

## بررسی رفتار تناوبی پوسته‌های مکعبی از نوع SS316L تحت بارگذاری پیچشی خالص\*

محمود شریعتی<sup>(۱)</sup> امین صابر<sup>(۲)</sup> کمال کلاسنگیانی<sup>(۳)</sup> هادی گل‌مکانی<sup>(۴)</sup>

**چکیده** در این مقاله به بررسی تجربی و عددی رفتار تناوبی پوسته‌های مکعبی SS316L تحت بارگذاری پیچشی خالص پرداخته شده است. آزمایش‌های تجربی توسط دستگاه سرو هیدرولیک اینسترون ۸۸۰۲ و در شرایط بارگذاری گشتاور پیچشی - کنترل انجام شده است. در این شرایط بارگذاری و براساس نتایج تجربی، با افزایش دامنه گشتاور پیچشی، به دلیل وجود تنش‌های برشی بزرگ‌تر در ضخامت پوسته‌ها، زاویه رچتینگ افزایش پیدا می‌کند و عمر پوسته کاهش می‌یابد. همچنین تأثیر وجود گشودگی دایره‌ای و اندازه آن بر روی رفتار رچتینگ پوسته مکعبی بررسی شد که با توجه به نتایج تجربی مشاهده شد که حساسیت زاویه رچتینگ به گشودگی در موقعیت‌های نزدیک به محل اعمال بار بیشتر می‌باشد و عمر پوسته در این شرایط کاهش می‌یابد. تحلیل عددی توسط نرم‌افزار آباکوس و با استفاده از مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک انجام شد که در مقایسه با نتایج تجربی از مطابقت خوبی برخوردار بود.

**واژه‌های کلیدی** پوسته مکعبی، بارگذاری پیچشی خالص تناوبی، رچتینگ و نرم‌شوندگی، تحلیل عددی و تجربی.

### Investigation of Cyclic Behavior of SS316L Cubic Shells under Pure Torsional Load

M. Shariati A. Saber K. Kolasangiani H. Golmakani

**Abstract** In this paper, cyclic behavior of SS316L cubic shells under pure torsional load was experimentally and numerically studied. Experimental tests were carried out by a servo-hydraulic INSTRON 8802 machine under torsional load-control condition. In this loading condition and based on experimental results, due to the existence of larger shear stress along the shell thickness, increasing of torsional torque amplitude caused the enhancement of ratcheting angle and reduction of shells's life. Also, the effect of cutout and its size on ratcheting behavior of cubic shell were investigated, According to experimental results, it was seen that the sensitivity of ratcheting angle to cutout position near the applied load was high and the shell's life decreases in this condition. Numerical analysis was done by Abaqus software and using the nonlinear isotropic/kinematic hardening model. There is a good agreement with that of experimental results.

**Key Words** Cubic shell, Cyclic pure torsional loading, Ratcheting and softening, Numerical and experimental analysis.

\* تاریخ دریافت مقاله ۹۵/۱۰/۲۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۱۱/۲۸ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i2.61821

(۱) نویسنده مسئول: استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد. mshariati44@um.ac.ir

(۲) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۳) دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد.

(۴) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

## مقدمه

امروزه پوسته‌ها بخش اعظمی از سازه‌های صنایع مختلف را به خود اختصاص داده‌اند. پوسته‌ها به دلیل وزن کم و مقاومت زیاد، کاربرد گسترده‌ای در صنایع دارند. این خواص ناشی از طبیعت هندسی و مادی پوسته است. با درک ویژگی‌های سازه‌های پوسته‌ای از جمله قدرت تحمل بار، استحکام بالا و راحتی ساخت، مهندسان همواره از سازه‌های پوسته‌ای در طراحی و ساخت سازه‌های مختلف استفاده می‌کنند. از کاربردهای پوسته‌ها می‌توان در سازه‌های هوایی برای بدنه هواپیماها، روکش بال و دم هواپیما، در صنایع دیگر نظیر خودروسازی، شناورسازی، مخازن نفت و گاز در صنایع پتروشیمی و غیره نام برد. به دلیل کاربردهای فراوان، پوسته‌ها در طول عمر خود ممکن است تحت بارهای مختلف محوری، پیچشی و خمشی قرار گیرند و با توجه به کاربرد آنها، این نوع بارگذاری‌ها می‌تواند به صورت تناوبی اعمال شود. فولاد ۳۱۶ بعد از فولاد ۳۰۴ از مهم‌ترین و پرکاربردترین فولادهای ضد زنگ محسوب می‌شود که در مبدل‌های حرارتی، کوره‌ها، موتور جت و تجهیزات مورد استفاده در صنایع دریایی کاربرد فراوانی دارد. عنصر مولیبدن به کاررفته در این فولاد باعث بهبود خاصیت ضد خوردگی در مقایسه با فولاد ۳۰۴ می‌شود و همچنین دارای قابلیت شکل‌گیری و جوشکاری خوبی می‌باشد به طوری که برای مقاطع ضخیم عملیات حرارتی بعد از جوشکاری برای این فولاد نیاز نیست. این ویژگی‌ها باعث می‌شود خرابی و آسیب این فولاد در صنایع مختلف مانند صنعت حمل و نقل، ساختمان‌سازی، هوایی و غیره به شدت کاهش یابد. فولاد ۳۱۶L نوع کم‌کربن فولاد ۳۱۶ می‌باشد. رچتینگ یکی از پاسخ‌های خستگی کم‌چرخه، به عنوان انباشتگی کرنش پلاستیک که با افزایش سیکل‌ها رخ می‌دهد، تعریف شده است. سازه‌های متعددی وجود دارند که

بارگذاری‌های تناوبی اعمال شده بر آنها موجب می‌شود که وضعیت تنش از حد الاستیک ماده فراتر رود. از آنجاکه رچتینگ می‌تواند منجر به اماندگی‌های فاجعه‌آمیز در این سازه‌ها شود، برای طراحی و آنالیز این گونه سازه‌ها پیش‌بینی دقیق پاسخ رچتینگ بسیار حائز اهمیت می‌باشد. بنابراین در دو دهه گذشته، رچتینگ فراوان مورد مطالعه قرار گرفته است. چن و همکارانش [1] نوعی لحیم قلع-سرب یوتکتیک را تحت بارگذاری چندمحوره و تک‌محوره قرار دادند و به مطالعه رفتار رچتینگ آن پرداختند. این ماده تحت بارگذاری‌های تک‌محوره، پیچش خالص و محوری-پیچشی از خود رفتار نرم‌شوندگی نشان داد. همچنین در این مطالعه اثرات نرخ کرنش اعمالی در حالت‌های مختلف بر کرنش رچتینگ مورد بررسی قرار گرفت. چن و همکاران [2] عملکرد چهار مدل ساختاری را در پاسخ رچتینگ فولاد S45C برای بارگذاری محوری/پیچشی بررسی کردند. مشاهده شد که مدل اهنو-وانگ در بارگذاری چندمحوره، رچتینگ را بیشتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. در حالی که مدل جیانگ-سهیتوگلو پیش‌بینی خوبی برای بارگذاری چندمحوره محوری/پیچشی با انتخاب ترم بازگشتی دینامیکی ارائه داد. کانگ و همکاران [3] رفتار رچتینگ فولاد 25CDV4.11 و فولاد ضدزنگ SS304 را بررسی کردند. فولاد 25CDV4.11 دارای خصوصیت نرم‌شوندگی بود و با افزایش تعداد سیکل، نرخ کرنش رچتینگ افزایش یافت و هیچ‌گونه شیک دانی (shake down) رخ نداد و در نهایت منجر به شکست نمونه شد. در فولاد SS304 با خصوصیت سخت‌شوندگی، نرخ کرنش رچتینگ با افزایش تعداد سیکل کاهش یافت.

