

مدل سازی دینامیکی و طرح ریزی گام بهینه راه رفتن یک ربات دوپای واقعی بر مبنای مدل آونگ و ارون فنری و گام پرگاری*

اکبر الهوردی زاده^(۳)سیداحمد مصطفوی^(۲)بهنام داداش زاده^(۱)

چکیده ربات های دوپای با کف پای نقطه ای گام سریع تری دارند و دینامیک طبیعی تری را نشان می دهند، در حالی که طرح ریزی گام این ربات ها به دلیل تحریک ناقص بسیار مشکل است. در این پژوهش به مدل سازی، بهینه سازی و طرح ریزی حرکت دو مدل مختلف ربات دوپای واقعی شامل مدل ربات تلسکوپی فنری و ربات پرگاری زانو دار پرداخته شده است. همه این مدل ها فاقد کف پا هستند، حرکت چرخشی بدنه آنها مقید شده است و در صفحه نیم رخ حرکت می کنند. تفاوت این مدل ها با مدل های نظری مربوط این است که به منظور واقعیت بخشی به گام در این مدل ها زانوی پای آونگی خم می شود، از زمین رد می شود و قبل از برخورد به زمین صاف می شود که باعث افزایش درجات آزادی و تقسیم فاز تک تکیه گاهی به دو زیر فاز می شود. فازهای مختلف گام راه رفتن هر کدام از مدل ها شامل فاز تک تکیه گاهی، رخداد برخورد و فاز دو تکیه گاهی با استفاده از معادلات لاگرانژ مدل سازی شده است. سپس صحت معادلات مورد بررسی قرار گرفته و با اتصال این قسمت ها به یکدیگر گام کامل هر یک از آنها شکل گرفته است. در ادامه، پارامترها، توابع هدف و قیدهای بهینه سازی ارائه شده و نمودار تغییرات این توابع مورد بحث و بررسی قرار گرفته است؛ سپس گشتاور موتورها در حالت گام بهینه برای هر یک از مدل ها نشان داده شده است.

واژه های کلیدی ربات دوپای، راه رفتن، مدل سازی، بهینه سازی گام.

Dynamic Modeling and Optimal Walking Gait Planning of a Real Biped Robot Based on SLIP and Compass gait Models

B. Dadashzadeh

S.A. Mostafavi

A. Allahverdizadeh

Abstract Biped robots with point feet demonstrate faster gaits and more natural dynamics while their gait planning is very difficult due to their underactuation. This research focuses on modelling, optimization and gait generation of two different real biped models including a telescopic springy biped model and compass gait biped with kneed swing leg. All of these models have point feet and their torso angle is constrained and they move in sagittal plane. The main difference of these models with their corresponding theoretical models is that to give realization to the gaits of these models the knee of their swing leg bends, clears the ground and straightens before touch-down. This increases degrees of freedom and divides single support phase to two sub-phases. Different phases of walking gait of each model including single support phase, touch-down event and double support phase are modeled using Lagrange equation and validity of equations are demonstrated. Then the dynamic equations of the phases are combined together to make dynamic model of a full walking gait. Afterwards, optimization parameters, objective functions and constraints are presented and successive stages of optimization are performed to find optimal gaits. The optimization diagrams are discussed and the needed motor torques for the optimal gait of each model are illustrated.

Key Words Biped robot; Walking, Modeling; Gait Optimization

* تاریخ دریافت مقاله ۹۶۷/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۲/۱۵ می باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.67602

(۱) استادیار، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشکده مهندسی فناوری های نوین، دانشگاه تبریز. b.dadashzadeh@tabrizu.ac.ir

(۲) فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشکده مهندسی فناوری های نوین، دانشگاه تبریز.

(۳) استادیار، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشکده مهندسی فناوری های نوین، دانشگاه تبریز.

مقدمه

از اهمیت کاربرد ربات‌های دوپا می‌توان به مواردی چون قابلیت تطبیق بالای آنها با شرایط فیزیکی محیط، مانورپذیری بالا، توانایی ایجاد گام راه رفتن دینامیکی با کارایی انرژی بهتر و ظاهری طبیعی‌تر (به‌خصوص در مورد ربات‌های دوپا با پای نقطه‌ای) اشاره کرد. ربات‌های دوپا به دو دسته ربات‌های فعال و غیرفعال تقسیم می‌شوند. از مزیت‌های ربات‌های غیرفعال می‌توان به صرف انرژی صفر، مقرون‌به‌صرفه بودن از نظر اقتصادی، عدم پیچیدگی در طراحی و ساخت، و به دست دادن تخمینی برای طراحی ربات‌های فعال با گام بهینه اشاره کرد و از معایب آن نیز می‌توان محدودیت حرکت، عدم توانایی ایستادگی در برابر اغتشاش و نیاز به محیط خاص را برشمرد. مزیت‌های ربات‌های فعال پایداری حرکت بالا، محدودیت حرکت کمتر نسبت به ربات‌های غیرفعال، عدم نیاز به بستر مناسب برای حرکت، مقاومت بالا در برابر اغتشاش قابل ذکر است و نیز از معایب آن می‌توان به پیچیدگی در طراحی کنترل‌کننده، پایین بودن کارایی به‌خاطر نیاز به انرژی برای حرکت اشاره کرد.

پاندول معکوس جرم نقطه‌ای می‌تواند در روش متعادل‌شده‌ای راه‌برود و سینماتیک مرکز جرم و پروفیل نیروی عکس‌العمل زمین شبیه اطلاعات گام انسان معادل تولید کند. در دهه ۱۹۸۰ مک‌گیبر [4]، یک ربات صفحه‌ای چهارلینکی را از نظر تحلیل پایداری و تغییر پارامترها مورد مطالعه قرار داد و نشان داد هر کدام از استراتژی‌های کنترلی ساده برای این هدف مؤثر است و بدین ترتیب اولین علاقمندی برای مطالعه راه‌رفتن غیرفعال را به‌وجود آورد. همچنین مک‌گیبر [5] در سال ۱۹۹۳، با توسعه کار خودشان به بحث کنترل حرکت دوپا پرداخته‌است. آدولفسون و همکاران [15] در سال ۲۰۰۱ با استفاده از مدل‌های ساده و اولیه نظیر مدل مک‌گیبر، یک مدل سه‌بعدی ۱۰

درجه آزادی غیرفعال را مورد مطالعه قرار داده‌اند و به‌طور کامل تشریح کرده‌اند که هم‌گسستگی‌های نیرویی را دربر می‌گیرد و هم تغییرات آنی (مشابه ضربه) متغیرهای حالت را شامل می‌شود. میلارد و همکاران [16] در سال ۲۰۱۱ بر روی آزمایش یک سیستم کنترل متمرکز شده‌اند تا به مدل گام چند بدنه‌ای اجازه حرکت به‌روشی شبیه انسان، در یک سرعت ثابت بدهد. هاو [6] در سال ۲۰۱۳ رویکرد تابع مولد را برای یک ربات دوپای غیرمقید به تولید گام بهینه اعمال کرده و همچنین یک کنترل‌کننده PD برای کاهش خطای مدل‌سازی طراحی کرده‌است. در راه‌رفتن، حرکت مرکز جرم انسان شبیه پاندول معکوس است. فاز دو تکیه‌گاهی به‌عنوان انتقال از یک پاندول معکوس به دیگری به‌نظر می‌رسد. باوور و همکاران [7] در سال ۲۰۱۴ به بهینه‌سازی راندمان انرژی راه‌رفتن ربات دوپا با استفاده از جفت اتصال کشسان به‌شکل فنرهای مکانیکی پرداخته‌اند. آنها یک روش در این مقاله ارائه داده‌اند که در یک محدوده سرعت از ۰/۳ تا ۲/۳ متر بر ثانیه با استفاده از کوپلینگ‌های کشسان، بازدهی انرژی راه‌رفتن ربات دوپا را بهینه می‌کند. تاتسویا و توموهیکو [8] در سال ۲۰۱۵ یک روش منحصربه‌فرد ایجاد گام را بر مبنای تکنیک بهینه‌سازی غیرخطی و مکانیک گسسته برای ربات دوپای پرگاری روی زمین ناهموار معمولی توسعه داده‌اند. آنها در ابتدا مدل‌هایی از ربات دوپای پرگاری پیوسته و گسسته زمانی را استنتاج کرده و بعد از تولید گام گسسته روی یک زمین ناهموار یک کنترل بهینه غیرخطی با ابعاد متناهی فرمول‌بندی کرده‌اند و یک روش حل برای آن با برنامه‌نویسی درجه دوم متوالی بیان کرده‌اند. سپس یک روش انتقال از یک ورودی گسسته زمانی به پیوسته زمانی را نشان داده‌اند و در نهایت روش خود را برای تولید گام‌های پایدار ربات گام پرگاری زمان-پیوسته روی زمین‌های ناهموار مختلف اثبات کرده‌اند. به‌منظور ساخت رباتی که به‌لحاظ بازدهی انرژی و

در راه‌رفتن ربات دوپا در نظر گرفته شود. مسئله تولید گام ربات با در نظر گرفتن انرژی معمولاً به یک مسئله بهینه‌سازی استاندارد فرمولیزه می‌شود. چندین روش که با اقبال پژوهشگران همراه بوده برای حل این مسئله وجود دارد؛ به‌عنوان مثال روش شوتینگ [9] و روش بهینه‌سازی پارامتری [10]. سرنیواسان و همکاران [12] در سال ۲۰۰۶ در پژوهشی از یک مدل کوچک که قادر است راه‌رفتن و دویدن را با تنوع نامحدود از دیگر گام‌ها تشریح کند، استفاده کرده‌اند. آنها همچنین برای یافتن گامی که واقعا به‌طور بالقوه برای این مدل بهینه است، از بهینه‌سازی کامپیوتری استفاده کرده‌اند. در نهایت بهینه‌سازی آنها برای سرعت کم، راه‌رفتن پاندول معکوس کلاسیک، در سرعت‌های بالا دویدن جهشی، حتی بدون فنر و در سرعت‌های میان این حالت‌ها یک نوع دویدن پاندولی که شامل راه‌رفتن و دویدن است را به‌عنوان حالت بهینه نشان می‌دهد. مدل‌های بهینه‌سازی ساده نشان می‌دهند که حرکت دوپا ممکن است به‌صورت گسترده‌ای با کار انجام‌شده توسط پاها مدیریت شود و کمینه کردن کار به‌طور خودکار گام‌های راه‌رفتن و دویدن را آشکار کند. چن و همکاران [11] در سال ۲۰۱۵ میلادی یک روش تولید گام بهینه ورودی مقید را با تابع مولد توسعه داده‌اند. ابتدا رویکرد تابع مولد را با معرفی کردن مسئله افزوده به مسئله کنترل بهینه مقید توسعه داده‌اند و آن را با موفقیت روی ربات راه‌رونده دوپای پراگاری با گشتاور مقید اعمال کرده‌اند. این روش ربات را قادر می‌سازد که در زمان واقعی راه‌رونده پربازده‌تری باشد و کاربردهای بیشتری را در محیط‌های پیچیده برایش فراهم می‌کند. کمینه‌کردن کار می‌تواند جنبه‌های وسیعی از نیروهای واکنش زمین را بازتولید کند؛ مانند پروفیل دوقله‌ای برای راه‌رفتن و تک‌قله‌ای برای دویدن، اما پیک‌های پیش‌بینی‌شده در مقایسه با نیروهای ایجادشده خیلی هموارتر انسان، به‌طور غیرواقعی بزرگ و ضربه‌ای هستند. همواری ممکن است با افزایش

