

## **Basis Expansion Model Design for Sparse Doubly Selective Channel Estimation Using Dictionary Learning**

**Somayeh Mahmoodi<sup>1</sup>, Mohammad Javad Omid<sup>1</sup>, Foroogh Sadat Tabataba<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Department of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

### **Abstract:**

In this paper, sparse double selective channel estimation using compressed sensing (CS) theory for OFDM systems is investigated. This theory helps to reduce the required pilot ratio and equivalently increases the spectral efficiency to achieve a constant mean square error. This is of great importance especially for double selective channels in which the required number of unknowns to be estimated and also the required number of pilot symbols are high. To take the advantage of compressed sensing, it is proposed that the sparsity enhancement of the coefficients of basis expansion model (BEM) should be considered in BEM design. It is also proposed to use K-SVD algorithm that is one of the most popular dictionary learning algorithms. Moreover, in this paper clustered pilot symbols are used to avoid inter-carrier interference. It is noteworthy that the channel coefficients representing inter-carrier interference are also estimated to be used in equalization. Numerical experiments have shown that the compressed sensing estimator employing the proposed basis, outperforms the one employing DFT-DPSS in terms of NMSE and system BER.

**Keywords:** K-SVD algorithm, Sparsifying basis, Sparse channel estimation, compressed sensing, OFDM (orthogonal frequency division modulation) system, Doubly selective channel.

## طراحی مدل بسط پایه‌ای برای تخمین کانال‌های دوگانه‌گزین تنک به کمک فراگیری واژه‌نامه

سمیه محمودی<sup>۱</sup>، محمدجواد امیدی<sup>۲</sup>، فروغ السادات طباطبایی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه صنعتی اصفهان - اصفهان - ایران

smahmoodi@ec.iut.ac.ir

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه صنعتی اصفهان - اصفهان - ایران

omidi@cc.iut.ac.ir

۳- استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی اصفهان - اصفهان - ایران

fstabataba@cc.iut.ac.ir

چکیده: در این مقاله تخمین کانال دوگانه‌گزین تنک در سیستم OFDM با استفاده از نظریه حسگری فشرده (CS) بررسی شده است. این نظریه کمک می‌کند تا در تخمین کانال برای دست‌یابی به میانگین مربعات خطای ثابت، نسبت سمبل راهنمای مورد نیاز را کاهش و به‌طور معادل راندمان طیفی را افزایش داد. این موضوع در کانال‌های دوگانه‌گزین، اهمیت زیادی دارد. در کانال‌های دوگانه‌گزین، در مدل‌کردن کانال به تعداد متغیر بیشتر و در نتیجه، تعداد سمبل راهنمای بیشتر نیاز است. مدل بسط پایه‌ای (BEM) قبلاً در تخمین و همسان‌سازی کانال‌های دوگانه‌گزین استفاده شده است. برای بهره‌گیری بیشتر از مزایای حسگری فشرده، پیشنهاد می‌شود در طراحی BEM برای استفاده در تخمین کانال‌های دوگانه‌گزین تنک، به بهبود تنکی ضرایب این بسط توجه شود. برای این منظور، در این مقاله پیشنهاد می‌شود از الگوریتم K-SVD استفاده شود که از محبوب‌ترین روش‌های فراگیری واژه‌نامه است. در این مقاله با ساختار خوشه‌ای برای سمبل‌های راهنما، از تداخل بین - زیرحاملی اجتناب شده است. همچنین، ضرایب مربوط به تداخل بین - زیرحاملی تخمین زده می‌شوند تا در همسان‌سازی استفاده شوند. نتایج شبیه‌سازی بهبود عملکرد از نظر میانگین مربع خطای نرمالیزه‌شده و میزان خطای بیت سیستم در حضور تخمین‌گر مبتنی بر حسگری فشرده با پایه‌های پیشنهادی نسبت به تخمین‌گر متناظر مبتنی بر پایه‌های DFT-DPSS را نشان می‌دهند. واژه‌های کلیدی: الگوریتم K-SVD، پایه‌های تنک‌کننده، تخمین کانال تنک، حسگری فشرده (compressed sensing)، سیستم OFDM (orthogonal frequency division modulation)، کانال دوگانه‌گزین (doubly selective channel).

### ۱- مقدمه

است. این سیستم همچنین کاندید اصلی برای استاندارد 5G است. برای کاهش اثر مخرب کانال بر روی سیگنال ارسالی و آشکارسازی هم‌دوس اطلاعات، تخمین کانال درگیرنده الزامی است. کانال‌های محوشدگی چندمسیره، به‌خصوص در فرکانس‌های نمونه‌برداری و پهنای باندهای بالا با بردارهای تنک، تقریب زده و حسگری فشرده (CS)<sup>۱</sup> برای تخمین این کانال‌ها به‌کار گرفته می‌شود. اگر به جای روش‌های معمول چون LS<sup>۲</sup> و یا MMSE<sup>۳</sup> از روش‌های بازیابی CS در تخمین کانال استفاده شود، ضمن دستیابی به

سیستم OFDM در لایه فیزیکی استانداردهای بی‌سیم مثل WiMAX، DVB-T، 3G و 4G به‌کار گرفته شده

<sup>۱</sup> تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۱۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۲۸

نام نویسنده مسئول: محمدجواد امیدی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - اصفهان - دانشگاه صنعتی اصفهان - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

کاهش اثر تداخل بین - زیرحاملی<sup>۱۱</sup> (ICI)، همسان‌سازی کانال و کدبرداری استفاده شده است. در [۱۰] با فرض مدل آماری معین برای کانال و مکان سمبل‌های راهنما به صورت معین، برای میانگین مربعات خطا در سیستم OFDM در مسئله تخمین کانال تنک وقتی که در بازیابی از OMP<sup>۱۲</sup> استفاده شده باشد، باند بالایی به دست آمده است.

در کار قبلی [۱] از الگوریتم K-SVD [۱۱] برای یافتن پایه‌های تنک‌کننده برای کانال‌هایی که آرام تغییر می‌کنند، استفاده کردیم. پایه‌های حاصل - که متعامد نیستند - سبب بهبود عملکرد تخمینگر CS نسبت زمان استفاده از پایه‌های متعامد می‌شوند. در این مقاله، از این الگوریتم در طراحی پایه‌های مدل بسط پایه‌ای برای کانال‌های دوگانه‌گزين - که همان پایه‌های تنک‌کننده هستند - استفاده شده است. در این مقاله نشان داده شده است چگونه با وجود ساختار و روابط حاکم بر الگوریتم K-SVD از آن در طراحی BEM بهره بگیریم. همچنین در کانال‌های دوگانه‌گزين به در نظر گرفتن تمهیداتی برای تداخل بین حاملی نیاز است. به همین منظور، در این مقاله نخست، ساختار سمبل‌های راهنما برای حالت کانال دوگانه‌گزين نسبت به [۱] تغییر داده شده‌اند تا تخمینگر در مقابل تداخل بین - زیرحاملی مقاوم‌تر باشد. به این منظور از ساختار خوشه‌ای که در DVB-T [۱۲] نیز به کار رفته است، برای سمبل‌های راهنما استفاده می‌شود. دوم، در تخمین کانال ضرایب معرفی‌کننده تداخل بین - زیرحاملی تخمین زده می‌شوند تا از آنها در فرآیند همسان‌سازی استفاده شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند با بهره‌گیری از K-SVD و بهبود تنکی، عملکرد تخمینگر کانال از نظر میانگین مربعات خطای نرمالیزه و احتمال خطای سیستم بهبود می‌یابد.

ساختار مقاله به شکل زیر است. در بخش ۲، مدل سیستم و در بخش ۳، تخمین کانال به کمک CS توضیح داده می‌شود. در بخش ۴، BEM طراحی می‌شود. در پایان نتایج شبیه‌سازی آورده می‌شود.

## ۲- مدل سیستم

ارسال  $L$  سمبل OFDM با  $K$  زیرحامل را در نظر بگیریم. در فرستنده،  $a_{l,k}$  که از مجموعه الفبای  $A$  انتخاب

عملکرد مشابه از نظر میانگین مربعات خطا از پهنای باند موجود استفاده بهتری می‌شود و راندمان طیفی را افزایش می‌دهد [۱-۴]. همچنین کاهش تعداد سمبل‌های راهنمای موردنیاز، افزایش راندمان انرژی را نیز به دنبال خواهد داشت. درباره کانال‌های دوگانه‌گزين (DS) که به ارسال سمبل‌های راهنمای پی‌درپی برای تخمین کانال نیاز است، CS با کاهش سمبل‌های راهنمای مورد نیاز، بسیار مفید است.

در تخمین کانال‌های DS تنک، مدل بسط پایه‌ای<sup>۱۰</sup> همراه با CS در متون علمی استفاده شده است [۱-۷]. این موضوع سبب افزایش راندمان طیفی می‌شود، بیش از وقتی که CS یا BEM به تنهایی استفاده شوند. پایه‌های نمایی مختلط ضرایب تقریباً تنک در مدل‌کردن کانال فراهم می‌آوردند. در [۴] قسمت IV نشان داده شده است تنکی ضرایب حاصله در حوزه داپلر گسسته به دلیل نشت تبدیل فوریه گسسته رضایت‌بخش نیست. درحالی‌که [۴] به بهبود تنکی در حوزه داپلر می‌پردازد، مرجع [۵] با کمک پایه‌های فوریه میزان نمونه‌برداری افزایش یافته<sup>۱۱</sup> به بهبود تنکی در هر دو حوزه تأخیر و داپلر می‌پردازد. به منظور بهبود تنکی ضرایب مربوط به کانال که در تخمین کانال استفاده می‌شوند، در [۴] پایه‌های با ترکیب پایه‌های فوریه و DPSS<sup>۱۲</sup> برای کانال‌های DS، و پایه‌های به دست آمده با کمک بهینه‌سازی برای کانال‌های تغییرکننده با آرامتر، پیشنهاد شده است. در این مراجع نشان داده شده است به کارگیری پایه‌هایی به جای پایه‌های فوریه، بهبود تنکی و در نتیجه، بهبود نتایج MSE تخمین کانال را سبب شده‌اند.

