

Multi-lead ECG Compression Based on Compressed Sensing Theory

S. Eftekharifar ¹, T. Yousefi Rezaii ¹, S. Daneshvar ¹, A. Rastegarnia ², A. Khalili ²

¹ Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

² Department of Electrical Engineering, University of Malayer, Malayer, Iran

Abstract:

The purpose of this paper is to exploit the compressed sensing theory in order to compress multi-lead ECG channels with a high compression ratio and minimum reconstruction error. In order to obtain the sparse representation of the ECG signals a basis matrix with Gaussian kernels which have the maximum resemblance with ECG signals, is constructed. Then using Orthogonal matching pursuit, algorithm which is a greedy/iterative optimization technique, the sparse representation is acquired. Finally, utilizing the compressed sensing theory is possible. In order to prove the accuracy of the algorithm the same optimization technique is used to reconstruct the compressed signal. Using a wavelet basis is also common to obtain the sparse representation. The compressed sensing theory is also applied to the ECG signals for which their sparse representations have been obtained using a wavelet basis. The results show the superiority of the proposed method over the wavelet basis.

Keywords: compressed sensing theory, sparse representation, ECG signals, Gaussian kernel.

فشرده‌سازی چند الکتروود سیگنال نوار قلبی با استفاده از نظریه حسگری فشرده

سیاوش افتخاری^۱، توحید یوسفی رضایی^۲، سبلان دانشور سوم^۳، امیر رستگاریا^۴، اعظم خلیلی^۴

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه تبریز - تبریز - ایران

s.eftkharifar93@tabrizu.ac.ir

۲- استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه تبریز - تبریز - ایران

yousefi@tabrizu.ac.ir

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه تبریز - تبریز - ایران

daneshvar@tabrizu.ac.ir

۴- استادیار، گروه مهندسی برق - دانشگاه ملایر - ملایر - ایران

a_rastegar@ieee.org و a.khalili@ieee.org

چکیده: هدف از این مقاله، استفاده از نظریه حسگری فشرده به منظور الگوسازی تنک و فشرده‌سازی چند الکتروود سیگنال‌های الکتروکاردیوگرافی است. برای به دست آوردن نمایش تنک هریک از الکتروودها، یک ماتریس پایه با کرنل‌های گوسی پیشنهاد شده است که بیشترین شباهت را به سیگنال‌های قلب دارد. سپس از روش حریص (OMP) Orthogonal Matching Pursuit برای به دست آوردن نمایش تنک سیگنال‌ها استفاده شده است. پس از به دست آوردن نمایش تنک هریک از الکتروودهای سیگنال قلبی، استفاده از نظریه حسگری فشرده امکان‌پذیر است. پس از فشرده‌سازی، سیگنال بازسازی شده با استفاده از همان روش بهینه‌سازی حریص، به منظور نشان دادن درستی و مطمئن بودن الگوریتم به دست آمده است. استفاده از ماتریس پایه موجک نیز از دیگر روش‌های رایج موجود برای به دست آوردن نمایش تنک سیگنال قلبی است. نظریه حسگری فشرده با استفاده از ماتریس پایه موجک برای سیگنال‌های قلبی اعمال شد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند نظریه پیشنهادی، یعنی استفاده از ماتریس پایه گوسی، خطای بازسازی کمتر و میزان فشرده‌سازی بیشتری را داراست.

واژه‌های کلیدی: حسگری فشرده، سیگنال قلبی، کرنل گوسی، نمایش تنک

۱- مقدمه

بیماری‌های مختلف قلبی دارند. برای تشخیص دادن دقیق بیماری‌های گوناگون لازم است این سیگنال‌ها به صورت طولانی مدت (یک یا دو هفته و یا حتی بیشتر به صورت پیوسته) ضبط و ثبت شوند. ذخیره‌سازی، ارسال و یا پردازش این مقدار زیاد از اطلاعات، مخصوصاً اگر با چندین الکتروود و با رزولوشن بالا نمونه‌برداری شوند، بسیار مشکل است و فضای ذخیره‌سازی و زمان بسیار زیادی را می‌طلبد؛ از این رو، لازم است سیگنال‌های مدنظر با استفاده از روش‌هایی فشرده شوند.

امروزه نمایش گرافیکی فعالیت‌های الکتریکی قلب یا همان سیگنال‌های الکتروکاردیوگرام (ECG) نقش بسیار مهمی در تعیین و تشخیص و یا حتی پیشگیری از

^۱ تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۵/۲۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۲۸

نام نویسنده مسئول: توحید یوسفی رضایی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - اصفهان - خیابان هزار جریب - دانشگاه اصفهان - دانشکده برق

در سال‌های گذشته روش‌های بسیار زیادی برای فشرده‌سازی بهینه و با میزان فشرده‌سازی بالا برای

شده است. همان‌طور که در قسمت‌های قبل ذکر شد، ماتریس پایه موجک شباهت چندانی به سیگنال‌های قلبی ندارد و انتخاب ایدئالی برای تنک‌سازی سیگنال قلبی نیست. در [۱۵] نشان داده شده است که سیگنال‌های قلبی بیشترین شباهت را به سیگنال گوسی دارند و سیگنال‌های قلبی به صورت کاملاً بهینه با استفاده از توابع گوسی مدل می‌شوند. با توجه به این شباهت، در این مقاله ماتریس پایه‌ای شامل کرنل‌های گوسی برای تنک‌سازی الکترودهای سیگنال قلبی ساخته شده است. در نهایت برای به دست آوردن نمایش تنک سیگنال قلبی باید مسئله بهینه‌سازی را حل کرد.

در این مقاله، نظریه حسگری فشرده برای چندین الکترو د سیگنال قلبی به کار گرفته شد. ابتدا برای به دست آوردن نمایش تنک سیگنال قلبی یک دیکشنری از کرنل‌های گوسی تشکیل شد تا شرایط لازم برای استفاده از نظریه حسگری فشرده برآورده شود. استفاده از این ماتریس پایه، بهبود میزان فشرده‌سازی را باعث خواهد شد. سپس یک ماتریس حسگری ساخته شد که شرایط لازم نظریه حسگری فشرده را برآورده سازد تا با آن سیگنال‌های مد نظر با تعداد بسیار کمتری نمونه فشرده شود. در آخر با روش‌های بهینه‌سازی، سیگنال‌ها بازسازی شد و نشان داده شد که می‌توان سیگنال‌ها را به صورت کاملاً بهینه و دقیق از حالت فشرده، خارج و بازسازی کرد.

در بخش ۲ این مقاله، نظریه حسگری فشرده معرفی کوتاهی شده است. در بخش ۳، نظریه حسگری فشرده به سیگنال‌های قلبی واقعی و مصنوعی اعمال شده‌اند. سپس در بخش ۴، نتایج شبیه‌سازی و کارآوردن نظریه پیشنهادی، ارائه و در بخش ۵، جمع‌بندی و نتیجه‌گیری شده است.

