و پس از رسیدن به میزان بحرانی، سرعت رشد خرابی و آسیب افزایش می‌یابد و باعث ایجاد شکست نهایی می‌شود [5]. توانایی پیش‌بینی شروع خرابی، از مسائل مهم این حوزه است. برای بررسی آن معمولاً سه روش کلی وجود دارد که عبارتند از:

الف. معیار شکست ناگهانی (Abrupt Failure Criteria). بر مبنای این روش خرابی موقعی اتفاق می‌افتد که یک متغیر خارجی که غیر کوپل با متغیرهای داخلی است، به مقدار بحرانی خود برسد [21].

ب. رفتار پلاستیک مواد متخلخل (Porous Solid Plasticity). این روش ماده را به صورت ماده متخلخل فرض می‌کند و آسیب بر مبنای میزان و سرعت به هم پیوستگی حفره‌ها بیان می‌شود [21].

ج. مکانیک آسیب پیوسته. در این روش فرض بر این است که خرابی یک پارامتر داخلی است که به صورت یک پروسه برگشت‌ناپذیری در ساختار میکروماده اتفاق می‌افتد [5]. در این مقاله این روش بررسی می‌شود و در پیش‌بینی رفتار ماده و مدل‌سازی آسیب در آلومینیوم ۵۰۸۳ استفاده می‌شود.

مدل مکانیک آسیب پیوسته

آسیب یک متغیر ترمودینامیکی است که به‌عنوان از دست رفتن توانایی تحمل بار توسط ماده بیان می‌شود. آسیب در پی تغییر شکل پلاستیک شروع می‌شود و

گرفته است. با توجه به این که مدل ارائه شده توسط بنورا [11] یکی از روابط مهم و کاربردی در این حوزه است، از آن برای مدل‌سازی غیر خطی آسیب استفاده شد. رفتار ماده در نمونه‌های استاندارد و سوراخ‌دار به صورت تجربی و عددی بررسی شده است. برای این کار قطعه‌ای از جنس آلومینیوم آلیاژی ۵۰۸۳، براساس استاندارد (ASTM E08) ساخته شد و در دستگاه تست کشش تا لحظه گسیختگی مورد کشش قرار گرفت (آزمون‌ها در آزمایشگاه مواد پژوهشکده حمل و نقل وابسته به پژوهشگاه فضایی ایران انجام شده است). براساس نتایج این آزمون پارامترهای اصلی مدل استخراج شد. برای بررسی صحت مدل در پیش‌بینی رفتار ماده، قطعه‌ای تحت بارگذاری سیکلی قرار گرفت. بارگذاری و باربرداری در محدوده رفتار پلاستیک ماده انجام شد. هم‌چنین در این مقاله، برای بررسی اثر تنش غیر یکنواخت و توانایی مدل غیر خطی در پیش‌بینی رفتار ماده، یک نمونه سوراخ‌دار برای شبیه‌سازی تمرکز تنش مورد استفاده قرار گرفته است. در مدل‌سازی عددی رفتار ماده از نرم‌افزار آباکوس استفاده می‌شود و به کمک سابروتین (USDFLD)، مدل غیرخطی پیاده‌سازی می‌شود. نحوه انجام آزمون‌ها و شبیه‌سازی و نتایج به دست آمده ارائه شده است.

مبانی کلی شکست نرم

شکست در فلزات به صورت دو دسته کلی شکست نرم و ترد رخ می‌دهد. با توجه به ساختار بلوری فلزات، درجه حرارت، میزان نیرو، نرخ بارگذاری و ابعاد قطعه یکی از این نوع شکست‌ها رخ می‌دهد. از مشخصات شکست نرم می‌توان به موارد ذیل اشاره کرد: گلوبی شدن موضع شکست تحت تأثیر تنش کششی، یا نازکی موضعی و ایجاد حفره‌های بسیار ریز در درون قسمت گلوبی، اتصال آنها به یکدیگر تا رسیدن به حد یک

در این رابطه \vec{n} بردار نرمال، $A_0^{(\vec{n})}$ سطح مقطع نامی در المان حجمی مرجع و $A_{eff}^{(\vec{n})}$ سطح مؤثر آن است. متغیر آسیب، وابسته به انتخاب بردار نرمال \vec{n} است و باید برای توصیف آن از رابطه تانسوری استفاده شود.

با توجه به این که ماده مورد بررسی (آلومینیوم ۵۰۸۳) یک ماده ایزوتروپیک و همگن است، می توان فرض کرد توزیع ترک ها و حفره ها در المان حجمی یکنواخت است و متغیر آسیب (D) وابسته به جهت بردار \vec{n} نیست و برابر است با:

$$D = 1 - A_{eff}/A_0 = \frac{A_D}{A_0} \quad (2)$$

که A_D بیانگر مساحت حفره ها در سطح مقطع المان حجمی است.

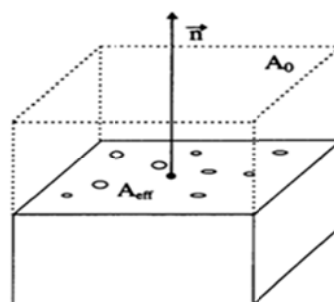
در حالت بارگذاری محوری که نیروی عمود بر سطح مقطع در المان حجمی مرجع اعمال می شود و با در نظر گرفتن تعریف تنش $\sigma = F/A_0$ و جای گذاری $A_{eff} = A_0(1 - D)$ با فرض ایزوتروپیک بودن ماده، رابطه تنش مؤثر به صورت رابطه (۳) تعریف می شود.