چالاک‌ی در سطحی قابل‌قیاس با انسان باشد نیازمند فهم بهتری از راه‌رفتن انسان هستیم. برای این هدف، مدل‌های متنوعی از راه‌رفتن انسان مطرح شده‌است و نشان داده شده‌است که مدل آونگ و ارون فنی (SLIP) غیرفعال می‌تواند حرکت انسان را روی زمین صاف مدل کند [1]. رامل و همکاران [2] در سال ۲۰۱۰ مبنای کار خود را ربات دوپای مدل جرم و فنر قرار دادند. این مدل حرکت لگن، فازهای تک و دو تکیه‌گاهی و نیروی عکس‌العمل زمین مشاهده‌شده در انسان را به‌درستی نشان می‌دهد. هدف آنها از این مطالعه تشخیص پارامترهایی از پا بود که به مصالحه‌ای بین مقاومت و بازدهی انرژی در راه‌رفتن منجر شود. به‌علاوه، این مدل گام‌های متفاوت دیگری را نیز مجسم می‌کند که در اندازه حرکت لگن، سرعت و پایداری متفاوت‌اند. آنها پارامترهایی نظیر زاویه حمله پا و ضریب فنریت پاها را مورد بررسی قرار دادند که در نتیجه مشخص شد گام متقارن با زاویه حمله هموارتر برای مصالحه بین مقاومت گام و بازدهی انرژی سازگارتر است. در مطالعه بیشتر این مدل نشان داده شده‌است که سفتی پاها اثر مستقیم در قوی بودن گام راه‌رفتن دارد، همچنین استفاده از پایی که قابلیت سازگاری با محیط‌های مختلف را دارد ترجیح داده می‌شود. وایزر و همکاران [3] در سال ۲۰۱۳ یک مدل هیبرید برای یک راه‌رونده دو پا با سفتی پای متغیر کنترل‌شده و یک استراتژی کنترل برای کنترل گام پایدار مطرح کرده‌اند. مرجع کنترل یک گام غیرفعال از یک ربات دوپای مدل SLIP قالب محدود با پاهای بدون عضله، تضمین می‌کند که گام نزدیک به گام غیرفعال ایده‌آل است و بنابراین برای بازدهی انرژی به‌نتیجه می‌رسد. تأثیرگذاری کنترلر با نتایج شبیه‌سازی عددی نشان داده شده‌است. طبق نتایج هزینه انتقال تئوری محاسبه‌شده نشان می‌دهد که استراتژی کنترل به‌لحاظ انرژی پربازده است.

مصرف انرژی از موضوعات مهمی است که باید

هر دو مدل با رویکرد کنترلی بر مبنای «دینامیک صفر هیبرید» تولید کردند. برای برقرار کردن یک رویه برای تشخیص این که تا چه حد مدل می تواند راه رفتن معمولی انسان را تقریب بزند، گام ها برای تطبیق با داده های آزمایشی راه رفتن انسان، از سرعت خیلی کم تا خیلی زیاد، بهینه شده اند. مدل شش رابطی با طول گام، سرعت و توان متوسط آزمایشگاهی به خوبی منطبق می شد در حالی که مدل چهار رابطی نمی توانست منطبق شود و بنابراین به اهمیت و ضرورت وجود قوزک پا در انسان تأکید شده است. بنی و همکارش [19] در سال ۲۰۱۵ به مطالعه دینامیک هیبریدی راه رفتن ربات تحت انتقالی به صورت چسبیدن و لیز خوردن پرداخته اند. آنها بر روی دو مدل ساده صفحه ای با پاهای نقطه ای کار کرده اند. یکی از مدل های آنها چرخ بدون حلقه و دیگری دوپای پرگاری است. همچنین موردی را که در آن اصطکاک ناکافی است و پالیز می خورد بررسی کرده اند. شبیه سازی راه رفتن غیرفعال، شروع حل های متناوب شامل انتقال چسبنده - لغزنده را آشکار می کند. در مورد ربات دوپای پرگاری با عملگرهای گشتاور مفاصل کنترل شده نشان داده اند که چگونه می توان مسیره های سینماتیک راه رفتن غیرفعال را برای تحریک و پایداری گام های با تماس لغزنده استخراج کرد.

نوآوری و هدف این پژوهش ارائه مدل های واقعی و قابل پیاده سازی عملی برای مدل های نظری آونگ وارون فنری و گام پرگاری بررسی کارایی آنها است. به این منظور ربات تارمر (TARMER: Tabriz Running Mechanical Robot) که در دانشگاه تبریز ساخته شده است مورد مدل سازی دینامیکی قرار می گیرد و گام های بهینه برای آن طرح ریزی می شود (شکل ۱). این ربات دارای پاهای زانودار و ساق پای فنری است که زانوها در موقعیت مستقیم و فنرها قابلیت قفل شدن دارند. مدل راه رفتن این ربات نسبت به مدل های نظری دارای درجات آزادی و زیرفازهای

هزینه کار انجام شده توسط پاها همراه باشد. رکیانی و همکارش [13] در سال ۲۰۱۲ یک رویکرد جدید را که امکان تولید گام یک ربات دوپای ساده را می دهد، تشریح کرده اند. این رویکرد یک مدل سازی دینامیک کلاسیک را با یک حل کننده سینماتیک معکوس بر مبنای بهینه سازی ازدحام ذرات (PSO) مخلوط می کند. ابتدا یک پاندول معکوس (IP) برای به دست آوردن مدل دینامیکی ساده از ربات و برای محاسبه محل موقعیت هدف نقاط کلیدی در حرکت ربات استفاده شده است. ربولا و همکاران [14] در سال ۲۰۱۳ یک هزینه نیروی تعمیم یافته را آزمایش کرده اند که اندازه نیرو و مشتق مرتبه n ام آن را با توان p جریمه می کند. مدل ساده نشان می دهد که این هزینه نیروی تعمیم یافته در ترکیب با یک هزینه کار، نیروهای هموارتر و شبیه انسان تولید می کند.

مدل های راه رفتن چندجسمی با پیچیدگی بالاتر پتانسیل حصول سینماتیک مفاصل و فعالیت های کل بدن را دارند، در نتیجه به طور همزمان اطلاعات بیشتری نسبت به مدل های ساده تر با هزینه محاسباتی بیشتری نسبت به مدل های ساده تر ارائه می دهند. شیمیو و همکاران [17] در سال ۲۰۱۳ برای یک مدل با سه جرم با استفاده از کنترل پیش بین یک الگوی راه رفتن ایجاد کرده اند. استفاده از کنترل پیش بین برای تولید الگوهای راه رفتن بسیار مفید است. با استفاده از این روش خطاهای مدل سازی که به خاطر استفاده از یک مدل ساده رخ می دهند می توانند جبران شوند. با استفاده از روش مطرح شده خطاهای مدل می توانند بدون استفاده دوباره از کنترل پیش بین کاهش پیدا کنند؛ این یعنی تولید مسیره ها می تواند فوراً انجام شود. در این پروژه برای ارزیابی روش مطرح شده، از مثال های عددی و نتایج آزمایشگاهی استفاده شده است. مارتین و همکاران [18] در سال ۲۰۱۴ به بررسی مدل های چهاررابطی و شش رابطی با زانو و کف پای صلب مدور پرداخته اند. آنها گام های پایدار راه رفتن را برای

بیشتری خواهد بود.

فاز دو تکیه گاهی شروع می شود و تا شروع دوباره فاز تک تکیه گاهی بعدی زانو ها همچنان قفل هستند. این کاهش متغیر، باعث کاهش درجات آزادی و تعداد ورودی ها می شود.

فاز تک تکیه گاهی. مطابق توضیحات فوق، فاز تک تکیه گاهی دارای دو زیر فاز یکی قبل از قفل شدن زانوی پای آونگی و دیگری بعد از آن می باشد.

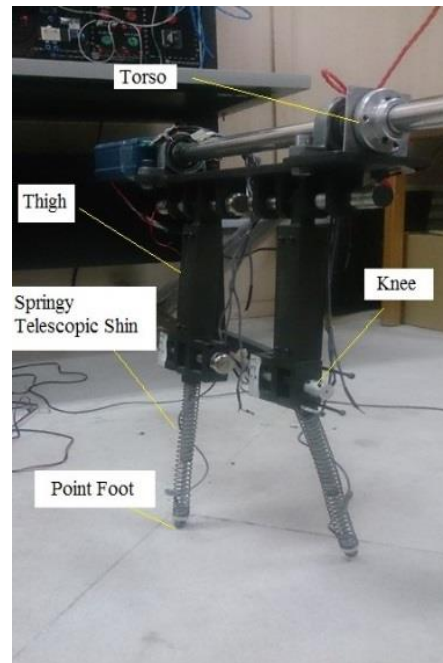
زیر فاز تک تکیه گاهی با پای آونگی زانودار. در فاز تک تکیه گاهی نقطه A به زمین لولا شده است و قبل از قفل شدن زانوی پای آونگی، ربات دارای چهار درجه آزادی است. مؤلفه های مختصات تعمیم یافته این فاز $4 \times 1 [q_{ss}]$ را مطابق شکل (۲) در نظر می گیریم که مؤلفه های آن عبارت اند از زاویه ران BT، طول ساق AB، زاویه ران CT و زاویه ساق CD. موقعیت مراکز جرم لینک ها و تنه بر حسب مختصات تعمیم یافته نوشته می شود و سرعت خطی مرکز جرم هر لینک به صورت $\sqrt{\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2}$ می باشد که زیر نویس G نشان دهنده مرکز جرم می باشد. سرعت زاویه ای لینک ها نیز بر حسب مشتق زمانی مؤلفه های مختصات تعمیم یافته به صورت زیر نوشته می شود.

$$\omega_1 = \dot{q}_1, \omega_3 = \dot{q}_3 \quad (1)$$

$$\omega_2 = \dot{q}_1, \omega_4 = \dot{q}_3 + \dot{q}_4, \omega_f = 0 \quad (2)$$

که در آن زیر نویس T نشان دهنده تنه می باشد. فرض بر این است که بدنه ربات به لحاظ چرخش مقید شده است، بنابراین سرعت زاویه ای آن صفر است.