۲- مروری کوتاه بر نظریه حسگری فشرده

سه ریاضیدان پایه و اساس ریاضی روش حسگری فشرده را در سال ۲۰۰۴ بنا کردند و اثبات شد اگر سیگنال‌های مد نظر خاصیت تنک‌بودن را برآورده کنند، در شرایط خاصی می‌توان آن‌ها را به نسبت بسیار زیادی فشرده کرد. شرط اولیه، خاصیت تنک‌بودن سیگنال‌ها است. تنک‌بودن به این معنی است که بیشتر نمونه‌های سیگنال، صفر و یا نزدیک به صفر باشند؛ بنابراین از این نمونه‌های

سیگنال‌های قلبی استفاده شده‌اند. قبل از مطرح‌شدن نظریه حسگری فشرده، روش‌ها بیشتر مبتنی بر روش‌های مستقیم فشرده‌سازی بوده‌اند. روش‌هایی مانند (AZTEC)^۱، (CORTES)^۲ و (SAPA)^۳ [۱-۳] از روش‌های فشرده‌سازی مستقیم هستند که بر پایه برداشتن مستقیم نمونه‌های مهم سیگنال و حذف قسمت‌های غیرمهم هستند. در این روش‌ها بیشتر قسمت‌های سیگنال حذف می‌شوند؛ همچنین گاهی حتی قسمت‌های مهم، داده قابل حذف تلقی و با دیگر داده‌ها حذف می‌شوند. از دیگر روش‌های فشرده‌سازی، استفاده از تبدیل‌هایی برای بردن سیگنال به فضایی دیگر است. تبدیل‌هایی مانند تبدیل فوریه، تبدیل کسینوسی گسسته و تبدیل موجک گسسته از جمله این تبدیل‌ها هستند که بارها استفاده می‌شوند [۴-۸]؛ با این حال، میزان فشرده‌سازی این تبدیل‌ها چندان مطلوب نیست و هیچ‌کدام از این تبدیل‌ها، ماتریس پایه مناسبی را برای سیگنال‌های قلبی، به دلیل شباهت‌نداشتن به آن‌ها تشکیل نمی‌دهند. روش سوم استفاده‌شده برای فشرده‌سازی سیگنال‌های قلبی، استفاده از روش‌های استخراج پارامتر است که در واقع، ترکیبی از روش فشرده‌سازی مستقیم و تبدیل‌های ذکر شده است؛ روش‌هایی مانند برداشتن پیک (PP)^۴ و کوآنتیزاسیون برداری (VQ)^۵ [۹].

روش حسگری فشرده (Compressed Sensing) روش جدید فشرده‌سازی انواع سیگنال‌ها است که در سال‌های اخیر بسیار استقبال و استفاده شده است. در این روش، نمونه‌برداری و فشرده‌سازی سیگنال‌های با نمایش تنک به صورت هم‌زمان انجام می‌گیرند. سیگنال‌های با نمایش تنک یا تقریباً تنک با استفاده از نمونه‌های بسیار کمتری نسبت به روش نمونه‌برداری نایکویست بازسازی می‌شوند. در چند سال گذشته از نظریه حسگری فشرده نیز برای فشرده‌سازی سیگنال‌های قلبی به صورت تک الکترو د چند الکترو د استفاده شده است. در [۱۰] نظریه حسگری فشرده برای فشرده‌سازی یک الکترو د سیگنال قلبی اعمال شده است. استفاده از روش حسگری فشرده برای فشرده‌سازی ۱۲ تا ۱۵ الکترو د سیگنال قلبی نیز در سال‌های اخیر رواج داشته است [۱۱-۱۴]. در همه این منابع برای نمایش تنک سیگنال قلبی از ماتریس پایه موجک استفاده

ماتریس اندازه‌گیری نمونه‌هایی مستقل از هم و به صورت یکسان پخش شده‌ای از یک توزیع گوسین (iid) باشند، ماتریس اندازه‌گیری مهم‌ترین شرط نظریه حسگری فشرده به نام RIP^۱ را برآورده می‌کند. طبق این شرط، اگر $A \in \mathbb{R}^{m \times N}$ و $\delta \in (0, 1)$ وجود داشته باشد، ماتریسی مانند

$$(1 - \delta_k) \|x\|_2^2 \leq \|Ax\|_2^2 \leq (1 + \delta_k) \|x\|_2^2. \quad (۳)$$

نتایج ریاضی نشان می‌دهند اگر ماتریس اندازه‌گیری این خاصیت را برآورده سازد، استفاده از نظریه حسگری فشرده ممکن خواهد بود؛ به گونه‌ای که یک سیگنال N بعدی به یک سیگنال فشرده m بعدی تبدیل می‌شود؛ به طوری که $(m \ll N)$.

مقدار m باید به گونه‌ای باشد که نامساوی زیر را برآورده سازد

$$m \geq u \times k \times \log(N/k) \quad (۴)$$

که در آن $u = \frac{1}{2} \log(\sqrt{24} + 1) \approx 0.28$ است.

برای بازسازی سیگنال، روش‌های بهینه‌سازی متعددی وجود که دارند که با توجه به نوع کاربرد می‌توان هر یک از آن‌ها را برای حل مسئله مدنظر انتخاب کرد.

۳- بیان الگوریتم پیشنهادی

در این قسمت، الگوریتم پیشنهادی برای فشرده‌سازی سیگنال‌های قلبی معرفی شده است. همان‌طور که ذکر شد، سیگنال‌های قلبی در حالت عادی خاصیت تنک بودن را ندارند و برای به دست آوردن نمایش تنک این سیگنال‌ها ماتریس پایه مناسبی لازم است. ابتدا باید ماتریس پایه‌ای با کرنل‌های گوسی ساخته شود تا نمایش تنک سیگنال به دست آید. سپس با استفاده از ماتریس اندازه‌گیری مناسبی که شرط RIP را برآورده می‌کند، سیگنال اصلی N بعدی به m بعد فشرده می‌شود $(m \ll N)$. نشان دادن اینکه ماتریس اندازه‌گیری خاصیت مهم RIP را برآورده می‌کند، آسان نیست و به حل و اثبات روابط پیچیده و دشوار ریاضی نیازمند است؛ از این رو، معمولاً سعی می‌شود به جای استفاده از خاصیت RIP از معادله‌های دیگر این شرط برای اثبات کارکرد ماتریس اندازه‌گیری استفاده شود. بدین منظور از

غیرصفر که تعدادشان نسبت به ابعاد سیگنال بسیار کم است، برای نمایش سیگنال استفاده می‌شوند. شرط تنک بودن سیگنال‌ها در نظریه حسگری فشرده به همان اندازه شرط پهنای باند در نظریه ناپکویست اهمیت دارد [۱۶]. در واقع اگر این شرط برقرار نباشد، استفاده از نظریه حسگری فشرده امکان‌پذیر نخواهد بود. از نظر ریاضی، سیگنالی مانند $x \in \mathbb{R}^N$ را k -تنک نامیده می‌شود هرگاه k تا از نمونه‌های سیگنال غیرصفر و بقیه صفر باشند. بیشتر سیگنال‌های موجود از جمله سیگنال‌های قلبی خاصیت تنک بودن را ندارند؛ بنابراین لازم است یک ماتریس پایه مانند $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times M}$ تعریف شود تا با آن، نمایش تنک سیگنال به دست آید. در این صورت سیگنالی مانند x k -تنک نامیده می‌شود؛ زیرا می‌توان سیگنال را به صورت $x = \Phi c$ نوشت که در آن $c \in \mathbb{R}^M$ و $\|c\|_0 \leq k$ است.

سیگنال‌های قلبی با چندین الکتروود (۱۲ تا ۱۵ الکتروود) به صورت هم‌زمان نمونه‌برداری می‌شوند؛ بنابراین الگوی نمایش تنک برای نمونه‌های چند-الکتروود به صورت زیر است:

$$X = \Phi C \quad (۱)$$

که در آن $X = (x_1, x_2, \dots, x_s) \in \mathbb{R}^{N \times S}$ ماتریسی شامل S سیگنال قلب است و هر ستون از ماتریس X نشان‌دهنده یک الکتروود است. $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M) \in \mathbb{R}^{N \times M}$ همان ماتریس پایه است و $C = (c_1, c_2, \dots, c_s) \in \mathbb{R}^{M \times S}$ نمایش تنک هر کدام از سیگنال‌های قلبی است؛ به گونه‌ای که C_j نمایش تنک به الکتروود j مربوط است.

