

### مدل سازی تحلیلی احتراق جریان متقابل نفوذی ابر ذرات \*

مهدی بیدآبادی<sup>(۱)</sup> میلاد رمضان پور<sup>(۲)</sup> علیرضا خوئینی پورفر<sup>(۳)</sup>

**چکیده** در این پژوهش، مدل سازی احتراق جریان متقابل ابر ذرات نفوذی مورد بررسی قرار گرفت. مدل ارائه شده مبتنی بر این فرض است که ذرات سوخت ابتدا تبخیر می شوند تا سوخت گازی را برای ورود به واکنش با اکساینده تولید نمایند. واکنش صورت گرفته مفروض، از قانون آرنیوس پیروی می کند. معادلات بقا به صورت تحلیلی حل شدند و دمای شعله برحسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده ارائه شد. همچنین روند تغییر موقعیت شعله با تغییر اعداد لوئیس مورد ارزیابی قرار گرفت و مشخص شد که دمای شعله با افزایش اعداد لوئیس سوخت و اکساینده، کاهش می یابد به طوری که با افزایش عدد لوئیس سوخت از ۰/۱ تا ۱/۴، دمای شعله درج از ۱۹۴۳ به ۱۴۷۳ درجه کلونین کاهش می یابد.

**واژه های کلیدی** احتراق ابر ذرات؛ جریان متقابل؛ شعله نفوذی؛ حل تحلیلی.

### Analytical Modeling of a Counterflow Diffusion Flame of a Dust Cloud

M. Bidabadi

M. Ramezanpour

A. Khoeini Poorfar

**Abstract** Diffusion Flame in a Dust cloud combustion in a Counterflow configuration is investigated in this research. It is presumed that the fuel particles vaporize first to yield a gaseous fuel to oxidize with the gas phase. The reaction rate is assumed to be of the Arrhenius type. Conservation equations for the non-unity Lewis number are solved and the flame temperature with the variations of different Lewis numbers of fuel and oxidizer is proposed. Furthermore, the variations of flame position with the variation of Lewis number are evaluated. It has been found that the flame temperature decreases with increasing of fuel and oxidizer Lewis numbers, which for rise of fuel Lewis number from 0.1 to 1.4, the flame temperature decreases from 1943 to 1473K.

**Key Words** Dust Cloud Combustion; Counterflow; Diffusion Flame; Analytical Solution.

\* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۹/۷ و تاریخ پذیرش آن ۹۴/۱۱/۲۴ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.51770

(۱) استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

(۲) دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

(۳) دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران. alirezapoorfar@iust.ac.ir

## مقدمه

مواد جامد می‌توانند در هوا بسوزند که شدت و سرعت سوزش آنها با افزایش درجه کوچکی این مواد جامد افزایش می‌یابند به گونه‌ای که برای ذرات ریز در ابعاد میکرومتر و نانومتر، این واکنش احتراقی می‌تواند شکل انفجار به خود بگیرد. انفجار ذرات پدیده‌ای است که شعله از بین ابرذرات در هوا منتشر می‌شود که با توجه به عدم کنترل آن در بسیاری از موارد طی ۱۵۰ سال اخیر به عنوان خطری برای جوامع بشری شناخته می‌شود. معادن زغال‌سنگ و انبارهای آرد و غلات به سبب وجود ذرات ریز با قابلیت سوزش در هوا به عنوان اکساینده، مکان‌هایی هستند که در صورت وقوع جرقه و یا تأمین انرژی اولیه برای انجام واکنش‌های احتراقی، امکان وقوع یک واکنش اولیه احتراقی را دارند که گسترش آن می‌تواند منجر به یک واکنش ثانویه انفجاری شود [1-3]. در صنایعی که با ذرات احتراقی سر و کار دارند، دانشی دقیق از خطرات احتمالی این ذرات مورد نیاز می‌باشد. مطالعه احتراق ترکیبات دو فازی شامل ذرات جامد در اکساینده، به دلیل امکان احتراق و یا انفجار ناگهانی که پیش‌تر عنوان شده بود، از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشند، چه آن‌که این خاصیت احتراقی می‌تواند به عنوان منبع انرژی در کاربردهایی که نیاز به احتراق و انرژی حاصل از آن وجود دارد به کار گرفته شود و یا در جایی که امکان وقوع احتراق ناخواسته وجود دارد، کنترل شود. بنابراین پیش‌بینی خاصیت احتراقی ذرات مختلف و کیفیت احتراق آنها از اهمیت بالایی در سطوح مهندسی به منظور مدل‌سازی آنها برخوردار است. بدین صورت که به واسطه پیچیدگی‌های موجود در مطالعات تجربی و آزمایشگاهی، مدل‌های ریاضی می‌توانند به عنوان جایگزین مناسب بسط داده شوند. در بحث مطالعه ساختار احتراقی ذرات، مشکلات و پیچیدگی‌هایی موجود می‌باشد. یکی از مهم‌ترین

مشکلات، پیچیدگی فرآیندهای احتراقی ابرذرات می‌باشد که به سبب خواص فیزیکی و شیمیایی سوخت و اندازه و کیفیت توزیع ذرات به وجود می‌آید [3, 4]. نظر به اهمیت بررسی کیفیت احتراق ابرذرات، پژوهش‌های تجربی، عددی و تحلیلی به منظور مدل‌سازی احتراق ابرذرات در اکساینده صورت گرفته است. لیو و همکاران [5] انتشار شعله را در محفظه احتراقی حاوی ترکیبی از ابرذرات زغال‌سنگ و متان مورد بررسی قرار دادند. در این کار، سرعت انتشار شعله و حداکثر دمای شعله ترکیب مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. در مطالعه‌ای دیگر، پروست [6] سرعت سوزش و حداکثر دمای شعله ترکیب ابرذرات- هوا را شامل ترکیباتی از ذرات لایکوپودیوم - هوا، سولفور- هوا، آرد- هوا و نشاسته- هوا مورد محاسبه قرار داد. در این مطالعه سرعت سوزش و دمای شعله حاصل از احتراق ابرذرات پیش آمیخته در اکساینده مورد آزمایش قرار گرفت و مشخص شد که با افزایش غلظت جرمی ذرات موجود در هوا در نسبت‌های هم‌ارزی پایین‌تر از یک و یا نزدیک به آن، دمای شعله و سرعت سوزش افزایش می‌یابند.

ساختار انتشار شعله پیش‌آمیخته شامل ذرات فراری که به صورت یکنواخت در محیط اکساینده گازی توزیع شده‌اند، توسط سشادری و همکاران [7] مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. سرعت سوزش ذرات، دمای شعله و دمای آدیاباتیک شعله از جمله مواردی بودند که در کار سشادری برای ذراتی با نسبت هم‌ارزی اولیه بالاتر از یک به صورت تحلیلی مورد ارزیابی قرار گرفتند. بیدآبادی و رهبری [8] نیز به صورت تحلیلی انتشار شعله را در بین ابرذرات لایکوپودیوم موجود در هوا مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش، اثر اختلاف دمای بین ذره و گاز روی کیفیت احتراق ذرات مورد ارزیابی قرار گرفت. هم‌چنین در پژوهشی دیگر از بیدآبادی و رهبری [9]، اثر اتلاف حرارتی و تغییر عدد لوئیس سوخت روی

لینان [13] با تجزیه و تحلیل کیفیت اختلاط سوخت و اکساینده‌ای که از دو سوی جت‌های مقابل با هم به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و هم‌چنین واکنش شیمیایی بین آن دو، به مدل‌سازی احتراق جریان متقابل نفوذی پرداخت. در این مطالعه، انرژی‌های فعال‌سازی با مقادیر بزرگ مفروض بودند و واکنش بازگشت‌ناپذیر یک‌مرحله‌ای آرهینوس در نظر گرفته شد. حداکثر دمای شعله برحسب عدد دامکولر در رژیم‌های مختلف جریانی محاسبه گردید.

ششادری [14] ساختار مجانبی از شعله نفوذی جریان متقابل را در مقادیر بالای انرژی فعال‌سازی مورد ارزیابی قرار دارد و نتایج کار خود را برای نسبت‌های بسیار کوچک جرم سوخت به اکسیژن ارائه داد. در این مطالعه، حداکثر دمای شعله برحسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده برای یک سوخت گازی مشخص با ساختار شیمیایی از پیش تعیین شده ارائه گردید و هم‌چنین، حد خاموشی شعله نیز مورد محاسبه قرار گرفت.

دورجتسکی و گریببرگ [15] ساختار احتراق جریان متقابل را برای سوخت اسپری مورد ارزیابی قرار دادند. در این پژوهش، اثر تغییرات عدد لوئیس سوخت بر حداکثر دمای شعله برای یک سوخت اسپری با ویژگی‌های مشخص مورد ارزیابی قرار گرفت. ویچمن و یانگ [16] نیز به صورت تحلیل و عددی اقدام به مدل‌سازی شعله متشکل از سوخت و اکساینده اسپری در احتراق جریان متقابل نفوذی نمودند [15, 16].