برای نوشتن معادله لاگرانژ به منظور استخراج معادلات حرکت ربات، انرژی های جنبشی و پتانسیل کل سیستم را با استفاده از موقعیت و سرعت خطی و زاویه ای لینک ها بر حسب مختصات تعمیم یافته محاسبه می کنیم.



شکل ۱ ربات دو پای تارمر ساخته شده در دانشگاه تبریز

مدل ربات با پای تلسکوپ فنی

اولین مدل در نظر گرفته شده برای ربات دو پا در این پژوهش مدل ربات با پای تلسکوپ فنی می باشد که دینامیک راه رفتن آن بر مبنای مدل آونگ و ارون فنی می باشد. هر کدام از لینک های ران و ساق یک میله دارای جرم و ممان اینرسی با مرکز جرم مشخص می باشند. جرم تنه نیز به صورت یک جرم متمرکز در مفصل لگن در نظر گرفته می شود. گام راه رفتن متشکل از فاز تک تکیه گاهی، رخداد برخورد، فاز دو تکیه گاهی و رخداد کنده شدن می باشد. مکانیزم راه رفتن این مدل به این صورت است که هنگام طی فاز تک تکیه گاهی پای تکیه گاهی به صورت تلسکوپ فنی روی زمین قرار دارد و پای آونگی ابتدا دارای زانو است. پس از عبور آن از پای تکیه گاهی هنگامی که ساق آن در امتداد ران قرار می گیرد با استفاده از یک قفل کننده مکانیکی، زاویه پای آونگی قفل می شود و متعاقباً ورودی موتور زانوی آن صفر می شود. وقتی پا به زمین برخورد کرد،

پس از جاگذاری و حل معادله (۵) مدل دینامیکی به صورت کلی زیر به دست می آید.

$$[D_{ss}(q_{ss})]_{n \times n} [\ddot{q}_{ss}]_{n \times 1} + [C_{ss}(q_{ss}, \dot{q}_{ss})]_{n \times 1} = [B_{ss}]_{n \times m} [u_{ss}]_{m \times 1} \quad (7)$$

در معادله فوق $D_{ss}(q_{ss})$ ماتریس اینرسی است و $C_{ss}(q_{ss}, \dot{q}_{ss})$ اثرات کوریولیس، گرانش و کشسان را شامل می شود. n تعداد درجات آزادی و m تعداد ورودی های کنترلی است که در این فاز $n = 4$ و $m = 3$ هستند. بردار ورودی کنترلی سیستم متشکل از گشتاور موتورها به صورت $u_{ss} = [u_1, u_3, u_4]^T$ است و ماتریس B_{ss} که از (۶) نتیجه می شود به صورت زیر است:

$$B_{ss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

بردار حالت به صورت $x_{ss} = [q_{ss}, \dot{q}_{ss}]^T$ تعریف می شود. در اینجا چهار معادله دیفرانسیل مرتبه دوم حاصل از (۷) به صورت هشت معادله دیفرانسیل مرتبه اول نوشته می شود که معادلات حالت را تشکیل می دهند.

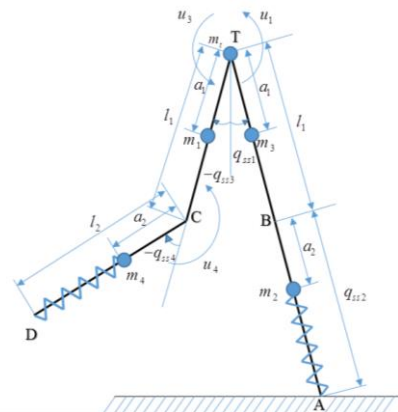
$$\dot{x}_{ss} = f_{ss}(x_{ss}) + g_{ss}(x_{ss})u \quad (9)$$

که در آن،

$$f_{ss}(x_{ss}) = \begin{bmatrix} \dot{q}_{ss}(x_{ss}) \\ -D_{ss}^{-1}(x_{ss})C_{ss}(x_{ss}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$g_{ss}(x_{ss}) = \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ D_{ss}^{-1}(x_{ss})B_{ss} \end{bmatrix}$$

حل این معادلات دیفرانسیل مرتبه اول با دستور ode متلب انجام می شود.



شکل ۲ فاز تک تکیه گاهی ربات با پای تلسکوپی فنی با پای آونگی زانودار

$$T = \frac{1}{2} \sum_i (m_i v_i^2 + I_i \omega_i^2) \quad (3)$$

$$V = \sum_i \left(m_i g h_i + \frac{1}{2} k x^2 \right) \quad (4)$$

که در آن v سرعت مرکز جرم لینک (m/s)، ω سرعت زاویه ای عضو (rad/s)، m و I به ترتیب جرم و ممان اینرسی عضو مورد نظر بر حسب kg و $kg \cdot m^2$ مرکز جرم هر عضو از مبدأ پتانسیل (m)، k ثابت فنر (N/m)، و x تغییر طول فنر نسبت به طول آزاد (m) است. باید توجه داشت که فنر پای تکیه گاهی دارای طول آزاد می باشد و انرژی پتانسیل کشسانی ندارد. تابع لاگرانژین براساس انرژی های جنبشی و پتانسیل به صورت $L = T - V$ می باشد. از این عبارت برای تشکیل معادله لاگرانژ استفاده می شود.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5)$$

که q_i مؤلفه i ام مختصات تعمیم یافته است و با فرض این که اصطکاک در مفاصل قابل چشم پوشی است نیروهای تعمیم یافته Q_i با استفاده از کار مجازی به صورت زیر به دست می آیند:

$$\delta w_i = \sum Q_i \delta q_i$$

$$Q_1 = u_1, Q_2 = 0, Q_3 = u_2, Q_4 = u_3 \quad (6)$$

نقطه ای همان پای تکیه گاهی در فاز تک تکیه گاهی است. در این شرایط حرکت پای جلو که به زمین لولا شده است وابسته به حرکت پای عقب یا پای مبنا است. بنابراین می توان ربات را با در نظر گرفتن مختصات تعمیم یافته بر روی ران و ساق پای مبنا با دو درجه آزادی مدل سازی کرد. به جای استفاده از معادلات فاز تک تکیه گاهی با چهار درجه آزادی و دو معادله قید، به منظور سهولت استخراج معادلات حرکت و جلوگیری از محاسبات پیچیده از مدل دو درجه آزادی استفاده می شود. مختصات تعمیم یافته فاز دو تکیه گاهی و زوایای پای جلو به صورت نشان داده شده در شکل (۴) در نظر گرفته می شود. طول گام a نامیده می شود که فاصله پاها روی زمین در فاز دو تکیه گاهی است. این فاصله با استفاده از شرایط انتهایی فاز تک تکیه گاهی معلوم است. فرض بر این است که تغییر طول فنر اثر بسیار کوچکی روی تغییر محل مرکز جرم لینک های دارای فنر بگذارد و از این اثر چشم پوشی می شود.

اگر مبدأ مختصات در نقطه A در شکل (۴) در نظر گرفته شود مقادیر x_T و y_T بر حسب مختصات تعمیم یافته $[q_{ds}]_{2 \times 1}$ نوشته می شوند. برای محاسبه زاویه θ_3 و طول ساق پای جلو که وابسته به مختصات تعمیم یافته می باشد از مثلث تشکیل شده توسط پای جلو و زمین استفاده می شود. بدین ترتیب متغیرهای وابسته به صورت زیر به دست می آیند.

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{a - (q_2 + l_1) \sin(-q_1)}{(q_2 + l_1) \cos(-q_1)} \right) \quad (12)$$

$$d_2 = \sqrt{((q_2 + l_1) \cos(-q_1))^2 + (a - (q_2 + l_1) \sin(-q_1))^2} - l_1 \quad (13)$$

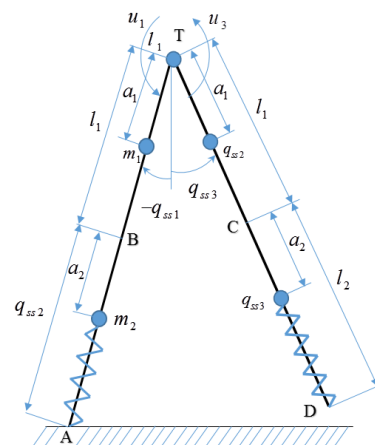
با داشتن مقادیر این متغیرها بر حسب مختصات تعمیم یافته q_{ds1} و q_{ds2} معادله انرژی جنبشی و پتانسیل بر حسب مختصات تعمیم یافته نوشته می شود و مدل دینامیکی سیستم دو درجه آزادی به صورت زیر به دست می آید که در آن $n = 2$ و $m = 1$ است و

$$B_{ds} = [1 \quad 0]^T$$

زیرفاز تک تکیه گاهی با پای آونگی بدون زانو. پس از آن که پای آونگی زانودار حرکت می کند و پای تکیه گاهی را رد می کند ساق پا هم راستای ران می شود و با یک درجه آزادی کمتر حرکت می کند تا به زمین برخورد کند. در این حالت مطابق شکل (۳) ربات دارای سه درجه آزادی و دو ورودی کنترلی $u_{ss} = [u_1, u_3]^T$ می باشد. فنر پای آونگی نیز دارای طول آزاد می باشد. انرژی های جنبشی و پتانسیل با استفاده از (۳) نوشته می شود و با استفاده از معادله لاگرانژ معادلات حرکت این زیرفاز به صورت معادله (۷) استخراج می شود که در آن $n = 3$ و $m = 2$ هستند. ماتریس B_{ss} نیز با استفاده از کار مجازی به صورت زیر به دست می آید:

$$B_{ss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

معادله حالت این زیرفاز نیز به فرم معادله (۹) استخراج می شود.