کانگ [4] به بررسی تأثیرات رچتینگ و خستگی فولاد ضدزنگ SS304 در بارگذاری تک‌محوره تحت شرایط نیرو-کنترل و در دمای اتاق پرداختند. اثرات تنش میانگین، دامنه تنش و نسبت تنش حداکثر به

[15] روی نمونه‌های استاندارد پلی‌استال، بارگذاری محوری تناوبی انجام دادند و تأثیر دامنه نیرو و نیروی متوسط را روی رفتار رچتینگ نمونه‌ها مورد بررسی قرار دادند. افزایش کرنش رچتینگ و نرخ کرنش رچتینگ با افزایش پارامترهای دامنه نیرو و نیروی متوسط از نتایج به دست آمده طی این مطالعه می‌باشد. شریعتی و حاتمی [16] به‌طور تجربی رفتار نرم‌شوندگی و رچتینگ پوسته‌های استوانه‌ای فولاد ضدزنگ SS304 را تحت بارگذاری محوری سیکلی در شرایط نیرو-کنترل و جابه‌جایی کنترل مطالعه کردند. در بارگذاری نیرو-کنترل با نیروی میانگین غیرصفر، شاهد پدیده رچتینگ بودند و انباشتگی کرنش پلاستیک تا شکست پوسته ادامه یافت. آنها مشاهده کردند که نرخ کرنش رچتینگ با افزایش نیروی دامنه، افزایش می‌یابد. در بارگذاری جابه‌جایی - کنترل پوسته رفتار نرم‌شوندگی از خود نشان داد که به‌علت ایجاد کماتش در بارگذاری فشاری، نرم‌شوندگی شدت یافت. شریعتی و همکاران [17] به مطالعه رفتار رچتینگ و نرم‌شوندگی پوسته‌های استوانه‌ای به‌صورت یک‌سر گیردار تحت بارگذاری خمشی تناوبی در شرایط نیرو کنترل و جابه‌جایی - کنترل پرداختند و تأثیر دامنه جابه‌جایی، نیرو میانگین و تاریخچه بارگذاری بررسی شد. آنها همچنین با ایجاد گشودگی دایروی در موقعیت‌های مختلف پوسته استوانه‌ای مشاهده کردند که در نمونه‌های دارای گشودگی در نقاط انتهایی، جایی که گشتاور خمشی دارای بیشترین مقدار است، انباشتگی تغییرشکل پلاستیک بیشتر است. شریعتی و همکاران [18] به مطالعه و بررسی رفتار رچتینگ و نرم‌شوندگی پوسته‌های استوانه‌ای فولادی SS316L به‌صورت تجربی و عددی با استفاده از مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک تحت بارگذاری پیچشی خالص تناوبی پرداختند. شبیه‌سازی رفتار رچتینگ و نرم‌شوندگی توسط تحلیل عددی مطابقت خوبی با نتایج تجربی داشت.

حداقل بر کرنش رچتینگ و عمر نمونه‌ها در این مطالعه مورد بحث قرار گرفته است. آنها مشاهده کردند که کرنش رچتینگ و عمر خستگی این ماده وابستگی زیادی به تنش میانگین، دامنه تنش و نسبت تنش دارد. گائو و همکاران [5] با استفاده از فیکسچر خمش شبه سه‌نقطه‌ای به مطالعه تجربی رفتار رچتینگ فولادهای کربنی پرداختند و مشاهده کردند که در آزمایش خمش چندمرحله‌ای، نرخ کرنش رچتینگ با افزایش مقدار بار، افزایش می‌یابد؛ اما با اعمال مقدار بار کم پس از بارگذاری با بار زیاد، نرخ رچتینگ کاهش می‌یابد و یا حتی از بین می‌رود. در تحلیل شبیه‌سازی اجزای محدود (finite element) رچتینگ با نرم‌افزار انسیس مشاهده گردید که مدل جیانگ سهیتگلو با کم‌ترین تغییرات نتایج قابل قبولی را می‌دهد. گائو و چن [6] طی آزمایش‌هایی به مطالعه اثر کرنش رچتینگ محوری بر عمر خستگی پیچشی نوعی لحیم بدون سرب پرداختند. آنها با استفاده از بارگذاری‌های تنش - کنترل چندمحوره در دمای اتاق دریافتند که با افزایش کرنش رچتینگ محوری عمر خستگی کاهش می‌یابد. همچنین معادلاتی را برای بیان عمر خستگی تحت بارگذاری‌های چندمحوره بیان نمودند. سانگ و شانگ [7] روی پوسته‌های استوانه‌ای آلیاژی تحت بارگذاری‌های دو محوره مطالعه کردند و با روش‌های عددی و استفاده از مدل‌های سخت‌شوندگی، منحنی‌های هیستریزیس را شبیه‌سازی کردند. بارگذاری‌ها به‌صورت کرنش - کنترل و تحت جابه‌جایی کشش - پیچش روی نمونه‌ها اعمال شده است.

آزمایش‌های تجربی بسیاری بر روی پوسته‌های استوانه‌ای، در شرایط بارگذاری خمشی تناوبی انجام شده است [8-13]. کولکارینا و همکاران [14] با استفاده از دستگاه تست خمش چهارنقطه‌ای به مطالعه رفتار رچتینگ لوله‌های مستقیم پرداختند و با نتایج عددی در نرم‌افزار انسیس مقایسه کردند. شریعتی و همکاران

شده‌است. در این تحقیق رفتار رچتینگ و نرم‌شوندگی پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری پیچشی خالص تناوبی به ترتیب در شرایط گشتاور پیچشی - کنترل و زاویه پیچش - کنترل توسط نرم‌افزار آباکوس مورد مطالعه قرار گرفته‌است و با نتایج تجربی مقایسه شده‌است. همچنین تأثیر دامنه گشتاور پیچشی و موقعیت گشودگی در پوسته‌های مکعبی بررسی شده‌است و مشاهده شده‌است که افزایش قطر گشودگی دایروی، به دلیل افزایش تنش‌های برشی بزرگ‌تر در نقاط دارای تمرکز تنش، زاویه رچتینگ افزایش می‌یابد.