در [۶] و [۷] به ترتیب حسگری فشرده توزیع شده<sup>۱۳</sup> و حسگری فشرده توزیع شده<sup>۱۴</sup> ساختاریافته<sup>۱۵</sup> [۸] برای تخمین کانال‌های DS پیشنهاد شده است که پایه‌های نمایی مختلط برای توصیف آنها به کار رفته است. این روش‌ها بر پایه CS عمل می‌کنند و زمانی به کار می‌آیند که اطلاعاتی از الگوی مکان‌های عناصر غیرصفر بردار (یا ماتریس) تحت تخمین در دست باشد. بهره‌گیری از DCS و SDCS در تخمین کانال، بهبود میانگین مربعات خطا و احتمال خطای سیستم را سبب شده‌اند. در [۹] فراگیری بیزی تنک - قالبی<sup>۱۶</sup> همراه با یکی از روش‌های استنتاج بیزی یادگیری ماشین برای تخمین ضرایب BEM و همچنین تخمین نویز،

را نشان می‌دهند. اگر  $h_{physical}(t, \tau)$  پاسخ ضربه کانال فیزیکی باشد، می‌توان نشان داد:

$$h[n, m] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_{physical}(t + nT_s, \tau) f_1(t - \tau + mT_s) f_2(-t) dt d\tau \quad (6)$$

و  $z[n] = \int_{-\infty}^{\infty} z(t) f_2(nT_s - t) dt$  در تخمین کانال سیستم OFDM بر کانال معادل متشکل از مدولاتور OFDM، فیلتر درونیایی، کانال فیزیکی، فیلتر ضدهمپوشانی و دمدولاتور OFDM تمرکز می‌شوند. رابطه (۷) که در آن

$$H_{l', k', l, k} = \sum_{n=(l+1)N-K}^{(l+1)N-1} z[n] e^{-j2\pi k(n-lN)/K}$$

کانال معادل است که  $a_{l, k}$  را به سمبل دمدوله شده  $r_{l, k}$  مربوط می‌کند. اگر برای  $H_{l', k', l, k} \neq 0$ ،  $l' \neq l$  به معنی وجود تداخل بین - سمبلی است. همچنین اگر برای  $H_{l', k', l, k} \neq 0$ ،  $k' \neq k$  یعنی تداخل بین - زیرحاملی وجود دارد.

$$r_{l, k} = \sum_{l'=0}^{L-1} \sum_{k'=0}^{K-1} H_{l', k', l, k} a_{l', k'} + z_{l, k}, \quad l=0, \dots, L-1, k=0, \dots, K-1 \quad (5)$$

اگر از BEM برای مدل کردن کانال استفاده شود، داریم

$$h[n, m] = \sum_{i=0}^{Q-1} c_h[m, i] b_i[n], \quad m=0, \dots, M-1, n=0, \dots, N_t-1, \quad (6)$$

که در آن  $N_t = NL$  و  $b_i[n]$  و  $c_h[m, i]$  به ترتیب نشان‌دهنده  $i$  امین پایه و ضریب متناظر آن است و  $Q$  تعداد پایه‌های BEM را نشان می‌دهد. در این مدل، تغییرات زمانی هر شیر به کمک ترکیب خطی از چندین پایه توصیف می‌شود. توصیف CIR با مدل بسط پایه‌ای کمک می‌کند تا هر شیر<sup>۱۵</sup> کانال به جای  $N_t$  با  $Q$  متغیر تقریب زده شود. به این ترتیب، تعداد پارامترهای نامعین در تخمین و همسان‌سازی<sup>۱۶</sup> کانال بسیار کاهش می‌یابد [۷، ۱۳].

با ترکیب *Error! Reference source not found.*

(3)، (4) و (6) و همچنین با توجه به (5) داریم

$$H_{l', k', l, k} = e^{-j2\pi \frac{N}{K} k'(l'-l)} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{Q-1} c_h[m, i] e^{-j2\pi k'm/K}$$

$$[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_i[n + lN] g[n] p[n - m + (l-l')N] e^{j\frac{2\pi}{K}(k'-k)n} ], \quad (7)$$

$$l=0, \dots, L-1, k=0, \dots, K-1.$$

شده است، زیرحامل  $k$  ام از  $l$  امین سمبل OFDM مدوله می‌کند ( $l=0, \dots, L-1$  و  $k=0, \dots, K-1$ ). سپس،  $N_{cp}$  نمونه پیشوند چرخشی به نمونه‌های ابتدایی سمبل OFDM اضافه می‌شود. به این ترتیب، سیگنال گسسته - زمان باندپایه مختلط در فرستنده تولید می‌شود که در آن  $N \square K + N_{cp}$  و  $p[n]$  پنجره مستطیلی است که برای بازه  $n \in [0, N-1]$  غیر صفر و برابر یک است.

$$s[n] = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{K-1} a_{l, k} p[n - lN] e^{j2\pi k(n-lN)/K} \quad (1)$$

سیگنال پیوسته - زمان  $s(t)$  از رابطه (۲) به دست می‌آید که در آن  $T_s$  و  $f_1(t)$  به ترتیب دوره نمونه‌برداری و فیلتر درونیایی<sup>۱۳</sup> هستند. پس از عبور سیگنال فرستنده از کانال نویزی و دوگانه‌گزین با پاسخ ضربه تغییرپذیر با زمان  $h(t, \tau)$ ، سیگنال  $r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) s(t - \tau) d\tau + z(t)$  دریافت می‌شود که در آن  $z(t)$  نویز مختلط است. در گیرنده، سیگنال  $r(t)$  به سیگنال گسسته - زمان  $r[n]$  در رابطه (۳) تبدیل می‌شود که در آن  $f_2(t)$  فیلتر ضدهمپوشانی<sup>۱۴</sup> است که نهایتاً در گیرنده، سمبل‌های دمدوله شده از رابطه (۴) به دست می‌آیند که در آن  $g[n]$  پنجره مستطیلی گیرنده است و در بازه  $n \in [N-K, N-1]$  غیر صفر است.

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s[n] f_1(t - nT_s) \quad (1)$$

$$r[n] = \int_{-\infty}^{\infty} r(t) f_2(nT_s - t) dt \quad (2)$$

$$r_{l, k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r[n] g[n - lN] e^{-j2\pi k(n-lN)/K}, \quad l=0, \dots, L-1, k=0, \dots, K-1 \quad (3)$$

اگر پاسخ ضربه گسسته - زمان، معادل کانال را با

$h[n, m]$  نشان دهد:

$$r[n] = \sum_{m=0}^{M-1} s[n - m] h[n, m] + z[n], \quad (4)$$

که در آن  $M$  طول کانال گسسته معادل در حوزه تأخیر و  $z[n]$  نویز سفید گوسی جمع‌شونده گسسته - زمان باندپایه

$$H_{l,k} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{Q-1} c_h[m,i] A[m,i,l] e^{-j2\pi km/K}, (l,k) \in P^{nz} \quad (10)$$

فرض کنید قرار است تخمین کانال به کمک سمبل‌های راهنما انجام شود. برای این کار سمبل‌های راهنما در مکان‌های مشخص شده با  $(l,k) \in P$  در فرستنده قرار می‌گیرند و ارسال می‌شوند. در گیرنده به کمک (9) و سیگنال دریافتی  $r_{l,k}$  که  $(l,k) \in P^{nz}$  در مکان‌های مربوط به مکان‌های سمبل‌های راهنمای غیرصفر به دست می‌آید. در تخمین کانال متداول پس از تقریب  $H_{l,k}$  در مکان‌های سمبل‌های راهنما، مقادیر  $H_{l,k}$  برای همه  $(l,k)$  با روش درونیابی محاسبه می‌شوند؛ اما در تخمین کانال مبتنی بر CS به این طریق عمل نمی‌شود. در قسمت بعد، نشان داده می‌شود چگونه تخمین کانال به کمک CS انجام می‌گیرد.

### ۳- تخمین کانال به کمک حسگری فشرده

اگر مقادیر  $H_{l,k}$  و  $c_h[m,i]$  را به ترتیب در بردارهای  $\mathbf{h}$  و  $\mathbf{c}_h$  چیده شود، رابطه (10) به فرم برداری زیر نوشته می‌شود

$$\mathbf{h} = \Phi \mathbf{c}_h \quad (11)$$

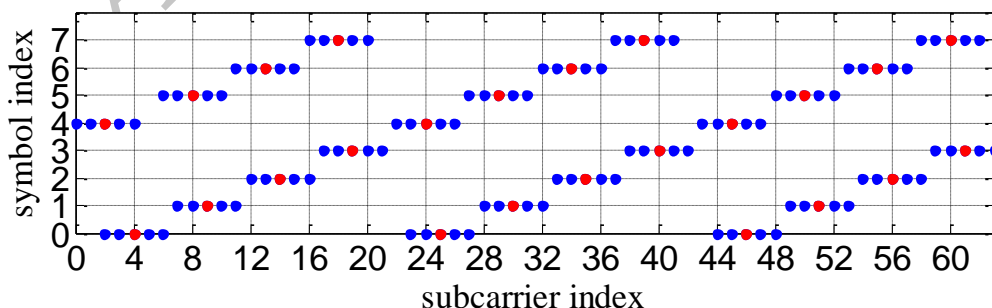
با انتخاب  $ISI, N_{cp} > M$  نخواهیم داشت. در این حالت، در کانال‌های دوگانه‌گزين، سمبل‌های راهنما به صورت خوشه‌ای<sup>۱۷</sup> انتخاب می‌شوند. در هر خوشه تنها زیرحامل میانی مقدار غیرصفر دارد و بقیه زیرحامل‌ها در خوشه مقدار صفر خواهند داشت. به این الگوی سمبل راهنما می‌شود. در شکل (۱) یک نمونه از این ساختار سمبل راهنما آورده شده است. با انتخاب الگوی سمبل‌های راهنما به صورت FDKD در محل سمبل راهنماهای غیرصفر ICI ناچیز است [۱۴، ۱۵]. این الگوی سمبل راهنما از مهم‌ترین بخش تداخل ناشی از ICI که از زیرحامل‌های همسایه نشأت می‌گیرد، در محل سمبل راهنمای غیرصفر جلوگیری می‌کند. در این صورت در محل، سمبل‌های راهنمای غیرصفر خواهیم داشت:

$$H_{l,k',l,k} = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{Q-1} c_h[m,i] e^{-j2\pi km/K} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_i[n+ln] g[n] p[n-m] e^{j\frac{2\pi}{K}(k'-k)n} \right], \quad (8)$$