شکل ۳ فاز تک تکیه گاهی ربات با پای تلسکوپی فنی و پای آونگی بدون زانو

فاز دو تکیه گاهی. مدل ربات با پای تلسکوپی فنی در فاز دو تکیه گاهی دارای دو درجه آزادی است که پای مبنا با فرض مبدأ مختصات بر روی کف پای

کار مجازی آن صفر می شود. چون ضربه غیرالاستیک در نظر گرفته شده است سرعت ها به صورت آنی تغییر می یابند در حالی که زوایا همان لحظه تغییر نمی کنند و از آنجا که در مختصات در نظر گرفته شده پیکربندی ربات برای حالت دو تکیه گاهی تغییر می کند برخی مختصات هنگام برخورد پا به زمین تغییر می کند. این مختصات در لحظات قبل و بعد از برخورد پا به زمین به صورت زیر به هم تبدیل می شوند.

$$\begin{bmatrix} q_{ds1}^+ \\ q_{ds2}^+ \\ \theta_3^+ \\ d_2^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{sswk1}^- \\ q_{sswk2}^- \\ q_{sswk3}^- \\ l_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

همچنین معادله قید موقعیت در لحظه پس از برخورد به صورت زیر وجود دارد:

$$\theta_3^+ = f_1(q_{ds}^+) \quad (18)$$

که در عبارت فوق تابع $f_1(q_{ds}^+)$ از رابطه زیر به دست می آید:

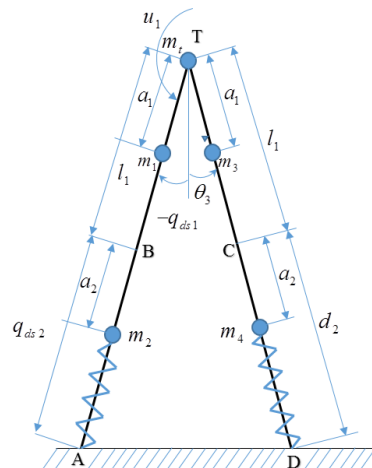
$$f_1(q_{ds}^+) = \tan^{-1} \left(\frac{a - l_1 \cdot \sin(-q_{ds1}^+) - q_{ds2}^+ \cdot \sin(-q_{ds1}^+)}{l_1 \cdot \cos(-q_{ds1}^+) + q_{ds2}^+ \cdot \cos(q_{ds1}^+)} \right) \quad (19)$$

سرعت های لینک ها بعد از برخورد که جزء مجهولات مسئله هستند به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{ds1}^+ \\ \dot{q}_{ds2}^+ \\ \dot{\theta}_3^+ \\ \dot{d}_2^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{sswk1}^+ \\ \dot{q}_{sswk2}^+ \\ \dot{q}_{sswk3}^+ \\ \dot{q}_{sswk4}^+ \end{bmatrix} \quad (20)$$

همچنین دو معادله قید سرعت در لحظه پس از برخورد به صورت زیر وجود دارد:

$$[D_{ds}(q_{ds})]_{n \times n} [\ddot{q}_{ds}]_{n \times 1} + [C_{ds}(q_{ds}, \dot{q}_{ds})]_{n \times 1} = [B_{ds}]_{n \times m} [u_{ds}]_{m \times 1} \quad (14)$$



شکل ۴ فاز دو تکیه گاهی ربات با پای تلسکوپی فنی

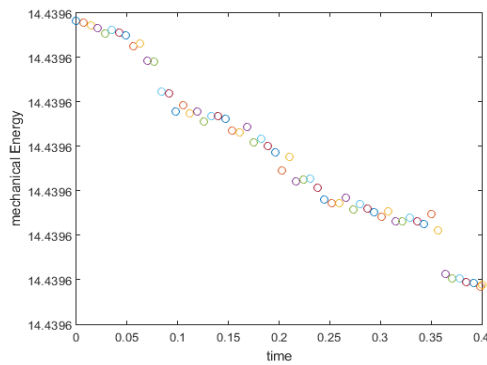
رخداد برخورد. معادله برخورد با استفاده از معادله ضربه لاگرانژ به صورت زیر است:

$$D_{sswk}(q_{sswk}) \cdot (\dot{q}_{sswk}^+ - \dot{q}_{sswk}^-) = \hat{Q} \quad (15)$$

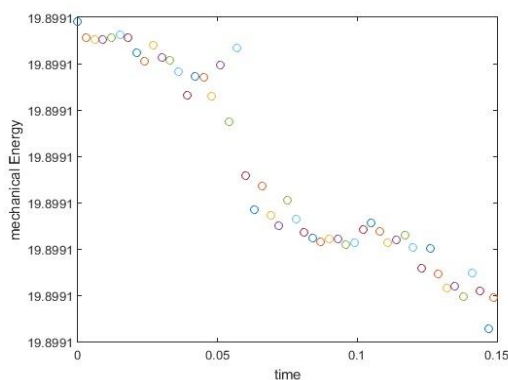
که در آن ماتریس اینرسی تک تکیه گاهی بدون زانو است که از مدل دینامیکی به دست می آید. برای یافتن ضربه تعمیم یافته \hat{Q} از قانون کار مجازی استفاده می شود. نیروی ضربه ای \hat{F} در نقطه D که به زمین برخورد می کند وارد می شود که کار مجازی ناشی از آن به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} \delta w &= \hat{F}_x \cdot \delta x_D + \hat{F}_y \cdot \delta y_D \\ &= \sum_{i=1}^4 (\hat{F}_x \frac{\partial x_D}{\partial q_i} + \hat{F}_y \frac{\partial y_D}{\partial q_i}) \delta q_i \\ &= \sum_{i=1}^4 \hat{Q}_i \delta q_i \end{aligned} \quad (16)$$

همچنین در نقطه A در این لحظه از زمین نیروی ضربه ای به ربات وارد می شود که به دلیل صفر بودن جابه جایی این نقطه با فرض اتصال لولایی آن به زمین

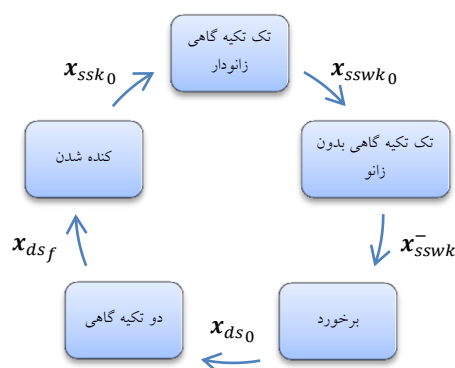


(الف)



(ب)

شکل ۵ انرژی مکانیکی کل سیستم ربات دوپای تلسکوپی فنی با ورودی صفر؛ (الف) در فاز تک تکیه گاهی، (ب) در فاز دو تکیه گاهی



شکل ۶ نمودار تبادل متغیرها بین فازهای راه رفتن

مدل ربات دوپای گام پرگاری زانودار

مدل ربات دوپای گام پرگاری برای ربات واقعی از لینک های صلب بدون فنر تشکیل شده است اما تفاوت

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_3^+ &= f_2(q_{sswk}^+, \dot{q}_{sswk}^+) \\ \dot{d}_2^+ &= g_2(q_{sswk}^+, \dot{q}_{sswk}^+) \end{aligned} \quad (21)$$

که در عبارات فوق f_2 و g_2 توابعی برحسب q_{sswk}^+ و \dot{q}_{sswk}^+ هست.

معادلات (۱۵، ۲۰ و ۲۱) دربرگیرنده نه معادله و نه مجهول است که مجهولات عبارتند از: \dot{q}_{sswk1}^+ ، \hat{F} ، \dot{d}_2^+ ، \dot{q}_{ds1}^+ ، \dot{q}_{sswk4}^+ ، \dot{q}_{sswk3}^+ ، \dot{q}_{sswk2}^+ ، $\dot{\theta}_3^+$. از حل عددی این نه معادله با استفاده از نرم افزار MATLAB، مجهولات برای استفاده در فاز بعد به دست می آیند. به منظور صحت گذاری معادلات برخورد می توان یک بار دیگر مدل برخورد را با استفاده از پایستاری تکانه خطی و زاویه ای لینکها در جهت های به خصوص حین برخورد به دست آورد.

بررسی صحت معادلات استخراج شده. روشی که در این مرحله برای صحت گذاری معادلات دینامیکی به کار رفته است محاسبه انرژی مکانیکی کل سیستم با ورودی کترلی صفر است. درحالتی که ورودی به سیستم نداشته باشیم و با صرف نظر از نیروهای اصطکاکی در صورتی که تغییرات انرژی مکانیکی کل سیستم صفر نشود به این معنی است که معادلات استخراج شده غلط هستند ولی پایستار شدن انرژی مکانیکی می تواند تأییدی بر صحت معادلات استخراج شده باشد. مطابق شکل (۵) مشاهده می شود این تغییرات در هر دو فاز بسیار ناچیز هستند که آن هم به دلیل وجود خطای گرد کردن در محاسبات عددی است.

مدل گام راه رفتن. مدل دینامیکی راه رفتن ربات دوپای مطابق شکل (۶) شامل حل متوالی معادلات دینامیکی فوق است که از شرایط انتهای هر فاز شرایط اولیه فاز بعدی به دست می آید.

تک تکیه گاهی با پای آونگی زانودار به صورت معادله (۷) با $n = 3$ و $m = 3$ به دست می آید. بردار ورودی کنترلی سیستم متشکل از گشتاور موتورها به صورت $u_{ss} = [u_1, u_3, u_4]^T$ است و با فرض این که اصطکاک در مفاصل قابل چشم پوشی است ماتریس B_{ss} با استفاده از کار مجازی به صورت زیر است:

$$B_{ss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

بردار حالت به صورت $x_{ss} = [q_{ss}, \dot{q}_{ss}]^T$ تعریف می شود. معادلات حالت به صورت (۹) نوشته می شود که شش معادله دیفرانسیل مرتبه اول را تشکیل می دهند. حل این معادلات دیفرانسیل مرتبه اول با دستور ode45 متلب انجام می شود.

فاز تک تکیه گاهی با پای آونگی بدون زانوی.

هنگامی که پای زانودار حرکت می کند و به جلوی پای تکیه گاهی می رسد، ساق پا هم راستای ران می شود و پس از طی یک زمان محدود به زمین برخورد می کند. پیکربندی جدید این ربات به صورت نشان داده شده در شکل (۸) است. در این زیر فاز ربات دارای دو درجه آزادی و دو محرکه است. گشتاور u_1 و u_3 به ترتیب مربوط به موتور ران پای تکیه گاهی و ران پای آونگی می باشند.

معادله لاگرانژ، مدل دینامیکی فاز تک تکیه گاهی با پای آونگی بدون زانو به صورت معادله (۷) با $n = 2$ و $m = 2$ به دست می آید. بردار ورودی کنترلی سیستم متشکل از گشتاور موتورها به صورت $u_{ss} = [u_1, u_3]^T$ است و ماتریس B_{ss} با استفاده از کار مجازی به صورت زیر به دست می آید:

$$B_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

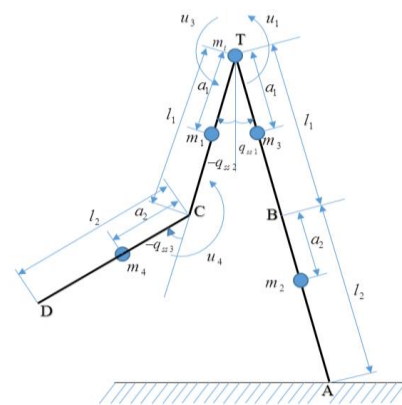
آن با مدل نظری این است که باید در مدل واقعی برای رد شدن و عدم سایش پای آونگی به زمین راه حلی اندیشیده شود. بنابراین تعداد درجات آزادی و زیرفازهای این مدل با مدل نظری متفاوت خواهد بود.