با به دست آوردن نمایش تنک سیگنال، شرط اولیه نظریه حسگری فشرده برآورده می‌شود و سیگنال‌ها مطابق فرمول زیر فشرده می‌شوند:

$$Y = AX \quad (۲)$$

که در آن $A \in \mathbb{R}^{m \times N}$ ماتریس اندازه‌گیری است و $Y = (y_1, y_2, \dots, y_s) \in \mathbb{R}^{m \times S}$ سیگنال فشرده شده مربوط به هر کدام از الکتروودهای سیگنال قلبی است. مسئله مهم و شرط دیگر استفاده از نظریه حسگری فشرده ساختن ماتریس اندازه‌گیری مناسب است. در [۱۷-۱۸] دو ریاضیدان به نام‌های کاندس و تائو اثبات کردند اگر هر کدام از درایه‌های

مربوط به پیک R است. علاوه بر این، مطابق [۱۵] بازه مناسب برای مقیاس یک سیگنال قلبی با فرکانس نمونه‌برداری ۳۶۰ هرتز $[۰/۰۶-۰/۰۲]$ است. اندازه ستون‌های ماتریس پایه Φ برابر با $M = r \times t$ است که در آن r و t به ترتیب تعداد مقادیر مختلف جابه‌جایی و مقیاس کرنل‌های گوسی هستند. در نهایت ماتریس پایه به صورت زیر است:

$$\Phi = \begin{bmatrix} e^{\frac{(1-a_1)^2}{b^2}} & e^{\frac{(1-a_2)^2}{b^2}} & \dots & e^{\frac{(1-a_r)^2}{b^2}} \\ e^{\frac{(2-a_1)^2}{b^2}} & e^{\frac{(2-a_2)^2}{b^2}} & \dots & e^{\frac{(2-a_r)^2}{b^2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{\frac{(N-a_1)^2}{b^2}} & e^{\frac{(N-a_2)^2}{b^2}} & \dots & e^{\frac{(N-a_r)^2}{b^2}} \end{bmatrix}_{N \times M}$$

پس از ساختن ماتریس پایه، نمایش تنک سیگنال به دست می‌آید. برای به دست آوردن نمایش تنک، روش‌های متفاوتی از جمله روش‌های بهینه‌سازی محدب و حریص وجود دارند که می‌توان از هر کدام از آن‌ها استفاده کرد. در این مقاله از روش بهینه‌سازی حریص OMP استفاده شده است که یکی از بهترین و متداول‌ترین روش‌ها برای حل مسائل بهینه‌سازی در نظریه حسگری فشرده و بازسازی سیگنال‌ها از حالت فشرده است. الگوریتم OMP کار خود را با یافتن ستونی از ماتریس پایه Φ آغاز می‌کند که بیشترین شباهت را به سیگنال مربوطه دارد. این الگوریتم این کار را با پیدا کردن شباهت بین ماتریس پایه و باقیمانده سیگنال انجام می‌دهد که باقیمانده سیگنال با کم کردن جزء حساب شده در مرحله قبل از سیگنال اصلی محاسبه می‌شود. مراحل مختلف اجرای الگوریتم OMP در شکل (۱) آمده است که در آن $H_k(x)$ نشان دهنده عملگر آستانه‌گذاری سخت روی x است که همه جزءهای ورودی غیر از k ورودی از x که بیشترین مقدار دامنه را دارند، صفر قرار می‌دهد [۱۹].

از الگوریتم OMP برای به دست آوردن نمایش تنک تمامی الکترودهای سیگنال قلبی به صورت جدا استفاده می‌شود. پس از به دست آوردن نمایش تنک تک تک الکترودها و قرارداد هر یک از آن‌ها در ستون‌های یک ماتریس، شرایط برای استفاده از نظریه حسگری فشرده فراهم می‌شود. قدم بعدی، ساختن ماتریس اندازه‌گیری است

مفهوم همبستگی (Coherency) استفاده خواهد شد. بدین معنا که شباهت میان ستون‌های ماتریس اندازه‌گیری طبق رابطه (۵) محاسبه می‌شود؛

$$\mu(A) = \max_{1 \leq i \leq j \leq n} \frac{|\langle a_i, a_j \rangle|}{\|a_i\|_2 \|a_j\|_2} \quad (5)$$

که در آن a_i و a_j ستون‌های ماتریس اندازه‌گیری هستند. اگر همبستگی به اندازه کافی کم باشد، بازسازی شدن سیگنال فشرده شده با حداقل خطا تضمین می‌شود [۱۹].

همچنین مقدار همبستگی همواره در بازه $\left[\sqrt{\frac{N-m}{m(N-1)}} \right]$ قرار دارد. ماتریس حسگر کلی $\Psi = A\Phi$ نیز باید خاصیت (RIP) را برآورده سازد.

اولین قدم برای فشرده‌سازی سیگنال‌های مدنظر به دست آوردن نمایش تنک سیگنال است. بدین منظور باید ماتریس پایه‌ای با کرنل‌های گوسی ساخته شود. برای این کار باید توابع گوسی به مقدار کافی با میانگین‌ها و واریانس‌های مختلف داشته باشیم. یک کرنل گوسی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود؛

$$g\left(\frac{s-a}{b}\right) = e^{-\frac{(s-a)^2}{b^2}} \quad (6)$$

که در آن a و b پارامترهای تنظیم هستند که به ترتیب برای جابه‌جایی و مقیاس هستند. برای ساختن ماتریس پایه‌ای که مناسب سیگنال‌های قلبی باشد، باید بازه‌های مناسبی برای جابه‌جایی و مقیاس انتخاب شوند. یکی از مشخصه‌های سیگنال قلبی این است که پیک R در این سیگنال‌ها کاملاً مشخص و درخور شناسایی است. از این خاصیت برای یافتن بازه مناسب مقادیر جابه‌جایی استفاده می‌شود؛ برای مثال با پیدا کردن پیک R در سیگنال مربوطه و دانستن اینکه طول بازه پیک‌های P-R و R-T، برای فرکانس نمونه‌برداری ۳۶۰ هرتز، در یک سیگنال نرمال قلبی به ترتیب حداکثر ۲۰۰ و ۴۵۰ میلی‌ثانیه هستند، تعداد نمونه‌های مربوط به این بازه‌ها به دست می‌آید. تعداد نمونه‌های مربوط به بازه‌های P-R و R-T به ترتیب ۷۲ نمونه و ۱۶۲ نمونه هستند. بنابراین جابه‌جایی مربوط به کرنل‌های گوسی باید در بازه $[S_R - 72, S_R + 162]$ قرار داشته باشند تا یک دوره تناوب از سیگنال قلبی را کاملاً پوشش دهند. در این بازه، S_R اندیس

در نتیجه، شرط RIP را برآورده می‌سازد؛ هر چند اثبات ریاضی و منطقی اینکه ماتریس حسگر این شرط را برآورده می‌کند را به تحقیقات آینده موکول کرده‌ایم.