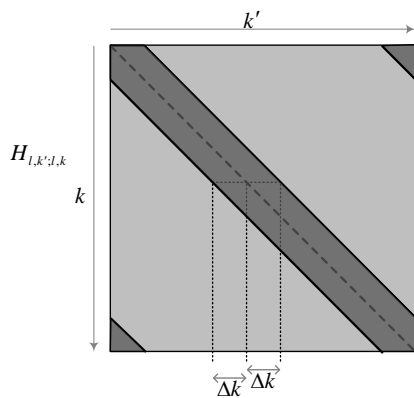
$$l = 0, \dots, L-1, k = 0, \dots, K-1$$

$$r_{l,k} = H_{l,k} a_{l,k} + \tilde{z}_{l,k}, \quad (l,k) \in P^{nz}, \quad (9)$$

که در آن نشان‌دهنده نویز است که شامل نویز کانال و نویز ناچیز باقیمانده ناشی از ICI هستند. در این صورت، با توجه به (8) در محل، سمبل‌های راهنمای غیرصفر داریم که در آن  $A[m,i,l] \square \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_i[n+ln] g[n] p[n-m]$ . این رابطه، رابطه اصلی ما در تخمین کانال محسوب می‌شود.



شکل (۱): نمونه‌ای از ساختار سمبل‌های راهنما به شکل خوشه‌ای FDKD برای ۶۴ زیرحامل. نقاط قرمز مکان سمبل‌های راهنمای غیرصفر و نقاط آبی مکان‌های سمبل‌های راهنمای صفر را نشان می‌دهند.



شکل (۲): ساختار  $H_{l,k':l,k}$  و تقریب آن به صورت نواری. قسمت های خاکستری روشن مقادیر ناچیز و خاکستری تیره مقادیر شایان توجه دارند.

#### ۴- طراحی پایه های تنک کننده برای کانال محوشدگی

در تخمین کانال های دوگانه گزین مدل بسط پایه ای استفاده شده است [۱۳-۱۵]. در این مدل، تغییرات زمانی کانال محوشدگی به کمک مجموعه ای از پایه ها که با زمان تغییر می کنند، ضرایب ثابت مربوط به آنها توصیف می شوند. با آگاهی از آن مجموعه پایه، برای توصیف یا تخمین کانال، تنها لازم است ضرایب پایه ها مشخص شوند؛ برای مثال، اگر کانال  $M$  شیر داشته باشد و توصیف کانال در بازه زمانی  $[0, NT_s)$  مدنظر باشد، به تعداد  $NM$  متغیر برای توصیف کانال در حالت گسسته - زمان نیاز است. در حالی که اگر مدل بسط پایه ای با  $Q$  پایه به کار گرفته شود، این مدل با تعداد کمتری متغیر، یعنی  $QM$  متغیر، تقریب خوبی از کانال به دست می دهد؛ مثلاً اگر مدل بسط پایه ای با پایه های نمایی مختلط برای توصیف کانال به کار رود، با  $Q \approx \lceil 2v_{\max} T_s N \rceil + 1$  پایه کانال تقریب زده می شود [۱۳] که در آن  $v_{\max}$  ماکزیمم شیفت داپلر یک طرفه است (توضیحات بیشتر در قسمت ضمایم). نماد  $[\cdot]$  کوچک ترین عدد صحیح بزرگ تر از یا مساوی با عدد مدنظر را نشان می دهد. به این ترتیب، مدل بسط پایه ای با کاهش تعداد متغیر تحت تخمین، به کاهش پیچیدگی محاسباتی در تخمین کانال کمک می کند. به همین دلیل، از مدل بسط

که در آن  $\mathbf{h}$  برداری است که عنصر  $(k+1+IM)$  آن برابر  $H_{l,k}$  و ماتریسی است  $LK \times MI$  که عنصر  $(k+1+IM, m+1+iM)$  آن برابر  $\exp(-j2\pi km/K)A[m,i,l]$  و برداری است که عنصر  $(m+1+iM)$  ام آن برابر  $c_h[m,i]$  است. با در نظر گرفتن  $\mathbf{h}^{(P^{nz})}$  به عنوان زیر برداری از  $\mathbf{h}$  که متناظر مکان های سمبل های راهنمای غیر صفر  $(l,k) \in P^{nz}$  است، داریم

$$\mathbf{h}^{(P^{nz})} = \Phi^{(P^{nz})} \mathbf{c}_h \quad (12)$$

که در آن  $\Phi^{(P^{nz})}$  زیرماتریسی از  $\Phi$  است که شامل سطرهای متناظر با مکان های سمبل های راهنمای غیر صفر است. در این رابطه ضرایب  $\mathbf{c}_h$  کانال از روی تقریب کانال در مکان های سمبل های راهنمای یعنی  $\mathbf{h}^{(P^{nz})}$  به دست می آیند. به این ترتیب، در مرحله اول  $\mathbf{c}_h$  از (12) و به کمک روش های بازیابی CS تخمین زده می شود. در اینجا قرار است ضرایب  $H_{l,k':l,k}$  که معرف ICI هستند، تخمین زده شوند. می توان نشان داد  $H_{l,k':l,k}$  ساختاری مانند شکل (۲) دارد که در آن مقادیر روی قطر و ناحیه نواری  $^{18}$  حول آن نسبت به بقیه مکان ها مقادیر درخور توجهی دارند [۱۵]. به این ترتیب فرض می کنیم  $H_{l,k':l,k}$  تنها در ناحیه نواری مشخص شده مقدار غیر صفر دارد و پس از تخمین  $\mathbf{c}_h$ ، ضرایب  $H_{l,k':l,k}$  برای همه  $(l,k,k')$  ها که  $|k-k'| \pmod{K} \leq \Delta k$  و  $k=0, \dots, K-1$ ،  $l=0, \dots, L-1$  و  $\Delta k$  عدد صحیح مثبت باشد، با (8) تخمین زده می شوند تا در فرآیند همسان سازی استفاده شوند. پارامتر  $\Delta k$  طوری تعیین می شود که بتوان از ICI در محل سمبل های راهنمای غیر صفر که مستقیماً در تخمین شرکت دارند، صرف نظر شود؛ بنابراین، این پارامتر با توجه به شیفت داپلر کانال و حداکثر سرعت نسبی بین فرستنده و گیرنده تعیین می شود.

پایه نشان داده شود. به هریک از پایه‌ها اتم و به مجموعه آنها واژه‌نامه گفته می‌شود. دو دسته واژه‌نامه وجود دارد. دسته اول واژه‌نامه‌های تحلیلی، مثل موجک<sup>۱۹</sup> هستند که وقتی مدل ریاضی داده‌ها موجود است، استفاده می‌شوند. دسته دوم واژه‌نامه‌هایی هستند که براساس داده‌ها به دست می‌آیند [۱۶]. واژه‌نامه‌های تحلیلی فرمول‌های ریاضی و باندهای خطای تضمینی دارند. مزیت دیگر این واژه‌نامه‌ها پیاده‌سازی سریع آنها است؛ همچنین به ضرب ماتریسی برای ضرب در واژه‌نامه نیاز ندارند [۱۶]؛ اما این واژه‌نامه‌ها براساس مدل‌های ساده هستند و به توصیف پدیده‌های طبیعی پیچیده‌تر قادر نیستند [۱۶]. درحقیقت واژه‌نامه‌هایی که براساس داده‌ها به دست می‌آیند، در مدل‌کردن موفق‌تر از واژه‌نامه‌های معادل سنتی خود هستند. به همین دلیل و برای نیل به خطای کمتر در تخمین کانال از این دسته واژه‌نامه‌ها برای توصیف و مدل‌کردن کانال استفاده شد.

یکی از محبوب‌ترین الگوریتم‌های فراگیری واژه‌نامه، K-SVD است. فرض کنید ماتریس داده‌های آموزشی  $X$  که ستون‌هایش با  $\{x_i\}_{i=1}^{N_{dat}}$  مشخص می‌شوند، موجود باشد. تعداد داده‌های آموزشی  $N_{dat}$  است. الگوریتم K-SVD، واژه‌نامه‌ای را پیدا می‌کند که همه  $x_i$ ها را با برآوردن یک محدودیت<sup>۲۰</sup> تنکی نمایش دهد. به صورت ریاضی، الگوریتم K-SVD به دنبال یافتن ماتریس  $D$  است که

$$\min_{D, Z} \|X - DZ\|_F^2 \quad \text{subject to} \quad \forall i, \|z_i\|_0 \leq T_0 \quad (13)$$

که در آن  $T_0$  مقداری ثابت،  $\|A\|_F$  نشان‌دهنده نرم فروبنیوس هر ماتریس دلخواه  $A$  و  $z_i$  نشان‌دهنده ستون  $i$ ام ماتریس  $Z$  است. برای آگاهی از جزئیات این الگوریتم به [۱۱] مراجعه شود.