فاز تک تکیه گاهی. مشابه مدل قبلی، در فاز تکیه گاهی

مدل ربات گام پرگاری نیز لازم است به منظور عدم سایش به زمین، زانوی پای آونگی خم شود و پس از رد شدن از پای تکیه گاهی دوباره صاف شود. بنابراین فاز تک تکیه گاهی ربات به دو زیرفاز، یکی قبل از صاف شدن کامل زانوی پای آونگی و دیگری بعد از آن، تقسیم می شود که هر کدام مدل دینامیکی متفاوتی دارد.

زیرفاز تک تکیه گاهی با پای آونگی زانودار. برای

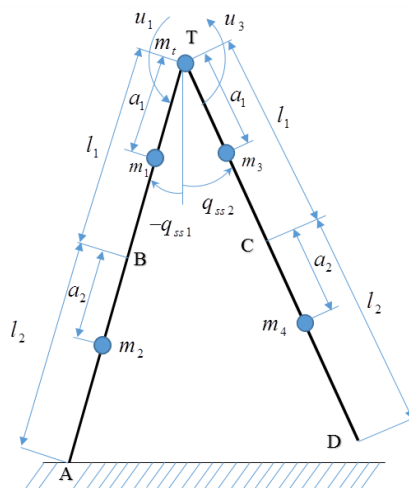
مدل سازی این فاز مختصات تعمیم یافته ربات مطابق شکل (۷) انتخاب می شود. ربات در این زیرفاز دارای سه درجه آزادی و سه محرکه است. موقعیت مراکز جرم لینکها را برحسب مختصات تعمیم یافته نوشته می شود و سپس عبارت انرژی های جنبشی و پتانسیل تابع لاگرانژین تشکیل می شود.



شکل ۷ فاز تک تکیه گاهی ربات گام پرگاری با پای آونگی زانودار

پس از نوشتن و جاگذاری انرژی های جنبشی و پتانسیل در معادله لاگرانژ، مدل دینامیکی فاز

معادلات حالت نیز به صورت چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول به شکل (۹) نوشته می شود.



شکل ۸ فاز تک تکیه گاهی ربات گام پرگاری بدون زانو

در برخورد پا در نقطه برخورد ضربه ای به پای آونگی وارد می شود. البته در اینجا به گونه ای در نظر گرفته می شود که پای عقب در لحظه برخورد پای جلو به زمین، بدون این که برخوردی با زمین داشته باشد و ضربه ای از ناحیه آن به ربات وارد شود زمین را ترک می کند. با صرف نظر از نیروهای غیرضربه ای واردشونده به پاشنه در محل برخورد پا به زمین، مومنتوم زاویه ای در طول زمان برخورد به دو صورت پایستار است:

۱. برای کل مکانیزم حول نقطه برخورد پای آونگی با زمین.
۲. برای پای تکیه گاهی قبل از برخورد (پای آونگی بعد از برخورد) حول نقطه لگن.

روابط حاصل از پایستاری مومنتوم زاویه ای به رابطه زیر که معادله جهش نام دارد می انجامد [20- 22]:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}^+ = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta \\ -2 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta(1 - \cos 2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}^- \quad (25)$$

همچنین در نقطه A در این لحظه از زمین نیروی ضربه ای به ربات وارد می شود که به دلیل صفر بودن جابه جایی این نقطه با فرض اتصال لولایی آن به زمین کار مجازی آن صفر می شود. برای صحه گذاری معادلات برخورد این بخش نیز می توان معادلات برخورد را یک بار دیگر به روش لاگرانژ مشابه مدل ربات با پای تلسکوپی فتری به دست آورد.

چون ضربه غیرالاستیک در نظر گرفته شده است سرعت ها به صورت آنی تغییر می یابند در حالی که زوایا همان لحظه تغییر نمی کنند و از آنجا که در مختصات در نظر گرفته شده پیکربندی ربات برای حالت دو تکیه گاهی تغییر می کند برخی مختصات هنگام برخورد پا به زمین تغییر می کند.

برخورد. هنگامی که پای آونگی ربات در حالت تک تکیه گاهی حرکت می کند و به جلو می آید و با زمین برخورد می کند و این لحظه درست لحظه ای است که حالت تک تکیه گاهی به دو تکیه گاهی تبدیل می شود. هنگام برخورد پای آونگی به زمین نیروهایی به کف پای نقطه ای ربات وارد می شود که این باعث تغییراتی در سرعت ها و به سبب آن در مومنتوم لینک ها می شود. بنابراین باید این تغییرات ایجاد شده در سرعت ها که به متغیرهای حالت فاز بعدی تبدیل می شود محاسبه شوند و در مدل سازی اعمال شوند. اگر زاویه بین دو پای ربات را ϕ در نظر گرفته شود که جهت آن از پای تکیه گاهی به سمت پای آونگی است و θ زاویه بین خط عمود و پای تکیه گاهی باشد، باتوجه به این که المان متغیری نظیر فنر در هیچ یک از پاها وجود ندارد، برخورد زمانی اتفاق می افتد که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\phi(t) - 2\theta(t) = 0 \quad (26)$$

مثال برای مدل ربات گام پرگاری به صورت زیر است.

$$OP = [x_{ss1}, x_{ss2}, x_{ss3}, x_{ss4}, \dot{x}_{ss1}, \dot{x}_{ss2}, \dot{x}_{ss3}, \dot{x}_{ss4}, U_{ss11}, U_{ss12}, U_{ss13}, U_{ss14}, U_{ss21}, U_{ss22}, U_{ss23}, U_{ss24}, U_{ss31}, U_{ss32}, U_{ss33}, U_{ss34}, U_{ds11}, U_{ds12}, U_{ds13}, U_{ds14}, U_{ds21}, U_{ds22}, U_{ds23}, U_{ds24}] \quad (28)$$

در این معادله، به عنوان مثال عبارت U_{ss13} نشانگر سومین نقطه تابع گشتاور موتور شماره ۱ در مرحله تک تکیه گاهی است. بازه زمانی هر فاز را به تعداد مشخصی (۴ یا ۵) نقطه گسسته تقسیم می شود و گشتاور نقاط به صورت خطی بر حسب زمان به هم وصل می شوند. اندیس ss نشان دهنده فاز تک تکیه گاهی و ds نیز مرحله دو تکیه گاهی است.

برای طرح ریزی گام بهینه یک مسئله بهینه سازی مقید مطابق (۲۹) حل می شود که تابع هدف آن هزینه انتقال (COT) با پارامترهای OP است و قید آن صفر شدن خطای بردار حالت فاز تک تکیه گاهی در ابتدای دو قدم متوالی است. در هر تکرار بهینه سازی با استفاده از پارامترهای OP جاری، معادلات دینامیکی سیستم حل می شوند و کار مکانیکی موتورها و خطای حالت دو قدم متوالی پیدا می شوند. سپس پارامترها به نحوی تغییر داده می شوند که مقادیر تابع هدف و قید کمتر شوند. برای بهینه سازی از دستور fmincon متلب استفاده می شود که بر پایه روش نیوتنی است و برای این مسئله غیرخطی دارای گسستگی، کارایی بهتری نسبت به روش هایی نظیر الگوریتم ژنتیک دارا است.

$$\min_{subject\ to} \quad COT(OP) \quad (29) \\ x_{ss0}(1) - x_{ss0}(0) = 0$$

بهینه سازی گام راه رفتن مدل ربات با پای تلسکوپ
فیزی. تابع هدف بهینه سازی عددی مجموع تابع

انرژی مصرفی ربات. انرژی مصرف شده برای یک مکانیزم با در نظر گرفتن بازدهی کامل برای موتورها به صورت زیر نوشته می شود [23].

$$W = \sum_{i=1}^m \int_0^{t_{step}} |\dot{\theta}_i u_i| dt \quad (26)$$

که در این عبارت m تعداد موتورها، u_i مقادیر گشتاور موتورها، $\dot{\theta}_i$ مقدار سرعت زاویه ای موتور مربوط و t_{step} نیز زمان یک قدم راه رفتن می باشد که شامل فاز تک تکیه گاهی و دو تکیه گاهی می شود. هزینه انتقال (COT) با محاسبه انرژی مصرف شده به ازای واحد وزن و واحد مسافت طی شده، به صورت زیر به دست می آید [28].

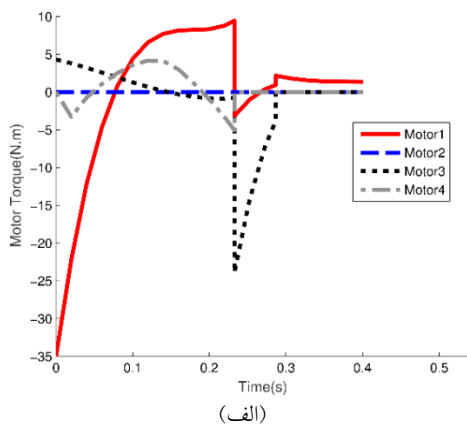
$$COT = \frac{W_{total}}{m_{total} \cdot g \cdot a} \quad (27)$$

که در این عبارت m_{total} مجموع جرم اعضای به کار رفته در بدنه ربات و a طول قدم ربات است.

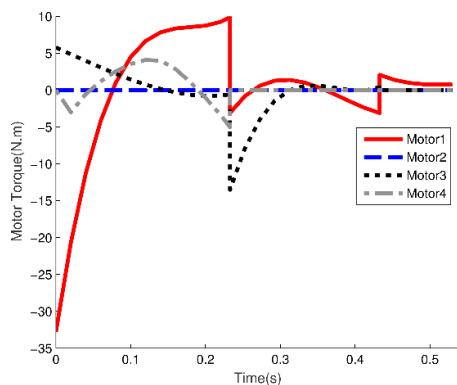
طرح ریزی گام راه رفتن بهینه

شرایط اولیه در چگونگی حرکت ربات تأثیر بسیار زیادی دارد چراکه علاوه بر این که شروع حل عددی معادلات دیفرانسیل مرحله اول از این نقاط است و مراحل بعدی نیز متأثر از جواب های این مرحله تا آخر می باشند. موتورهای مفاصل نیز باید به گونه ای تنظیم شوند که حرکت صحیح را بر طبق وضعیت ربات ایجاد کنند و ربات را برای برداشتن گام یاری دهند.