دائو و همکاران [17] اثر اتلاف حرارتی را به صورت تحلیلی و عددی در احتراق جریان متقابل نفوذی مورد ارزیابی قرار دادند. در این مطالعه، اثر اتلاف حرارتی تحت یک مطالعه مجانبی روی انتشار یک شعله سه‌گانه در یک ساختار جریان متقابل در چگالی ثابت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج تحلیلی از سرعت، نرخ سوزش، شکل و پیشانی شعله در نرخ‌های کوچک کرنش و انرژی فعال‌سازی بزرگ

کیفیت احتراق مورد بررسی قرار گرفت.

حقیری و بیدآبادی [10]، مدلی ریاضی را از انتشار شعله در بین ابرذرات ارگانیک ارائه دادند. در این مدل، اثر تشعشع حرارتی بر احتراق ابرذرات ارگانیک در اعداد لوئیس و دامکولر مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت و سرعت انتشار شعله محاسبه گردید. به منظور دستیابی به این مدل‌سازی، مدلی چهار ناحیه‌ای از ساختار شعله ارائه گردید که شامل نواحی پیش‌گرم، تبخیر، شعله و پس از شعله می‌باشد [10]. نتایج کار برای ابرذرات لایکوپودیوم با قطر ۳۱ میکرون ارائه گردید.

در بحث مدل‌سازی احتراق جریان متقابل، دائو و همکاران [11] به مدل‌سازی اثر اتلاف حرارتی در احتراق جریان متقابل پیش‌مخلوط پرداختند. در مدل دوبعدی ارائه شده در این پژوهش، واکنش یک‌مرحله‌ای آرهینوسی مد نظر قرار گرفت و اثرات اتلاف حرارتی و کرنش بر شعله پیش‌مخلوط تجزیه و تحلیل گردید. فرآیند فوق به دو روش تحلیلی و عددی صورت گرفت. در روش تحلیلی، انرژی فعال‌سازی با مقدار بالا و نرخ کرنش با مقداری پایین فرض شد و در مدل‌سازی عددی، انرژی فعال‌سازی با مقدار پایین فرض گردید. هم‌چنین فرشادی [۱۲] به مدل‌سازی احتراق جریان متقابل ابرذرات پیش‌مخلوط ارگانیک پرداخت. در این پژوهش دو مدل سه‌ناحیه‌ای و چهارناحیه‌ای از احتراق جریان متقابل ابرذرات پیش‌مخلوط ارائه گردیدند. در مدل سه‌ناحیه‌ای، نواحی پیش‌گرم و تبخیر، شعله و پس از شعله به عنوان سه ناحیه اصلی ساختار شعله مورد تحلیل قرار گرفتند و در مدل چهارناحیه‌ای نواحی پیش‌گرم، تبخیر، شعله و پس از شعله، چهار ناحیه اصلی ساختار شعله را شامل می‌شدند. در این پژوهش، فرض شده است که ذرات لایکوپودیوم به عنوان ذرات ارگانیک به صورت یکنواخت در اکساینده توزیع شده‌اند و با تبخیرشان وارد واکنش احتراقی می‌شوند، به عبارتی دیگر از واکنش‌های سطحی صرف نظر شده است.

سوخت گازی با ساختار شیمیایی معین را تولید کنند و در این بین از واکنش سطحی صرف نظر می شود. سپس، سوخت گازی وارد فرآیند احتراق با اکساینده می شود. محل تشکیل شعله بسته به شرایط اولیه مسئله می تواند در سمت چپ و یا راست صفحه سکون یعنی نزدیک به منبع اکساینده و یا سوخت باشد و با تغییر شرایط اولیه این موقعیت نیز جابه جا خواهد شد.

شکل (۱) طرحی از ساختار احتراق جریان متقابل نفوذی ذرات ارگانیک را در مدلی با ناحیه نازک واکنش و تبخیر نشان می دهد. در این شکل ذرات سوخت در ناحیه ای حدی که پیشانی تبخیر نام دارد، به صورت ناگهانی تبخیر می شوند و پس از آن سوخت گازی تشکیل می شود. سوخت گازی مورد نظر با جریان اکساینده در ناحیه ای حدی که پیشانی شعله نام دارد، واکنش می دهد. محل تشکیل شعله می تواند در طرفین صفحه سکون باشد و این به شرایط اولیه مسئله برمی گردد. در نمای فوق، موقعیت شعله در سمت چپ صفحه سکون نمایش داده شده است که می توان این موقعیت را در سمت راست صفحه سکون نیز تصور نمود.

در احتراق ذرات ارگانیک، نرخ تبخیر به عنوان جرم سوخت گازی تولید شده در واحد حجم و واحد زمان، یک پارامتر مؤثر کنترل کننده فرآیند احتراق می باشد. در این پژوهش نرخ تبخیر از رابطه زیر پیروی می کند [10].

$$\omega_v = \frac{Y_s}{\tau_{vap}} H(T - T_v) \quad (1)$$

که در معادله فوق،  $Y_s$  کسر جرمی ذرات،  $\tau_{vap}$  زمان ثابت مشخصه تبخیر ذرات،  $H$  تابع هویساید،  $T$  دمای سوخت و  $T_v$  دمای آغاز تبخیر ذرات می باشند. تابع هویساید مطابق تعریف به صورت زیر می باشد:

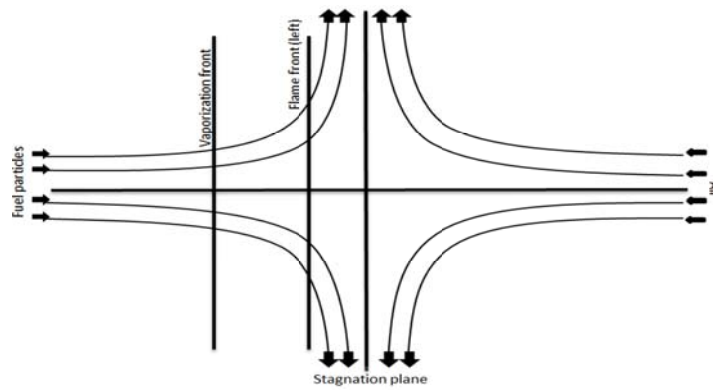
$$H(n) = \begin{cases} 0, & @n < 0 \\ 1, & @n > 0 \end{cases}$$

برای اعداد لوئیس نزدیک به یک ارائه گردید. نتایج تحلیلی به دست آمده به همراه نتایج حاصل از مدل سازی عددی ساختار شعله در رژیم های با نرخ کرنش پایین برای اعداد لوئیس غیر یک به منظور مقایسه نتایج حاصل ارائه گردیدند.

باتوجه به فعالیت های صورت گرفته در حوزه مدل سازی احتراق جریان متقابل در یک ساختار نفوذی، در این پژوهش، برای اولین بار در سطح دنیا، مدل سازی احتراق جریان متقابل ابرذرات نفوذی مورد بررسی قرار گرفت. در مدل ارائه شده، فرض شده است که با تجزیه حرارتی ابرذرات ارگانیک، سوخت گازی تشکیل می شود که این سوخت گازی وارد فرآیند واکنش با اکساینده می گردد. از آنجایی که سوخت و اکساینده از دو سوی مقابل یکدیگر به سمت صفحه سکون حرکت می کنند، موقعیت شعله بسته به شرایط اولیه سوخت و اکساینده، می تواند در طرفین صفحه سکون قرار بگیرد. ناحیه ای حدی برای تبخیر ذرات در این پژوهش مفروض است، بدین صورت که ذرات در یک ناحیه بسیار نازک حدی تبخیر می شوند و سوخت گازی که وارد فرآیند واکنش می شود را ایجاد می نمایند. معادلات بقای جرمی سوخت جامد، سوخت گاز، اکساینده و معادله بقای انرژی به صورت تحلیلی برای اعداد لوئیس غیر واحد حل گردیدند و دمای شعله بر حسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده ارائه شدند. هم چنین روند تغییر موقعیت شعله با تغییر اعداد لوئیس مورد ارزیابی قرار گرفت و پروفیل های دما و کسر جرمی سوخت و اکساینده رسم گردیدند.

### معادلات حاکم بر مسئله

در این پژوهش ساختار جریان متقابل به صورتی در نظر گرفته شده است که ذرات ارگانیک از سمت  $-\infty$  به سمت صفحه سکون حرکت می کنند و مسیر حرکتی جریان اکساینده که شامل جریان هوا می باشد، از  $+\infty$  است. ذرات سوخت در ابتدا تبخیر می شوند تا یک



شکل ۱ طرحی از ساختار احتراق جریان متقابل نفوذی

که  $u$  و  $v$  سرعت را در جهات  $X$  و  $Y$  نمایش می‌دهند و  $a$  به عنوان گرادیان سرعت در نقطه سکون می‌باشد که نمایانگر نرخ کرنش نیز می‌باشد [14]. در صورتی که نرخ کرنش کوچک باشد، مسئله را می‌توان به صورت یک بعدی فرض نمود و تنها در جهت  $x$  در نظر گرفت.

برای سادگی فرض می‌شود که جریان اکساینده و سوخت دارای سرعت یکسان می‌باشند، مقادیر مربوط به چگالی، گرمای ویژه و سایر ضرایب انتقالی ثابت فرض می‌شوند [14].