#### ۴-۲- طراحی پایه‌های تنک‌کننده برای کانال

##### دوگانه‌گزين

در هنگام به‌کارگیری الگوریتم K-SVD برای طراحی مدل بسط پایه‌ای، ستون‌های ماتریس واژه‌نامه همان پایه‌های BEM هستند. برای کاهش تعداد متغیرهایی که در تخمین کانال به تخمین آنها می‌پردازیم، به دنبال حداقل تعداد اتم

پایه‌ای در تخمین کانال استفاده شده است. در متون علمی، این مدل همراه با حسگری فشرده برای تخمین کانال تنک به کار گرفته شده است. اگرچه پایه‌های نمایی مختلط به تنکی ضرایب این مدل منجر خواهند شد، در [۴،۵] پایه‌های مدل بسط پایه‌ای برای بهبود تنکی در ضرایب مربوطه طراحی شده‌اند.

دقت در بازیابی سیگنال‌های تقریباً تنک (در اینجا  $C_h$ ) به کمک CS به این بستگی دارد که سیگنال مذکور چقدر به یک سیگنال کاملاً تنک نزدیک است؛ یا به طور ساده، هر چه عناصر ناچیز بردار تقریباً تنک کوچک‌تر و به صفر نزدیک‌تر باشند، بازیابی بردار با خطای کمتری همراه خواهد بود. این نکته ما را بر آن داشت تا پایه‌های  $b_i[n], i=0, \dots, Q-1$  را بیابیم که تنکی برای ضرایب  $c_h[m, i]$  متناظر در (6)، نسبت به تنکی ضرایب پایه‌های DFT و DFT-DPSS [۵] (که از مشهورترین پایه‌های تنک‌کننده هستند) بهبود یابد.

هرچه تنکی ضرایب مدل بسط پایه‌ای بیشتر بهبود یابد، از مزایای حسگری فشرده بهره بیشتری برده می‌شود و راندمان طیفی با کاهش تعداد سمبل راهنمای موردنیاز، افزایش و احتمال خطای سیستم با کاهش خطای تخمین کاهش داده می‌شود. در کار قبلی [۱] نشان داده شد که شرط تعامد برای پایه‌های تنک‌کننده لازم نیست و پایه‌های تنک‌کننده به دست آمده به کمک الگوریتم K-SVD برای کانالی پیشنهاد داده شد که به آرامی تغییر می‌کند. در این مقاله برای کانال‌های دوگانه‌گزين پیشنهاد می‌شود از الگوریتم K-SVD برای طراحی مدل بسط پایه‌ای برای بهبود بیشتر تنکی ضرایب حاصل نسبت به پایه‌های پیشنهادی [۵] استفاده شود. در این قسمت پس از معرفی اجمالی الگوریتم K-SVD توضیح داده می‌شود چگونه این الگوریتم برای طراحی مدل بسط پایه‌ای برای تخمین کانال‌های دوگانه‌گزين به کار گرفته می‌شود.

#### ۴-۱- الگوریتم K-SVD

در بسیاری از کاربردها لازم است سیگنال مطلوب به صورت ترکیب خطی تنها چند پایه از مجموعه چندین

منجر شوند، پایه‌های حاصل برای کل کانال (که جمع آثار این تک - پراکنده‌سازها است) نیز به  $c_h$  با تنگی بهبود یافته منجر خواهند شد. برای یافتن این پایه‌ها، کانال‌های تک - پراکنده‌ساز کانال با شیفت داپلرهای از محدوده  $-v_{\max}$  تا  $v_{\max}$  را در نظر می‌گیریم و پایه‌های مناسب برای همه پراکنده‌سازها را به دست می‌آوریم. در عمل، این کار برای مجموعه محدودی از شیفت داپلرها یعنی  $v_d \in D$   $D = \{v_{\Delta}, d, d = -\lceil v_{\max} / v_{\Delta} \rceil, \dots, \lceil v_{\max} / v_{\Delta} \rceil\}$  انجام می‌شود که در آن  $v_{\Delta}$  تفکیک‌پذیری<sup>۳۳</sup> شیفت داپلر است. در ادامه توضیح داده خواهد شد پارامتر  $v_{\Delta}$  چگونه تعیین می‌شود. برای نیل به این هدف، هر ستون از ماتریس داده‌های  $X$  را پاسخ ضربه یک تک - پراکنده‌ساز از کانال قرار می‌دهیم. به این ترتیب، در ساخت ستون‌های ماتریس داده از عبارت‌های  $e^{j2\pi v_d T_s n}$  که  $n = 0, 1, \dots, N_t - 1$  برای  $h[n, m_0]$  استفاده می‌کنیم؛ به نحوی که هر ستون از ماتریس داده آموزشی با یک  $v_d$  از اعضای مجموعه  $D$  متناظر است و سطرهای مختلف ماتریس داده‌های  $X$  مربوط به زمان‌های  $n = 0, 1, \dots, N_t - 1$  هستند. به این ترتیب، ماتریس داده‌های آموزشی ساخته می‌شود. برای بهبود نتایج در الگوریتم  $K$ -SVD،  $v_{\Delta}$  طوری انتخاب می‌شود که تعداد ستون‌های ماتریس داده‌ها، یعنی  $N_{dat}$ ، چندین برابر تعداد اتم‌های واژه‌نامه باشد [۱۶]. به این ترتیب، ماتریس داده آموزشی  $X$  با سایز  $N_t \times N_{dat}$  ساخته می‌شود.

در این شرایط برای داشتن یک واژه‌نامه کامل، با توجه به فرمول‌های الگوریتم  $K$ -SVD و همچنین سایز ماتریس داده‌ها، تعداد اتم‌های واژه‌نامه برابر  $N_t$  خواهد بود. این پارامتر  $N_t = NL$  (که حاصل ضرب تعداد سمبل‌های OFDM و تعداد نمونه‌های یک سمبل است) می‌تواند بزرگ باشد. توصیف کانال با این تعداد زیاد پایه سبب افزایش تعداد متغیرهای تحت تخمین و در نتیجه تحمیل بار محاسباتی زیاد تخمین‌گر به گیرنده خواهد شد. همچنین سرعت نسبی محدود بین فرستنده و گیرنده به مقدار محدود  $v_{\max}$  منجر می‌شود. می‌توان نشان داد اگر فرکانس نمونه‌برداری  $1/T_s$  بزرگ‌تر از  $2v_{\max}$  باشد،  $h[n, m_0]$  را با  $Q = \lceil 2v_{\max} T_s N_t \rceil + 1$  پایه مستقل با خطای تقریب قابل قبول نمایش داده می‌شود؛ بنابراین، لازم نیست در

در واژه‌نامه هستیم؛ بنابراین، این الگوریتم را برای یافتن واژه‌نامه کامل به جای واژه‌نامه بیش کامل به کار می‌بریم. در این حالت، ماتریس مربوط به واژه‌نامه یعنی  $D$  مربعی خواهد بود.

بدون از دست دادن کلیت مسئله فرض می‌شود همه شیرهای کانال رفتار آماری یکسان (و یا حتی تنها شکل کلی یکسان چگالی طیف و نه مقادیر یکسان) داشته باشند و بنابراین پایه‌های یافته‌شده برای یک شیر، برای همه شیرها معتبر خواهند بود. اگر شیرهای مختلف رفتار آماری مختلف داشته باشند، عملیات فراگیری واژه‌نامه برای هر شیر جداگانه انجام می‌شود و برای هر شیر پایه‌های مجزا وجود دارد؛ بنابراین، پاسخ ضربه  $h[n, m_0]$  برای یک شیر با تأخیر دلخواه و ثابت  $m_0$  در نظر گرفته و الگوریتم  $K$ -SVD برای یافتن پایه‌های مناسب به کار گرفته می‌شود. توابع زمانی مدل بسط پایه‌ای به مقدار تأخیر هر شیر وابسته نیستند تا اطلاع‌نداشتن از آنها خللی در طراحی پایه‌ها ایجاد کند. با توجه به مشخصات هر شیر BEM طراحی می‌شود. فرم فراگیری واژه‌نامه در (13) مشخص می‌کند ابتدا باید ماتریس داده آموزشی  $X$  فراهم شود. این ماتریس از اندازه‌گیری‌هایی ساخته می‌شود که از کانال در دست است یا با پیاده‌سازی<sup>۳۱</sup> یا شبیه‌سازی کانال دلخواه و مشخص برای شیر کانال برآورده می‌شود. چون نمایش کانال در بازه  $n \in [0, N_t - 1]$  مدنظر است، مقادیر  $h[n, m_0]$  در بازه  $n \in [0, N_t - 1]$  برای هر ستون از ماتریس داده استفاده می‌شوند؛ برای مثال، به کمک یکی از پیاده‌سازی‌های مختلف ممکن که از آن مدل مشخص کانال پیروی می‌کند، برای تولید مقادیر  $h[n, m_0]$  استفاده می‌شود.