پارامترها و تابع هدف بهینه سازی مکانیزم های مختلف ربات. راه رفتن بهینه پایا از جمله اهداف مهم طراحی ربات های دوپا است. در این پژوهش دو هدف در نظر گرفته شد که یکی از آنها گشتاور در نقاط میانی با میان یابی خطی به دست می آید. این بردار به عنوان

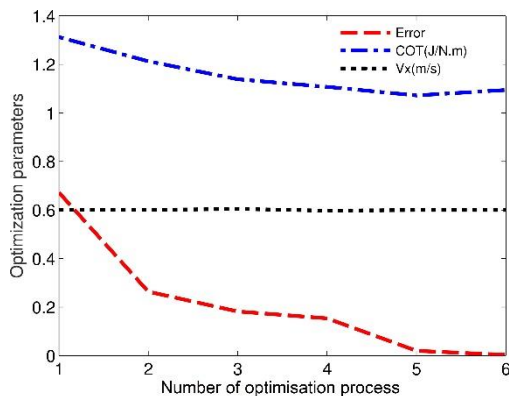


(الف)



(ب)

شکل ۹ تغییرات گشتاور موتورها در (الف) اولین و (ب) ششمین مرحله متوالی بهینه‌سازی ربات تلسکوپ‌ی فن‌دار

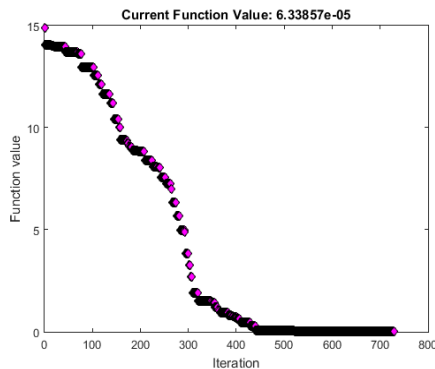


شکل ۱۰ تغییرات خطا، هزینه انتقال و سرعت خطی در شش مرحله متوالی بهینه‌سازی ربات دوپای تلسکوپ‌ی فن‌دار

نمودار COT (خط نقطه) نیز در حال کاهش است ولی چون پیکربندی ربات تا حالتی که بتواند به‌طور متناوب گام بردارد فاصله زیادی دارد ضریب خطا در تابع خطا بزرگ‌تر از تابع هزینه انتخاب می‌شود. علت

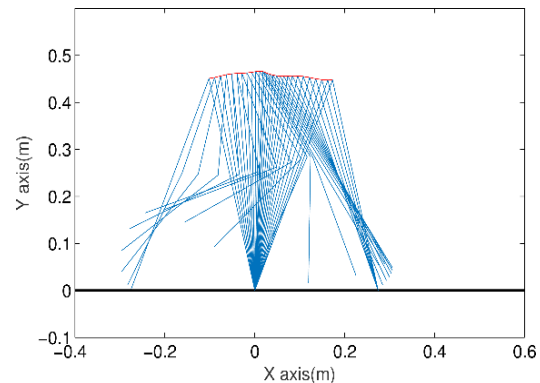
مصرف انرژی و توابع جریمه است. مقدار این تابع در بهینه‌سازی روندی نزولی طی می‌کند و به یک گام بهینه متناوب همگرا می‌شود. شکل (۹) چگونگی تغییرات گشتاورها در اولین و ششمین بهینه‌سازی متوالی گام راه‌رفتن ربات دوپای تلسکوپ‌ی فن‌ری را نشان می‌دهند. گشتاور موتور چهارم که ساق پای آونگی را حمل می‌کند تغییرات اندکی دارد و گشتاور موتور دوم نیز به دلیل قفل بودن زانو صفر است. روند گشتاور موتور ران پای تکیه‌گاهی در تک‌تکیه‌گاهی در مرحله اول از بهینه‌سازی دست‌خوش تغییر نمی‌شود ولی در مرحله تک‌تکیه‌گاهی زانودار رفته‌رفته زمان افزایش می‌یابد که این برای تنظیم سرعت نوسان فنر برای قرارگیری پا روی زمین است. موتور ران پای آونگی (موتور شماره ۳) با افزایش زمان تک‌تکیه‌گاهی بدون زانو بیشینه گشتاور این موتور مقدار کمی کاهش می‌یابد که این می‌تواند ناشی از فرصت‌یافتن آن برای رساندن پا به محل موردنظر باشد. نمودار شکل (۱۰) تغییرات خطا، هزینه انتقال ربات و نرخ تغییرات در سرعت خطی را در طول چند مرحله متوالی بهینه‌سازی نشان می‌دهد. این نمودار نشان می‌دهد که در طول بهینه‌سازی نرخ تغییرات سرعت خطی در جهت محور x ثابت مانده است. باتوجه به غیرخطی بودن فازها و ابعاد بالای مدل دینامیکی، بهینه‌سازی در هر مرحله (با حدود ۱۰۰ تکرار) به یک مینیمم محلی همگرا می‌شود. برای حل این مشکل از مراحل بهینه‌سازی متعدد استفاده می‌کنیم که شرایط اولیه هر مرحله از شرایط نهایی بهینه‌سازی قبلی گرفته می‌شود تا زمانی که جواب به تکرار موردنظر برسد. خط‌چین در شکل (۱۰) نشان‌دهنده تغییرات خطا است که با انجام ۶ بار بهینه‌سازی متوالی به صفر میل کرده است.

هم‌گرا شدن تابع خطای حالت دو گام متوالی در شکل ۱۳) آورده شده‌است.



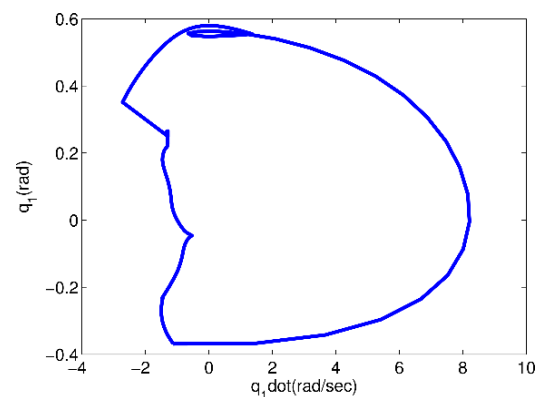
شکل ۱۳ کاهش تابع هدف و جریمه در بهینه‌سازی عددی گام ربات پرگاری زانودار

زیاد شدن هزینه در انتهای بهینه‌سازی احتمالاً فشار وارد بر موتورها برای رعایت قیدهای تعیین شده توسط توابع جریمه است.



شکل ۱۱ دیاگرام میله‌ای یک گام کامل راه رفتن ربات تلسکوپی فنردار

سیر تغییرات گشتاور موتورها در طی مراحل بهینه‌سازی متوالی در شکل (۱۴) نشان داده شده‌است. این نمودارها نشان می‌دهد برای موتورهای ران و ساق پای آونگی در مرحله تک‌تکیه‌گاهی، در طول بهینه‌سازی تغییر محسوسی نداشته‌اند. عمده تغییرات در بهینه‌سازی گام این مدل در گشتاور موتور پای تکیه‌گاهی اتفاق افتاده‌است. با شروع بهینه‌سازی گشتاور در حدود ۹ نیوتون متر مربوط به نمودار اول است، رفته‌رفته کاهش می‌یابد تا جایی که در نمودار سوم به ۶ و در نمودار چهارم به حدود ۵ نیوتون متر می‌رسد. محدوده تغییرات گشتاور در طول فاز تک‌تکیه‌گاهی کاهش می‌یابد. به‌عنوان مثال در نمودار اول از حدود ۹ نیوتون متر در شروع فاز به حدود ۵ نیوتون متر در انتهای فاز می‌رسد و این تغییرات در نمودار آخر از حدود ۵/۵ به ۴ نیوتون متر می‌رسد. برای فاز تک‌تکیه‌گاهی بدون زانو علاوه بر افزایش زمان طی مرحله، افزایش گشتاور نیز مشاهده می‌شود. این تغییرات برای موتور شماره ۳ که حامل ران پای آونگی است کاهش گشتاور ورودی اولیه از حدود ۲ نیوتون متر در نمودار اول به حدود ۱ نیوتون متر در نمودار آخر و کاهش محدوده تغییرات همراه با افزایش زمان نیز به‌وضوح قابل مشاهده است.

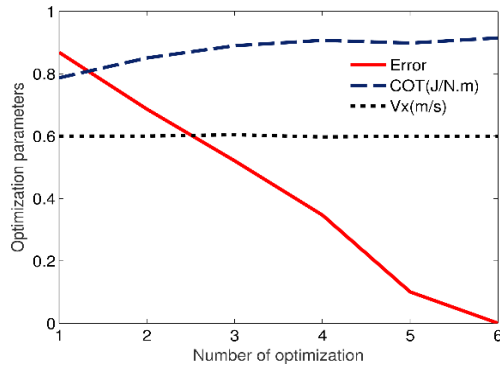


شکل ۱۲ چرخه حدی ران پای مدل ربات تلسکوپی فنی

استیک دیاگرام حرکت این ربات مطابق شکل (۱۱) یک گام راه رفتن متناوب را نشان می‌دهد. چرخه حدی حرکت ران پای ۱ در شکل (۱۲) نشان داده شده‌است که در یک نقطه گسستگی بسیار کوچکی را نشان می‌دهد که نشانگر دقت قابل قبول حرکت این ربات در طول یک گام است.

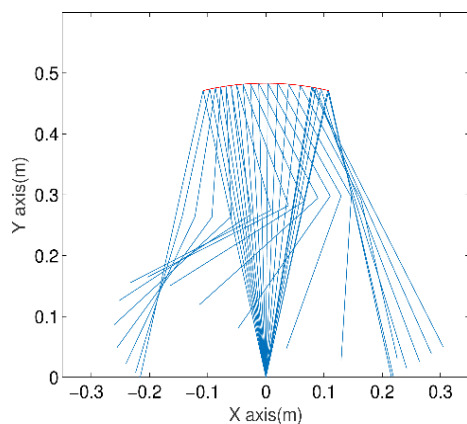
بهینه‌سازی گام راه رفتن مدل ربات با پای پرگاری زانودار. تابع هدف بهینه‌سازی این مدل نیز مجموع تابع مصرف انرژی و توابع جریمه است. مقدار این تابع در بهینه‌سازی روندی نزولی طی می‌کند. نمودار

ربات زانوی پای خود را خم می‌کنند و به جلو می‌آورد. علت زیاد بودن هزینه از یک طرف خم‌شدن زانوی پای آونگی برای برخورد نکردن با زمین و از طرفی احتمالاً فشار وارد بر موتورها برای رعایت خطوط قرمز تعیین‌شده توسط توابع جریمه است.