معادله بقای جرم سوخت فاز گازی حاصل از تبخیر ذرات ریز ارگانیک:

$$-aX \frac{dY_F}{dX} = D_F \frac{d^2 Y_F}{dX^2} - \frac{\omega_F}{\rho} + \omega_v \quad (5)$$

در معادله فوق،  $D_F$  ضریب نفوذ جرمی سوخت،  $Y_F$  کسر جرمی سوخت در فاز گازی و  $\omega_F$  نرخ واکنش شیمیایی می‌باشد که از قانون آرهینوس پیروی می‌کند و نسبت به سوخت و اکساینده در مرتبه اول می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود [13, 18]:

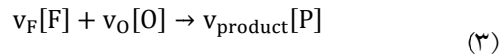
$$\omega_F = B \rho^2 v_F v_O \overline{Y_F Y_O} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (6)$$

در رابطه فوق  $B$  یک ضریب ثابت فرکانسی

عامل دیگری که پدیده احتراق را کنترل می‌نماید، نسبت هدایت به نفوذ جرم است. این نسبت که عدد لوئیس نامیده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$Le_i = \frac{\lambda}{\rho C D_i} \quad (2)$$

که در رابطه فوق،  $\lambda$  ضریب هدایت حرارتی،  $\rho$  چگالی،  $C$  گرمای ویژه و  $D_i$  ضریب نفوذ جرمی سوخت گازی شکل و یا اکساینده می‌باشند. در این پژوهش اعداد لوئیس سوخت و اکساینده غیرواحد فرض شدند و اثر تغییرات آن بر شعله مورد ارزیابی قرار گرفته است. سینتیک شیمیایی به صورت یک واکنش کلی تک مرحله‌ای در نظر گرفته شده است:



که نمادهای  $[F]$ ،  $[O]$  و  $[P]$  به ترتیب معرف سوخت، اکساینده و محصولات می‌باشند. کمیت‌های  $v_F$ ،  $v_O$  و  $v_{product}$  نیز به ترتیب بیانگر ضرایب استوکیومتری سوخت، اکساینده و محصولات می‌باشند.

میدان سرعت به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$(u, v) = (-aX, aY) \quad (4)$$

$$C = C_a + \frac{4\pi r^3 C_p \rho_p n_p}{3\rho} \quad ( )$$

در رابطه فوق چگالی ذره جامد و  $n_p$  تعداد ذرات در واحد حجم می‌باشند. از طرفی  $\rho = \rho_a + \frac{4}{3}\pi r_p^3 n_p \rho_p$

• معادله بقای جرم اکساینده:

$$-aX \frac{dY_O}{dX} = D_O \frac{d^2 Y_O}{dX^2} - \theta \frac{\omega_F}{\rho} \quad ( )$$

در معادله فوق،  $D_O$  ضریب نفوذ جرمی اکساینده،  $Y_O$  کسر جرمی اکساینده و  $\theta$  نسبت جرمی استوکیومتریک اکسیژن به سوخت می‌باشد.

**بی‌بعدسازی معادلات.** متغیرهایی که به منظور بی‌بعدسازی معادلات فوق، تعیین گردیده‌اند به شکل زیر می‌باشند:

$$\theta = \frac{C(T-T_{\infty})}{QY_{F-\infty}} \quad Y_F = \frac{Y_F}{Y_{F-\infty}} \quad Y_O = \frac{Y_O}{\theta Y_{F-\infty}} \quad (13)$$

$$y_s = \frac{Y_s}{Y_{F-\infty}} \quad x = \frac{X}{\sqrt{\frac{\lambda}{\rho C a}}}$$

با اعمال تغییر متغیرهای فوق در روابط (۵)، (۹)، (۱۰) و (۱۲) و استفاده از تعاریفی که برای نرخ واکنش شیمیایی (۶)، نرخ تبخیر (۱) و عدد لوئیس (۲) بیان شد، مطابق با [14, 16] خواهیم داشت:

• معادله بقای جرم سوخت فاز گازی حاصل

از تبخیر ذرات ریز ارگانیک:

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} + x \frac{dy_F}{dx} + \frac{y_s}{a\tau_{vap}} H(T - T_v) = D_c Y_F Y_O \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \quad (14)$$

• معادله بقای جرم ذرات سوخت جامد:

$$x \frac{dy_s}{dx} = \frac{y_s}{a\tau_{vap}} H(T - T_v) \quad (15)$$

می‌باشد و تعریف  $\bar{Y}_F$  و  $\bar{Y}_O$  به صورت زیر می‌باشد:

$$\bar{Y}_F = Y_F \frac{m}{v_F m_F} \quad (7)$$

$$\bar{Y}_O = Y_O \frac{m}{v_O m_O} \quad (8)$$

که در رابطه فوق  $Y_F$  و  $Y_O$  به ترتیب نشانگر کسر جرمی سوخت و اکساینده می‌باشند،  $m_F$  و  $m_O$  وزن مولکولی سوخت و اکسیژن را نمایش می‌دهند و  $m$  نشانگر وزن مولکولی مخلوط می‌باشد.

**معادله بقای کسر جرمی ذرات سوخت جامد.** با توجه به اینکه فرض شد ذرات جامد واکنش نمی‌دهند، معادله بقای جرم ذرات سوخت جامد به صورت زیر در می‌آید:

$$-aX \frac{dY_s}{dX} = -\omega_v \quad (9)$$

که در رابطه فوق  $Y_s$  کسر جرمی ذرات ریز جامد می‌باشد. هم چنین  $\omega_v$  نرخ تبخیر می‌باشد که در رابطه (۱) تعریف شده است.

• معادله بقای انرژی مخلوط:

$$-aX \frac{dT}{dX} = D_T \frac{d^2 T}{dX^2} + \frac{\omega_F \cdot Q}{\rho C} - \frac{\omega_v \cdot Q_v}{C} \quad (10)$$

در رابطه فوق  $Q$  گرمای آزاد شده در واحد جرم سوخت مصرفی،  $Q_v$  گرمای نهان تبخیر ذرات،  $D_T = \frac{\lambda}{\rho C}$  ضریب نفوذ حرارتی و  $C$  ظرفیت حرارتی مخلوط می‌باشد که از ترکیب ظرفیت حرارتی فاز گازی ( $C_a$ ) و ظرفیت حرارتی ذره جامد ( $C_p$ ) به صورت زیر به دست می‌آید:

می شود که در یک ناحیه بسیار نازک حدی، جایی که به دمای تبخیر ذرات می رسد رخ دهد. بنابراین، در رابطه با کیفیت حضور ذرات جامد، می توان فرض زیر را در نظر گرفت، بدین معنی که پیش از شروع ناحیه تبخیر، ذرات جامد در محیط موجود می باشند، ولی پس از آن هیچ گونه ذره جامدی در محیط وجود ندارد:

$$\begin{aligned} -\infty < x \leq x_v: & \quad y_s = 1 \\ x_v \leq x < \infty: & \quad y_s = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

با توجه به توضیحات عنوان شده و نواحی مختلفی که برای حل مسئله در نظر گرفته شده اند، شرایط مرزی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} y_F = 0, y_O = 0, y_s = 1, \theta = 0 @ \\ x \rightarrow -\infty \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} y_F = 0, y_O = \alpha, y_s = 0, \theta = 0 \\ @ \quad x \rightarrow +\infty \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} [y_F] = [y_O] = [\theta] = 0 \\ -\frac{q}{Le_F} \left[ \frac{dy_F}{dx} \right] = \left[ \frac{d\theta}{dx} \right] = qx_v, \quad \left[ \frac{dy_O}{dx} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$@ \quad x = x_v \quad (22)$$

$\alpha$  در رابطه (21) که به عنوان کسر جرمی اولیه اکساینده در نظر گرفته می شود، به صورت زیر تعریف می شود [14]:

$$\alpha = \frac{Y_{O,\infty}}{\vartheta Y_{F-\infty}} \quad (23)$$

هم چنین [ ] در رابطه (21) نشانگر پیوستگی عبارت درون آن، در نقطه مورد نظر می باشد.

• معادله بقای جرمی اکساینده:

$$\begin{aligned} x \frac{dy_O}{dx} + \frac{1}{Le_O} \frac{d^2 y_O}{dx^2} \\ = D_c y_F y_O \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \end{aligned} \quad ( )$$

• معادله بقای انرژی مخلوط:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{dx^2} + x \frac{d\theta}{dx} - \frac{q}{a\tau_{vap}} y_s H(T - T_v) \\ = -D_c y_F y_O \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

در رابطه فوق  $q = \frac{Q_v}{Q}$  می باشد. هم چنین  $D_c$  مطابق با تعریف [14] به صورت زیر تعریف می شود:

$$D_c = \rho B \theta_O Y_{F-\infty} / m_F a \quad (18)$$

که در رابطه فوق  $\theta_O$  تعداد مول هابی از اکسیژن است که در شرایط استوکیومتریک با یک مول از سوخت واکنش می دهند و  $m_F$  وزن مولکولی سوخت می باشد.