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (3)$$

بر اساس تعریف تنش مؤثر، رفتار ماده در حالت آسیب دیده تنها تحت تأثیر تنش مؤثر است، به عبارت دیگر معادلات در حالت بررسی آسیب مثل معادلات در حالت عادی است با این تفاوت که تنش مؤثر جایگزین تنش در معادلات می شود.

برای به دست آوردن معادلات کلی یک ماده مشخص در چارچوب پدیده های برگشت ناپذیر ترمودینامیک از متغیرهای حالت استفاده می شود. هم چنین برای توصیف یک ماده، یک حالت پتانسیلی معرفی می شود. معمولاً از انرژی آزاد هلتمتز (Ψ) که

در نتیجه تغییرات برگشت ناپذیری مثل جوانه زنی ترک ها (Crack Nucleation) و رشد حفره ها در ماده به وجود می آید که منجر به گسیختگی در ماده می شود. از دیدگاه فیزیکی، آسیب به صورت کاهش سطح مقطع نامی در المان حجمی مرجع (Representative Volume Element) که تمام متغیرها در این عنصر حجمی هموزن در نظر گرفته می شود، تعریف می شود. کاهش سطح مقطع به خاطر جوانه زنی، رشد میکروترک ها و میکرو حفره ها است. ناپیوستگی ها و آسیب ها با توجه به اندازه المان حجمی کوچک هستند، اما در مقایسه با فضاهای اتمی ماده بزرگ هستند. آسیب همواره به کرنش برگشت ناپذیر پلاستیک و توزیع کرنش در مقیاس مسو، مقیاس المان حجمی مرجع و یا مقیاس میکرو مرتبط است. در تمام مقیاس ها میزان آسیب به عنوان یک پارامتر وجود دارد، به همین علت چندین تعریف برای متغیر آسیب وجود دارد.



شکل ۱. سطح مقطع نامی در المان حجمی مرجع

در حالت کلی احتمالاً میکرو حفره ها و میکروترک ها هم زمان وجود دارند، متغیر آسیب به صورت فیزیکی به وسیله چگالی سطحی میکروترک ها و فصل مشترک میکروترک ها با صفحه ای متقاطع از در المان حجمی مرجع تعریف می شود (شکل ۱). برای یک صفحه با بردار نرمال \vec{n} رابطه (۱) برای تعریف متغیر آسیب ارائه می شود [5].

$$D(\vec{n}) = 1 - \frac{A_{eff}^{(\vec{n})}}{A_0^{(\vec{n})}} \quad (1)$$

$$\dot{\epsilon}^P: \sum_k Y_k x_k - \dot{D} Y - \sigma \gg 0 \quad (8)$$

در این رابطه $\dot{\epsilon}^P$ نرخ کرنش، \dot{D} نرخ تغییرات آسیب، x_k نرخ تغییرات سختی دینامیکی است.

بر اساس قانون ترمودینامیک، معیاری که تغییرات متغیرهای داخلی را کنترل می‌کند، از پتانسیل اتلاف (F) به دست می‌آید. از مشاهده نتایج آزمایشگاهی نتیجه می‌شود که جریان پلاستیک و خرابی در پتانسیل توزیع از یکدیگر می‌توانند جدا باشند [11]. استفاده از تبدیل لژاندر -فرنچل به ما امکان بیان توزیع پتانسیل را به صورت تابعی از متغیرهای داخلی برای ارضای قانون دوم ترمودینامیک می‌دهد [11].

$$F = F_p(\sigma, R, X) + F_D(Y) \quad (9)$$

در این رابطه R سختی یکنواخت و X سختی دینامیکی وابسته است.

رابطه تغییرات برای متغیر آسیب به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود.

$$\dot{D} = -\lambda \frac{\partial F_D}{\partial Y} \quad (10)$$

که در این رابطه λ نرخ کرنش پلاستیک و F_D توزیع پتانسیل آسیب است. این رابطه بیانگر کوپل بین نرخ گسیختگی و نرخ کرنش پلاستیک مجموع به وسیله ضریب پلاستیک ($-\lambda$) است.

برای کامل کردن معادلات کلی، نیاز به تعیین توزیع پتانسیل آسیب (F_D) است. بر اساس قانون دوم ترمودینامیک توزیع شکست باید مثبت باشد و هم‌چنین پتانسیل آسیب باید یک تابع محدب باشد. این توزیع برای شکست نرم به خاطر مراحل جوانه زنی، رشد حفره‌ها و ترکیب آنها که به شدت غیر خطی است، استفاده می‌شود [11]. مدل‌ها و توابع توزیع پتانسیل مختلفی ارائه شده است که در این مقاله

تابع اسکالر تمام متغیرهای داخلی است، برای آن استفاده می‌شود. قانون حالت بیانگر ارتباط بین متغیرهای داخلی x_i و متغیرهای وابسته داخلی y_i است (رابطه 4).

$$y_i = \frac{\partial(\rho\Psi)}{\partial x_i} \quad (4)$$

که چگالی ماده است.