### مواد و روش‌ها

در این تحقیق پوسته مکعبی دارای سطح مقطع مربعی به طول ضلع 30mm و ضخامت 0.9mm می‌باشد. طول پوسته مکعبی L، 210mm در نظر گرفته شده است. جنس تمامی نمونه‌ها از فولاد ضدزنگ SS316 می‌باشد که خواص مکانیکی آن در جدول (۱) نشان داده شده‌است. برای به دست آوردن خواص مکانیکی پوسته فولادی، از آزمایش کشش بر طبق استاندارد ASTM E8 و آزمایش برش بر طبق استاندارد ASTM E143 استفاده شده‌است.

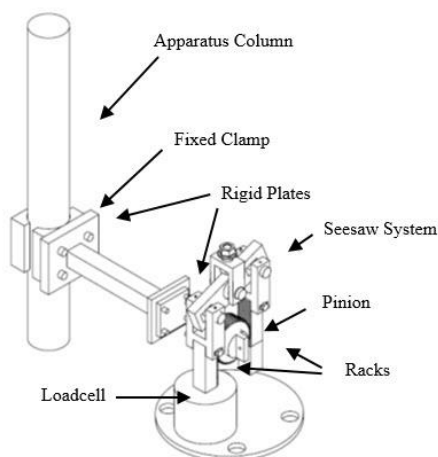
جدول ۱ خواص مکانیکی نمونه‌های مورد آزمایش

ضریب پواسون	تنش تسلیم برشی (MPa)	تنش تسلیم کششی (MPa)	مدول برشی (GPa)	مدول الاستیسیته (GPa)
0.33	157	290	77	187.7

آزمایش‌های انجام گرفته در این مطالعه با استفاده از دستگاه سروهیدرولیک اینسترون 8802 انجام شده‌است که توانایی اعمال بار دینامیکی تا ۲۵۰ کیلو نیوتن را دارد (شکل ۱). برای اندازه‌گیری جابه‌جایی با دقت

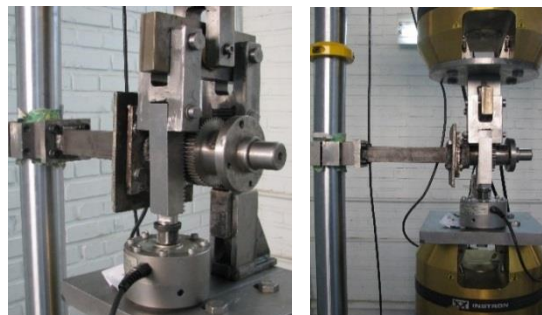
زین‌الدینی و همکاران [19] پاسخ پلاستیک تناوبی و کرنش رچتینگ لوله‌ای فولادی را تحت بارگذاری خمش خالص تناوبی بررسی کردند. آنها با استفاده از مدل ترکیبی سخت‌شوندگی سینماتیک/ غیرخطی همسان‌گرد رفتار نرم‌شوندگی و سخت‌شوندگی ماده را شبیه‌سازی کردند. کریسی و همکاران [20] به بررسی رفتار رچتینگ فولاد آنیل شده و نرم‌الیزه شده 42CrMo4 تحت شرایط تنش کنترل- تناوبی تک‌محوره با تنش میانگین غیرصفر پرداختند و پاسخ تنش - کنترل تناوبی و ویژگی‌های ریزساختار مثل چگالی نابجایی‌ها را بررسی کردند و مورد مطالعه قرار دادند. ارتباط انباشتگی کرنش پلاستیک در اثر تغییر پارامترهای تنش از نتایج به دست آمده این مطالعه بود. یان و همکاران [21] به بررسی رفتار خستگی کم چرخه فولاد ضدزنگ 316LN تحت شرایط بارگذاری مختلف پرداختند. بارگذاری‌ها در شرایط کرنش - کنترل متقارن، تنش - کنترل متقارن و تنش - کنترل غیرمتقارن انجام شد تا اثر تنش میانگین و کرنش رچتینگ بررسی شود. آنها مشاهده کردند که با افزایش دامنه بارگذاری، عمر خستگی کاهش می‌یابد و همچنین با افزایش تنش میانگین در بارگذاری تنش - کنترل نامتقارن، عمر خستگی افزایش می‌یابد.

باتوجه به اهمیت کاربرد وسیع پوسته‌های مکعبی شکل در صنعت و سازه‌های مختلف و همچنین قرار گرفتن تحت بارهای نوسانی ترکیبی محوری، خمشی و پیچشی، مطالعات کمتری در این زمینه انجام شده‌است؛ لذا بررسی نحوه رفتار این پوسته‌ها در مقابل این بارگذاری‌ها حائز اهمیت می‌باشد. اکثر کارهایی که تاکنون انجام شده به بررسی رفتار پوسته‌های استوانه‌ای تحت بارگذاری تناوبی اختصاص داشته‌است. از آنجایی که طراحی و ساخت یک فیکسچر در کارهای تجربی برای اعمال بارگذاری تناوبی مشکل و هزینه‌بر می‌باشد، مطالعات کمتری در زمینه بارگذاری پیچش خالص تناوبی بر روی پوسته‌های مکعبی انجام



شکل ۲ فیکسچر بارگذاری پیچشی خالص

بالتر در آزمایش کشش استاندارد، از جابه‌جایی سنج (extensometer) نیز استفاده شده‌است.



شکل ۱ دستگاه آزمایش به همراه فیکسچر

### شبیه‌سازی عددی

نرم‌افزار آباکوس در حل و تحلیل مسائل پوسته‌ای کاربرد فراوانی دارد و یکی از استفاده‌های آن در تحلیل مسائل تحت بارگذاری تناوبی می‌باشد. برای تحلیل این‌گونه مسائل باید از مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی استفاده کرد. مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی خطی یک مدول سخت‌شوندگی ثابت دارد و مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیکی دو مؤلفه سخت‌شوندگی سینماتیکی غیرخطی و همسان‌گرد دارد. هر دوی این مدل‌ها از کامل‌ترین مدل‌ها برای تحلیل مسائل تحت بارگذاری تناوبی می‌باشند.