**تعیین شرایط مرزی.** برای حل معادلات، لازم است تا نواحی مختلف با شرایط مرزی مختلف مشخص شوند. برای این کار، تقسیم بندی زیر برای نواحی مختلف در نظر گرفته می شوند:

$R_1: -\infty < x \leq x_v$  ناحیه پیش گرم:

$R_2: x_v \leq x \leq x_f$  ناحیه پس از تبخیر:

$R_3: x_f \leq x < \infty$  ناحیه اکساینده:

$x_v$  نشانگر موقعیت تشکیل ناحیه نازک حدی تبخیر می باشد و  $x_f$  موقعیت تشکیل شعله را نشان می دهد. در نواحی فوق از عبارات های واکنش و تبخیر در مقابل نفوذ و جابه جایی صرف نظر می شود. تبخیر محدود به ناحیه نازک در موقعیت  $x_v$  می باشد و عبارت واکنش نیز محدود به ناحیه ای نازک در موقعیت  $x_f$  می باشد. تبخیر ذرات سوخت جامد به گونه ای فرض

با انجام اعمالی مشابه برای رابطه (۱۶) و با انتگرال گیری از رابطه فوق در حد فاصل  $x_f^+$  و  $x_f^-$  به عنوان شرط پرشی داریم:

$$\left[ \frac{1}{Le_F} \frac{dy_F}{dx} \right] = \left[ \frac{1}{Le_O} \frac{dy_O}{dx} \right] = - \left[ \frac{d\theta}{dx} \right] \quad ( )$$

بنابراین می توان شروط مرزی در  $x_f$  را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\left[ \frac{1}{Le_F} \frac{dy_F}{dx} \right] = \left[ \frac{1}{Le_O} \frac{dy_O}{dx} \right] = - \left[ \frac{d\theta}{dx} \right], \quad ( )$$

$$[y_F] = [y_O] = [\theta] = 0 \quad @ \quad x = x_f$$

برای حل معادلات بقای کسر جرمی و انرژی در نواحی مختلف، متغیرهای  $Z$  و  $Z_i$  که  $F$  یا  $O$  به صورت زیر تعریف می شوند و برای تغییر فرم روابط براساس متغیرهای فوق، اقدام می شود [14]:

$$\frac{d^2 Z}{dx^2} + x \frac{dZ}{dx} = 0 \quad ( )$$

$$\frac{1}{Le_i} \frac{d^2 Z_i}{dx^2} + x \frac{dZ_i}{dx} = 0 \quad ( )$$

با توجه به این که معادلات فوق باید شرایط مرزی زیر را تأمین نمایند:

$$x \rightarrow -\infty \quad @ \quad Z = Z_i = 1 \quad ( )$$

$$x \rightarrow +\infty \quad @ \quad Z = Z_i = 0 \quad ( )$$

جواب های معادلات کمکی فوق به صورت زیر در می آیند:

$$Z = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(x/\sqrt{2}) \quad ( )$$

با فرض ناحیه ای حدی برای تبخیر و صرف نظر از عبارت های واکنش و جابه جایی در مقابل عبارت های تبخیر و نفوذ، از معادلات (۱۴، ۱۶ و ۱۷) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{q}{a\tau_{vap}} y_s H(T - T_v) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} + \frac{1}{a\tau_{vap}} y_s H(T - T_v) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{1}{Le_O} \frac{d^2 y_O}{dx^2} = 0 \quad (26)$$

با انتگرال گیری از روابط فوق در حد فاصل  $x_v^+$  و  $x_v^-$ ، هم چنین فرض مقدار  $a\tau_{vap} = 1$  خواهیم داشت:

$$- \frac{q}{Le_F} \left[ \frac{dy_F}{dx} \right] = \left[ \frac{d\theta}{dx} \right] = qx_v, \left[ \frac{dy_O}{dx} \right] = 0 \quad ( )$$

معادله فوق، در واقع نشان دهنده شرط جهشی است که در بخشی از رابطه (۲۲) عنوان شده است. در ناحیه تشکیل شعله و محل  $x_f$  نیز با توجه به فرض حدی بودن ناحیه شعله، شرط پرشی مطرح می شود که روند استخراج آن از معادلات (۱۴، ۱۶ و ۱۷) به صورت زیر می باشد، بدین صورت که از عبارت های جابه جایی و تبخیر در مقابل نفوذ و واکنش صرف نظر می شود:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = -D_c y_F y_O \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \quad ( )$$

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} = D_c y_F y_O \exp\left(-\frac{T_a}{T}\right) \quad ( )$$

با جمع کردن دو معادله فوق با یکدیگر داریم:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} = 0 \quad (30)$$



$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} + x \frac{dy_F}{dx} = 0 \quad ( )$$

$$Z_i = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(x \sqrt{\frac{Le_i}{2}}\right) \quad ( )$$

با استفاده از تغییر متغیرهای زیر:

$$\frac{dy_F}{dx} = \frac{dy_F}{dZ_F} \frac{dZ_F}{dx} \quad ( )$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_F}{dx^2} &= \frac{d}{dx} \left( \frac{dy_F}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{dy_F}{dZ_F} \frac{dZ_F}{dx} \right) \\ &= \frac{dy_F}{dZ_F} \frac{d^2 Z_F}{dx^2} + \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left( \frac{dZ_F}{dx} \right)^2 \end{aligned} \quad ( )$$

معادله (۴۳) را می توان به صورت زیر تغییر داد:

$$\begin{aligned} \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dx^2} + x \frac{dy_F}{dx} &= \frac{1}{Le_F} \left[ \frac{dy_F}{dZ_F} \frac{d^2 Z_F}{dx^2} + \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left( \frac{dZ_F}{dx} \right)^2 \right] \\ + x \frac{dy_F}{dZ_F} \frac{dZ_F}{dx} &= \frac{dy_F}{dZ_F} \left[ \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 Z_F}{dx^2} + x \frac{dZ_F}{dx} \right] + \\ \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left( \frac{dZ_F}{dx} \right)^2 &= \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left( \frac{dZ_F}{dx} \right)^2 \end{aligned} \quad (۴۶)$$

بازنویسی معادله مربوط به اکساینده نیز مشابه معادله فوق برای سوخت می باشد. بدین ترتیب، معادلات بقای مربوط به سوخت گازی، انرژی و اکساینده در سه ناحیه که از اثرات تبخیر و واکنش در مقابل نفوذ و جابه جایی صرف نظر شده است به صورت زیر می باشد:

$$\frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left( \frac{dZ}{dx} \right)^2 = 0 \quad (۴۷)$$

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} \left( \frac{dZ_F}{dx} \right)^2 = 0 \quad (۴۸)$$

حال با استفاده از معادلات کمکی فوق، معادلات اصلی را در قالب جدید بازنویسی می نمایم. توجه به این نکته ضروری است که در نواحی سه گانه  $R_1$ ،  $R_2$  و  $R_3$  از اثر عبارات های واکنش و تبخیر در مقایسه با عبارات های جابه جایی و نفوذی صرف نظر می شود. با فرض فوق، از رابطه (۱۷) به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + x \frac{d\theta}{dx} = 0 \quad ( )$$

با استفاده از تغییر متغیرهای زیر:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta}{dZ} \frac{dZ}{dx} \quad ( )$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{dx^2} &= \frac{d}{dx} \left( \frac{d\theta}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{d\theta}{dZ} \frac{dZ}{dx} \right) \\ &= \frac{d\theta}{dZ} \frac{d^2 Z}{dx^2} + \frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left( \frac{dZ}{dx} \right)^2 \end{aligned} \quad ( )$$

می توان رابطه (۳۹) را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{dx^2} + x \frac{d\theta}{dx} &= \frac{d\theta}{dZ} \frac{d^2 Z}{dx^2} + \frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left( \frac{dZ}{dx} \right)^2 \\ + x \frac{d\theta}{dZ} \frac{dZ}{dx} &= \frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left( \frac{dZ}{dx} \right)^2 \\ + \frac{d\theta}{dZ} \left( \frac{d^2 Z}{dx^2} + x \frac{dZ}{dx} \right) &= \frac{d^2 \theta}{dZ^2} \left( \frac{dZ}{dx} \right)^2 \end{aligned} \quad ( )$$

هم چنین با صرف نظر از عبارات های واکنش و تبخیر در نواحی سه گانه، می توان رابطه (۱۴) را به صورت زیر نوشت:

معادلات مربوط به بقای انرژی، بقای کسر جرمی سوخت گازی و بقای کسر جرمی اکساینده، در هر یک از این نواحی مورد تحلیل قرار گیرند:

### معادلات دما در نواحی مختلف

• ناحیه  $0 \leq Z \leq Z_f$  یا  $x_f \leq x < \infty$

در ناحیه اکساینده با استفاده از معادله (۵۴) و شرط مرزی (۵۰) داریم:

$$\theta = AZ + B, \quad (57)$$

$$Z = 0 : \theta = 0, Z = Z_f : \theta = \theta_f$$

با اعمال شروط مرزی فوق:

$$\theta = \left(\frac{\theta_f}{Z_f}\right)Z \quad (58)$$

• در ناحیه  $Z_f \leq Z \leq Z_v$  یا  $x_v \leq x \leq x_f$

در ناحیه مربوط به پس از تبخیر با استفاده از معادله (۵۴) داریم:

$$\theta = AZ + B, \quad Z = Z_v : \theta = \theta_v, \quad Z = Z_f : \theta = \theta_f \quad (59)$$