برای حالت داده‌شده، آسیب تنها تنش‌های مؤثر را تغییر می‌دهد [12]. بر اساس رابطه (4) این امکان وجود دارد که تأثیرات الاستیک با تأثیرات پلاستیک در پتانسیل حالت غیرکوپل باشد یا به عبارت دیگر مستقل از یکدیگر باشند (رابطه 5).

$$\Psi = \Psi_e(\epsilon_{ij}^e, T, D) + \Psi_p(T, \tau, x) \quad (5)$$

که در این رابطه T دما، τ متغیر داخلی سختی یکنواخت و X متغیر داخلی سختی جنبشی است.

در چارچوب ترموالاستیک خطی، معادلات حالت آسیب را می‌توان از پتانسیل Ψ_e به دست آورد، لذا رابطه‌های (7 و 6) برای متغیر وابسته آسیب بیان می‌شود.

$$Y = \rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial D} \quad (6)$$

$$Y = -\frac{\sigma_{eq}}{2E(1-D)^2} f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) \quad (7)$$

در این روابط Y نرخ آزادسازی انرژی کرنش شکست، E مدول الاستیک، σ_{eq} معادل تنش ون میزز است و σ_H تنش هیدرواستاتیک است.

برای کامل کردن معادلات به قانون و قاعده‌ای برای بیان تغییرات متغیرهای داخلی نیاز است. در حالتی که پدیده برگشت‌ناپذیر است، لازمه قانون دوم ترمودینامیک این است که اتلاف مربوط به کار مکانیکی باید مثبت باشد، لذا:

بحرانی آسیب در لحظه شکست، انتگرال‌گیری می‌شود. تعیین مقدار D_0 بسیار مشکل است، چون مستقیماً به توزیع حفره در میکروساختار ماده اولیه بستگی دارد. به‌همین علت مقدار D_0 اغلب صفر در نظر گرفته می‌شود. در ماده مورد استفاده (ورق نورد شده) این فرض قابل قبول است. مقدار D_{cr} مقداری است که ماده به‌ازای آن دیگر توانایی تحمل بار خارجی را ندارد.

فرآیند آسیب تا زمانی که کرنش مؤثر مجموع p به کرنش آستانه می‌رسد، غیر فعال است. وقتی $p = p_{th}$ می‌شود، جوانه‌زنی در مرحله رشد حفره‌ها غالب است. وقتی $D = D_{cr}$ است، ترکیب حفره‌ها در فرآیند رشد گسیختگی غالب است. در نهایت زمانی که کرنش مجموع پلاستیک p به مقدار بحرانی p_{cr} می‌رسد، گسیختگی اتفاق می‌افتد. با انتگرال‌گیری از رابطه (۱۵) بین $[D, D_{cr}]$ و $[P, P_{cr}]$ رابطه (۱۶) به‌دست می‌آید.

$$(D_{cr} - D)^{1/s} = \frac{1}{S} \frac{K^2}{2ES_0} \ln\left(\frac{p_{cr}}{p_{th}}\right) f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_H}\right) \quad (16)$$

در حالت بار محوری رابطه (۱۷) برابر یک خواهد بود [11].

$$f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) = 1 \quad (17)$$

در این‌جا می‌توان از کرنش الاستیک چشم پوشید و کرنش پلاستیک را به‌جای کل کرنش محوری استفاده کرد. در نتیجه خواهیم داشت:

$$(D_{cr} - D_0)^{1/s} = \frac{1}{S} \frac{K^2}{2ES_0} \ln\left(\frac{p_{cr}}{p_{th}}\right) \quad (18)$$

مقدار D_{cr} به‌صورت تجربی محاسبه می‌شود و رابطه (۱۸) امکان محاسبه ثابت $\frac{K^2}{2ES_0}$ را با کمک تست محوری می‌دهد. با جای‌گذاری رابطه (۱۸) در رابطه (۱۶)، رابطه (۱۹) نتیجه می‌شود.

براساس مطالعات انجام شده مدل بنورا [11] برای بررسی رفتار غیرخطی ایجاد و رشد گسیختگی در ماده انتخاب می‌شود [22].

توزیع پتانسیلی که بنورا [11] ارائه کرده است به‌صورت رابطه (۱۱) است.

$$F_D = \left[\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{-Y}{S_0}\right)^2 \left(\frac{S_0}{1-D}\right)\right] \frac{D_{cr}^{s-1/s}}{p^{2+n/n}} \quad (11)$$

که S_0 ثابت ماده، S توان مخصوص شکست ماده و n توان کار سختی است.

با مشتق‌گیری از رابطه (۱۱) براساس قانون تغییرات (رابطه ۱۰)، روابط (۱۲ و ۱۳) به‌دست می‌آید.

$$\frac{\partial F_D}{\partial Y} = \frac{Y}{S_0} \frac{(D_{cr}-D)^{s-1/s}}{p^{2+n/n}} \frac{1}{1-D} \quad (12)$$

$$\frac{\partial F_D}{\partial Y} = - \left(\frac{\sigma_{eq}^2}{(1-D)^2} \right) \times f\left(\frac{\partial F_D}{\partial Y}\right) \left(\frac{1}{1-D}\right) \frac{D_{cr}-D^{s-1/s}}{p^{2+n/n}} \frac{1}{2ES_0} \quad (13)$$

برای مواد نرم، تنش مؤثر σ_{eq} می‌تواند به‌عنوان تابعی از کرنش پلاستیک مجموع با استفاده از قانون رامبرگ - آسگود (رابطه ۱۴) بیان شود [23].