در مدل سخت‌شوندگی سینماتیکی خطی فرض می‌شود که سطح تسلیم متناسب با مقدار  $\alpha$  به‌عنوان تنش زمینه در فضای تسلیم حرکت می‌کند؛ اما تغییر شکل نمی‌دهد. وقتی که از این مدل وابستگی به درجه حرارت حذف شود، این مدل مطابق رابطه (۱) مدل سخت‌شوندگی زیگلر نامیده می‌شود [22].

$$\alpha = C \frac{1}{\sigma_0} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \dot{\epsilon}^{pl} + \frac{1}{C} \dot{C} \alpha_{ij} \quad (1)$$

به‌منظور اعمال گشتاور پیچشی خالص به یک زوج نیرو نیاز است که فقط گشتاور را به پوسته استوانه‌ای اعمال کند و سبب چرخش پوسته فولادی بر روی محور خودش شود. بدین منظور مطابق شکل (۲) از یک سیستم الاکلنگی که شامل دو شانه‌دنده موازی می‌باشد، استفاده می‌شود. مرکز محور الاکلنگ به روی یک بلبرینگ قرار گرفته‌است تا بتواند به راحتی با اصطکاک ناچیز بچرخد. در قسمت ابتدایی پوسته، یک چرخ‌دنده از جنس فولاد صنعتی (VCN steel) که دارای تنش تسلیم بالایی است، استفاده شده‌است که با حرکت شانه‌دنده سبب ایجاد پیچش خالص می‌شود. از یک لودسل (loadcell) با ظرفیت ۲۵ کیلونیوتن برای اعمال بارهای کم استفاده شده‌است.

در این فیکسچر، دو صفحه صلب مشابه تحلیل عددی به پوسته‌های مکعبی جوش داده شده‌است و این صفحه‌های صلب از طریق پیچ به سیستم شانه‌دنده در ابتدای پوسته مکعبی و گیرنده ثابت در انتهای پوسته متصل می‌شوند. با حرکت تناوبی فک پایین دستگاه و تعیین میزان جابه‌جایی و اندازه‌گیری نیروی اعمالی از طریق لودسل، مقدار زاویه پیچش و گشتاور پیچشی متناظر قابل محاسبه است.

$$\sigma^0 = \hat{\sigma}_0 + Q_\infty(1 - e^{-b\bar{\epsilon}^p}) \quad (3)$$

مقادیر پارامترهای مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/سینماتیک برای این نوع فولاد از نتایج مرجع [18] به دست آمده است که این مقادیر عبارتند از:

$$b=10.8 \text{ و } Q=96.5\text{Mpa}, \gamma=2522, C=92.5\text{Gpa}$$

در این تحقیق مقایسه نتایج عددی با نتایج تجربی روی پوسته مکعبی SS316L تحت بارگذاری پیچش خالص به صورت تناوبی گزارش می‌شود. بارگذاری‌ها به صورت گشتاور پیچشی - کنترل و زاویه پیچش - کنترل شبیه‌سازی شده است و نتایج به دست آمده با نتایج تجربی روی پوسته مکعبی باهم مقایسه می‌شوند. از المان S8R5 در شبیه‌سازی عددی استفاده شده است که یک المان پوسته‌ای هشت‌گره‌ای می‌باشد، که نوع آن غیرخطی و درجه آزادی آن ۵ می‌باشد، به طوری که سه درجه آزادی مربوط به مؤلفه‌های جابه‌جایی در راستای x، y و z است و دو مؤلفه مربوط به چرخش حول دو محور عمود برهم در صفحه می‌باشد. دو طرف پوسته مکعبی در بخش برهم‌کنش نرم‌افزار با استفاده از قید گره به دو صفحه صلب مقید شده است. هر صفحه صلب دارای یک نقطه مرجع می‌باشد. نقطه مرجع در یک صفحه صلب با شرایط مرزی از نوع جابه‌جایی/چرخشی در تمامی جهات مقید گردیده است (U1=U2=U3=UR1=UR2=UR3=0). نقطه مرجع صلب دیگر در تمامی جهات به غیر از چرخش حول محور مرکزی پوسته مقید شده است (U1=U2=U3=UR1=UR2=0). برای بارگذاری از نوع زاویه پیچش - کنترل به پارامتر UR3 (چرخش حول محور پوسته) و برای بارگذاری از نوع گشتاور پیچشی - کنترل به پارامتر CM3 (گشتاور پیچشی حول محور مرکزی پوسته) مقداری اختصاص می‌یابد که برای بارگذاری نوع تناوبی از پارامتر دامنه استفاده شده است که به آن یک موج سینوسی اختصاص می‌یابد. همچنین برای بررسی همگرایی مش یک شبیه‌سازی در نرم‌افزار با استفاده از مدل سخت‌شوندگی

که در آن C مدول سخت‌شوندگی سینماتیک و  $\dot{C}$  نرخ تغییرات C برحسب دما است. در این مدل  $\sigma^0$  (اندازه سطح تسلیم) ثابت می‌ماند، به بیان دیگر همواره مساوی  $\hat{\sigma}_0$  که تنش تسلیم به‌ازای کرنش پلاستیک صفر است، باقی می‌ماند.

مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/سینماتیک (Nonlinear isotropic/ kinematic hardening) که براساس روابط ارائه‌شده توسط چابوچه در سال 1990 تهیه شده است، دربرگیرنده حرکت سطح تسلیم متناسب با مقدار  $\alpha$  در فضای تنش می‌باشد و همچنین تغییر اندازه سطح تسلیم در آن متناسب با مقدار کرنش پلاستیک است. برای معرفی چنین مدلی، یک ترم غیرخطی به منظور نشان دادن تغییراندازه سطح تسلیم به رابطه (۱) اضافه می‌شود. مدل ارائه‌شده در آباکوس [22] به صورت رابطه زیر است.

$$\alpha = C \frac{1}{\sigma_0} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \dot{\epsilon}^p - \gamma \alpha_{ij} \dot{\epsilon}^p + \frac{1}{C} \dot{C} \alpha_{ij} \quad (2)$$

که در آن C و  $\gamma$  ثابت‌های ماده است. البته باید به این نکته اشاره کرد که نرم‌افزار توانایی در نظر گرفتن نرخ تغییرات  $\gamma$  نسبت به دما را ندارد. این مدل هنگامی که C و  $\gamma$  مساوی صفر فرض شوند به مدل سخت‌شوندگی همسان‌گرد و هنگامی که  $\gamma$  به تنهایی مساوی صفر فرض شود به مدل خطی زیگلر تبدیل خواهد شد. به منظور معرفی این مدل برای نرم‌افزار لازم است بخش همسان‌گرد (رشد سطح تسلیم در فضای تنش) و بخش سینماتیک (حرکت سطح تسلیم در فضای تنش)، به صورت جداگانه برای نرم‌افزار تعریف شوند. برای تعیین رشد سطح تسلیم در نرم‌افزار آباکوس از رابطه (۳) با معرفی اندازه  $\sigma^0$  به صورت تابعی نمایی استفاده می‌شود که در آن  $\hat{\sigma}_0$  نشان‌دهنده تنش تسلیم به‌ازای کرنش پلاستیک صفر است. مقادیر b و  $Q_\infty$  نیز ثابت‌های ماده هستند [21].

پس از بررسی هم‌گرایی مش و به‌دست آوردن مش‌بندی بهینه، نمونه با اندازه المان 2mm مش زده می‌شود. پس از مش‌زنی نمونه دارای گشودگی، تعداد 12236 المان در نمونه ایجاد می‌شود. نقشه نمونه آزمایش و شکل نهایی مش در نمونه و اطراف گشودگی مطابق شکل (۴) می‌باشد.