با اعمال شرایط مرزی فوق در معادله داریم:

$$\theta = \frac{\theta_f - \theta_v}{Z_f - Z_v}Z + \frac{\theta_v Z_f - \theta_f Z_v}{Z_f - Z_v} \quad (60)$$

• در ناحیه  $Z_v \leq Z \leq 1$  یا  $-\infty \leq x \leq x_v$

در ناحیه پیش گرم با استفاده از معادله (۵۶) و شرط مرزی (۵۱) داریم:

$$\frac{1}{Le_O} \frac{d^2 y_O}{dZ_O^2} \left(\frac{dZ_O}{dx}\right)^2 = 0 \quad (49)$$

با توجه به تغییر متغیرهای فوق، شرایط مرزی از معادلات (۲۰ و ۲۱) در قالب جدید به صورت زیر تغییر می یابند:

$$y_F = 0, \theta = 0, y_O = \alpha @ Z = Z_i = 0 \quad (50)$$

$$y_F = 0, \theta = 0, y_O = 0 @ Z = Z_i = 1 \quad (51)$$

با توجه به مشتق گیری از معادلات (۳۷ و ۳۸)، عبارت های  $\left(\frac{dZ}{dx}\right)^2$  و  $\left(\frac{dZ_i}{dx}\right)^2$  که در روابط (۴۹-۴۷) تعریف شده اند، به صورت زیر بر حسب  $x$  به دست می آیند:

$$\left(\frac{dZ}{dx}\right)^2 = \frac{1}{2\pi} (e^{-\frac{1}{2}x^2})^2 \quad (52)$$

$$\left(\frac{dZ_i}{dx}\right)^2 = \frac{Le_i}{2\pi} (e^{-\frac{1}{2}x^2 Le_i})^2 \quad (53)$$

با جای گذاری روابط (۵۲ و ۵۳) در روابط (۴۷-۴۹) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 \theta}{dZ^2} = 0 \quad (54)$$

$$\frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dZ_F^2} = 0 \quad (55)$$

$$\frac{1}{Le_O} \frac{d^2 y_O}{dZ_O^2} = 0 \quad (56)$$

**حل معادلات حاکم.** اکنون لازم است با توجه به تعیین نواحی سه گانه و شرایط مرزی مربوط به هر یک از این نواحی، با استفاده از معادلات (۵۶-۵۴)،

$$y_F = AZ_F + B, \quad Z_F = Z_{Ff} : y_F = 0, \quad Z_F = Z_{Fv} : y_F = y_{Fv} \quad (67)$$

با اعمال شرایط مرزی در رابطه فوق داریم:

$$y_F = \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv}-Z_{Ff}} Z_F - \frac{y_{Fv}Z_{Ff}}{Z_{Fv}-Z_{Ff}} \quad (68)$$

• در ناحیه  $-\infty \leq x \leq x_v$  با  $Z_{Fv} \leq Z_F \leq 1$

با استفاده از معادله (55) و شرایط مرزی داریم:

$$y_F = AZ_F + B, \quad Z_F = Z_{Fv} : y_F = y_{Fv}, \quad Z_F = 1 : y_F = 0 \quad (69)$$

با اعمال شرایط مرزی در رابطه فوق، داریم:

$$y_F = \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv}-1} Z_F - \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv}-1} \quad (70)$$

در معادلات (58)، (60)، (62)، (64)، (65)، (66)، (68) و (70)، 7 مجهول داریم که عبارتند از:  $Z_{Ff}$ ،  $Z_{Fv}$ ،  $y_{Fv}$  و  $\theta_v$  به عنوان مقداری مشخص فرض می شود.

7 مجهول فوق خود به صورت کلی تابعی از 4 مجهول  $\theta_f$ ،  $x_f$ ،  $x_v$  و  $y_{Fv}$  می باشند.

برای یافتن 4 مجهول فوق نیاز به تعریف 4 شرط مرزی داریم که از شرط های پرش مربوط به تبخیر و واکنش یعنی معادلات (27) و (32) حاصل می شوند.

از طرفی داریم [14,19]:

$$Z_i = \frac{0.174}{t_i} \left( 1 - \frac{0.276}{t_i} + \frac{2.15}{t_i^2} \right) \exp\left(-\frac{x^2 Le_i}{2}\right) \quad (71)$$

$0 < x < \infty$

$$\theta = AZ + B, \quad Z = Z_v : \theta = \theta_v, \quad Z = 1 : \theta = 0 \quad (61)$$

با اعمال شرایط مرزی در معادله فوق داریم:

$$\theta = \frac{\theta_v}{Z_v - 1} Z - \frac{\theta_v}{Z_v - 1} \quad (62)$$

معادلات بقای جرمی اکساینده در نواحی

مختلف

• در ناحیه  $0 \leq Z_0 \leq Z_{of}$  یا  $x_f \leq x \leq \infty$

با استفاده از معادله (56) و شرط مرزی (50) داریم:

$$y_0 = AZ_0 + B, \quad Z_0 = 0 : y_0 = \alpha, \quad Z_0 = Z_{of} : y_0 = 0 \quad (63)$$

با اعمال شرایط مرزی در معادله فوق داریم:

$$y_0 = \alpha \left( 1 - \frac{Z_0}{Z_{of}} \right) \quad (64)$$

در ناحیه  $-\infty < x \leq x_f$  یا  $Z_{of} \leq Z_0 \leq 1$

$$y_0 = 0 \quad (65)$$

معادلات بقای جرمی سوخت در نواحی مختلف

در ناحیه  $x_f \leq x < \infty$  یا  $0 \leq Z_F \leq Z_{Ff}$

$$y_F = 0 \quad (66)$$

• در ناحیه  $x_v \leq x \leq x_f$  یا  $Z_{Ff} \leq Z_F \leq Z_{Fv}$

با استفاده از رابطه (55) و تعیین شرایط مرزی

داریم:

با حل معادلات (۷۷، ۷۸، ۷۹ و ۸۰) چهار مجهول به دست می‌آیند و معادلات به صورت کامل حل می‌شوند. جایگزینی مجهولات فوق در معادلات مربوط به کسر جرمی سوخت و اکساینده در نواحی مختلف و همچنین معادلات مربوط به دما در نواحی سه‌گانه، منجر به تکمیل معادلات و رسم پروفیل‌های مختلف دمایی و کسر جرمی می‌شود.

یادآور می‌شود که برای حل معادلات چهارگانه فوق، لازم است تا همه مجهولات برحسب  $x$  نوشته شوند. برای حل معادلات فوق به صورت هم‌زمان باید از روش‌های عددی استفاده نمود. بدین منظور از روش‌های موجود حل عددی برای حل دستگاه معادلات غیرخطی استفاده شده است [20].

### نتایج

برای رسم نتایج حاصل شده از این مدل، سوخت ارگانیک مورد استفاده ذره لایکوپودیوم در نظر گرفته می‌شود و مقادیر کمیت‌های به کار رفته در معادلات بقا از پژوهش‌های انجام شده توسط راکول، سشادری و پروست استخراج می‌شود [6, 14, 21]. لازم به ذکر است که این ذرات از جنس مواد ارگانیک می‌باشند که در اثر حرارت دیدن، گازهای قابل اشتعال از خود خارج می‌کنند. پودر لایکوپودیوم از هاگ‌های پر خز گیاه کلاب ماس (گیاه کبریت) تولید می‌شود. این ماده در گذشته در اوایل دوره عکاسی به‌عنوان ماده انفجاری بی‌خطر در فلش‌های عکاسی مورد استفاده قرار می‌گرفته است و در حالت ساکن و به صورت کپه‌ای به خوبی مشتعل نمی‌شود و نیازمند سطح تماس بالا با اکسیدکننده دارد. بنابراین برای داشتن یک شعله مناسب، بهتر است این ذرات از طریق یک افشانه در مقابل شعله پاشیده شوند و یا در یک محفظه با ایجاد جریان پایای هوا، ابری از ذرات لایکوپودیوم را در هوا ایجاد کرده و سپس با ایجاد جرقه، احتراق در کل محفظه ممکن خواهد شد.

$$\frac{Z_i}{Z} = \frac{1}{\sqrt{Le_i F_i}} \exp\left[x^2 \frac{1 - Le_i}{2}\right] \quad (72)$$

$$F_i \equiv F_i(x, Le_i) = \frac{t_i}{t\sqrt{Le_i}} \frac{1 - \frac{0.276}{t} + \frac{2.15}{t^2}}{1 - \frac{0.276}{t_i} + \frac{2.15}{t_i^2}} \quad (73)$$

$$t_i = 1 + 0.33333x\sqrt{Le_i} \quad (74)$$

$$t = 1 + 0.33333x \quad (75)$$

استفاده از شرط پرش در محل تشکیل شعله  $x_f$  با استفاده از رابطه (۳۲) می‌توان روابط زیر را به‌عنوان دو معادله استخراجی از شرایط پرشی نمایش داد:

$$F_{Ff} \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv} - Z_{Ff}} \frac{Z_{Ff}}{Z_f} = \frac{\theta_v Z_f - \theta_f Z_v}{Z_f(Z_f - Z_v)} \quad (76)$$

$$\theta_f = \frac{1}{Z_v} [F_{Of}\alpha(Z_v - Z_f) + \theta_v Z_f] \quad (77)$$

با ترکیب دو رابطه (۷۶ و ۷۷) خواهیم داشت:

$$Z_{Ff} = \frac{F_{Of}\alpha Z_{Fv}}{(F_{Ff} y_{Fv} + F_{Of}\alpha)} \quad (78)$$