$$\frac{\sigma_{eq}}{1-D} = KP^{1/n} \quad (14)$$

که پارامترهای K و n ثابت ماده هستند. با جای‌گذاری رابطه (۱۴) در رابطه (۱۳)، رابطه (۱۵) به‌دست می‌آید.

$$D = \frac{K^2}{2ES_0} (D_{cr} - D)^{s-1/s} f\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right) \frac{\dot{p}}{p} \quad (15)$$

رابطه (۱۵) را می‌توان براساس حالت‌های مشخص بارگذاری و با فرض ثابت ماندن ضریب تنش سه‌محوری براساس زمان به‌سادگی انتگرال گرفت. از رابطه (۱۵) بین حالت ابتدایی $D=D_0$ و D_{cr} مقدار

تمام شرایط مرزی و نحوه بارگذاری در هنگام آزمایش تجربی، در نرم افزار آباکوس اعمال می شود، اما این نرم افزار توانایی اعمال متغیر آسیب D و نمایش آن به عنوان پارامتر خروجی را ندارد، بنابراین با کمک سابروتین (USDFLD) شرایط واقعی رفتار ماده و گسیختگی مدل سازی می شود.

سابروتین (USDFLD) برای تعریف متغیرهای میدانی در گره ها به عنوان تابعی از زمان یا هر مشخصه ماده که در پنجره متغیرهای خروجی مشخص است و هم چنین برای معرفی راه حل وابسته به خواص مواد استفاده می شود [24].

آزمایش های تجربی

صحه گذاری نتایج حاصل از شبیه سازی ها و بررسی دقیق تر مدل ها و هم چنین استخراج پارامترهای مورد نیاز ماده، مستلزم انجام آزمایش تجربی است. این آزمایش ها به صورت تست کشش تک محوره انجام شده است. به همین منظور از دستگاه تست کشش یونیورسال هیدرولیک مدل GT-7001-LC استفاده شده است (شکل ۳). این آزمایش در محل آزمایشگاه مواد پژوهشکده حمل و نقل وابسته به پژوهشگاه فضایی ایران انجام شد.



شکل ۳ دستگاه تست کشش یونیورسال هیدرولیک GT-7001-LC

$$D = D_0 + (D_{cr} - D_0) \left(1 - \left[1 - \frac{\ln(P/P_{th})}{\ln(\epsilon_{cr}/\epsilon_{th})} \right]^s \right) \quad (19)$$

با توجه به تست کشش و به دست آوردن σ_R و σ_u مقدار D_{cr} را با استفاده از رابطه (۲۰) به دست می آید.

$$D_{cr} = 1 - \frac{\sigma_R}{\sigma_u} \quad (20)$$

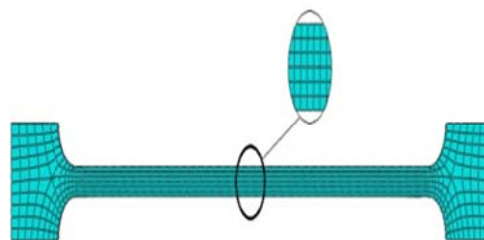
در اکثر مواقع در حالت محوری نسبت $\frac{P_{cr}}{P_{th}}$ با نسبت $\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_{th}}$ برابر است [12].

شبیه سازی عددی

روش اجزای محدود، روشی عددی برای حل تقریبی معادلات دیفرانسیل جزئی و نیز حل رابطه های انتگرالی است. اساس کار این روش حذف کامل معادلات دیفرانسیل یا ساده سازی آنها به معادلات دیفرانسیل معمولی است، که با روش های عددی مانند اویلر حل می شوند [23].

با توجه به توانمندی نرم افزار آباکوس در تحلیل مسائل غیرخطی در این تحقیق از آن برای مدل سازی و انجام تحلیل استفاده می شود.

نوع المانی که برای شبکه بندی (مش بندی) (شکل ۲) استفاده می شود، المان C3D8 است که یک المان خطی با هشت گره است که توانایی مدل سازی تغییر فرم های زیاد را دارد [24].



شکل ۲ قطعه مش زده شده

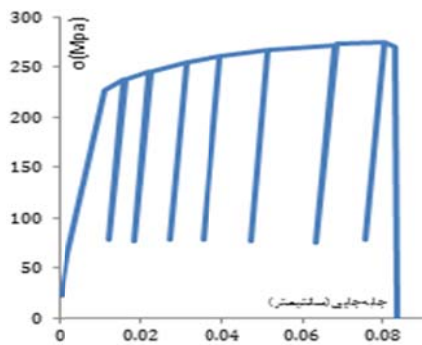
جدول ۲ خواص مکانیکی به دست آمده از آزمایش کشش

پارامتر	مقدار
تنش تسلیم	236MPa
میزان استحکام نهایی	275 MPa
تنش شکست	253 MPa
کرنش شکست	0.11164



شکل ۶ قطعه آزمایش اول بعد از شکست

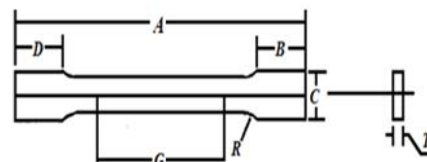
قطعه آزمایش دوم کاملاً مشابه قطعه آزمایش اول است و در این آزمایش مشابه آزمایش اول نمونه استاندارد تحت کشش قرار می‌گیرد، ولی در منطقه پلاستیک، بارگذاری سیکلی بر قطعه وارد می‌شود. به کمک این آزمایش توانمندی مدل در حالت بارگذاری سیکلی بررسی شده است. نتیجه آزمایش در شکل (۷) ارائه شده است.