### نتایج تجربی

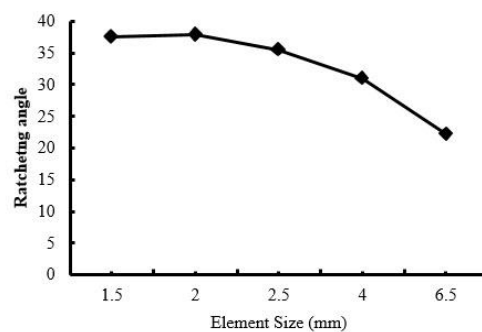
آزمایش‌های تجربی بر روی پوسته‌های مکعبی در شرایط گشتاور پیچشی - کنترل انجام شده است و تأثیر دامنه گشتاور پیچشی و موقعیت گشودگی بر رفتار رچتینگ پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری پیچش خالص مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق، زاویه رچتینگ به‌عنوان زاویه پیشینه در هر سیکل بارگذاری در شرایط بارگذاری گشتاور پیچشی - کنترل در نظر گرفته شده است [18].

**تأثیر دامنه گشتاور پیچشی بر رفتار رچتینگ پوسته مکعبی.** در این بخش پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری پیچشی خالص تناوبی با دامنه گشتاور پیچشی 134، 170 و 204 نیوتن متر و گشتاور میانگین 34 نیوتن متر قرار گرفته است.

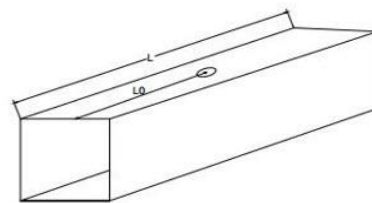
باتوجه به شکل (۵) برای هر پوسته مکعبی، زاویه رچتینگ و به‌عبارت‌دیگر انباشتگی تغییر شکل پلاستیک در شرایط گشتاور پیچشی - کنترل نامتقارن، افزایش می‌یابد. همچنین افزایش دامنه گشتاور پیچشی با افزایش گشتاور پیچشی پیشینه همراه است و در نتیجه تنش‌های برشی بزرگ‌تری در جداره پوسته مکعبی ایجاد می‌شود و در نتیجه انباشتگی کرنش پلاستیک افزایش می‌یابد. برای بارگذاری‌های با دامنه گشتاور 136 و 170 نیوتن متر، نرخ انباشتگی کرنش پلاستیک به‌جز در سیکل‌های اولیه نرخ ثابتی دارد؛ اما در بارگذاری با دامنه گشتاور 204 نیوتن متر مقدار نرخ زاویه رچتینگ به‌شدت افزایش می‌یابد تا منجر به شکست نمونه در سیکل 80 شود.

غیرخطی همسان‌گرد / سینماتیک برای یک پوسته مکعبی تحت گشتاور پیچشی با دامنه 170 نیوتن متر و مقدار میانگین 34 نیوتن متر با تغییراندازه المان انجام شده است.

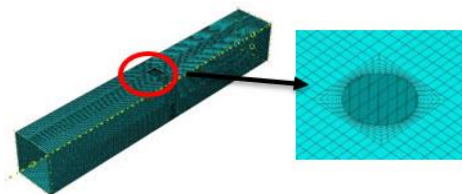
باتوجه به شکل (۳) با کاهش اندازه المان، مقدار جابه‌جایی رچتینگ زاویه‌ای در سیکل 100 به عدد 38 درجه هم‌گرا می‌شود و بنابراین به منظور کاهش حجم محاسبات و زمان حل، اندازه المان‌ها 2mm در نظر گرفته شده است.



شکل ۳ هم‌گرایی مش در اندازه المان‌های مختلف تحت بارگذاری گشتاور پیچشی کنترل با دامنه بار 170 نیوتن متر و بار میانگین 34 نیوتن متر



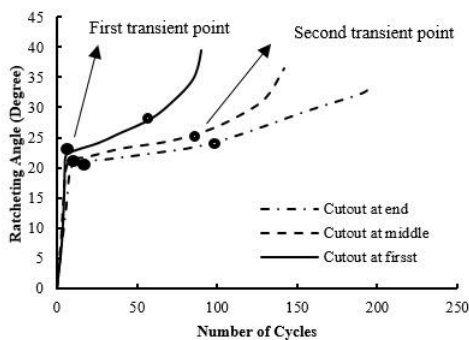
(الف)



(ب)

شکل ۴ نمونه مش در روش اجزای محدود

می‌شود که نقاط گذر اول و دوم در سیکل‌های کمتری اتفاق بیافتد و فاصله بین دو نقطه گذر کمتر شود که این امر بیانگر کاهش مدت زمان انباشتگی تغییرشکل پلاستیک با نرخ ثابت است.



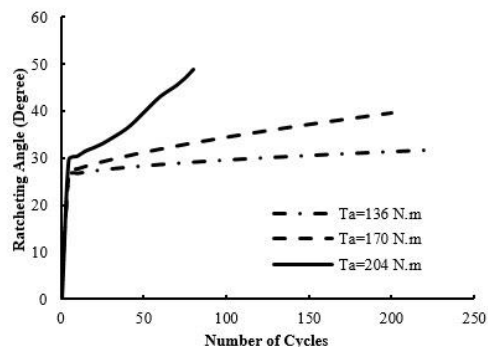
شکل ۶ نمودار زاویه رچتینگ بر حسب تعداد سیکل‌های بارگذاری برای پوسته مکعبی دارای گشودگی در موقعیت‌های مختلف

### نتایج عددی

در این قسمت همان‌طور که گفته شد از نرم‌افزار آباکوس و مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک استفاده شده‌است. در بارگذاری گشتاور پیچشی - کنترل، تأثیر قطر گشودگی بر رفتار رچتینگ پوسته بررسی می‌شود. همچنین در ادامه پاسخ پوسته مکعبی تحت بارگذاری زاویه پیچش - کنترل مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

#### تأثیر قطر گشودگی بر رفتار رچتینگ پوسته مکعبی.

در این قسمت به تحلیل تأثیر قطر گشودگی بر رفتار رچتینگ پوسته مکعبی تحت بارگذاری گشتاور پیچشی - کنترل پرداخته می‌شود. گشودگی‌های دایروی با قطر 6mm، 8mm و 10mm در میانه پوسته مکعبی ایجاد می‌شود و رفتار رچتینگ آن تحت گشتاور پیچشی تناوبی با دامنه 204N.m و گشتاور پیچشی میانگین 34N.m مورد تحلیل قرار گرفت. باتوجه به شکل (۷)، در پوسته مکعبی دارای گشودگی دایروی با



شکل ۵ نمودار زاویه رچتینگ بر حسب تعداد سیکل‌های بارگذاری برای پوسته مکعبی تحت گشتاورهای پیچشی با دامنه‌های مختلف و مقدار میانگین 34 نیوتن‌متر