استفاده از شرط پرش در محل تبخیر سوخت  $x_v$  با استفاده از رابطه (۲۷) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} -F_{Fv} \left[ \frac{y_{Fv}[Z_{Fv} - Z_{Ff}] - y_{Fv}(Z_{Fv} - 1)}{Z_{Fv} - Z_{Ff} - 1 + \frac{Z_{Ff}}{Z_{Fv}}} \right] \\ = \frac{x_v Z_v}{\left(\frac{dz}{dx}\right)_{x_v}} \\ \left[ \frac{(\theta_v - \theta_{-\infty})(Z_v - Z_f) - (\theta_v - \theta_f)(Z_v - 1)}{Z_v - Z_f - 1 + \frac{Z_f}{Z_v}} \right] \\ = \frac{qx_v Z_v}{\left(\frac{dz}{dx}\right)_{x_v}} \end{aligned}$$

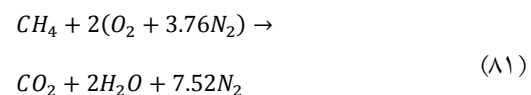
جدول ۱ لیستی از ثابت‌های به‌کار رفته در حل مسئله

$\rho_p$	$1000 \frac{kg}{m^3}$
$\rho_a$	$1.164 \frac{kg}{m^3}$
$C_p$	$5.677688 \frac{kJ}{kg.K}$
$C_a$	$1.00416 \frac{kJ}{kg.K}$
$Q$	$64895.4 \frac{kJ}{kg}$

مقدار عدد لوئیس اکساینده برابر با ۱ فرض شده است. طبق تعریف، عدد لوئیس معادل با نسبت نفوذ حرارتی به نفوذ جرم می‌باشد و افزایش عدد لوئیس سوخت معادل با کاهش ذخیره کسر جرمی سوخت می‌باشد که دمای شعله را کاهش می‌دهد. بنابراین با افزایش عدد لوئیس از ۰/۱ تا ۱/۴، دمای سوخت به تدریج از ۱۹۴۳ درجه کلوین در عدد لوئیس سوخت ۰/۱ به ۱۴۷۳ درجه کلوین در عدد لوئیس سوخت ۱/۴ برای لایکوپودیوم با غلظت جرمی ذره  $100 \frac{gr}{m^3}$  می‌رسد. هم‌چنین افزایش غلظت جرمی ذره از  $67 \frac{gr}{m^3}$  به  $100 \frac{gr}{m^3}$  منجر به افزایش دمای شعله می‌شود. برای رسم این نمودار، دمای تبخیر ذرات سوخت مورد نیاز است. دمای تبخیر مورد نیاز از نتایج کارهای پروست استخراج گردید و برای تعیین دمای تبخیر، مقداری برای  $\theta_v$  از کار پروست [6] فرض گردید. مقادیر ارائه شده از دمای شعله توسط پروست برای غلظت‌های جرمی مختلفی از ذرات با قطر ۳۱ میکرومتری ارائه گردید که در این‌جا برای سه مقدار مختلف از دماهای تبخیر استحصالی از کار پروست در سه نسبت هم‌ارزی مختلف، دمای شعله استخراج گردید. مطابق با کار پروست نیز، با افزایش غلظت جرمی ذره، دمای شعله افزایش می‌یابد. در غلظت‌های جرمی ذره که در محدوده نسبت‌های هم‌ارزی کمتر از یک و یا نزدیک به آن قرار دارند، افزایش غلظت جرمی ذره، منجر به در دسترس بودن سوخت بیشتری در معرض اکساینده می‌شود که در این محدوده نسبت هم‌ارزی، میزان بالاتری از سوخت را محترق می‌سازد. با افزایش میزان سوخت محترق شده در اکساینده، دمای شعله حاصل نیز افزایش می‌یابد.

شکل‌های (۳ و ۴) به ترتیب تغییرات دمای شعله و تغییر موقعیت تشکیل شعله را براساس تغییرات مقدار لوئیس اکساینده در غلظت‌های جرمی مختلف ذره

هم‌چنین، مطابق با کارهای سشادری [14] و راکول [21]، سوخت گازی خارج شده از ذرات جامد، متان فرض شده است:



برای مخلوط قابل احتراق ذرات سوخت و هوا که در آن از تبخیر ذرات سوخت گاز متان تولید می‌شود، نسبت تعادل سوخت موجود در ذرات  $\phi_u$  از رابطه زیر به دست می‌آید [21]:

$$\phi_u = \frac{17.18Y_{F-\infty}}{1 - Y_{F-\infty}} \quad (82)$$

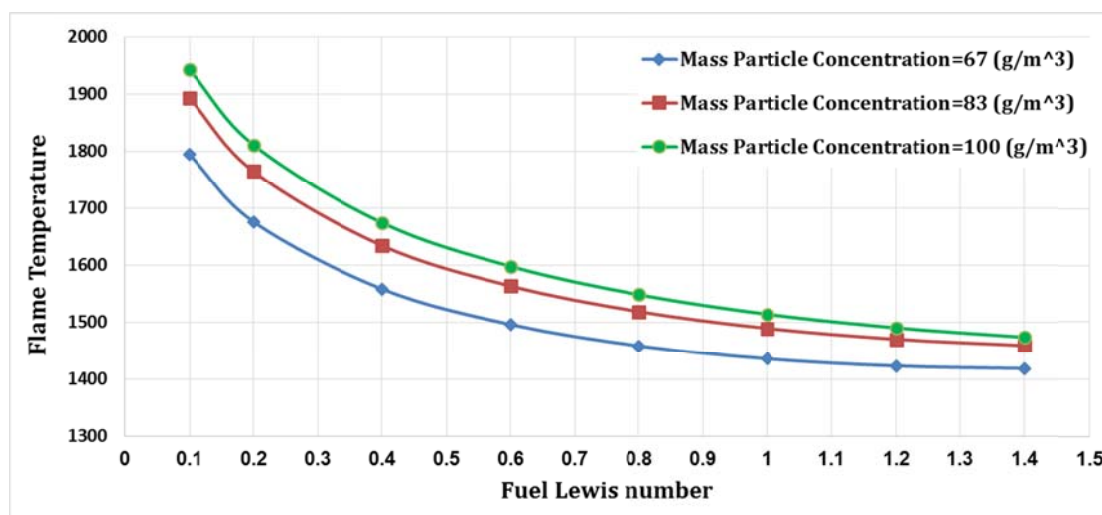
که  $Y_{F-\infty}$  برحسب تعداد ذرات موجود  $n_p$  و شعاع آن  $r_p$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Y_{F-\infty} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_p^3 n_p \rho_p}{\rho} \quad (83)$$

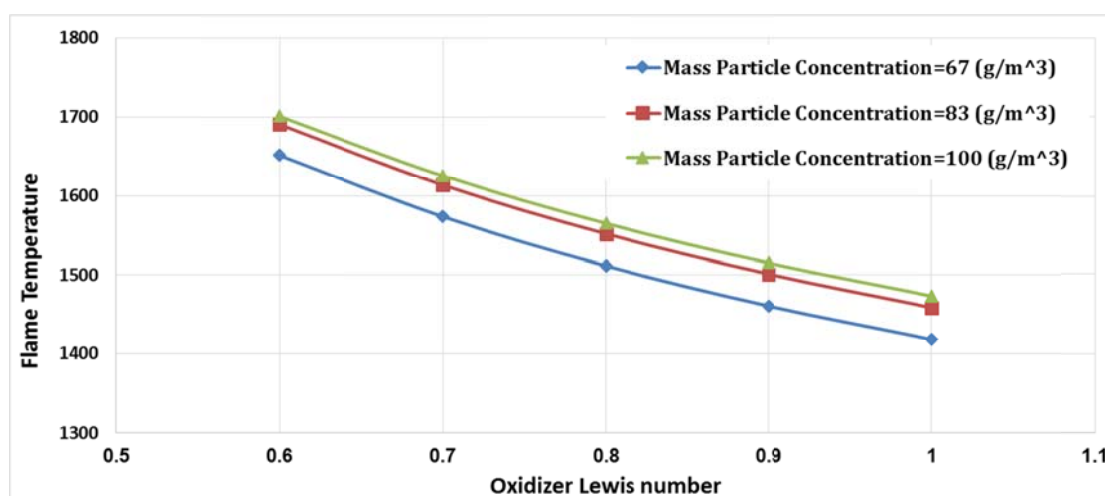
همان‌طور که در شکل (۲) نمایش داده شده است، دمای شعله برحسب تغییرات عدد لوئیس سوخت برای سه غلظت جرمی مختلف از ذره رسم شده است.