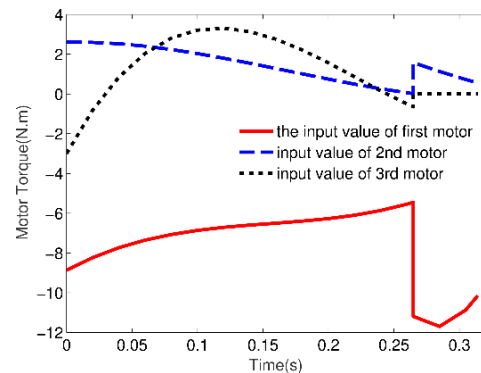


شکل ۱۵ تغییرات خطا، هزینه انتقال و سرعت خطی در شش مرحله متوالی بهینه‌سازی ربات گام پرگاری زانودار

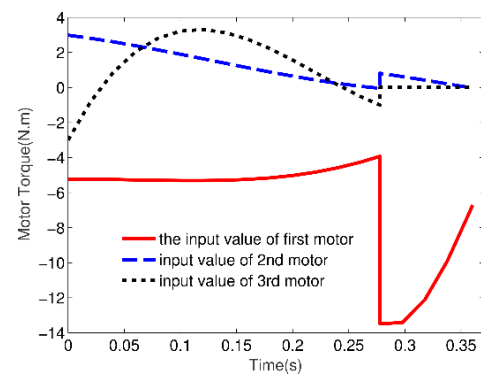
استیک دیاگرام حرکت این ربات به صورت نشان داده شده در شکل (۱۶) است. چرخه حدی ران پای ۱ این ربات در یک گام کامل راه رفتن به صورت شکل (۱۷) می‌باشد. چرخه حدی بالا نشان می‌دهد که رابط پس از یک گام کامل به محل اصلی خود برمی‌گردد و خطای در نظر گرفته شده برای آن بسیار ناچیز و تقریباً صفر است.



شکل ۱۶ دیاگرام میله‌ای یک گام کامل راه رفتن ربات پرگاری زانودار



(الف)

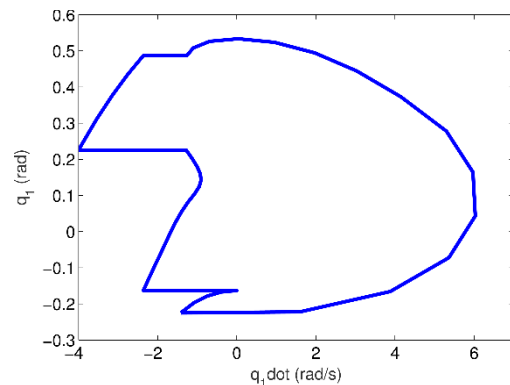


(ب)

شکل ۱۴ تغییرات گشتاور موتورها در (الف) اولین و (ب) ششمین مرحله متوالی بهینه‌سازی ربات گام پرگاری زانودار

نمودار شکل (۱۵) تغییرات خطا، هزینه انتقال و سرعت پیشروی ربات را در طول چند مرحله بهینه‌سازی به طور مجزا نشان می‌دهد. این نمودار نیز نشان می‌دهد که در طول بهینه‌سازی نرخ تغییرات سرعت خطی در جهت محور X ثابت مانده است. خط قرمز در نمودار فوق نشان‌دهنده تغییرات خطا است که با اعمال ۶ بار بهینه‌سازی کاهش یافته است. نمودار COT (خط چین پهن) نیز در حال افزایش است ولی چون پیکربندی ربات تا حالتی که بتواند به طور متناوب گام بردارد فاصله زیادی دارد ضریب خطا در تابع هدف بزرگ‌تر از تابع هزینه است. در این مدل از ربات دوبا، عموماً فرض می‌شود که پای آونگی بدون برخورد با زمین حرکت می‌کند و به جلو می‌رود و این خلاف واقع است ولی در این پژوهش برای پای آونگی حرکتی واقعی در نظر گرفته شده است که در آن

وجود جزء متغیر و غیر قابل کنترل نظیر فنر در آن است. این نکته که کل پیکربندی ربات در مدل‌های فنردار زیرفعال یا تحریک ناقص هستند بسیار حائز اهمیت است. این مدل ربات دویا به‌خاطر نبود موتور در مفصل کشویی ساق پا یک درجه آزادی بیشتر از تعداد موتورها دارد. مدل ربات گام پرگاری در فاز تک تکیه‌گاهی دارای تعداد محرکه‌ها و درجات آزادی برابر است و بنابراین سیستم دارای تحریک کامل است. از طرفی در مدل فنردار، موتوری برای کنترل دقیق مفصل تلسکوپی وجود ندارد و موتورها به‌طور غیرمستقیم بر روی تغییرشکل فنرها و سرعت تغییرشکل آنها اثر می‌گذارند و این کار بهینه‌سازی را به‌منظور کاهش خطا بسیار سخت می‌کند چرا که اثر تغییر پارامترهای بهینه‌سازی روی تابع خطا بسیار کم و گاهی بدون اثر است. دویدن مدل تلسکوپی فنری به‌صورتی است که وقتی پای جلوی ربات به زمین برخورد کند نیروهای اینرسی و گرانش و ضربه ناشی از برخورد به فنر منتقل می‌شود و فنر با جذب این نیروها، بدنه ربات را از روی تکیه‌گاه عبور می‌دهد و با به‌کارگیری نیروی جذب‌شده قسمت زیادی از نیروی لازم برای شروع فاز پرواز را تأمین می‌کند و این عمل در کاهش هزینه انتقال اثر بسیار زیادی دارد. ولی در راه‌رفتن، چون تغییر طول فنرها آنقدر نیست که فنر بتواند بار ربات را به‌تنهایی بر دوش بگیرد و تغییر طول فنر می‌تواند هدردهنده انرژی موتورها باشد و از طرفی نیروی جذب‌شده برای فاز بعدی گام نیز می‌تواند غیرمفید باشد و باعث اختلال حرکت ربات شود، وجود فنر اثر منفی در هزینه انتقال می‌گذارد و کارایی مدل را کاهش می‌دهد. بنابراین همان‌طور که اشاره شد و انتظار می‌رفت باید خطای مدل تلسکوپی فنردار از پرگاری زانودار بیشتر و هزینه انتقال هم بیشتر باشد که همان‌گونه که در جدول (۱) مشاهده می‌شود این امر اتفاق افتاده است. علت بیشتر بودن هزینه در ربات تلسکوپی فنری (با سختی فنر موجود) نسبت به پرگاری



شکل ۱۷ چرخه حدی ران پای مدل ربات پرگاری زانودار

مقایسه مدل‌ها و کارایی مکانیزم‌های مختلف. هزینه انتقال دربرگیرنده تبدیل انرژی به کار است و از دیگر مزایای آن این است که مصرف انرژی را به‌سادگی قابل اندازه‌گیری می‌کند. برای همین در مقالات مختلف عموماً این پارامتر برای مقایسه و سنجش کارایی ربات‌های مختلف استفاده می‌شود [24]. راه‌رفتن با مدل‌های بررسی‌شده در این پژوهش دارای هزینه‌های مختلف بوده است. کل جرم ربات 4.0766 کیلوگرم است که سرعت 0.6 متر بر ثانیه برای همه مدل‌ها منظور شده است. با توجه به این که تمام مدل‌ها در حد امکان بهینه‌سازی شده و به‌لحاظ خطا و هزینه انتقال، کاهش قابل‌توجهی در آنها اعمال شده است، مقدار این خطا و هزینه انتقال آنها متفاوت است. برای ربات تلسکوپی فنری، مقدار خطا در آخرین مرحله به 0.0032 هم‌گرا شده است، درحالی که مقدار هزینه برای آن 1.0945 J/Nm است. برای مدل پرگاری زانودار درحالی که مقدار خطا به 6×10^{-5} رسیده است، هزینه انتقال آن 0.9146 J/Nm می‌باشد. اطلاعات مربوط به مدل‌ها درخصوص هزینه و خطا در جدول (۱) آمده است.

در صورتی که هدف تناوب گام بدون در نظر گرفتن هزینه باشد ربات پرگاری زانودار نسبت به تلسکوپی فنری دارای خطای تناوب کمتری است. علت این که خطای ربات پرگاری از مدل دیگر کمتر است عدم

کرنل [28] نیز یک ربات نیمه‌فعال با ترکیبی از مفاصل فعال و غیرفعال می‌باشد که هزینه حمل ۰/۲۱ دارد و از ربات آنو کم‌بازده‌تر است. ربات ATRIAS که یک ربات فعال دارای فنرهای موازی با موتورها است دارای هزینه انتقال ۱/۰ می‌باشد. در این پژوهش هزینه انتقال برای ربات تلسکوپ‌ی فنی ۱/۰۹ و برای گام‌پرگاری زانودار ۰/۹۱ به‌دست آمده‌است که از ربات‌های نیمه‌فعال بیشتر است اما نسبت به اکثر ربات‌های فعال کمتر است. در مدل‌پرگاری ایده‌آل با هزینه انتقال پایین فرض می‌شود پا هنگام عبور با زمین برخورد ندارد اما گام طرح‌ریزی شده در این پژوهش با خم شدن زانوی پای آونگی شرایط ربات واقعی شبیه‌سازی می‌شود که به‌تبع آن هزینه حمل بالاتر می‌رود.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدل‌هایی از یک ربات دوپای واقعی مورد بررسی قرار گرفتند. این مدل‌ها عبارت‌اند از ربات دوپای تلسکوپ‌ی فنی و پرگاری زانودار. همه فازهای راه‌رفتن مدل ربات ۵ لینکی زانودار بدون فنر مدل‌سازی شد و صحت مدل‌سازی بررسی گردید. شرایط اولیه و موتورها با سعی و خطا تنظیم شد و توانست یک گام راه برود. به‌منظور بالا بردن کارایی، توابعی به‌عنوان هدف بهینه‌سازی و توابعی به‌عنوان جریمه، به‌منظور حفظ پیکربندی صحیح آن‌ها در راه‌رفتن، برای آن تعیین شد. سپس با بهینه‌سازی کامپیوتری، خطای گام و هزینه انتقال به‌میزان بسیار زیادی کاهش یافت. یک مدل که در این پژوهش به آن پرداخته شد مدل تلسکوپ‌ی فنی زانودار بود که پای تکیه‌گاهی آن دارای مفصل کشویی فنی است و پای آونگی برای عدم سایش به زمین زانودار است. این مدل که در هنگام دیدن مقدار زیادی از انرژی موتورها را به‌کمک فنر موجود در پای تکیه‌گاهی کاهش می‌دهد، در راه‌رفتن برخلاف انتظار کارایی

وجود المان متغیر و زحمت زیاد موتورها برای تنظیم لینک‌ها و سرعت‌ها برای کاهش خطا است. در استیک دیگرام این ربات در شکل (۱۱) مشاهده می‌شود که چه‌قدر طول فاز تک‌تکیه‌گاهی در حالت بدون زانو افزایش داشته‌است تا دقیقاً بتواند سرعت باز و بسته شدن فنرها را کنترل کند.