۴- نتایج شبیه‌سازی

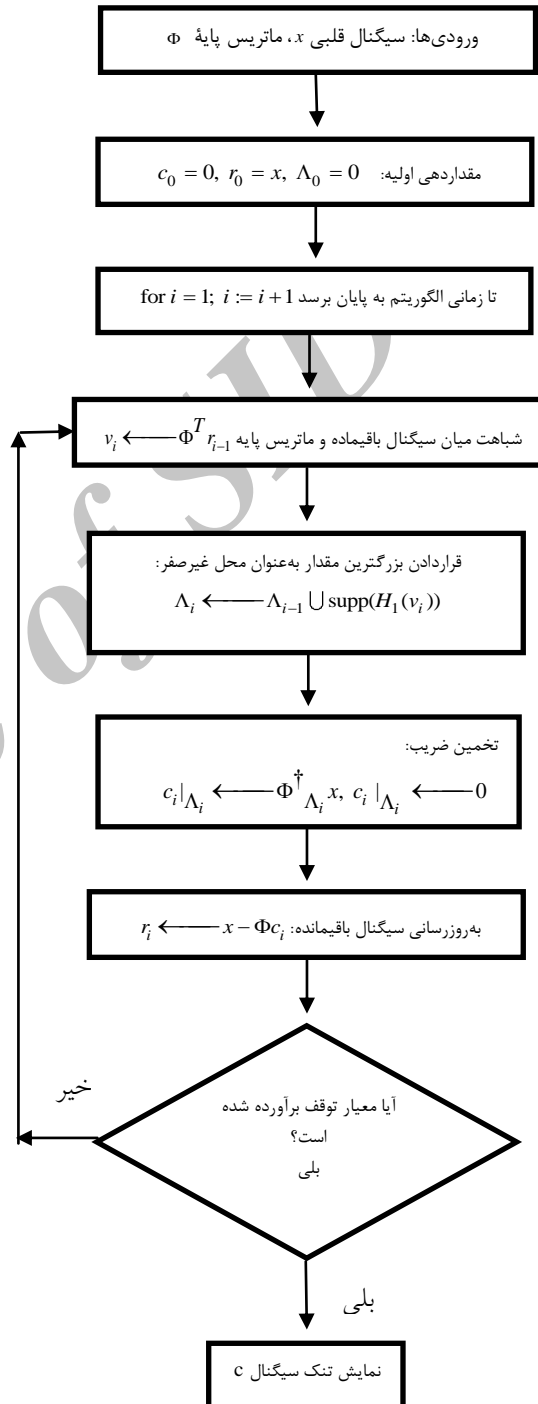
در این قسمت نتایج شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی برای فشرده‌سازی سیگنال‌های قلبی آورده شده است. این تکنیک برای فشرده‌سازی سیگنال‌های مصنوعی و واقعی استفاده شده است. سپس میانگین خطای بازسازی برای سیگنال مصنوعی اصلی و بازسازی شده حساب شده است. نمودار میزان فشرده‌سازی بر حسب میانگین مربعات خطا نیز آورده شده است که میزان ابعاد سیگنال اصلی و بازسازی شده را به خطای بازسازی مربوط می‌کند. در آخر نیز روش پیشنهادی در [۸] که در آن از ماتریس پایه موجک استفاده شده است با الگوریتم پیشنهادی مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی، برتری ماتریس پایه گوسی و الگوریتم پیشنهادی را در مقایسه با استفاده از ماتریس پایه موجک نشان می‌دهند.

۴-۱- فشرده‌سازی سیگنال قلبی مصنوعی

برای ارزیابی مؤثر بودن عملکرد الگوریتم پیشنهادی از سیگنال قلبی مصنوعی نیز به دلیل در دسترس بودن سیگنال اصلی استفاده شده است. مزیت در دسترس بودن سیگنال اصلی، اضافه کردن نویز به آن و بررسی کردن عملکرد الگوریتم به‌ازای شرایط مختلف است. همچنین میزان خطای واقعی از این راه به‌دست می‌آید. طریقه ساخت یک الکتروود سیگنال قلبی به‌صورت مصنوعی در [۱۶] معرفی شده است. با استفاده از الگوی یک کاناله تولید سیگنال قلبی مصنوعی، ابتدا یک تناوب از سیگنال قلبی مصنوعی تولید شده است. سپس فیلتر کالمن استاندارد که در [۲۱] معرفی شده، نویز مصنوعی را با استفاده از تخمین پارامترهای متغیر با زمان AR به‌دست آورده است. نویز تولیدشده این روش، تمامی ویژگی‌های نویز سیگنال قلبی واقعی را داراست. الگوی ساده‌شده و گسسته برای تولید سیگنال قلبی مصنوعی به‌صورت زیر است:

که شرط RIP را برآورده سازد. پس از ساختن این ماتریس، فشرده‌سازی با استفاده از (۷) انجام می‌گیرد؛

$$Y = A\Phi C \quad (7)$$

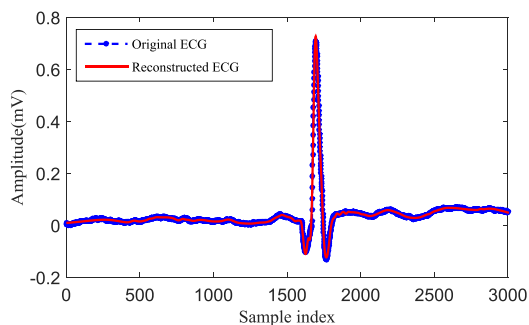


شکل (۱): مراحل مختلف الگوریتم OMP

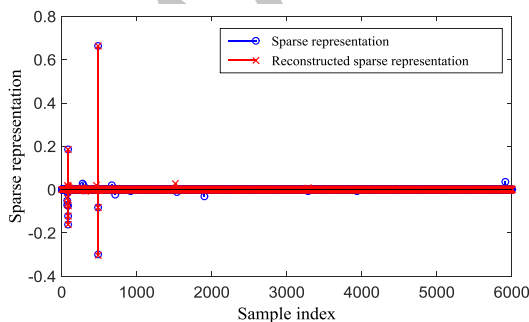
ماتریس حسگر نیز باید شرط RIP را برآورده کند. با استفاده از شبیه‌سازی‌های کامپیوتری به‌صورت تجربی نشان داده شد این ماتریس همبستگی کمی بین ستون‌ها دارد و

مشخص است سیگنال قلبی بازسازی شده بر روی سیگنال اصلی کاملاً منطبق است و نشان از بازسازی دقیق آن دارد. در شکل (۴) سیگنال اصلی به همراه نمایش تنک آن نشان داده شده است. از شکل (۴) کاملاً مشخص است که ضرایب تنک کاملاً منطبق بر سیگنال اصلی است و الگوریتم OMP در راستای تشخیص محل ضرایب مهم و تخمین اندازه آنها درست عمل کرده است. در شکل (۵) نیز سیگنال فشرده شده نمایش داده شده است.

برای نمایش مؤثر بودن الگوریتم پیشنهادی در زمینه صاف‌تر کردن سیگنال و کاهش نویز، یک سیگنال دیگر نیز با افزایش نویز در شکل (۶) آورده شده است. نسبت سیگنال به نویز در سیگنال شکل (۶) نسبت به شکل (۲)، ۷ دسیبل کاهش یافته است. همان‌طور که در شکل مشخص است سیگنال بازسازی شده کاملاً صاف‌تر است و از اثر نویز به نسبت بسیار زیادی کاسته شده است.