نشان می‌دهند. مقدار عدد لوئیس سوخت برابر با ۱ فرض شده است. طبق تعریف، عدد لوئیس معادل با نسبت نفوذ حرارتی به نفوذ جرم می‌باشد و برای یک مقدار ثابت از عدد لوئیس سوخت، افزایش عدد لوئیس اکسایند معادل با کاهش ذخیره کسر جرمی اکسایند می‌باشد که دمای شعله را کاهش می‌دهد و موقعیت شعله را به سمت راست یعنی به سمت اکسایند سوق می‌دهد. برای یک مقدار ثابت از غلظت جرمی ذره در  $\frac{gr}{m^3}$  با تغییر عدد لوئیس اکسایند از ۰/۶ تا ۱ دمای شعله از

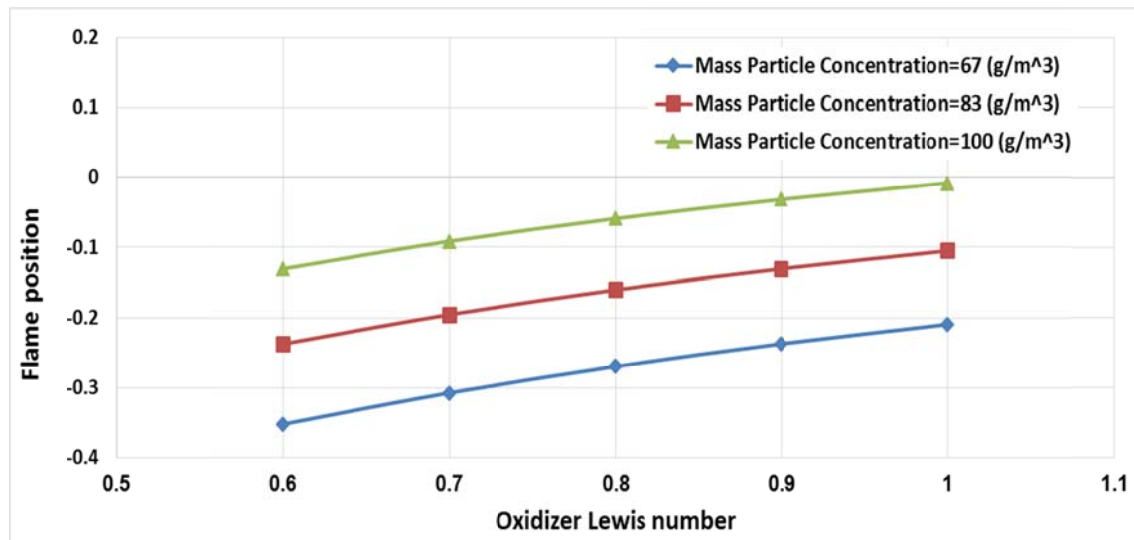
۱۶۹۰ درجه کلوین به ۱۴۵۸ درجه کلوین می‌رسد و موقعیت شعله به تدریج از ۰/۲۳- به ۰/۱۰- سوق پیدا می‌کند. با افزایش غلظت جرمی ذره، دمای شعله مقادیر بالاتری را به خود اختصاص می‌دهد و موقعیت شعله نیز در یک عدد لوئیس مشخص برای اکسایند، در غلظت‌های جرمی بالاتر ذره نسبت به نسبت‌های پایین‌تر، در سمت راست قرار دارد. مقادیر مربوط به دمای تبخیر در این دو شکل نیز مشابه با شکل (۲) از نتایج کارهای پروست [6] استخراج گردید.



شکل ۲ تغییرات دمای شعله با تغییر مقدار لوئیس سوخت در غلظت‌های جرمی مختلف ذره



شکل ۳ تغییرات دمای شعله با تغییر مقدار لوئیس اکسایند در غلظت‌های جرمی مختلف ذره

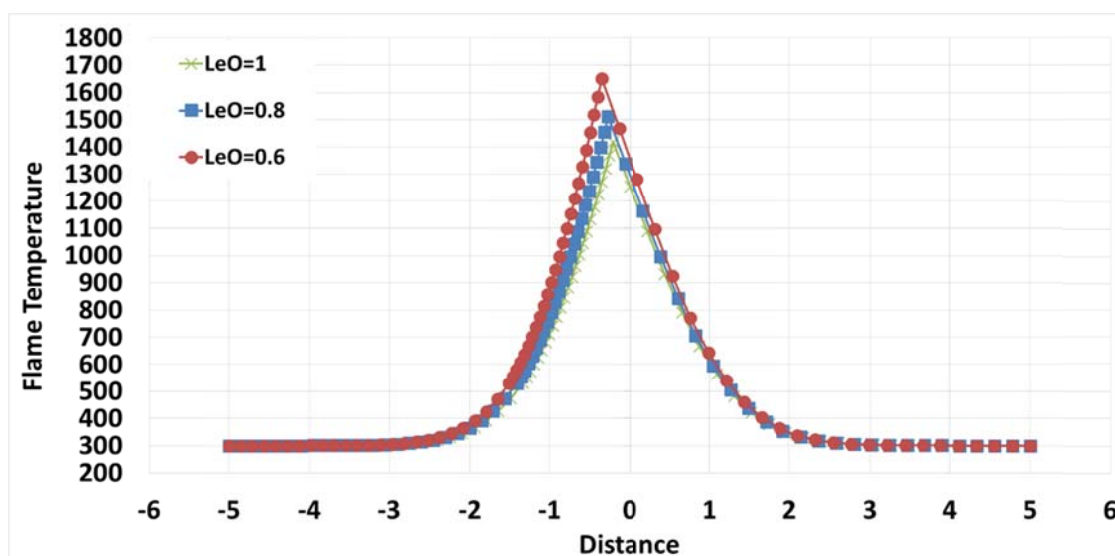


شکل ۴ تغییرات موقعیت شعله با تغییر مقدار لوئیس اکساینده در غلظت‌های جرمی مختلف ذره

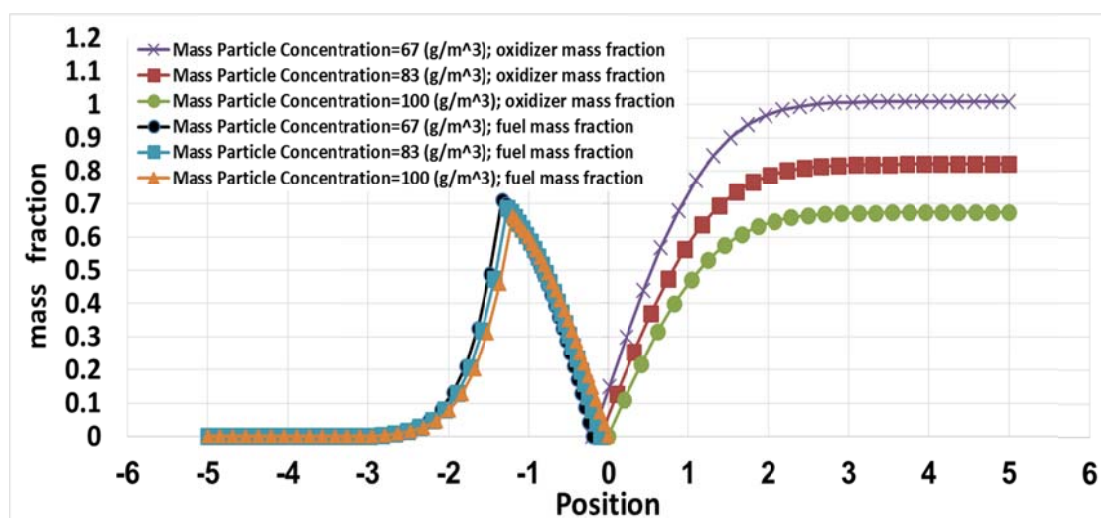
در شکل زیر نمایش داده شده است، با افزایش میزان نسبت هم‌ارزی طرف راست شکل که نمایشگر کسر جرمی اکساینده می‌باشد، مقدار حداکثر کمتری را به خود اختصاص می‌دهد و با نزدیک شدن به محل تشکیل شعله، کسر جرمی اکساینده به تدریج کاهش پیدا می‌کند تا در محل تشکیل شعله به مقدار صفر برسد. به صورت مشابه در سمت چپ نمودار کسر جرمی سوخت گازی برای مقادیر مختلف مقدار نسبت هم‌ارزی رسم شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است، کسر جرمی سوخت ابتدا به یک نقطه حداکثر در محل تبخیر سوخت می‌رسد و سپس به صورت تدریجی کاهش می‌یابد تا به مقدار صفر در محل تشکیل شعله برسد. افزایش مقدار غلظت جرمی ذره، مقدار کسر جرمی سوخت را در نقطه تبخیر کاهش می‌دهد و موقعیت آن را به سمت اکساینده جابه‌جا می‌نماید. همان‌طور که از شکل مشخص است، افزایش مقدار غلظت جرمی ذره موقعیت تشکیل شعله را به سمت اکساینده یعنی سمت راست، سوق می‌دهد.