پاسخ ضربه کانال‌های بیسیم با جمع آثار چندین پراکنده‌ساز نقطه‌ای<sup>۳۲</sup> مدل می‌شود [۵]. به این ترتیب پاسخ ضربه کانال به صورت 
$$h(t, \tau) = \sum_{d=1}^{N_s} \alpha_d \delta(\tau - \tau_d) e^{j2\pi v_d t}$$
 نشان داده می‌شود که در آن  $\tau_d \in [0, \tau_{\max}]$  و  $v_d \in [-v_{\max}, v_{\max}]$  به ترتیب نشان‌دهنده تأخیر و شیفت داپلر پراکنده‌ساز  $d$ ام هستند و  $\tau_{\max}$  و  $v_{\max}$  حداکثر تأخیر و شیفت داپلر یک طرفه کانال را نشان می‌دهند. اگر پایه‌هایی را یافت شود که به بهبود تنگی  $c_h$  برای همه پراکنده‌سازها



شکل (۳): آماده‌سازی ماتریس داده‌های آموزشی برای K-SVD  
 حال با ماتریس داده جدید که با  $X_2$  نمایش داده می‌شود، کار را ادامه می‌دهیم. ستون‌های ماتریس  $X_2$  همه اطلاعات بازه  $n=0,1,\dots,N_t-1$  به طول  $N_t$  را دارند؛ درحالی‌که تنها حدود  $\Lambda$  نمونه دارند. این تعداد نمونه را با  $Q'$  نشان می‌دهیم. پس  $Q'$  تعداد سطرهای  $X_2$  را نشان می‌دهد. بنابراین، اگر الگوریتم K-SVD را برای یافتن واژه‌نامه کامل با ماتریس داده آموزشی  $X_2$  به کار بگیریم، تعداد پایه‌های حاصل برابر  $Q'$  خواهد بود. در

شکل (۳) این مرحله با ۳ نشان داده شده است. به این ترتیب، واژه‌نامه و ماتریس ضرایب حاصل را به ترتیب با  $D_2$  و  $Z_2$  نشان می‌دهیم. درواقع،  $D_2$  و  $Z_2$  جواب‌های مسئله (I3) هستند برای وقتی که  $X$  با  $X_2$  جایگزین شود و الگوریتم K-SVD برای حل این مسئله اجرا شود. به صورت غیردقیق، می‌توان گفت

$$X_2 \approx D_2 Z_2 \quad (14)$$

سایز  $X_2$  و  $Z_2$  برابر  $Q' \times N_{dat}$  و سایز  $D_2$  برابر  $Q' \times Q'$  است. اگر  $i$ امین ستون  $D_2$  را با  $d_{2,i}$  نشان دهیم،  $X_2$  حاوی CIR در زمان‌های  $r$   $n=0, r, \dots, \lfloor \frac{N_t-1}{r} \rfloor$  و همچنین (I4)،  $d_{2,i}$  حاوی نمونه‌های زمانی است که ما آن را با  $d_{2,i}[n], n=0, r, \dots, \lfloor \frac{N_t-1}{r} \rfloor$  نمایش می‌دهیم.

هدف در فراگیری واژه‌نامه برای کانال این است که پایه‌های مدل بسط پایه‌ای را پیدا کنیم؛ به طوری که پایه‌های حاصل قادر هستند کانال محوشدگی را با ضرایب تنک توصیف کنند. براساس (6)، این پایه‌ها کانال را در بازه  $n \in [0, N_t - 1]$  توصیف می‌کنند؛ درحالی‌که اتم‌های واژه‌نامه حاصل، یعنی  $d_{2,i}[n]$  مربوط به نسخه نمونه‌برداری شده این بازه هستند. فرض کنید ستون‌های ماتریس  $D_2$  را با ضریب  $r$  افزایش میزان نمونه‌برداری<sup>۲۵</sup> دهیم و از یک فیلتر پائین‌گذر با فرکانس قطع  $1/(2r)$  عبور دهیم (مرحله ۴ در

یادگیری واژه‌نامه (و در نتیجه تخمین کانال) از  $N_t$  پایه استفاده شود و تعداد پایه حدود  $Q$  تقریباً کافی است. قبلاً اشاره شد طول بازه دوره انتقال یعنی  $N_t$  که در مقادیر و تعداد عناصر ستون‌های ماتریس داده نیز دخیل است، به الگوریتم K-SVD تحمیل می‌کند که واژه‌نامه حاصل حداقل  $N_t$  اتم داشته باشد. سوال این است که در این شرایط چگونه از الگوریتم K-SVD استفاده می‌شود؛ درحالی‌که تنها به  $\Lambda$  و نه  $N_t$  اتم نیاز داریم. ضمناً، به مجموعه پایه‌ای نیاز داریم که بتواند  $h[n, m_0]$  را در بازه  $n \in [0, N_t - 1]$  با ضرایب تنک نمایش دهد.

شکل (۳) به صورت خلاصه فرآیند لازم برای دستیابی به این هدف و فراگیری واژه‌نامه را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه پاسخ ضربه  $h[n, m]$  پهنای باند  $v_{\max} T_s < 0.5$  دارد، هر ستون از ماتریس داده‌ها بدون از دست دادن اطلاعات کاهش میزان نمونه‌برداری<sup>۲۴</sup> دهیم. با تعریف میزان کاهش نمونه به صورت  $r = \lfloor N_t / \Lambda \rfloor$ ، تعداد نمونه‌های  $h[n, m_0]$  در هر ستون به حدود  $v_{\max}$  نمونه کاهش می‌یابد. نمونه‌های باقی‌مانده در ستون‌های ماتریس داده نمونه‌های مربوط به  $n \in \left\{ 0, 1, \dots, \lfloor \frac{N_t-1}{r} \rfloor \right\}$  هستند و همه اطلاعات ماتریس اولیه  $X$  را دارند. این مرحله در

شکل (۳) با مرحله ۲ نشان داده شده است.

۱. ماتریس داده‌های مربوط به CIR را تولید کن. ستون‌های  $X$  حاوی مقادیر CIR برای زمان‌های  $n=0, 1, \dots, N_t-1$  هستند.
۲. برای ستون‌های ماتریس  $X$  کاهش میزان نمونه انجام ده و ماتریس  $X_2$  را تشکیل بده. به این ترتیب، ماتریس  $X_2$  حاوی مقادیر CIR در زمان‌های  $n=0, r, \dots, \lfloor \frac{N_t-1}{r} \rfloor$  است.
۳. الگوریتم K-SVD را اجرا کن تا ماتریس‌های  $D_2$  و  $Z_2$  به دست آیند. ستون‌های  $D_2$  متناظر با زمان‌های  $n=0, r, \dots, \lfloor \frac{N_t-1}{r} \rfloor$  هستند.
۴. ستون‌های  $D_2$  را درونیابی کن (افزایش نرخ بده و از فیلتر پایین‌گذر عبور ده) تا ماتریس  $D_3$  به دست آید. ستون‌های  $D_3$  که حاوی نمونه‌های مربوط به زمان‌های  $n=0, 1, \dots, N_t-1$  هستند، همان پایه‌هایی می‌باشند که جستجو می‌کردیم.

سطری - ستونی با سایز  $16 \times 8$  به کار گرفته شده‌اند. برای فیلترهای درونیایی و ضدهمپوشانی فیلتر ریشه - کسینوس - مطرح<sup>۲۷</sup> با  $\rho = 1/4$  استفاده شده است. برای به دست آوردن BER با فرض نواری بودن ماتریس  $H_{l,k';l,k}$  و تخمین ضرایب مربوطه (همان‌طور که در قسمت ۳- توضیح داده شد)، همسان‌ساز تحمیل‌کننده صفر<sup>۲۸</sup> برای جبران اثر کانال استفاده می‌شود. در این حالت  $\Delta k = 2$  انتخاب شده است.

پارامترهای K-SVD به شرح زیر هستند. تعداد تکرار الگوریتم برابر 20 انتخاب شده است. پس از یافتن پایه‌های مدل بسط پایه‌ای الگوریتم K-SVD، از آنها در تخمین کانال مبتنی بر CS استفاده می‌شود. الگوریتم K-SVD برای یافتن واژه‌نامه بیش‌کامل<sup>۲۹</sup> استفاده می‌شود. استفاده از مجموعه پایه بیش‌کامل به عنوان پایه‌های تنک‌کننده، به بهبود بیشتر تنکی در ضرایب BEM و عملکرد بهتر تخمینگر کانال از نظر MSE منجر خواهد شد؛ اما این الگوریتم برای یافتن واژه‌نامه کامل<sup>۳۰</sup> استفاده می‌شود. به این ترتیب، تعداد پایه‌های مدل بسط پایه‌ای، کاهش و در نتیجه تعداد متغیرهای لازم برای توصیف کانال و پیچیدگی محاسباتی نیز کاهش می‌یابند. میزان کاهش نمونه، یعنی  $r$  (که در قسمت ۴-۲- معرفی شد) طوری انتخاب می‌شود که تعداد پایه‌های مورد استفاده در تخمینگر پیشنهادی برابر یا کمتر از تعداد پایه‌های DFT-DPSS [۵] باشد که مشهورترین پایه‌ها برای استفاده در مدل بسط پایه‌ای در تخمین کانال‌های تنک است. در روش پیشنهادی هرچه تعداد اتم‌ها بزرگ‌تر انتخاب شود، واژه‌نامه حاصل توانایی بیشتری برای نمایش تنک‌تر کانال خواهد داشت؛ اما برای رعایت عدالت در مقایسه و همچنین جلوگیری از پیچیدگی محاسباتی زیاد تعداد اتم‌ها در روش پیشنهادی کمتر یا برابر تعداد آنها در روش DFT-DPSS اخذ شده است؛ چون پایه‌ها و تعداد آنها در پایه‌های DFT-DPSS و پایه‌های پیشنهادی به  $v_{\max}$  بستگی دارند، تخمینگرهای مربوطه، پتانسیل دنبال‌کردن تغییرات زمانی کانال را دارند.

کانال شبیه‌سازی شده به صورت جمع آثار  $N_s = 20$  پراکنده‌ساز نقطه‌ای هرکدام با گستره تأخیر  $\tau_d$ ، شیفت داپلر

شکل (۳) و ماتریس حاصل را  $D_3$  بنامیم. محتوای ستون  $i$ ام ماتریس  $D_3$  را با  $d_{3,i}[n]$  نشان می‌دهیم. ماتریس  $X_3 \square D_3 Z_2$  را در نظر بگیرید. نتیجه می‌گیریم سطرهای  $X_3$  مربوط به زمان‌های  $n=0, r, \dots$ ، تقریباً با سطرهای ماتریس  $X_2$  که نسخه نمونه‌برداری شده ماتریس داده اولیه  $X$  است، برابر است. بقیه سطرهای  $X_3$ ، سطرهای باقیمانده ماتریس  $X$  را تقریب می‌زنند. به عبارت دیگر، پایه‌های  $d_{3,i}[n], i=1, \dots, Q'$  برای  $n \in [0, N_f - 1]$  و ضرایب مربوط به آنها از ماتریس  $Z_2$ ، ستون‌های ماتریس داده اولیه  $X$  (ماتریس داده‌ها قبل از نمونه‌برداری) را تقریب می‌زنند. در شبیه‌سازی قسمتی از ماتریس داده‌ها را به عنوان نقطه شروع برای ماتریس واژه‌نامه استفاده کردیم. در نهایت، الگوریتم K-SVD را به تعداد ثابت (و قابل تنظیم) تکرار کردیم. توجه شود واژه‌نامه حاصل از الگوریتم K-SVD به شرط تغییر نکردن زیاد  $v_{\max}$ ، برای کل دوره انتقال معتبر است.