شکل (۲): سیگنال اصلی و بازسازی شده



شکل (۳): نمایش تنک سیگنال و شکل بازسازی شده آن

$$\begin{cases} \theta_{k+1} = (\theta_k + \omega\delta) \bmod(2\pi) \\ z_{k+1} = - \sum_{i \in \{P,Q,R,S,T\}} \delta \frac{\alpha_i \omega}{b_i^2} \Delta\theta_i \exp\left(-\frac{\Delta\theta_i^2}{2b_i^2}\right) + z_k + \eta \end{cases} \quad (۸)$$

که در آن $\Delta\theta_i = (\theta_k - \theta_i) \bmod(2\pi)$ ، η نویز اضافه شده به سیگنال و جمع بر روی i شامل پنج موج غالب در سیگنال قلبی است (P,Q,R,S,T). پارامترهای لازم برای رابطه (۸) در جدول (۱) آمده است.

جدول (۱): پارامترهای تولید سیگنال قلبی مصنوعی

Index (i)	P	Q	R	S	T
θ_i (rads.)	$-\pi/3$	$-\pi/12$	0	$\pi/12$	$\pi/2$
a_i	1.2	-5	30	7.5	0.7
b_i	0.25	0.1	0.1	0.1	0.4

با داشتن معادلات دینامیکی و پارامترهای لازم، سیگنال قلبی مصنوعی با فرکانس نمونه برداری دلخواه تولید می‌شود. برای نمونه، یک دوره تناوب از این سیگنال در شکل (۲) نشان داده شده است. فرکانس نمونه برداری آن ۵۰۰ هرتز است.

نمایش تنک سیگنال که با استفاده از ماتریس پایه Φ با ابعاد 6000×3000 به دست آمده، در شکل (۳) نمایش داده شده است. ضرایب غیرصفر با استفاده از الگوریتم OMP به دست آمده که در آن میزان تنک بودن سیگنال ۵۵ است.

ماتریس اندازه گیری A ابعاد 130×3000 دارد که ورودی‌های آن از توزیع‌های i.i.d گوسی با میانگین صفر و واریانس ۱ برداشته شده است. عدد ۱۳۰ مطابق رابطه (۴) انتخاب شده که برابر با اندازه سیگنال فشرده شده است. نمایش تنک بازسازی شده پس از فشرده‌سازی نیز در شکل (۳) نشان داده شده است. در این قسمت نیز دوباره از الگوریتم OMP برای بازسازی نمایش تنک سیگنال استفاده شده است. همان‌طور که در شکل (۳) مشخص است نمایش تنک بازسازی شده بر نمایش تنک اصلی در بیشتر محل‌های مهم منطبق بوده و به خوبی بازسازی شده است. پس از بازسازی ضرایب تنک، سیگنال قلبی با استفاده از این ضرایب، بازیابی شده است. همان‌طور که در شکل (۲)

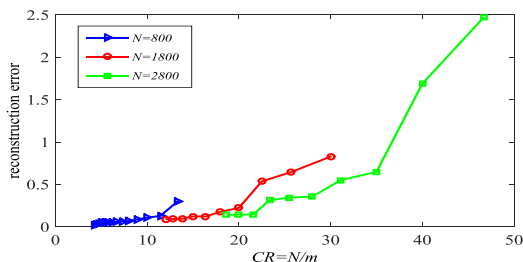
در مرحله بعد برای ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی و قدرت فشردسازی آن، معیار میزان فشردسازی به صورت زیر معرفی شده است؛

$$CR = \frac{N}{m} \quad (10)$$

که در آن m طول سیگنال فشرد شده و N طول سیگنال اصلی هستند. مطابق (۱۰) CR از ۱ تا ∞ تغییر می کند ($\infty > CR \geq 1$). رابطه بین CR و خطای بازسازی شده برای سه مقدار متفاوت N توسط شبیه سازی مونت کارلو محاسبه شده است؛

$$\text{recostrction error} = \sum_{j=1}^N (\hat{x}(j) - x(j))^2 \quad (11)$$

شکل (۸) رابطه بین خطای بازسازی شده و میزان فشردسازی را نشان می دهد. دامنه سه نمودار نشان داده شده به دلیل متغیر بودن N یکسان نیست و برای هر یک متفاوت است.

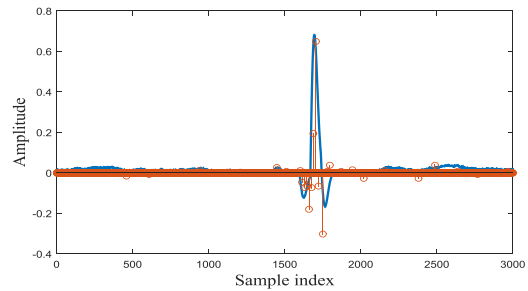


شکل (۸): میزان فشردسازی و خطای بازسازی مربوط به آن

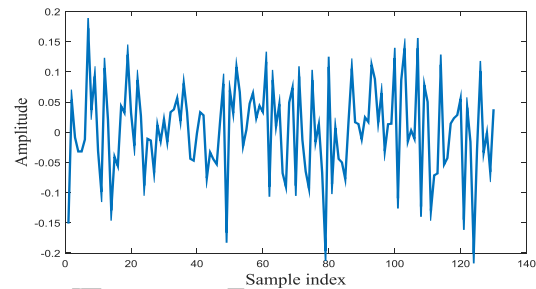
۴-۲- فشردسازی سیگنال قلبی واقعی

در این قسمت الگوریتم پیشنهادی به سیگنال قلبی واقعی اعمال شده و نتایج به دست آمده با الگوریتم پیشنهادی در [۸] مقایسه شده که در آن از ماتریس پایه موجک استفاده شده است و نتایج شبیه سازی، برتری محسوس الگوریتم پیشنهادی و استفاده از ماتریس پایه گوسی را بر استفاده از موجک گسسته نشان می دهد.

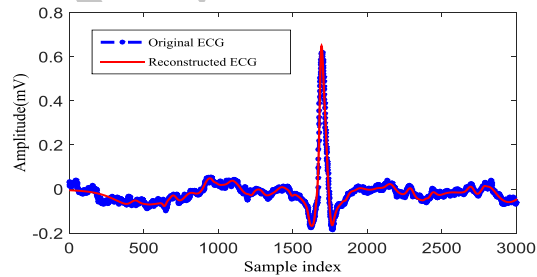
پانزده الکتروکارد سیگنال قلبی واقعی با فرکانس نمونه برداری ۳۶۰ هرتز از بانک اطلاعاتی فیزیونت (Physionet ATM) برداشته شده اند [۲۱]. سیگنال قلبی به یک خانم ۴۴ ساله غیر سیگاری مربوط است.



شکل (۴): سیگنال اصلی و نمایش تنک آن



شکل (۵): نمایش سیگنال فشرد شده

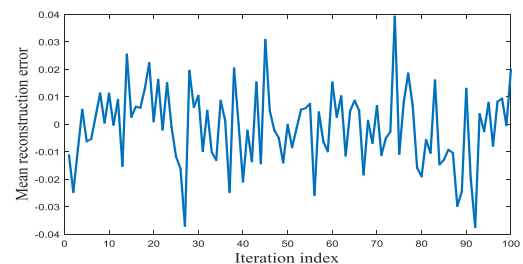


شکل (۶): سیگنال اصلی و بازسازی شده با افزایش نویز

شکل (۷) میزان میانگین خطای بازسازی برای سیگنال قلبی مصنوعی و شکل بازسازی شده آن با ۱۰۰ بار آزمایش مونت کارلو را نشان می دهد که با (۹) محاسبه شده است؛

$$\text{Mean recostrcuted error} = \frac{1}{100} \left(\sum_{i=1}^{100} \sum_{j=1}^N (\hat{x}_i(j) - x_i(j)) \right) \quad (9)$$

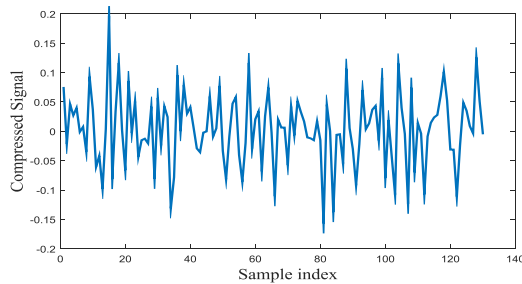
که در آن x و \hat{x} به ترتیب سیگنال اصلی و سیگنال بازسازی شده هستند.