شکل ۷ تغییرات تنش-جابجایی قطعه آزمایش دوم

برای بررسی توانایی مدل در پیش‌بینی رفتار ماده هنگام اعمال تنش غیر یکنواخت، در آزمایش سوم از قطعه سوراخ‌دار مطابق شکل (۸) و با ابعاد مشابه جدول (۳) استفاده شد. نتیجه آزمایش سوم در شکل (۹) ارائه شده است و هم‌چنین تصویر قطعه آزمایش سوم بعد از شکست در شکل (۱۰) آورده شده است.

در آزمایش اول قطعه‌ای از جنس آلومینیوم ۵۰۸۳ (شکل ۴) که براساس استاندارد (ASTM E08) با ابعاد داده شده در جدول (۱) ساخته شده است تحت آزمایش کشش قرار گرفت.

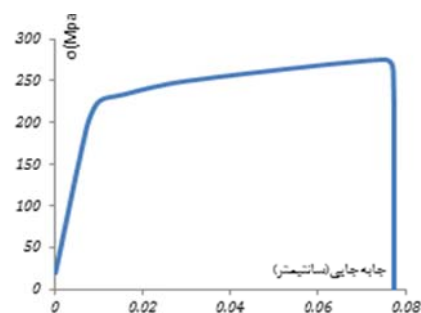


شکل ۴ قطعه آزمایش کشش استاندارد

جدول ۱ ابعاد قطعه آزمایش اول

پارامتر	اندازه (mm)
A	۲۰۳
B	۵۰.۸
C	۱۹.۳
D	۵۰.۸
G	۹۰.۶
R	۷.۲
T	۲

شکل (۵) نمودار حاصل از آزمایش کشش را نشان می‌دهد. در این آزمایش خواص مکانیکی و نمودار تنش-جابجایی مشخص می‌شود و در سایر آزمایش‌ها استفاده می‌شود. مقادیر حاصل از آزمایش کشش به صورت جدول (۲) است و هم‌چنین شکل قطعه آزمایش اول بعد از شکست در شکل (۶) ارائه شده است.



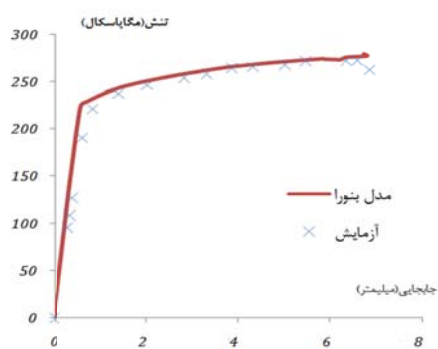
شکل ۵ تغییرات تنش-جابجایی قطعه آزمایش اول

پارامتر s ، پارامترهای مورد نیاز به صورت جدول (۴) در نظر گرفته شد.

جدول ۴ مقادیر در نظر گرفته شده برای شبیه سازی

$\epsilon_{Threshold}$	$\epsilon_{Rupture}$	D_{Cr}	α	E (GPa)	ν	s
0.0129	0.11164	0.36	0.75	70	0.3	0.5

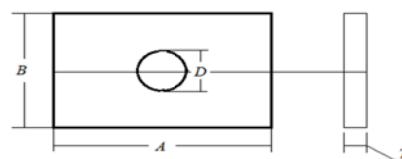
نتایج به دست آمده از آزمایش اول (کشش تک محوره) با نتایج حاصل از تحلیل عددی براساس مدل آسیب بنورا مقایسه شده است (شکل ۱۱ و جدول ۵). همان طور که شکل (۱۱) و جدول (۵) نشان می دهند، مدل غیرخطی بنورا پیش بینی خوبی از رفتار ماده مورد نظر در آزمایش کشش ساده دارد. در این حالت، مدل بنورا در حالت تغییر فرم الاستیک و پلاستیک به خوبی رفتار ماده را مدل می کند و برای پیش بینی لحظه شکست نیز مناسب است.



شکل ۱۱ تغییرات تنش-جابه جایی بر مبنای مدل بنورا و نتایج آزمایش اول

جدول ۵ محاسبه درصد خطاهای مدل بنورا

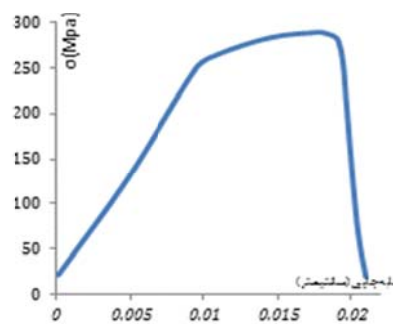
درصد خطا مدل بنورا در مقایسه با تست %	σ_{bonora} (MPa)	σ_{Test} (MPa)	جابه جایی (mm)
۰/۷۳	۲۷۵/۲	۲۷۳/۲	۶/۸
۰/۹۰	۲۷۴/۵	۲۷۲/۱	۶/۱
۱	۲۷۲/۴	۲۷۰/۲	۵/۴
۱/۱۵	۲۶۸/۳	۲۶۵/۲	۵
۱/۲۸	۲۶۱/۰۱	۲۵۷/۷	۳/۹



شکل ۸ قطعه سوراخ دار

جدول ۳ ابعاد قطعه سوراخ دار

اندازه (mm)	پارامتر
۲۰۰	A
۲۸	B
۱۰	D
۲	T



شکل ۹ تغییرات تنش براساس جابه جایی آزمایش سوم



شکل ۱۰ قطعه آزمایش سوم بعد از شکست

بررسی نتایج

با توجه به آزمایش های انجام شده، فرآیند آزمایش ها به صورت عددی به وسیله نرم افزار آباکوس و به کمک سابروتین (USDFLD) شبیه سازی می شود و در ادامه نتایج حاصل از شبیه سازی با مقادیر تجربی و نتایج آزمایش ها مقایسه می شوند.