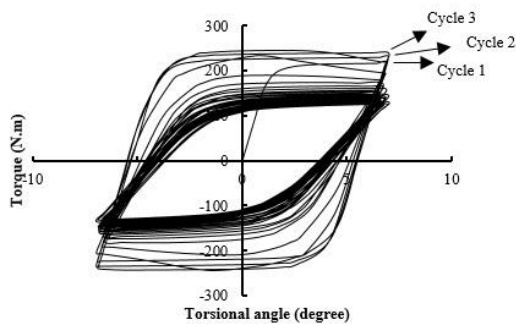
#### تأثیر موقعیت گشودگی بر رفتار رچتینگ پوسته

مکعبی. در این قسمت سه پوسته مکعبی با گشودگی دایروی با قطر 8 میلی‌متر و باتوجه به شکل (۴-الف) در موقعیت‌های طولی  $L_0$  برابر با 2، 10 و 18 میلی‌متر از ابتدای نقطه بارگذاری تحت گشتاور پیچشی با دامنه 170 و مقدار متوسط 34 نیوتن‌متر قرار می‌گیرند. باتوجه به شکل (۶) مشاهده می‌شود که وجود گشودگی در نقاط نزدیک به محل اعمال گشتاور پیچشی باعث افزایش زاویه رچتینگ و نرخ آن می‌شود که با کاهش عمر پوسته مکعبی همراه است و با دور شدن از نقاط ابتدای پوسته، حساسیت انباشتگی کرنش برشی پلاستیک و زاویه رچتینگ به نقاط دارای تمرکز تنش کمتر می‌شود.

از طرفی برای هر پوسته مکعبی دارای گشودگی مقدار زاویه رچتینگ افزایش می‌یابد، اما نرخ آن ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. افزایش نرخ زاویه رچتینگ در انتهای منحنی تحت بارگذاری گشتاور پیچشی تناوبی، بیانگر شروع رشد ترک و شکست در محل گشودگی می‌باشد. بنابراین می‌توان دو نقطه گذر اول و دوم را تعریف کرد که سه ناحیه از انباشتگی کرنش برشی پلاستیک را در پوسته‌های دارای گشودگی از هم متمایز می‌کند [16]. وجود گشودگی در نقاط نزدیک به اعمال گشتاور پیچشی، باعث



می‌باشد. زاویه پلاستیک باقی مانده پیش‌بینی شده حاصل از تحلیل عددی در گشتاور پیچشی صفر، در حالت پیچش ساعت‌گرد و پادساعت‌گرد تقریباً با هم برابر است.

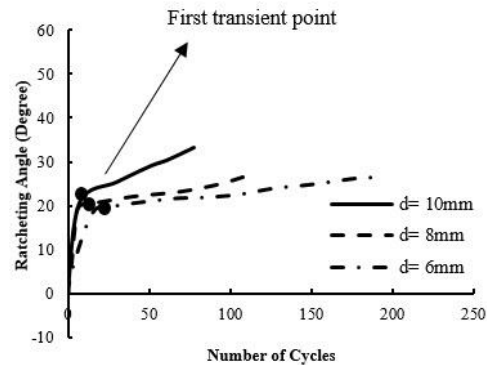


شکل ۸ منحنی‌های هیستریزس در پوسته مکعبی با بارگذاری پیچش خالص تناوبی در شرایط زاویه پیچش - کنترل متقارن با دامنه زاویه پیچش ۷ درجه

باتوجه به شکل (۹) مشاهده می‌شود که در هر سه دامنه زاویه‌ای جز در سیکل‌های اولیه، تحمل گشتاور پیچشی ساعت‌گرد و پادساعت‌گرد در پوسته‌های مکعبی کاهش می‌یابد و پوسته تحت زاویه پیچشی ۷ درجه دارای کمترین و پوسته تحت زاویه پیچشی ۱۳ درجه دارای بیشترین گشتاور پیچشی قابل تحمل و سرعت نرم‌شوندگی هستند. همچنین به‌طور کلی پاسخ پوسته مکعبی SS316L تحت بارگذاری گشتاور پیچشی خالص تناوبی در شرایط زاویه پیچش - کنترل به سه ناحیه تقسیم می‌شود:

- رشد اولیه (Incubation) (افزایش اولیه گشتاور پیچشی در سیکل‌های ابتدایی).
- مرحله گذر (Transition) (کاهش گشتاور پیچشی از یک سیکل به سیکل دیگر).
- مرحله پایدار (Steady-State) (ثبات گشتاور پیچشی در یک تعداد سیکل مشخص).

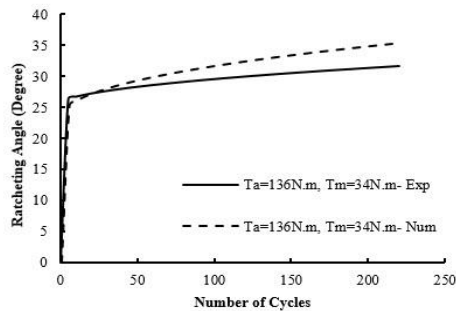
قطر بزرگ‌تر، زاویه رچتینگ و نرخ آن بیشتر است و نقاط گذر اول و دوم در تعداد سیکل‌های کمتری اتفاق می‌افتند. افزایش قطر گشودگی با افزایش تنش‌های برشی در اطراف آن همراه است که باعث ایجاد تغییر شکل‌های پلاستیک بزرگ‌تر به صورت موضعی در محل گشودگی می‌شود که در نهایت منجر به افزایش زاویه رچتینگ به صورت کلی در پوسته مکعبی و کاهش ناحیه انباشتگی کرنش پلاستیک با نرخ ثابت می‌شود.



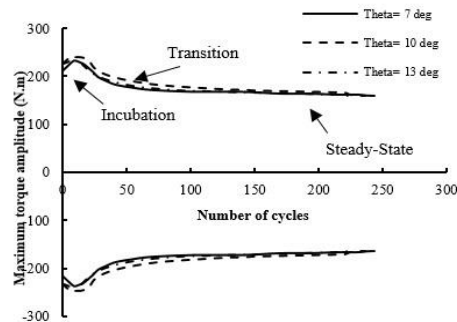
شکل ۷ نمودار زاویه رچتینگ برحسب تعداد سیکل‌های بارگذاری برای پوسته مکعبی دارای گشودگی با قطرهای متفاوت

بررسی رفتار نرم‌شوندگی پوسته‌های مکعبی. در این بخش به تحلیل اثر تغییر زاویه پیچش در بارگذاری زاویه پیچشی - کنترل بر رفتار نرم‌شوندگی پوسته‌های مکعبی پرداخته می‌شود. به‌همین منظور پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری زاویه پیچشی - کنترل با دامنه زاویه پیچشی ۷، ۱۰ و ۱۳ درجه به صورت متقارن قرار می‌گیرند. جهت چرخش ساعت‌گرد مثبت و جهت زاویه چرخش پادساعت‌گرد منفی فرض شده است.