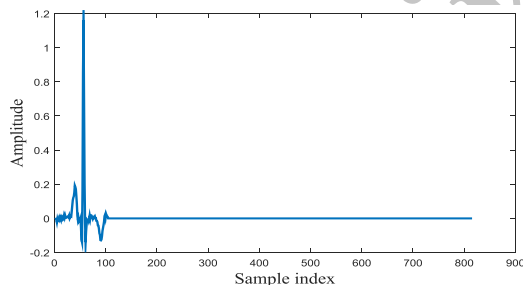
شکل (۷): میانگین خطای بازسازی برای سیگنال اصلی و بازسازی شده

فشرده‌سازی چند الکتروود سیگنال نوار قلبی با استفاده از نظریه حسگری فشرده

بازسازی شده هر ۱۵ الکتروود سیگنال قلبی به صورت یکجا در شکل (۱۴) آورده شده‌اند. تطابق تک‌تک سیگنال‌های بازسازی شده و سیگنال‌های اصلی با وجود میزان فشرده‌گی زیاد نشان‌دهنده دقت الگوریتم پیشنهادی است. در قسمت بعدی سیگنال قلبی با استفاده از ماتریس پایه موجک همانند [۸] به حالت تنک درآورده و سپس نظریه حسگری فشرده به سیگنال قلبی اعمال شده است. بدین منظور از تابع مادر دابشیتز ۳ (db3) استفاده شده و تبدیل ویولت تا سه مرحله انجام شده است. همان‌طور که در شکل (۱۲) مشخص است میزان تنک‌بودن سیگنال در این حالت برابر با ۱۰۴ است. همچنین در این نمایش تنک مقدار ضرایب جزئی برابر صفر هستند.



شکل (۱۱): سیگنال فشرده شده



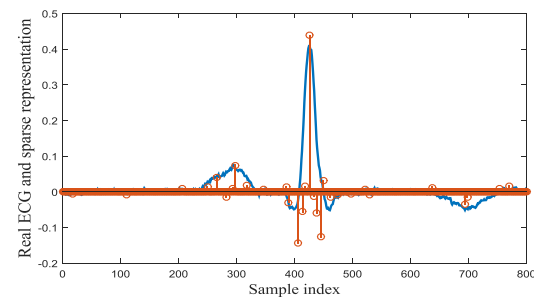
شکل (۱۲): نمایش تنک الکتروود دوم سیگنال قلبی واقعی

به منظور مقایسه دو دیشکنری، خطای بازسازی هرکدام به ازای CRهای متفاوت نشان داده شده است. به این صورت که خطای بازسازی برای هرکدام از الکتروود سیگنال قلبی محاسبه شده است؛ سپس خطای هرکدام از الکتروودها با هم جمع زده و میانگین گرفته شده است. شکل (۱۳) مقایسه عملکرد دو الگوریتم را به ازای میزان‌های فشرده‌سازی متفاوت نشان می‌دهد. برتری الگوریتم پیشنهادی و استفاده از ماتریس پایه گوسین بر استفاده از ماتریس پایه موجک گسسته کاملاً مشخص است. نتایج شبیه‌سازی برای شش نفر متفاوت از پایگاه داده Physionet

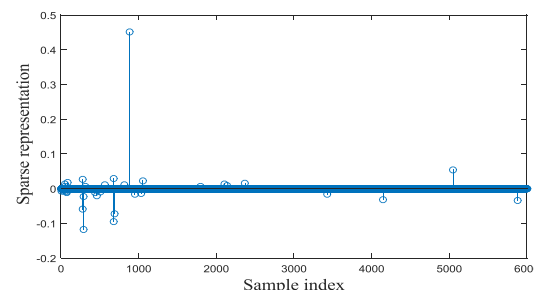
به دلیل آنکه سیگنال‌های قلبی واقعی معمولاً نویز زیادی دارند، مقداری از ضرایب تنک تولیدشده، اضافی و به نویز سیگنال مربوط هستند؛ بنابراین برای حذف ضرایب اضافی از یک روش آستانه‌گذاری استفاده شده است؛ به طوری که:

$$\begin{cases} 1, & |c_i| > T \\ 0 & |c_i| < T \end{cases} \quad (12)$$

که اگر در آن، ضریب تنک تولیدشده از آستانه T بزرگ‌تر باشد، ضریب مهم تلقی می‌شود و اگر از آن کوچک‌تر باشد، ضریب غیرمهم، تلقی و برابر با صفر می‌شود. با استفاده از این روش آستانه‌گذاری ضرایب تنک تولیدشده از ۵۵ به ۳۰ تقلیل پیدا می‌کند. یک دوره تناوب از الکتروود دوم این سیگنال قلبی همراه با نمایش تنک آن در شکل (۹) نشان داده شده است که در آن مقیاس نمایش تنک برای هماهنگ شدن با سیگنال اصلی تغییر داده شده است. نمایش تنک اصلی آورده شده در شکل (۱۰) از دیکشنری به ابعاد 800×600 استفاده کرده است. نمایش سیگنال فشرده شده $y \in \mathbb{R}^{130 \times 1}$ نیز در شکل (۱۱) آورده شده است.



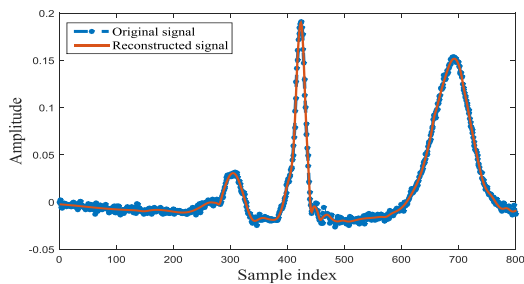
شکل (۹): سیگنال قلبی واقعی و نمایش تنک آن



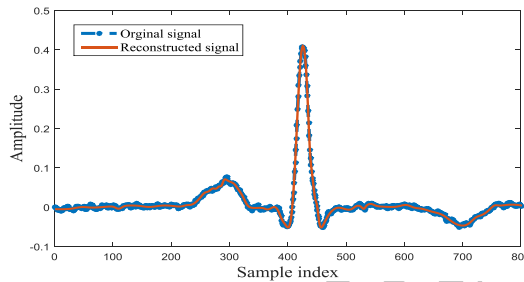
شکل (۱۰): نمایش تنک الکتروود دوم سیگنال قلبی واقعی

این کار برای تک‌تک الکتروودها به صورت جداگانه، انجام و سپس سیگنال‌ها بازسازی شده‌اند. نمایش سیگنال اصلی و

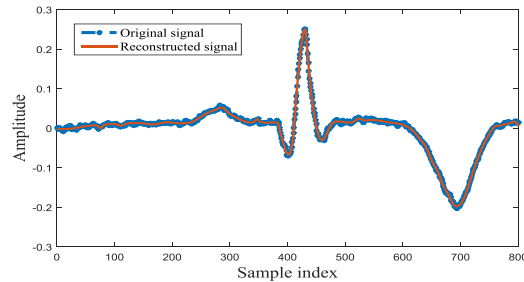
شده است. دقت الگوریتم برای سیگنال قلبی مصنوعی با نمایش میزان‌های فشرده‌سازی متفاوت و میزان خطای بازسازی نشان داده شده است. برای سیگنال قلبی نیز بین یکی از روش‌های رایج فشرده‌سازی سیگنال‌های قلبی و روش پیشنهادی مقایسه‌ای انجام شده که با نشان‌دادن میزان خطای بازسازی، برتری الگوریتم پیشنهادی نشان داده شده است.