در شبیه سازی ها با توجه به نتایج حاصل از آزمون کشش و مقادیر پیشنهادی توسط مرجع [11] برای

جدول ۸ میانگین درصد خطاهای مدل بنورا و

تغییر یافته بنورا

میانگین درصد خطاهای مدل تغییر یافته بنورا	میانگین درصد خطاهای مدل بنورا
۰/۹۳	۱/۰۲

نتایج نشان می‌دهد (جدول ۸ و ۷) که مدل تغییر یافته بنورا با مقدار پیش فرض $s=0.5$ ، از دقت خوبی برای پیش‌بینی رفتار قطعه تحت آزمایش کشش برخوردار است. با تغییر مقدار s دقت نتایج به دست آمده اندکی بهبود می‌یابد ولیکن این تغییر چندان قابل توجه نیست.

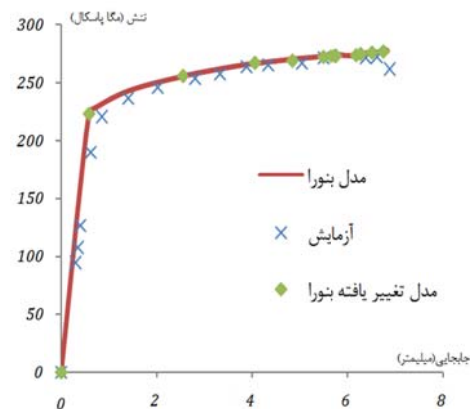
یکی از روش‌های ارزیابی مدل آسیب پیوسته بررسی و ارزیابی آن در پیش‌بینی لحظه شکست در هنگام بارگذاری متناوب و سیکلی است. برای این منظور، نمونه‌ای تحت بارگذاری سیکلی قرار گرفت و هنگام آزمون فرآیند بارگذاری و باربرداری به دفعات تکرار شد تا در نهایت شکست قطعه رخ داد. این فرآیند در محدوده تغییر شکل پلاستیک انجام شد و مقدار نیرو در فرآیند باربرداری به صفر نزدیک شد ولیکن هیچ‌گاه صفر نشد. در تحلیل عددی نیز مشابه این شرایط شبیه‌سازی شد. با استفاده از توانمندی نرم‌افزار آباکوس و استفاده از مراحل بارگذاری (Step) این فرآیند اعمال گردید.

نتایج حاصل در شکل (۱۳) نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است، مدل بنورا دارای دقت خوبی نیز برای این قطعه و مدل‌سازی بارگذاری سیکلی برخوردار است. هم‌چنین مدول الاستیک (شیب نمودار تنش-کرنش در محدوده الاستیک هر بار بارگذاری) در هر بار بارگذاری تغییر می‌کند ولیکن مدل بنورا به‌خوبی این تغییر را در نظر می‌گیرد. با مقایسه نتایج آزمایش اول و دوم، در حالت بارگذاری متناوب در محدوده پلاستیک می‌توان گفت:

با توجه به اهمیت پارامتر s (توان مخصوص شکست ماده) در رابطه (۲۲) بنورا، اثر تغییر آن در دقت به دست آمده برای شبیه‌سازی عددی بررسی می‌شود. برای این کار مقدار s به صورت جدول (۶) در نظر گرفته می‌شود و نتایج حاصل در شکل (۱۲) ارائه شده است.

جدول ۶ مقدار s در مدل بنورا

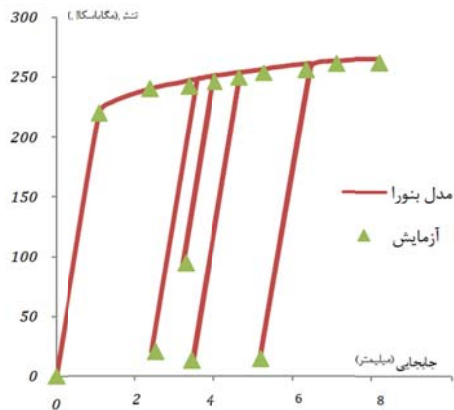
s- Edited Bonora	s -Bonora
۰/۷	۰/۵



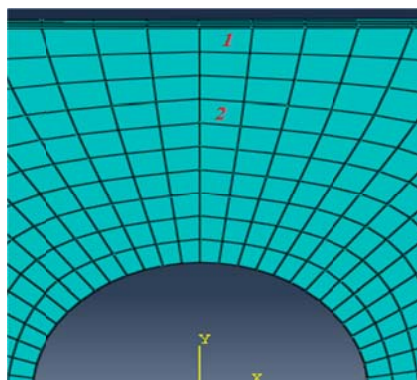
شکل ۱۲ تغییرات نیرو-جابجایی بر مبنای مدل بنورا، تغییر یافته بنورا و نتایج آزمایش اول