در شکل (۸) منحنی حلقه‌های هیستریزس گشتاور پیچشی - زاویه پیچشی رسم شده است. باتوجه به شکل (۸)، مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک قادر به پاسخ‌گویی رفتار نرم‌شوندگی پوسته مکعبی تحت بارگذاری گشتاور پیچشی خالص تناوبی

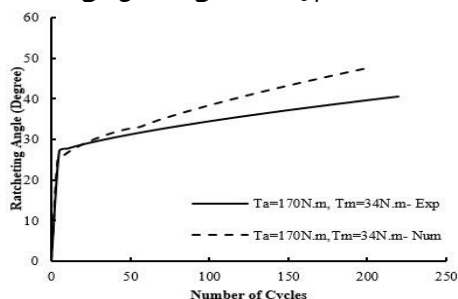


شکل ۱۰ مقایسه نتایج تجربی زاویه رچتینگ با روش اجزای محدود برای پوسته مکعبی تحت گشتاور پیچشی با دامنه 136N.m و گشتاور پیچشی متوسط 34N.m



شکل ۹ حداکثر دامنه گشتاور پیچشی برحسب تعداد سیکل برای پوسته‌های مکعبی در شرایط زاویه پیچشی - کنترل متقارن با دامنه زوایای پیچش مختلف

همچنین تغییر شکل پوسته مکعبی دارای گشودگی دایروی به قطر 8mm در میانه آن و تحت بارگذاری گشتاور پیچش - کنترل با دامنه گشتاور پیچشی 170N.m و گشتاور میانگین 34N.m در شکل (۱۳) نشان داده شده است که با تغییر شکل ایجاد شده حاصل از تحلیل عددی مقایسه شده است. در شکل (۱۳)، با رسم کانتور تنش ترسکا در سیکل 100 برای پوسته مکعبی مشاهده می‌شود که اطراف گشودگی بیشترین تنش را تحمل می‌کنند و در واقع تمرکز تنش و شکست از این نقاط خواهد بود و گشودگی دایروی تحت تنش برشی تناوبی ناشی از گشتاور پیچشی تبدیل به بیضی مایل می‌شود که چنین رفتاری در آزمایش‌های تجربی نیز مشاهده شد. همچنین تنش ترسکا نسبت به گشودگی متقارن می‌باشد و با دور شدن از گشودگی به سمت دو انتهای پوسته مکعبی، کاهش می‌یابد.



شکل ۱۱ مقایسه نتایج تجربی زاویه رچتینگ با روش اجزای محدود برای پوسته مکعبی تحت گشتاور پیچشی با دامنه 170N.m و گشتاور پیچشی متوسط 34N.m

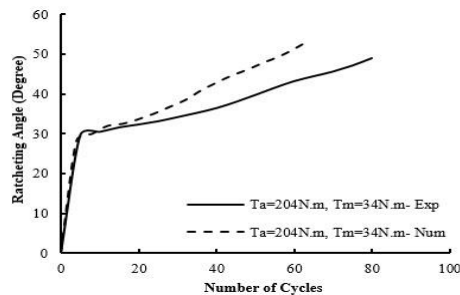
مقایسه نتایج عددی و تجربی رفتار نرم‌شوندگی پوسته استوانه‌ای. زاویه رچتینگ برحسب تعداد سیکل حاصل از تحلیل عددی برای پوسته‌های مکعبی تحت گشتاور پیچشی میانگین 34N.m و دامنه‌های گشتاور پیچشی 136N.m، 170N.m و 204N.m به ترتیب در شکل‌های (۱۰-۱۲) با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند. مشاهده می‌شود که مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک به جز در سیکل‌های اولیه، زاویه رچتینگ را بیشتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. حداکثر درصد خطای محاسبه شده در شکل‌های (۱۰-۱۲) به ترتیب برابر با 3.4%، 18.34% و 15% می‌باشد. با توجه به مقالاتی که در زمینه پیش‌بینی انباشتگی کرنش پلاستیک ارائه شده است، مدل‌های پلاستیسیته دارای ضعف‌هایی در پیش‌بینی این نوع رفتار می‌باشند و معمولاً پس از طی سیکل‌های اولیه، رچتینگ را بیشتر یا کمتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. تلاش‌های زیادی در حال انجام است تا با مقایسه نتایج تجربی و تغییر در مدل‌های پلاستیسیته تناوبی، بتوان این رفتار را به خوبی پیش‌بینی کرد، اما به طور کلی مطابقت خوبی بین نتایج عددی و تجربی مشاهده شده است و می‌توان نتیجه گرفت که روش عددی با دقت قابل قبولی قادر به توصیف رفتار رچتینگ پوسته مکعبی تحت بار پیچشی می‌باشد.

۲- نرخ زاویه رچتینگ در پوسته‌های مکعبی دارای گشودگی، ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد و دو نقطه گذر اول و دوم، سه ناحیه با نرخ کاهش، ثابت و افزایشی را از هم جدا می‌کند. همچنین با دورشدن گشودگی از محل اعمال بار، مقدار زاویه رچتینگ و نرخ آن کاهش می‌یابد و باعث کمتر شدن حساسیت و تغییر شکل‌های پلاستیک به نقاط دارای تمرکز تنش می‌شود.

۳- نرم‌افزار آباکوس، رفتار رچتینگ پوسته‌های مکعبی را با استفاده از مدل سخت‌شوندگی غیرخطی همسان‌گرد/ سینماتیک پیش‌بینی می‌کند که زاویه رچتینگ پیش‌بینی شده حاصل از تحلیل عددی بیشتر از مقدار واقعی است، اما به‌طور کلی مطابقت خوبی مشاهده می‌شود.

۴- به دلیل بزرگ‌تر بودن تنش‌های برشی موضعی اطراف گشودگی در پوسته‌های دارای گشودگی با قطر بزرگ‌تر، مقدار زاویه رچتینگ و نرخ آن بیشتر است و نقاط گذر اول و دوم سریع‌تر اتفاق می‌افتد.

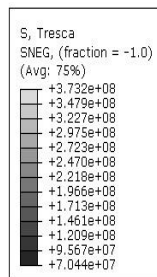
۵- پوسته‌های مکعبی تحت بارگذاری پیچش خالص تناوبی در شرایط زاویه پیچش - کنترل رفتار نرم‌شوندگی از خود نشان می‌دهند و پوسته تحت زاویه پیچش بالاتر، گشتاور پیچشی بزرگ‌تری را تحمل می‌کند. همچنین در شرایط زاویه پیچش - کنترل، سه ناحیه رشد اولیه، گذر و پایدار برای گشتاور پیچشی قابل تحمل، مشاهده می‌شود.