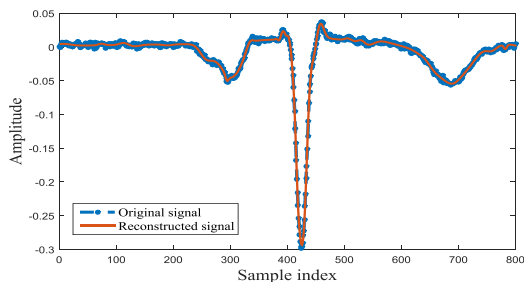
الف) الکتروود اول



ب) الکتروود دوم

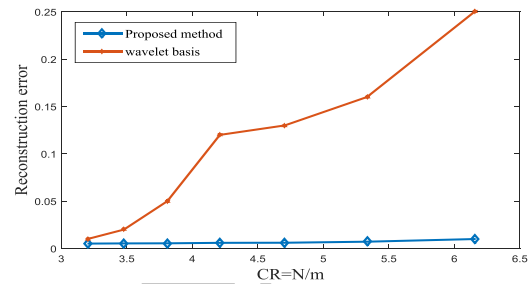


پ) الکتروود سوم



ت) الکتروود چهارم

در جدول (۲) آورده شده‌اند. ستون اول این جدول حاوی خطای بازسازی برای الگوریتم پیشنهادی با استفاده از توابع پایه گوسی پیشنهادی است و ستون دوم نیز نشان‌دهنده خطای بازسازی در حالتی از توابع پایه ویولت است. میزان بهبود کیفیت متوسط نیز در سطر آخر این جدول آورده شده که تأییدکننده عملکرد بهتر الگوریتم فشرده‌سازی با استفاده از روش پیشنهادی است.



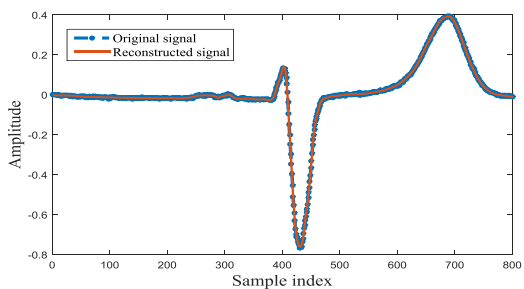
شکل (۱۳): میزان خطای بازسازی الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم [۸] به‌ازای میزان‌های فشرده‌سازی متفاوت

جدول (۲): خطای بازسازی برای الگوریتم پیشنهادی با کرنل‌های گوسی و ویولت

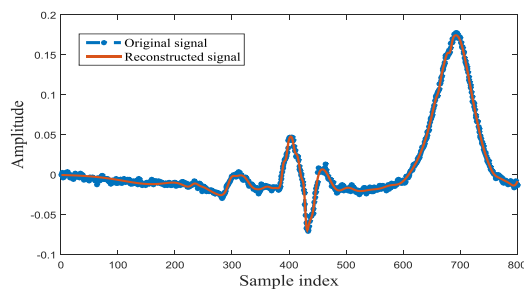
Subject no.	OMP (Gaussian kernel)	OMP (Wavelet kernel)
S0190lrem	0.0321	0.2327
S0195lrem	0.0055	0.177
S0242lrem	0.0077	0.2702
S0327lrem	0.0123	1.341
S0031lrem	0.0036	0.33
S0138lrem	0.044	0.563
Average	96%	85%
improvement (%)		

۵- نتیجه‌گیری

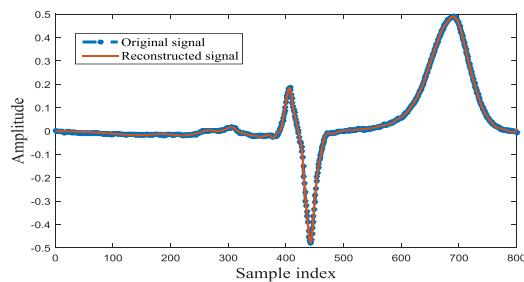
در این مقاله، روش جدیدی برای الگوکردن سیگنال قلبی و فشرده‌سازی آن براساس نظریه حسگری فشرده ارائه شد. در ابتدا نمایش تنک سیگنال‌ها برای استفاده از این روش لازم است که با استفاده از ماتریس پایه‌ای با کرنل‌های گوسی و روش بهینه‌سازی حریص، نمایش تنک تک‌تک سیگنال‌ها به‌دست آورده شده است. سپس نظریه حسگری فشرده برای فشرده‌سازی سیگنال‌ها به‌کار برده شده و سیگنال‌ها با تعداد نمونه‌های بسیار کمتری نسبت به سیگنال اصلی فشرده شده است. برای بازسازی لیدهای سیگنال قلبی نیز دوباره از روش بهینه‌سازی حریص استفاده شده است و سیگنال‌ها به‌طور کامل و با دقت بالا بازسازی شده‌اند. این روش برای سیگنال‌های قلبی مصنوعی و طبیعی به‌کار برده