جدول ۷ محاسبه درصد خطاهای مدل بنورا و تغییر یافته بنورا

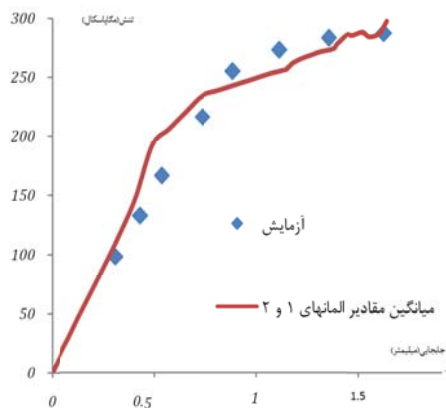
درصد خطای بنورای تغییر یافته در مقایسه با تست	σ_{Bonora} (MPa)	درصد خطای بنورای تغییر یافته در مقایسه با تست	$\sigma_{Edit Bonora}$ (MPa)	σ_{Test} (MPa)
۰/۷۳	۲۷۵/۶	۰/۶۵	۲۷۵/۱	۲۷۳/۲
۰/۹	۲۷۴/۵	۰/۹۵	۲۷۴/۹۹	۲۷۲/۱
۱	۲۷۲/۴	۰/۹۶	۲۷۲	۲۷۲/۲
۱/۱۵	۲۶۸/۳	۱/۰۱	۲۶۷/۷	۲۶۵/۲
۱/۲۸	۲۶۱/۰۱	۱/۱۲۶	۲۶۰/۶	۲۵۷/۷



شکل ۱۳ تغییرات نیرو-جابجه جایی بر مبنای مدل بنورا و نتایج آزمایش دوم



شکل ۱۴ المان‌های انتخاب شده برای تحلیل قطعه آزمایش سوم



شکل ۱۵ تغییرات تنش-جابجه جایی قطعه شماره ۳ بر اساس میانگین المان ۱ و ۲

با توجه به این که ماهیت تنش تک‌محوره چندان تغییر نمی‌کند، مدل غیر خطی بنورا برای پیش‌بینی رفتار ماده و لحظه شکست از دقت قابل قبولی برخوردار است. برای بررسی اثر تنش سه‌بعدی و تغییرات هندسی سازه در پیش‌بینی رفتار سازه، از یک قطعه سوراخ‌دار استفاده شد. وجود سوراخ سبب بهم ریختن توزیع تنش می‌شود و در محل آسیب توزیع تنش یکنواخت نیست. در آزمون تجربی فقط خروجی نیروی اعمالی و جابه‌جایی کل ثبت شد. در تحلیل عددی چون توزیع تنش یکنواخت نبود مقدار تنش در نقاط مختلف متناسب با فاصله از لبه سوراخ متغیر بود. بنابراین برای دستیابی به جواب مناسب از روش میانگین‌گیری استفاده شد. برای این امر مقدار تنش در دو نقطه مطابق شکل (۱۴) محاسبه شد و میانگین آنها استفاده شد. این نقاط بر روی محیط بیرونی و در وسط نمونه (فاصله یکسان از لبه سوراخ و لبه قطعه) انتخاب شدند.

با توجه به شکل (۱۵) میانگین مقادیر دو المان برای پیش‌بینی تنش و مقدار آسیب دارای دقت مناسبی است. به‌ویژه در پیش‌بینی لحظه وقوع گسیختگی و شکست این دقت قابل قبول است. دقت مدل در این حالت در مقایسه با حالت تک‌محوره و توزیع تنش یکنواخت کمتر است. یکی از مهم‌ترین دلایل این اختلاف می‌تواند فرض $f(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}})=1$ باشد که در توسعه روابط متغیر آسیب در نظر گرفته شده است. زیرا در هنگامی که قطعه سوراخ‌دار است این فرض برقرار نیست و لازم است که این رابطه دقیق‌تر محاسبه شود. در تحقیق آتی نویسندگان، این مسأله بررسی خواهد شد. هم‌چنین این اختلاف ممکن است به‌خاطر فرض ایزوتروپیک ماده نیز باشد زیرا در حالت واقعی رفتار ماده به‌طور کامل ایزوتروپیک نیست.

نتیجه گیری و پیشنهاد

فهرست علائم

بردار نرمال	\vec{n}
سطح مقطع نامی در المان حجمی مرجع	$A_0^{(n)}$
سطح مؤثر در المان حجمی مرجع	A_{eff}^n
متغیر آسیب	D
تنش	σ
انرژی آزاد هلمتز	Ψ
دما	T
متغیر داخلی سختی یکنواخت	r
متغیر داخلی سختی جنبشی	x
نرخ آزادسازی انرژی کرنش شکست	Y
مدول الاستیک	E
تنش معادل ون میز	σ_{eq}
تنش هیدرواستاتیک	σ_H
نرخ کرنش	$\dot{\epsilon}^p$
نرخ تغییرات آسیب	\dot{D}
نرخ تغییرات سختی دینامیکی	\dot{x}_{ik}
پتانسیل اتلاف	F
توزیع پتانسیل آسیب	F_D
نرخ کرنش پلاستیک	$\dot{\lambda}$
ثابت ماده	S
توان مخصوص شکست	S_0
توان کارسختی	n
کرنش آستانه	ϵ_{th}
کرنش بحرانی	ϵ_{cr}