## ۵- شبیه‌سازی

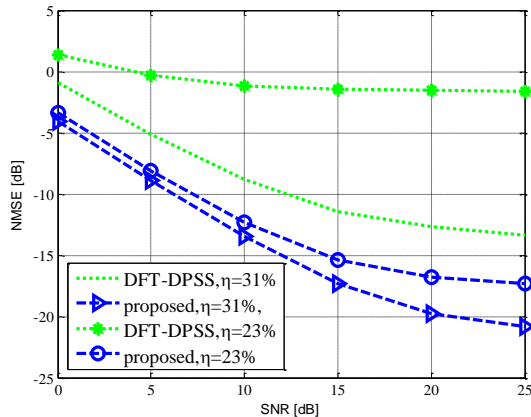
در این قسمت نتایج شبیه‌سازی آورده می‌شود. در شبیه‌سازی تخمینگر مبتنی بر CS که از پایه‌های حاصل از K-SVD استفاده می‌کند، با تخمینگری مقایسه می‌شوند که از پایه‌های DFT-DPSS استفاده می‌کند. برای مقایسه از دو معیار میانگین مربعات خطای نرمالیزه (NMSE) و احتمال خطای (BER) سیستم مخابراتی در حضور دو تخمینگر استفاده می‌شود. از روش OMP [۱۷] به عنوان روش بازایی CS استفاده می‌شود.

## ۵-۱- تنظیمات شبیه‌سازی

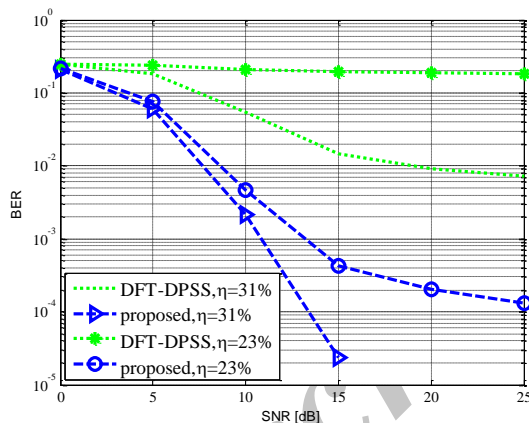
انتقال  $L=8$  سمبل OFDM در یک سیستم با  $K=512$  زیرحامل و طول پیشوند چرخشی برابر گستره تأخیر کانال  $M$  و برابر  $K/8$  در نظر گرفته شده است. مدولاسیون 4-QAM همراه با برچسب‌گذاری خاکستری، یک کدگذار کانولوشن با میزان  $1/2$  و جایگذارنده<sup>۳۱</sup>

طراحی مدل بسط پایه‌ای برای تخمین کانال‌های دو گانه‌گزين تنک به کمک فراگیری واژه‌نامه

برای تخمین‌گر با پایه‌های پیشنهادی NMSE, SNR=15dB حدود 2.5dB و برای تخمین‌گر با پایه‌های DFT-DPSS حدود 10dB بهبود می‌یابد.



شکل (۴): نمودار NMSE بر حسب SNR برای دو تخمین‌گر و دو نسبت سمبل راهنمای (η) متفاوت



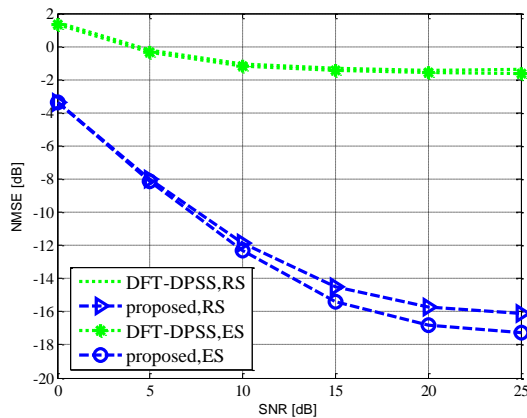
شکل (۵): نمودار BER بر حسب SNR برای دو تخمین‌گر و نسبت سمبل راهنمای (η) متفاوت

برای بررسی اثر شیفیت داپلر کانال بر نتایج نمودارهای NMSE و BER به ترتیب در شکل (۶) و شکل (۷) برای  $\eta = 23\%$  و  $\eta = 31\%$  رسم شده‌اند. در این نمودارها در فرکانس داپلر کوچک‌تر یعنی 0.05، NMSE و BER برای دو تخمین‌گر وضعیت بهتری نسبت به فرکانس داپلر بزرگ‌تر، یعنی 0.1 دارند. همچنین در دو فرکانس داپلر مدنظر همچنان عملکرد تخمین‌گر مبتنی بر پایه‌های پیشنهادی بهتر از تخمین‌گری است که از پایه‌های DFT-DPSS استفاده می‌کند؛ برای مثال، در  $\text{SNR}=15\text{dB}$  برای دو فرکانس داپلر نرمالیزه تخمین‌گر پیشنهادی حدود 12dB NMSE پایین‌تری دارد.

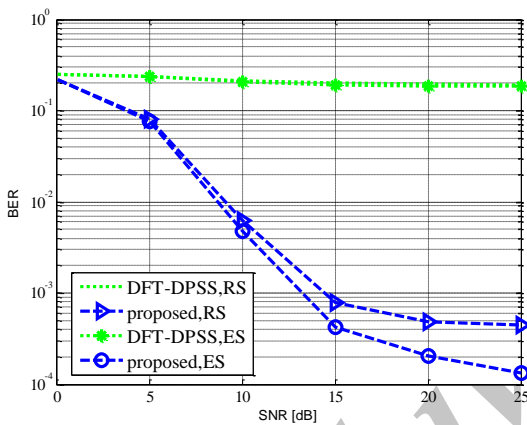
$h(t, \tau) = \sum_{d=1}^{N_s} \alpha_d \delta(\tau - \tau_d) e^{j2\pi v_d t}$  و بهره  $\alpha_d$  به شکل در نظر گرفته شده است. پارامتر  $(\tau_d / T_s, v_d T_s)$  به صورت تصادفی یکنواخت از  $[0, K/8-1] \times [-v_{\max} T_s, v_{\max} T_s]$  انتخاب شده است. بهره پراکنده‌ساز  $\alpha_d$ ، به صورت متغیر تصادفی گوسی مختلط با میانگین صفر و یکی از سه واریانس ممکن انتخاب می‌شود. واریانس بهره پراکنده‌سازها به صورتی است که واریانس سه پراکنده‌ساز برابر توان متوسط، واریانس هفت پراکنده‌ساز 10 دسیبل کمتر از توان متوسط و واریانس ده پراکنده‌ساز 20 دسیبل کمتر از توان متوسط است. همچنین نویز سفید گوسی جمع‌شونده، یعنی  $z[n]$  به کانال اضافه می‌شود؛ به طوری که نسبت سیگنال به نویز به صورت  $\sum_{n=0}^{N_s-1} E\{|r[n] - z[n]|^2\} / \sum_{n=0}^{N_s-1} E\{|z[n]|^2\}$  است.

## ۲-۵- نتایج

در شبیه‌سازی ابتدا  $L=8$ ،  $K=512$  و  $\nu_{\max, nml}=0.08$  انتخاب شده‌اند. در این شرایط، نتایج NMSE و BER برای دو تخمین‌گر و نیز برای دو نسبت سمبل راهنمای متفاوت به ترتیب در شکل (۴) و (۵) نشان داده شده‌اند. نسبت تعداد سمبل‌های راهنما به کل سمبل‌ها که آن را با  $\eta$  نشان می‌دهیم برابر 23% و 31% انتخاب شده‌اند. این نمودارها نشان می‌دهند تخمین‌گر CS مبتنی بر پایه‌های پیشنهادی نسبت به تخمین‌گر مبتنی بر DFT-DPSS، عملکرد بهتری دارد؛ برای مثال در  $\text{SNR}=15\text{dB}$  برای تخمین‌گر با پایه‌های پیشنهادی در  $\eta=23\%$  حدود 14dB و در  $\eta=31\%$  حدود 7dB پائین‌تر از تخمین‌گر با پایه‌های DFT-DPSS است. همچنین، در دو نسبت سمبل راهنما میزان خطای بیت برای تخمین‌گر با پایه‌های پیشنهادی حدود سه دهه بهتر از تخمین‌گر با پایه‌های DFT-DPSS است. همچنین دو تخمین‌گر برای نسبت سمبل راهنمای بیشتر عملکرد بهتری دارند. این مسئله اینگونه توجیه می‌شود که با افزایش نسبت سمبل راهنما از 23% به 31%، تعداد مشاهدات، افزایش و در نتیجه، خطای تخمین کاهش می‌یابد. با افزایش نسبت سمبل راهنما در

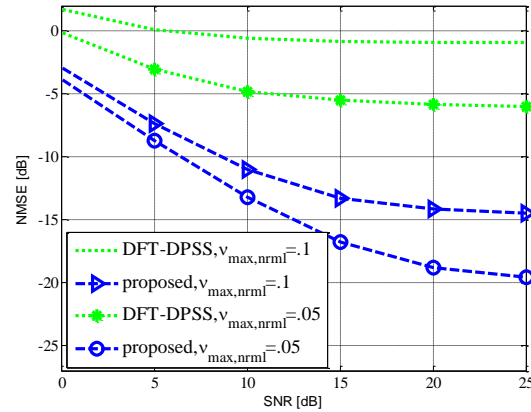


شکل (۸): نمودار NMSE بر حسب SNR برای دو تخمینگر برای دو حالت مفروض کانال تنک واقعی (RS) و دقیقاً تنک (ES)