شکل ۱۲ مقایسه نتایج تجربی زاویه رچتینگ با روش اجزای محدود برای پوسته مکعبی تحت گشتاور پیچشی با دامنه 204N.m و گشتاور پیچشی متوسط 34N.m



(a)



(b)

شکل ۱۳ تغییر شکل ایجاد شده در پوسته مکعبی با گشودگی دایروی به قطر 8mm در شرایط گشتاور پیچشی - کنترل متقارن با دامنه گشتاور پیچشی 170N.m و گشتاور پیچشی متوسط 34N.m الف) آزمایش تجربی، ب) تحلیل عددی

### نتیجه‌گیری

با انجام آزمایش‌های تجربی روی پوسته‌های مکعبی SS316L تحت بارگذاری پیچش خالص تناوبی و مقایسه آن با تحلیل عددی انجام شده توسط نرم‌افزار آباکوس، می‌توان نتایج زیر را استخراج نمود:  
 ۱- در آزمایش‌های تجربی با بارگذاری گشتاور پیچشی - کنترل با افزایش دامنه گشتاور پیچشی، مقدار زاویه رچتینگ و نرخ آن افزایش می‌یابد که این به دلیل بزرگ‌تر بودن تنش‌های برشی در جداره پوسته‌ها با دامنه گشتاور پیچشی بزرگ‌تر است.

### واژه‌نامه

Friction	اصطکاک
Accumulation	انباشتگی
Loading	بارگذاری
Shell	پوسته
Yield	تسلیم
Stress	تنش
Displacement	جابجایی
Rotation	چرخش

Symmetric	متقارن	Amplitude	دامنه
Section	مقطع	Hardening	سخت شونده
Cubic	مکعبی	Rigid	صلب
Rate	نرخ	Strain	کرنش
Softening	نرم شونده	Torque	گشتاور
Isotropic	همسانگرد	Cutout	گشودگی

مراجع

- Chen, X., D.H. Yu, and Kim, K.S., "Experimental Study on Ratcheting Behavior of Eutectic Tin–lead Solder under Multiaxial Loading", *Materials Science and Engineering:A*, Vol. 406, No. 1, pp. 86-94, (2005).
- Chen, X., Jiao, R. and Kim, K.S., "On the Ohno–Wang Kinematic Hardening Rules for Multiaxial Ratcheting Modeling of Medium Carbon Steel", *International Journal of Plasticity*, Vol. 21, pp. 161–184, (2005).
- Kang, G., Li, Y. G., Zhang, J., Sun, Y. F. and Gao, Q., "Uniaxial Ratcheting and Failure Behaviors of Two Steels", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 43, pp. 199-209, (2005).
- Kang, G., "Experimental Study on Ratcheting-fatigue Interaction of SS304 Stainless Steel in Uniaxial Cyclic Stressing", *Materials science & engineering:A*, Vol. 435-436, pp. 396-404, (2006).
- Gao, B., Chen, X. and Chen, G., "Ratcheting and Ratcheting Boundary Study of Pressurized Straight Low Carbon Steel Pipe under Reversed Bending", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 83, pp. 96-106, (2006).
- Gao, H. and Chen, X., "Effect of Axial Ratcheting Deformation on Torsional Low Cycle Fatigue Life of Lead-free Solder Sn-3.5Ag", *International Journal of Fatigue*, Vol. 31, pp. 276-283, (2009).
- Sun, G.Q. and Shang, D.G., "Prediction of fatigue lifetime under multiaxial cyclic loading using finite element analysis", *Material & Design*, Vol. 31, No. 1, pp. 126-133, (2010).
- Elchalakani, M., Zhao, X. L. and Grzebieta R., "Variable Amplitude Cyclic Pure Bending Tests to Determine Fully Ductile Section Slenderness Limits for cCold-formed CHS", *Engineering Structures*, Vol. 28, pp. 1223–1235, (2006).
- Elchalakani, M., "Plastic Mechanism Analyses of Circular Tubular Members under Cyclic Loading", *Thin-Walled Structures*, Vol. 45, pp. 1044–1057, (2007).
- Chang, K.H., Pan, W.F. and Lee, K.L., "Mean mMoment Effect of Thin-walled Tubes under Cyclic Bending", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 28, No. 5, pp. 495–514, (2008).
- Rahman, S.M., Hassan, T. and Corona, E., "Evaluation of Cyclic Plasticity Models in Ratcheting Simulation of Straight Pipes under Cyclic Bending and Steady Internal Pressure", *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, pp. 1756–1791, (2008).
- Chang, K.H. and Pan, W.F., "Buckling Life Estimation of Circular Tubes under Cyclic Bending", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 2, pp. 254–270, (2009).
- Chen, X. and Chen, X., "Study on Ratcheting Effect of Pressurized Straight Pipe with Local Wall Thinning Using Finite Element Analysis", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 139, pp. 69-76, (2016).
- Kulkarnia, S.C., Desai, Y.M., Kanta, T., Reddy, G.R., Prasad, P. and Vaze, K.K., "Uniaxial and Biaxial Ratcheting in Piping Materials—Experiments and Analysis", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 81, pp. 609–17, (2004).
- Shariati, M., Hatami, H., Yarahmadi, H. and Eipakchi, H.R., "An Experimental Study on the

- Ratcheting and Fatigue Behavior of Polyacetal under Uniaxial Cyclic Loading", *Materials & Design*, Vol. 34, pp. 302-312, (2012).
16. Shariati, M. and Hatami, H., "Experimental Study of SS304L Cylindrical Shell with/without Cutout under Cyclic Axial Loading", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 58, No. 1, pp. 35-43, (2012).
  17. Shariati, M., Kolasangiani, K., Norouzi, G. and Shahnava, A., "Experimental Study of SS316L Cantilevered Cylindrical Shells under Cyclic Bending Load", *Thin-Walled Structures*, Vol. 82, pp. 124-131, (2014).
  18. Shariati, M., Kolasangiani, K. and Golmakani, H., "Cyclic Behavior of SS316L Cylindrical Shells under Pure Torsional Load: An Experimental Investigation", *Thin-Walled Structures*, Vol. 109, pp. 242-250, (2016).
  19. Zeinoddini, M., Mo'tamedi, M., Gharebaghi, S. A. and Parke, G.A.R., "On the Ratcheting Response of Circular Steel Pipes Subject to Cyclic Inelastic Bending: A Closed-form Analytical Solution", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 117, pp. 243-257, (2016).
  20. Kreethi, R., Mondal, A.K. and Dutta, K., "Ratcheting Fatigue Behaviour of 42CrMo4 Steel under Different Heat Treatment Conditions", *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 679, pp. 66-74, (2017).
  21. Yuan, X., Yu, W., Fu, S., Yu, D. and Chen, X., "Effect of Mean Stress and Ratcheting Strain on the Low Cycle Fatigue Behavior of a Wrought 316LN Stainless Steel", *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 677, pp. 193-202, (2016).
  22. ABAQUS Analysis User's manual, v6.10.1, section 20.2.2: models for metals subjected to cyclic loading, (2010).