در این مقاله رفتار ماده و فرآیند گسیختگی در آلومینیوم ۵۰۸۳ براساس تئوری مکانیک آسیب پیوسته به صورت تجربی و عددی بررسی شد. در مدل سازی عددی از مدل غیر خطی بنورا استفاده شد و آزمایش های تجربی بر روی سه قطعه انجام گردید. مدل بنورا در نرم افزار آباکوس به وسیله سابروتین (USDFLD) اعمال گردید. نتایج آزمایش های تجربی نشان می دهد با یک آزمایش کشش ساده استاندارد مقادیر لازم برای مدل سازی عددی استخراج می شود و این مدل غیر خطی توانایی خوبی در مدل سازی فرآیند گسیختگی و شکست ماده آلومینیومی دارد. با توجه به اهمیت مقدار S در رابطه پارامتر آسیب بنورا می توان با تغییر مقدار S، مدل بنورا را بهبود داد. هم چنین با انجام آزمایش کشش بر روی قطعه سوراخ دار، مشخص شد که این مدل برای حالت های بارگذاری که سبب تولید تنش غیر یکنواخت در ماده می شود نیز قابل استفاده است ولیکن دقت آن کاهش می یابد. پیشنهاد می گردد مطالعه بر روی توسعه دقیق تر مدل و مواد غیرایزوتوپیک، بارگذاری متناوب، بارگذاری در دمای بالا، استفاده از روابط کارسختی مناسب تر برای تکمیل این مدل و ارتقای آن انجام شود. هم چنین سایر مدل های آسیب پیوسته نیز مورد مطالعه قرار گیرند.

مراجع

1. Gross, D. and Seelig, T., "Fracture Mechanics: With an introduction to Micromechanics", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Second edition, (2011).
2. Sun, C. and Jin, Z.-H., "Fracture Mechanics", Elsevier Science Publishing Co Inc, San Diego, United States, (2012).
3. Bui, H.D., "Fracture Mechanics: Inverse Problem and Solutions", Springer Netherlands, (2006).

۴. میرزایی مجید، کریمی رضا، «تعیین سرعت رشد ترک در پره توربین گازی براساس مکانیک شکست»، مجله فنی و مهندسی مدرس، جلد ۶، صص ۵۱-۵۶، (زمستان ۱۳۸۰).
5. Lemaitre, J., "A continuous damage mechanics model for ductile fracture", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 107, pp. 83-89, (1985).
6. Hoff, N., "The necking and the rupture of rods subjected to constant tensile loads", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 20, No. 1, pp. 105-108, (1953).
7. Kachanov, L.M., "Rupture time under creep conditions", *International Journal of Fracture*, No. 8, pp. 26-31, (1958).
8. Rice, J.R. and Tracy, D.M., "On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 17, No. 3, pp. 201-217, (1969).
9. Wang, J. and Chow C.L., "Subcritical crack growth in ductile fracture with continuum", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 33, No. 2, pp. 309-317, (1989).
10. Chandrakanth, S. and Pandey P.C., "An isotropic damage model for ductile", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 50, No. 4, pp. 457-465, (1995).
11. Bonora, N., "A nonlinear CDM model for ductile failure", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 58, No. 1/2, pp. 11-28, (1997).
12. Garrison, W.M. and Moody N.R., "Ductile fracture", *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, Vol. 48, Issue 11, pp. 1035-1074, (1987).
13. Bonora, N., "On the effect of triaxial state of stress on ductility using nonlinear CDM model", *International Journal of Fracture*, Vol. 88, pp. 359-371, (1998).
14. Pardoen, T. and Hutchinson J.W., "An extended model for void growth and coalescence", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48, pp. 2467-2512, (2000).
15. Bruunig, M., "Numerical analysis of anisotropic ductile continuum damage", *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 192, pp. 2949-2976, (2003).
16. Bonora, N. and Milella, P.P., "Constitutive modeling for ductile metals behavior incorporating strain rate, temperature and damage", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 26, pp. 35-64, (2001).
17. Milella, P.P., "Temperature and strain rate dependence of mechanical behavior of body-centered cubic structure materials", *Proc. TMS Fall Meeting '98, Chicago, Illinois*, (1998).
18. Benzerga, A. and Besson J., and Pineau, A. "Anisotropic ductile fracture, Part II: theory" *Acta Materialia*, Vol. 52, pp. 4639-4650, (2004).
19. Mashayekhi, M. and ZiaeiRad, S. "Identification and validation of a ductile damage model for A533 steel", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 17, pp. 291-295, (2006).
20. Thakkar, B.K. and Pandey, P., "A high-order isotropic continuum damage", *International Journal of Fracture*, Vol. 16, pp. 403-426, (2007).
21. Pironi, A., Bonora, N., Steglich, D., Brocks, W. and Hellmann, D., "Simulation of failure under cyclic plastic loading by damage models", *International Journal of Plasticity*, pp. 2146-2170, (2006).
22. Reddy, J.N., "An Introduction to the Finite Element Method", *McGraw Hill Series in Mechanical Engineering*, (2006).
23. Sehat, R., "study on aluminum damage using CDM theory", *MSc. Thesis, Aerospace Research institute, Tehran*, (2013).
24. ABAQUS analysis user manual 6.11.