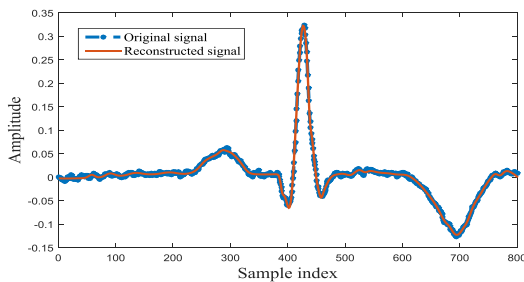
(ج) الکتروود هشتم



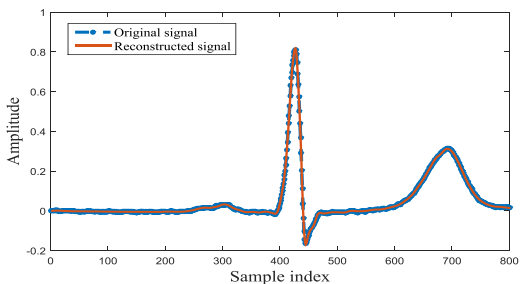
(ث) الکتروود پنجم



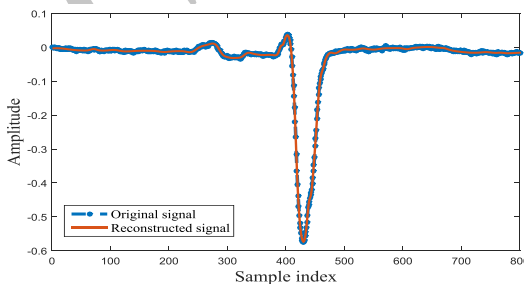
(خ) الکتروود نهم



(ج) الکتروود ششم

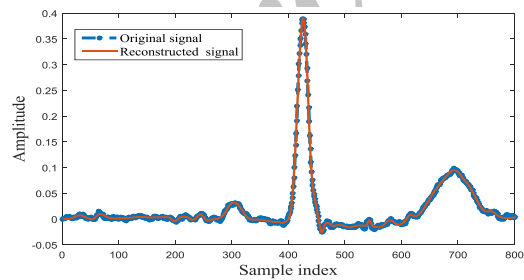


(د) الکتروود دهم

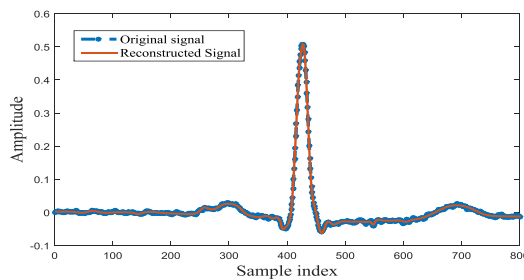


(چ) الکتروود هفتم

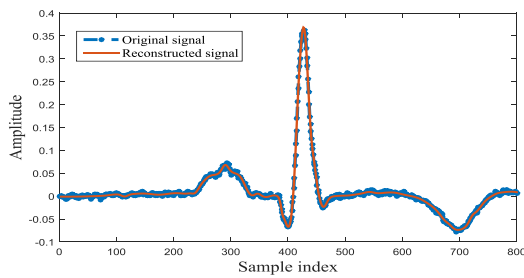
شکل (۱۴): سیگنال‌های قلبی اصلی و بازسازی‌شده از الکتروود اول تا دهم



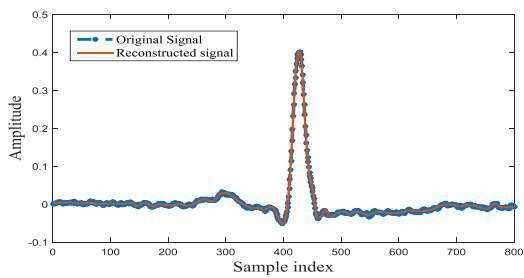
(ز) الکتروود سیزدهم



(ذ) الکتروود یازدهم

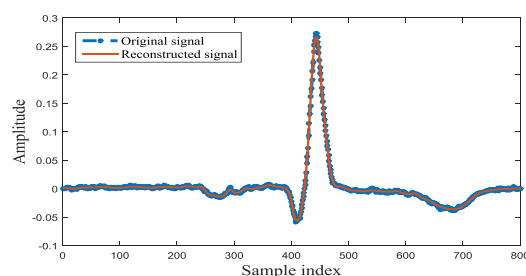


(ز) الکتروود چهاردهم



(ر) الکتروود دوازدهم

- [10] A. Cohen, P. M. Poluta, and R. Scott-Miller, "Compression of ECG signals using vector quantization", in Proc. IEEE-90 S. A. Symp. Commun. Signal Process., Vol. 2, pp. 525-531, 1969.
- [11] S. Eftekharifar, T. Yousefi Rezaei, M. Shamsi, "A new framework for ECG signal modeling and compression based on compressed sensing theory", 17th International Conference on Information, Communications and Signal Processing, Istanbul, Turkey, 2015.
- [12] H. Mamaghanian, G. Ansaloni, D. Atienza, P. Vanderghenst, "Power-efficient joint compressed sensing of multi-lead ECG signals", IEEE Int. Conf. Acoustic, speech and signal processing (ICASSP), pp. 4049, May 2014.
- [13] H. Mamaghanian, N. Khaled, D. Atienza, P. Vanderghenst, "Structured sparsity models for compressively sensed electrocardiogram signals: a comparative study", Biomedical engineering, IEEE Transactions on, Vol. 58, No. 9, pp. 2456-2466, 2011.
- [14] Q. Wang, ZH. W. Liu, "A novel distributed compressed sensing algorithm for multi-channel electrocardiography signals", Int. Conference on biomedical eng. and informatics (BMEI), pp. 607-611, 2011.
- [15] W. Qiao, B. Lin, C. V. Chen, "JSM-2 based joint ECG compressed sensing with partially known support establishment", IEEE int. conf. on e-health networking , applications and services, pp. 435-438, 2012.
- [16] P. E. Mcsharry, G. D. Clifford, L. Tarassenko and L. A. Smith, "A dynamic model for generating synthetic electrocardiogram signals", IEEE Trans. Biomed. Eng., Vol. 50, No. 3, pp. 289-294, 2003.
- [17] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, Discrete time signal processing, 3rd ed. New Jersey, Prentice Hall, pp. 153-161, 2009.
- [18] E. Candes and T. Tao, "Near optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies?", IEEE Trans. Information Theory, Vol. 52, No. 12, pp. 5406-5425, 2006.
- [19] E. Candes, J. Romberg and T. Tao, "Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information", IEEE Trans. Information Theory, Vol. 52, No. 2, pp. 489-509, 2006.
- [20] Y. C. Eldar and G. Kutyniok, Compressed Sensing, Cambridge university press, 2012.
- [21] R. Sameni, G. D. Clifford, C. Jutten, M. B. Shamsollahi, "Multichannel ECG and noise modeling: Application to maternal and fetal ECG signals", EURASIP Journal on Advanced in signal processing, Vol. 2007, 2006.
- [22] The MIT-BIH PTB diagnosis database, <http://www.physionet.org/physiobank/database/ptbdb/>.



(س) الکترو د پانزدهم

ادامه شکل (۱۴): سیگنال‌های قلبی اصلی و بازسازی شده از

الکترو د یازدهم تا پانزدهم

مراجع

- [1] Frankel, David S., Model Driven Architecture: Applying MDA to Enterprise Computing, OMG Press, Wiley Publishing, 2003.
- [2] J. R. Cox, F. M. Nolle, H. A. Fozzard, and C.G. Oliver, "AZTEC, a preprocessing program for real time ECG rhythm analysis", IEEE Trans. Biomedical. Eng., Vol. BME-15, No. 4, pp. 128-129, 1968.
- [3] J. P. Abenstein and W. J. Tomkins, "A new data reduction algorithm for real time ECG analysis", IEEE Tran. Biomed. Eng., Vol. BME-29, No. 1, pp. 43-48, 1982.
- [4] M. Ishijima, S. B. Shin, G. H. Hostetter, and J. Sklansky, "Scan along polygon approximation for data compression of electrocardiograms", IEEE Trans. Biomed. Eng., Vol. BME-30, No. 11, pp. 723-729, 1983.
- [5] A. Al-Sharrouf, M. Abo-Zahhad, and S. M. Ahmad, "A novel compression algorithm for electrocardiogram signal based on the linear prediction of the wavelet coefficients", Digit. Signal Process. Vol. 13, pp. 604-622, 2003.
- [6] H. A. M. Al-Nashash, "A dynamic Fourier series for the compression of ECG using FFT and adaptive coefficient estimation", Med. Eng. Physics 17, pp. 197-203, 1994.
- [7] V. A. Allen, J. Belina, "ECG data compression using the discrete cosine transform (DCT)," IEEE Proceedings, Computer in cardiology, pp 687-690, 1992.
- [8] M. L. Hilton, "Wavelet and wavelet packet compression of electrocardiograms", IEEE Trans. Biomed. Eng., Vol. 44, No. 5, pp. 56-63, 1993.
- [9] Z. H. Xin, W. H. Qing, L. X. Ming, L.Y. Hua, Z. L. Kun, "Implementation of compressive sensing in ECG and EEG signal processing", ELSEVIER, 2010.

¹ Amplitude zone epoch coding

² Coordinate reduction time encoding

³ Scan along polygonal approximation

⁴ Peak picking

⁵ Vector quantization

⁶ Restricted Isometry Property