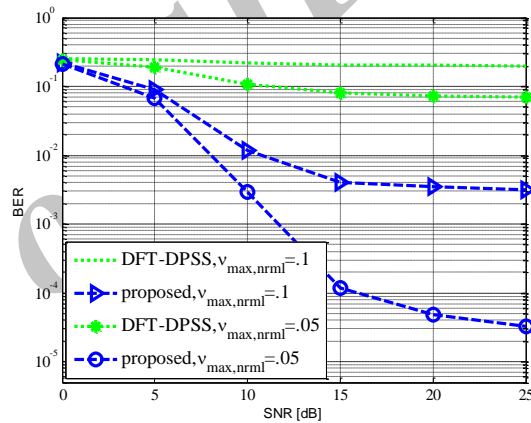


شکل (۹): نمودار BER بر حسب SNR برای دو تخمینگر برای دو حالت مفروض کانال تنک واقعی (RS) و دقیقاً تنک (ES)

علت عملکرد بسیار بهتر تخمینگری که از پایه‌های پیشنهادی استفاده می‌کند، نسبت به تخمینگر DFT-DPSS، فراهم کردن تنکی بیشتر به کمک پایه‌های حاصل از K-SVD است. واژه‌نامه‌ای که به کمک داده‌ها (در اینجا اطلاعاتی از کانال) فراگرفته می‌شود، ضمن خطای مدل‌سازی کمتر قادر است ساختار با بعد کم داده‌ها را به دست آورد و با تنکی مناسب‌تری نمایش دهد. در هر تکرار الگوریتم K-SVD دو گام اصلی وجود دارد. مرحله اول، کدگذاری تنکی نام دارد. در این مرحله با فرض واژه‌نامه مشخص ضرایب تنکی که ماتریس داده‌ها با آنها توصیف می‌شوند، یافته می‌شود. سپس در مرحله بعد که به‌روزرسانی واژه‌نامه نام دارد، واژه‌نامه‌ای با خطای مدل‌سازی کم یافت می‌شود. با تکرار این دو گام، واژه‌نامه یافت‌شده این قابلیت



شکل (۶): نمودار NMSE بر حسب SNR برای دو تخمینگر و دو شیفت داپلر نرمالیزه شده  $v_{max,nrml}$  متفاوت



شکل (۷): نمودار BER بر حسب SNR برای دو تخمینگر و دو شیفت داپلر نرمالیزه شده  $v_{max,nrml}$  متفاوت

برای داشتن کانال تنک واقعی‌تر نسبت به قسمت قبل، در اینجا در شبیه‌سازی کانال دو قسمت در نظر گرفته می‌شود. یک قسمت، تنک شبیه قسمت قبل و یک قسمت پراکنده. قسمت پراکنده کانال، تابع پراکندهگی<sup>۳</sup> مستطیلی در دامنه  $[-v_{max}T_s, v_{max}T_s] \times [0, K/8-1]$  در صفحه تأخیر-داپلر  $(\tau_d/T_s, \nu_d T_s)$  دارد. توان کل قسمت پراکنده 20 دسیبل از توان قسمت تنک کمتر است. شکل (۸) و شکل (۹) به ترتیب نتایج NMSE و BER در حالتی که  $K=512$  و  $v_{max,nrml}=0.08$  نشان می‌دهند. این نتایج نشان می‌دهند قسمت پراکنده کانال تنکی کانال و عملکرد تخمینگر را تا حدی خراب می‌کند؛ اما همچنان عملکرد تخمینگر پیشنهادی بهتر از تخمینگر DFT-DPSS است.

این جواب‌های بی‌شمار جواب با بیشترین تنگی انتخاب می‌شود. این کار با حل مسئله بهینه‌سازی  $\hat{\mathbf{z}} = \arg_{\mathbf{z}} \min f(\mathbf{z}) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{z}$  در آن  $f(\cdot)$  تابعی است که تنگی را تحمیل می‌کند. این تابع نرم  $l_1$  و یا یکی از توابع دیگری است که معمولاً در روش‌های بازیابی CS استفاده می‌شوند؛ بنابراین واژه‌نامه‌های غیرمتعامد انعطاف‌پذیری بیشتری برای فراهم کردن نمایش تنک سیگنال دارند.

در شبیه‌سازی بعد، مقاومت<sup>۳۳</sup> روش پیشنهادی نسبت به عدم تطبیق شیفت داپلر کانال با شیفت داپلر مورد استفاده در فاز آموزش بررسی می‌شود. برای این شبیه‌سازی در فاز آموزش از  $v_{\max, \text{nml}} = 0.07$  استفاده شده است و سپس از واژه‌نامه‌های یافته‌شده برای تخمین کانال با شیفت داپلرهای مختلف استفاده شده‌اند. شکل‌های (۱۰) و (۱۱) تغییرات NMSE و BER تخمین‌گرهای پیشنهادی و DFT-DPSS را بر حسب شیفت داپلرهای نرمالیزه مختلف کانال برای دو مقدار SNR مختلف نشان می‌دهد. گفتنی است برای بررسی مقاومت تخمین‌گرهای مبتنی بر پایه‌های پیشنهادی نسبت به عدم تطبیق  $v_{\max, \text{nml}}$  و برای کاهش اثر ICI در این بررسی، دو کار انجام شده است. نخست، پارامتر  $\Delta k$  مربوط به عرض نوار غیرصفر در نظر گرفتن ماتریس  $H_{l,k',l,k}$  کانال (معرفی شده در قسمت ۲ و شکل (۲)) را به ۳ افزایش داده‌ایم تا تعداد ضرایب ICI بیشتری تخمین زده شوند و در همسان‌سازی استفاده شوند. دوم، از الگوی سمبل راهنمایی مشابه شکل (۱) استفاده شده که در آن در هر خوشه تعداد سمبل‌های راهنمای با مقدار صفر از ۴ به ۶ افزایش پیدا کرده است تا از ICI در محل سمبل‌های راهنمای غیرصفر جلوگیری شود. برای تخمین‌گر پیشنهادی افزایش  $v_{\max}$  از شیفت داپلر استفاده‌شده در فاز آموزش سبب می‌شود قسمتی از شیفت داپلرهای کانال در پیدا کردن پایه‌ها نقشی نداشته باشند. این سبب افت عملکرد تخمین‌گر پیشنهادی می‌شود. همچنین با توجه به شکل‌های (۱۰) و (۱۱) اینکه تا چه میزان خطا در NMSE یا BER پذیرفتنی است، لزوم فراگیری مجدد واژه‌نامه و تکرار الگوریتم K-SVD با  $v_{\max}$  جدید را تعیین می‌کند.

را دارد که علاوه بر داشتن خطای مدل‌سازی کم داده‌ها را به صورت تنک مدل می‌کند.

درباره کاربرد الگوریتم‌های فراگیری واژه‌نامه به تخمین کانال نیز این قاعده برقرار است. عملکرد تخمین‌گری که از واژه‌نامه حاصل از الگوریتم K-SVD استفاده می‌کند، در صورتی که مدل کانال و مدل استفاده‌شده در آموزش یکسان باشد، عملکرد به مراتب بهتری نسبت به تخمین‌گری دارد که از پایه‌های فوریه استفاده می‌کند. روشن است عملکرد واژه‌نامه حاصل از فراگیری برای کانال‌های تبعیت‌کننده از مدل ماتریس داده‌ها، تضمین شده است؛ اما در حالت کلی، نمی‌توان ادعایی داشت؛ البته در این مقاله در فراگیری واژه‌نامه، کانال به صورت جمع عبارت‌های  $e^{j2\pi v_d n T_s}$  ( $v_d \in D$ ) به صورت معرفی شده در قسمت ۴-۲) فرض گرفته شد. در حد اطلاعات نگارنده، این فرض برای تقریباً همه مدل‌های متداول برای شبیه‌سازی کانال صادق است؛ بنابراین نوع ماتریس آموزش استفاده‌شده کاربرد واژه‌نامه حاصل را محدود نمی‌کند و واژه‌نامه یافته‌شده کاربرد وسیعی دارد.

افزون بر قابلیت‌های الگوریتم K-SVD در به کارگیری اطلاعات کانال در یافتن واژه‌نامه، بهبود عملکرد تخمین‌گر پیشنهادی نسبت به تخمین‌گر مبتنی بر پایه‌های DFT-DPSS دلیل دیگری نیز دارد. واژه‌نامه‌های حاصل از K-SVD برخلاف پایه‌های DFT-DPSS متعامد نیستند. با بررسی این واژه‌نامه‌ها در حالت‌های شبیه‌سازی شده، مشخص شده است معمولاً این واژه‌نامه‌ها مستقل نیز نیستند. این واژه‌نامه‌ها که به شرط RIP [۲، ۴، ۱۷] برای ماتریس اندازه‌گیری منتج نمی‌شوند، در مقایسه با واژه‌نامه‌های متعامدی مثل پایه‌های فوریه و DFT-DPSS عملکرد بسیار بهتری دارند. دلیل این بهبود در امکان فراهم کردن تنگی بیشتر برای متغیر تحت تخمین در نمایش با واژه‌نامه غیرمتعامد است. رابطه  $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{z}$  را در نظر بگیرید که در آن  $\mathbf{A}$  واژه‌نامه معلوم و  $\mathbf{x}$  سیگنالی باشد که نمایش تنک آن با واژه‌نامه  $\mathbf{A}$ ، یعنی  $\mathbf{z}$ ، مدنظر باشد. اگر  $\mathbf{A}$  از پایه‌های متعامد (و یا مستقل) تشکیل شده باشد، از این رابطه جواب یکتایی برای  $\mathbf{z}$  حاصل می‌شود. به عکس، اگر  $\mathbf{A}$  اتم‌های مستقل نداشته باشد، این مسئله بی‌شمار جواب دارد. از بین

OFDM تکرار می‌شود، پیچیدگی محاسباتی بازیابی نسبت به پیچیدگی محاسباتی در فاز آموزش نقش مهم‌تری در پیچیدگی کل دارد. پیچیدگی تخمینگر پیشنهادی و تخمینگر مبتنی بر DFT-DPSS با توجه به تعداد متغیری تعیین می‌شود که در عملیات تخمین به تخمین‌زدن نیاز دارند. با توجه به اینکه تعداد پایه‌ها در روش DFT-DPSS برابر یا کمی بیشتر از تعداد پایه‌ها در روش پیشنهادی است، پیچیدگی مربوط به بازیابی برای دو تخمینگر تقریباً مساوی است.

### ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله تخمین کانال دوگانه‌گزینه تنک در سیستم OFDM بررسی شده است. در تخمین این کانال‌ها از مدل بسط پایه‌ای استفاده شده است. برای بهره‌گیری از حسگری فشرده در تخمین ضرایب این مدل پایه‌هایی را یافتیم که به ضرایبی با تنکی بهبود یافته منتج شود. برای این کار از الگوریتم K-SVD استفاده شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد تخمینگر استفاده‌کننده از پایه‌های پیشنهادی، عملکرد بهتری در مقایسه با تخمینگر استفاده‌کننده از پایه‌های موجود دارد.

### ضمایم

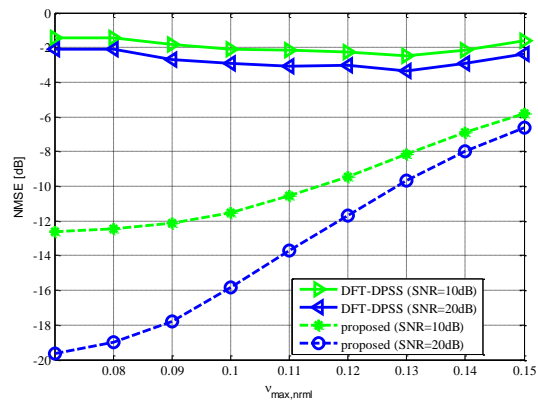
اگر از پایه‌های فوریه  $b_l[n] = \exp(j\frac{2\pi}{N}(i-Q/2)n)$  در توصیف شیرهای کانال استفاده شود، داریم:

$$h[n, m] = \sum_{i=0}^{Q-1} c_h[m, i] e^{j\frac{2\pi}{N}(i-Q/2)n}$$

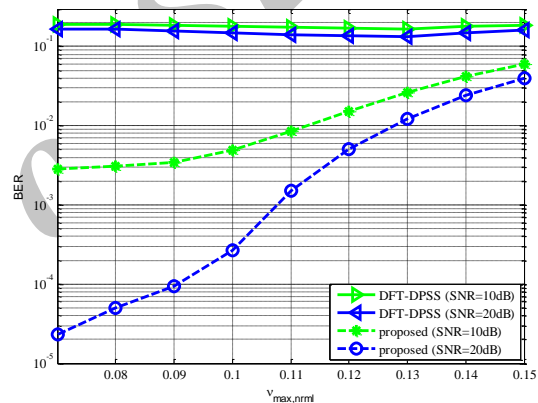
فرض شده است که پاسخ کانال در هر شیر، پهنای بانندی برابر  $\nu_{\max}$  دارد؛ بنابراین برای تطابق مدل بسط پایه‌ای با کانال فیزیکی لازم است مقادیر حداکثر و حداقل مؤلفه فرکانسی برای BEM و کانال فیزیکی تقریباً یکسان باشد؛ بنابراین داریم

$$\frac{Q}{NT_s} \approx 2\nu_{\max}$$

با توجه به عدد صحیح بودن  $Q$  به صورت غیردقیق  $Q \approx \lceil 2\nu_{\max} T_s N \rceil + 1$  است.



شکل (۱۰): نمودار NMSE برحسب شیفت داپلر کانال برای دو مقدار SNR مختلف به منظور بررسی مقاومت تخمینگرهای مختلف نسبت به عدم تطبیق شیفت داپلر مورد استفاده در فاز آموزش با کانال



شکل (۱۱): نمودار BER برحسب شیفت داپلر کانال برای دو مقدار SNR مختلف به منظور بررسی مقاومت تخمینگرهای مختلف نسبت به عدم تطبیق شیفت داپلر مورد استفاده در فاز آموزش با کانال

برای یافتن پایه‌های تنک‌کننده در روش پیشنهادی به فاز آموزش خارج از خط<sup>۳۳</sup> نیاز است. در فاز آموزش برای یافتن واژه‌نامه پیشنهادی الگوریتم K-SVD اجرا می‌شود. فاز آموزش خارج از خط برای پایه‌های DFT-DPSS ساده‌تری است. در این فاز با توجه به تقریب کانال و مشخصاتی مثل طول فریم توابع DPSS محاسبه می‌شوند. پس از آن، عملیاتی بر مجموعه چندین پایه فوریه و توابع DPSS مذکور انجام می‌شود؛ به نحوی که پایه‌های مورد استفاده متعامد باشند. فاز آموزش در هر دوره انتقال یکبار انجام می‌شود و تا زمانی معتبر است که  $\nu_{\max}$  به مقدار چشمگیری افزایش نیابد؛ چون تخمین کانال برای هر فریم

## مراجع

- IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, no. 9, pp. 4053–4085, Sept 2011.
- [9] O. E. Barbu, C. N. Manchon, C. Rom, T. Balercia, and B. Fleury, "OFDM receiver for fast timevarying channels using block-sparse bayesian learning," IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, 2016.
- [10] G. Tan and T. Herfet, "A framework of analyzing omp-based channel estimations in mobile OFDM systems," IEEE Wireless Communications Letters, vol. 5, no. 4, pp. 408–411, Aug 2016.
- [11] M. Aharon, M. Elad, and A. Bruckstein, "K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 54, no. 11, pp. 4311–4322, November 2006.
- [12] S. Das, Mathematical methods for wireless channel estimation and equalization. PhD thesis, University of Vienna, Vienna, Austria, Sept. 2009.
- [13] T. Zemen and C. F. Mecklenbrauker, "Time-variant channel estimation using discrete prolate spheroidal sequences," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 53, no. 9, pp. 3597–3607, Sept 2005.
- [14] Z. Tang, R. Cannizzaro, G. Leus, and P. Banelli, "Pilot-assisted time-varying channel estimation for OFDM systems," Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 55, no. 5, pp. 2226–2238, 2007.
- [15] G. Leus, Z. Tang, and P. Banelli, "Chapter 4 - estimation of time-varying channels : A block approach," in Wireless Communications Over Rapidly Time-Varying Channels, F. Hlawatsch and G. Matz, Eds. Oxford: Academic Press, 2011, pp. 155 – 197.
- [16] R. Rubinstein, A. Bruckstein, and M. Elad, "Dictionaries for sparse representation modeling," Proceedings of the IEEE, vol. 98, no. 6, pp. 1045–1057, June 2010.
- [17] J. Tropp and S. Wright, "Computational methods for sparse solution of linear inverse problems," Proceedings of the IEEE, vol. 98, no. 6, pp. 948–958, June 2010.
- [1] S. Mahmoodi, M.J. Omid, A. Mehbodniya, F. Adachi, "Sparsity Enhancement for Sparse Channel Estimation Using Non-orthogonal Basis", Wireless Personal Communications, (2016), doi:10.1007/s11277-016-3917-1.
- [2] W. Bajwa, J. Haupt, A. Sayeed, and R. Nowak, "Compressed channel sensing: A new approach to estimating sparse multipath channels," Proceedings of the IEEE, vol. 98, no. 6, pp. 1058–1076, June 2010.
- [3] C. R. Berger, S. Zhou, J. C. Preisig, and P. Willett, "Sparse channel estimation for multicarrier underwater acoustic communication: From subspace methods to compressed sensing," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 58, no. 3, pp. 1708–1721, March 2010.
- [4] G. Taubock, F. Hlawatsch, D. Eiwen, and H. Rauhut, "Compressive estimation of doubly selective channels in multicarrier systems: Leakage effects and sparsity-enhancing processing," IEEE Journal Selected Topics in Signal Processing, vol. 4, no. 2, pp. 255–271, April 2010.
- [5] F. Zhou, J. Tan, X. Fan, and L. Zhang, "A novel method for sparse channel estimation using super-resolution dictionary," EURASIP Journal Advances in Signal Processing, vol. 2014, no. 1, 2014.
- [6] P. Cheng, Z. Chen, Y. Rui, Y. J. Guo, L. Gui, M. Tao, and Q. T. Zhang, "Channel estimation for OFDM systems over doubly selective channels: A distributed compressive sensing based approach," IEEE Transactions on Communications, vol. 61, no. 10, pp. 4173–4185, October 2013.
- [7] Q. Qin, L. Gui, B. Gong, X. Ren, and W. Chen, "Structured distributed compressive channel estimation over doubly selective channels," IEEE Transactions on Broadcasting, vol. 62, no. 3, pp. 521–531, Sept 2016.
- [8] M. F. Duarte and Y. C. Eldar, "Structured compressed sensing: From theory to applications,"

<sup>1</sup> compressed sensing (CS)<sup>2</sup> least squares<sup>3</sup> mean square error<sup>4</sup> doubly selective (DS)<sup>5</sup> basis expansion model (BEM)<sup>6</sup> oversampled Fourier<sup>7</sup> discrete prolate spheroidal sequences<sup>8</sup> distributed compressed sensing (DCS)<sup>9</sup> structured distributed compressed sensing (SDCS)<sup>10</sup> block-sparse Bayesian learning<sup>11</sup> intercarrier interference (ICI)<sup>12</sup> orthogonal matching pursuit (OMP)<sup>13</sup> interpolation<sup>14</sup> antialiasing

- 15 tap
- 16 equalization
- 17 cluster
- 18 banded
- 19 Wavelet
- 20 constraint
- 21 realization
- 22 point-scatterer
- 23 resolution
- 24 undersampling
- 25 upsampling
- 26 interleaver
- 27 root-raised-cosine
- 28 zero forcing
- 29 overcomplete
- 30 complete dictionary
- 31 scattering function
- 32 robustness
- 33 offline

Archive of SID