شکل (۵) نمایشگر پروفیل دمای سوخت گازی حاصل از تبخیر ذرات سوخت جامد و هم‌چنین پروفیل دمای اکساینده می‌باشد که برای سه مقدار مختلف از عدد لوئیس اکساینده رسم شده است. همان‌طور که در شکل زیر مشاهده می‌شود، دمای سوخت گازی و اکساینده که به ترتیب در سمت چپ و راست نمودار می‌باشند، به تدریج افزایش می‌یابد تا به میزان دمای شعله برسد. کاهش میزان عدد لوئیس اکساینده از مقدار ۱ به ۰/۸ و سپس ۰/۶ منجر به افزایش دمای شعله و جابه‌جایی شعله به سمت چپ می‌شود که در شکل‌های (۳ و ۴) به صورت مفصل شرح داده شده است.

شکل (۶) نشانگر پروفیل کسر جرمی سوخت گازی حاصل از تبخیر ذرات سوخت جامد و هم‌چنین کسر جرمی اکساینده از منابع سوخت و اکساینده تا محل تشکیل شعله می‌باشد که برای سه مقدار مختلف از غلظت جرمی ذره رسم شده است. افزایش میزان غلظت جرمی ذره منجر به کاهش مقدار  $\alpha$  به‌عنوان میزان اولیه کسر جرمی اکساینده می‌شود. همان‌طور که



شکل ۵ پروفیل دمای سوخت گازی و اکساینده در فواصل مختلف از محل تشکیل شعله با تغییر اعداد لوئیس مختلف اکساینده



شکل ۶ پروفیل کسر جرمی سوخت گازی و اکساینده در فواصل مختلف از محل تشکیل شعله برای سه مقدار مختلف غلظت جرمی ذره

### نتیجه گیری

می‌گردد. از آنجایی که سوخت و اکساینده از دو سوی مقابل یکدیگر به سمت صفحه سکون حرکت می‌کنند، موقعیت شعله بسته به شرایط اولیه سوخت و اکساینده، می‌تواند در طرفین صفحه سکون قرار بگیرد. ناحیه‌ای حدی برای تبخیر ذرات در این پژوهش مفروض است، بدین صورت که ذرات در یک ناحیه بسیار نازک حدی تبخیر می‌شوند و سوخت گازی که وارد فرآیند واکنش می‌شود را ایجاد می‌نمایند. معادلات بقای جرمی سوخت جامد، سوخت گاز، اکساینده و معادله

در این پژوهش، مدل‌سازی احتراق جریان متقابل ابرذرات نفوذی برای اولین بار در سطح دنیا مورد بررسی قرار گرفت و مطالعه‌ای پارامتری بر عوامل تأثیرگذار بر دما و کسر جرمی سوخت و اکساینده ارائه گردید. در مدل ارائه شده، فرض شد که ابرذرات ارگانیک ابتدا تبخیر می‌شوند و سوخت گازی تشکیل شده از این تبخیر، وارد فرآیند واکنش با اکساینده



وزن مولکولی سوخت	$m_f$	بقای انرژی به صورت تحلیلی برای اعداد لوئیس غیر
وزن مولکولی اکسیژن	$m_o$	واحد حل گردیدند و دمای شعله برحسب تغییرات
وزن مولکولی مخلوط	$m$	اعداد لوئیس سوخت و اکساینده ارائه گردیدند.
ضریب استوکیومتری سوخت	$v_F$	مشخص گردید که با افزایش مقدار اعداد لوئیس
ضریب استوکیومتری اکساینده	$v_o$	سوخت و اکساینده، دمای شعله افزایش می یابد و با
ضریب استوکیومتری محصولات	$v_{product}$	افزایش مقدار عدد لوئیس سوخت، موقعیت شعله به
عدد لوئیس	$Le$	سمت منبع اکساینده یا سمت راست صفحه سکون
ضریب هدایت حرارتی	$\lambda$	جابه جا می شود. هم چنین نشان داده شد که افزایش
چگالی	$\rho$	غلظت جرمی ذره، منجر به افزایش دمای شعله
ضریب نفوذ جرمی سوخت گازی شکل	$D_F$	می شود.
ضریب نفوذ جرمی اکساینده	$D_o$	
گرمای آزاد شده در واحد جرم سوخت مصرفی	$Q$	
گرمای نهان تبخیر ذرات	$Q_v$	
ضریب نفوذ حرارتی	$D_T$	
ظرفیت حرارتی فاز گازی	$C_a$	
ظرفیت حرارتی ذره جامد	$C_p$	
چگالی ذره جامد	$\rho_p$	
تعداد ذرات در واحد حجم	$n_p$	
تعداد مولهایی از اکسیژن است که در شرایط		
استوکیومتری یک با یک مول از سوخت واکنش	$\theta_o$	
می دهند		
کسر جرمی اولیه اکساینده	$\alpha$	

### فهرست علائم

$\omega_v$	نرخ تبخیر ذرات ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )
$Y_s$	کسر جرمی ذرات
$Y_F$	کسر جرمی سوخت گازی
$H$	تابع هویساید
$\tau_{vap}$	زمان ثابت مشخصه تبخیر ذرات
$T$	دمای سوخت
$T_v$	دمای آغاز تبخیر ذرات
$Y_F$	کسر جرمی سوخت
$Y_o$	کسر جرمی اکساینده

### مراجع

1. Eckhoff, R., "Dust explosions in the process industries: identification, assessment and control of dust hazards", Gulf professional publishing, pp. 1-3, (2003).
2. Han, O.-S., Yashima, M., Matsuda, T., Matsui, H., Miyake, A. and Ogawa, T., "Behavior of flames propagating through lycopodium dust clouds in a vertical duct", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 13, No. 6, pp. 449-457, (2000).
3. Cashdollar, K.L., "Overview of dust explosibility characteristics", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 13, No. 3, pp. 183-199, (2000).
4. Hanai, H., Kobayashi, H. and Nioka, T., "A numerical study of pulsating flame propagation in mixtures of gas and particles", *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 28, No. 1, pp. 815-822, (2000).
5. Liu, Y., Sun, J. and Chen, D., "Flame propagation in hybrid mixture of coal dust and methane," *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 20, No. 4, pp. 691-697, (2007).
6. Proust, C., "Flame propagation and combustion in some dust-air mixtures", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 19, No. 1, pp. 89-100, (2006).
7. Seshadri, K., Berlad, A.L. and Tangirala, V., "The structure of premixed particle-cloud flames,"

- Combust. Flame*, Vol. 89, No. 3, pp. 333–342, (1992).
8. Bidabadi, M. and Rahbari, A., “Modeling combustion of lycopodium particles by considering the temperature difference between the gas and the particles”, *Combust. Explos. Shock Waves*, Vol. 45, No. 3, pp. 278–285, (2009).
  9. Bidabadi M. and Rahbari, A., “Novel analytical model for predicting the combustion characteristics of premixed flame propagation in lycopodium dust particles”, *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 23, No. 9, pp. 2417–2423, (2009).
  10. Haghiri, A. and Bidabadi, M., “Modeling of laminar flame propagation through organic dust cloud with thermal radiation effect”, *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 49, No. 8, pp. 1446–1456, (2010).
  11. Daou, R., Daou, J. and Dold, J., “Effect of heat-loss on flame-edges in a premixed counterflow,” *Combust. Theory Model.*, Vol. 7, No. 2, pp. 221–242, (2003).
  ۱۲. فرشادی، سیروس، “احتراق جریان متقابل ابرذرات ارگانیک”، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک (تبدیل انرژی)، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، (۱۳۹۲).
  13. Linan, A., “The asymptotic structure of counterflow diffusion flames for large activation energies,” *Acta Astronaut.*, Vol. 1, No. 7, pp. 1007–1039, (1974).
  14. Seshadri, K. and Trevino, C., “The influence of the Lewis numbers of the reactants on the asymptotic structure of counterflow and stagnant diffusion flames”, *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 64, No. 4–6, pp. 243–261, (1989).
  15. Dvorjetski, A. and Greenberg, J.B., “Influence of non-unity Lewis numbers and droplet loading on the extinction of counter-flow spray diffusion flames”, *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 28, No. 1, pp. 1047–1054, (2000).
  16. Wichman, I.S. and Yang, M., “Double-spray counterflow diffusion flame model”, *Strain*, Vol. 2, p. 2, (1998).
  17. Daou, R., Daou, J. and Dold, J., “The effect of heat loss on flame edges in a non-premixed counterflow within a thermo-diffusive model”, *Combust. Theory Model.*, Vol. 8, No. 4, pp. 683–699, (2004).
  18. Fendell, F.E., “Ignition and extinction in combustion of initially unmixed reactants”, *J. Fluid Mech.*, Vol. 21, No. 02, pp. 281–303, (1965).
  19. Abramowitz, M. and Stegun, I.A., “Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. National Bureau of Standards Applied Mathematics Series 55. Tenth Printing,” (1972).
  20. Burden, R.L. and Faires, J.D., “Numerical analysis. 2001”, *Brooks/Cole, USA*, (2001).
  21. Rockwell, S.R. and Rangwala, A.S., “Modeling of dust air flames”, *Fire Saf J.*, Vol. 59, pp. 22–29, (2013)