هزینه انتقال برای راه‌رفتن انسان و ربات‌های دوپای ساخته‌شده قبلی و مرتبط با موضوع این پژوهش در جدول (۱) آمده‌است.

جدول ۱ مقایسه هزینه انتقال، سرعت و خطای گام مدل‌های این پژوهش با ربات‌های دیگر

مدل ربات دوپای	COT (J.N ⁻¹ m ⁻¹)	مقدار تابع خطا	سرعت خطی (m/s)
تلسکوپ‌ی فنی	1.0945	3.2×10^{-3}	0.6
پرگاری زانودار	0.9146	6×10^{-5}	0.6
انسان [25]	0.3	-	-
ربات دوپای آنو [26]	0.11	-	0.275
ربات آسیمو [27]	3.2	-	-
ربات دلف [28]	5.3	-	-
ربات کرنل [28]	0.28	-	-
ربات اتریاس [29]	1.0	-	-

انسان با بهره‌گیری از ماهیچه مصرف انرژی بسیار کمتری نسبت به تمام ربات‌های مشابه ساخته‌شده فعلی دارد. ربات دوپای آنو و همکاران [26] با بهره‌گیری از تنها یک موتور در مفصل لگن برای هر پا و حرکت غیرفعال زانوها به هزینه انتقال ۰/۱۱ دست یافته‌است، اما ربات‌های دوپای نیمه‌فعال دارای محدودیت حرکت روی سطوح شیب‌دار هستند. جدیدترین ربات شرکت هوندا، آسیمو [27] که یک ربات تحریک کامل با درجات آزادی متعدد می‌باشد هزینه حمل ۳/۲ و بالاتر نسبت به این تحقیق دارد. ربات دوپای دلف [28] نیز به‌دلیل استفاده از محرکه‌های پنوماتیکی هزینه انتقال ۵/۳ دارد که حتی بالاتر از آسیمو است. ربات دوپای

شده‌اند؛ اگرچه این امر در بعضی قسمت‌ها موجب فاصله‌گرفتن نتایج این پژوهش با نتایج سایر مدل‌ها در مراجع دیگر شد ولی موجب اطمینان از واقعی بودن نتایج و پرهیز از ساده‌سازی‌های بیش از حد به‌منظور گرفتن نتایج بهتر شد. هرچند مقدار کمی خطا در گام‌های متناوب وجود داشت که این مقدار ناچیز می‌تواند در عمل و هنگام پیاده‌سازی اثر زیادی نداشته باشد. به‌عنوان پیشنهادات برای کارهای آینده می‌توان به انجام طرح‌ریزی گام مدل ربات زانودار اشاره کرد. همچنین می‌توان اثر تغییر ضریب فنری در بهینگی گام‌ها و نیز اثر وجود اصطکاک در مفاصل را بررسی نمود.

تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله از شرکت پارس نوآور نفت آب سهند بابت ساخت قطعات و مونتاژ ربات TARMER تشکر و قدردانی می‌نمایند.

کمتری نسبت به مدل بدون فنر داشت؛ زیرا وجود فنر، با ایجاد بی‌نظمی در حرکت و هدردادن انرژی موتورها باعث افزایش هزینه حمل می‌شود. به‌علاوه در نظر گرفتن زانو برای پای آونگی و خم کردن زانو و جلوگیری از آونگی به‌صورت واقعی هزینه انتقال را افزایش می‌دهد. مدل دیگر، ربات پرگاری زانودار بود که تفاوت آن با مراجع دیگر این است که در اینجا برای پای آونگی زانویی در نظر گرفته شده بود که هنگام عبور، آن را خم کند و حرکت پاها درست مطابق واقعیت باشد. همین امر باعث افزایش هزینه انتقال در این ربات نسبت به ربات‌های پرگاری مدل‌سازی شده توسط دیگر محققان شده است.

آنچه در این پژوهش انجام شد، در نظر گرفتن دو نوع مکانیزم عملی بر مبنای دو مدل نظری مشهور (آونگ و ارون فنی و گام پرگاری) برای یک ربات واقعی و ایجاد حرکت‌های راه‌رفتن سازگار با واقعیت است که موجب بالا بردن کارایی گام راه‌رفتن بشود. در نهایت مدل‌ها با یکدیگر و دیگر مراجع مقایسه

مراجع

1. Geyer, H., Seyfarth, A. and Blickhan, R., "Compliant Leg Behaviour Explains Basic Dynamics of Walking and Running", *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, Vol. 273, No. 1603, pp. 2861-2867, (2006).
2. Rummel, J., Blum, Y. and Seyfarth, A., "Robust and Efficient Walking with Spring-like Legs", *Bioinspiration & Biomimetics*, Vol. 5, No. 4, pp. 046004, (2010).
3. Visser, L.C., Stramigioli, S. and Carloni R., "Control Strategy for Energy-efficient Bipedal Walking with Variable Leg Stiffness", in *Proceeding of IEEE Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 5644-5649, (2013).
4. McGeer, T., "Passive Dynamic Walking", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 62-82, (1990).
5. McGeer, T., "Dynamics and Control of Bipedal Locomotion", *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 163, No. 3, pp. 277-314, (1993).
6. Hao, Z., Fujimoto, K. and Hayakawa, Y., "Approximate Solutions to the Hamilton-Jacobi Equations for Generating Functions: The General Cost Function Case", in *Proceeding of 9th IEEE Asian Control Conference (ASCC)*, Istanbul, Turkey, pp. 1-6, (2013).
7. Bauer, F., Römer, U., Fidin, A. and Seemann, W., "Optimization of Energy Efficiency of Walking Bipedal Robots by Use of Elastic Couplings in the Form of Mechanical Springs", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 83, No. 3, pp. 1275-1301, (2015).

8. Kai, T. and Shibata, T., "Gait Generation for the Compass-Type Biped Robot on General Irregular Grounds Via a New Blending Method of Discrete Mechanics and Nonlinear optimization", *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Vol. 26, No. 5, pp. 484-492, (2015).
9. Rostami, M. and Bessonnet, G., "Sagittal Gait of a Biped Robot During the Single Support Phase. Part 2: Optimal Motion", *Robotica*, Vol. 19, No. 03, pp. 241-253, (2001).
10. Saidouni, T. and Bessonnet, G., "Generating Globally Optimised Sagittal Gait Cycles of a Biped Robot", *Robotica*, Vol. 21, No. 02, pp. 199-210, (2003).
11. Chen, D., Fujimoto, K. and Suzuki, T., "Optimal Gait Generation of Constrained Compass Biped Robot Via Generating Function Approach", in *Proceeding of 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, Hangzhou, China, pp. 626-631, (2015).
12. Srinivasan, M. and Ruina A., "Computer Optimization of a Minimal Biped Model Discovers Walking and Running", *Nature*, Vol. 439, No. 7072, pp. 72-75, (2006).
13. Rokbani, N. and Alimi, A.M., "IK-PSO, PSO Inverse Kinematics Solver with Application to Biped Gait Generation", *International Journal of Computer Applications*, Vol. 58, No. 22, pp. 33-39, (2012).
14. John, A.D.K. and Reubala, R., "The Cost of Leg Forces in Bipedal Locomotion: A Simple Optimization Study", *PLoS ONE*, Vol. 10, No. 2, (2015).
15. Adolphsson, J., Dankowicz, H. and Nordmark, A., "3D Passive Walkers: Finding Periodic Gaits in the Presence of Discontinuities", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 24, No. 2, pp. 205-229, (2001).
16. Millard, M., Kubica, E. and McPhee, J., "Forward Dynamic Human Gait Simulation Using a SLIP Target Model", *Procedia IUTAM*, Vol. 2, pp. 142-157, (2011).
17. Shimmyo, S., Sato, T. and Ohnishi, K., "Biped Walking Pattern Generation by Using Preview Control Based on Three-Mass Model", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 60, No. 11, pp. 5137-5147, (2013).
18. Martin, A.E. and Schmiechler, J.P., "Predicting Human Walking Gaits with a Simple Planar Model", *Journal of Biomechanics*, Vol. 47, No. 6, pp. 1416-1421, (2014).
19. Gamus, B. and Or, Y., "Dynamic Bipedal Walking under Stick-slip Transitions", *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 609-642, (2015).
20. Garcia, M., Chatterjee, A., Ruina, A. and Coleman, M., "The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 120, No. 2, pp. 281-288, (1998).
21. Kuo, A.D., "Energetics of Actively Powered Locomotion Using the Simplest Walking Model", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 124, No. 1, pp. 113-120, (2001).
22. Yosofvand, M., Beigzadeh, B. and Davaei Markazi, A.H., "Analysis of Stable Period-one Gait of a Planner Passive Biped with Elastic Links", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 312-320, (2016).
23. Dadashzadeh, B., Mahjoob, M., Nikkhah Bahrami, M. and Macnab, C., "Stable Active Running of a Planar Biped Robot Using Poincare Map Control", *Advanced Robotics*, Vol. 28, No. 4, pp. 231-244, (2014).
24. Sellers, W.I., Cain, G.M., Wang, W. and Crompton, R.H., "Stride Lengths, Speed and Energy Costs in Walking of Australopithecus Afarensis Using Evolutionary Robotics to predict Locomotion of Early Human Ancestors", *Journal of The Royal Society Interface*, Vol. 2, No. 5, pp. 431-441, (2005).
25. Donelan, J.M., Kram, R. and Kuo, A.D., "Mechanical Work for Step-to-step Transitions is a Major Determinant of the Metabolic Cost of Human Walking", *Journal of Experimental Biology*, Vol. 205, No. 23, pp. 3717-3727, (2002).

26. Ono, K., Furuichi, T. and Takahashi, R., "Self-excited Walking of a Biped Mechanism with Feet", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 23, No. 1, pp. 55-68, (2004).
27. Sakagami, Y., Watanabe, R., Aoyama, C., Matsunaga, S., Higaki, N. and Fujimura, K., "The Intelligent ASIMO: System Overview and Integration", in *Proceeding of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Lausanne, Switzerland, pp. 2478-2483, (2002).
28. Collins, S., Ruina, A., Tedrake, R. and Wisse, M., "Efficient Bipedal Robots based on Passive-dynamic Walkers", *Science*, Vol. 307, No. 5712, pp. 1082-1085, (2005).
29. Griffin, B. and Grizzle, J., "Nonholonomic Virtual Constraints and Gait Optimization for Robust Walking Control", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 36, Issue 8, (2017).