

## **Numerical and Analytical Solution of Probabilistic Optimal Power Flow Problems Considering Renewable Energy Resources Uncertainty**

**Hamid Fattahi<sup>1</sup>, Hamdi Abdi<sup>2</sup>, Farshad Khosravi<sup>1</sup>, Shahram Karimi<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Department of Electrical Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran

<sup>2</sup> Department of Electrical Engineering, Engineering Faculty, Razi University, Kermanshah, Iran

### **Abstract:**

With the Penetration of renewable energies into power system, the influence of uncertainties in solving various problems in the field of power system operation has increased. One of the most important concepts in this field is optimal power flow, which, with the presence of uncertainties, cannot be modeled by definite methods, and should be revised based on applying the probabilistic approaches. In this paper, numerical methods including the Monte Carlo Simulation method and analytical methods including point estimation methods, internal point method and unscented transformation method are used to solve the POPF in an IEEE-118 bus system. The obtained results indicate that the methods based on point estimation are able to find the optimal points in less computational time than other techniques. This is mainly due to the limited points, which these methods need as the starting points. From another perspective, the magnitude changes in the voltage profile of the generation units are also more stable in the internal point method. Furthermore, in terms of the convergence rate, the internal point method is much faster than the Monte Carlo Simulation method.

**Keywords:** Probabilistic Optimal Power Flow (POPF), Monte Carlo Simulation (MCS), Unscented Transformation (UT) Method, Point Estimation Method (PEM) and Internal Point Method (IPM).

## حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت‌های منابع تجدیدپذیر

حمید فتاحی<sup>۱</sup>، حمدی عبدی<sup>۲</sup>، فرشاد خسروی<sup>۳</sup>، شهرام کریمی<sup>۴</sup>

۱- گروه مهندسی برق - واحد کرمانشاه - دانشگاه آزاد اسلامی - کرمانشاه - ایران

hamid.fattahi@iauaksh.ac.ir

۲- دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه رازی - کرمانشاه - ایران

hamdiabdi@razi.ac.ir

۳- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمانشاه - کرمانشاه - ایران

fkhosravi@iauaksh.ac.ir

۴- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه رازی - کرمانشاه - ایران

shahramkarimi@razi.ac.ir

**چکیده:** با ورود منابع تجدیدپذیر به سیستم قدرت، نفوذ عدم قطعیت‌ها در حل مسائل مختلف حوزه بهره‌برداری سیستم قدرت افزایش یافته است. یکی از مهم‌ترین مسائل، پخش توان بهینه است که با حضور عدم قطعیت‌ها، قابلیت مدل‌سازی با روش‌های قطعی را نداشته و لازم است با به‌کارگیری روش‌های احتمالاتی مدل‌سازی تحلیل شود. در این مقاله از روش‌های عددی شامل روش شبیه‌سازی مونت کارلو و تحلیلی مانند روش‌های تخمین نقطه‌ای، نقطه داخلی و تبدیل بی‌بو برای حل مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با هدف حداقل‌سازی هزینه بهره‌برداری و لحاظ‌کردن همبستگی میان عدم قطعیت‌های موجود در مسئله در شبکه استاندارد ۱۱۸ شینه IEEE استفاده شده است. نتایج روش‌های شبکه نمونه نشان می‌دهند در روش‌های تخمین نقطه‌ای، به دلیل محدودبودن نقاط شروع مسئله، حصول جواب بهینه نسبت به روش‌های دیگر در زمان محاسباتی کمتری انجام می‌شود. همچنین، دامنه تغییرات پروفیل ولتاژ تولیدی واحدهای تولیدی نیز در روش نقطه داخلی، ثبات بیشتری دارد و از نظر سرعت همگرایی، روش نقطه داخلی بسیار سریع‌تر از روش شبیه‌سازی مونت کارلو است.

**واژه‌های کلیدی:** پخش توان بهینه احتمالاتی، شبیه‌سازی مونت کارلو، تبدیل بی‌بو، تخمین نقطه‌ای و روش نقطه داخلی

## ۱- مقدمه

نفوذ زیادی در سیستم‌های قدرت سراسر جهان یافته‌اند. ورود انرژی بادی و خورشیدی در سیستم قدرت، به دلیل ماهیت غیرقطعی آنها، چالش‌های عمده‌ای را در برنامه‌ریزی و بهره‌برداری سیستم‌های قدرت سبب شده است [۱].

با توجه به بحران جهانی در افزایش آلودگی‌های زیست‌محیطی برای تولید انرژی الکتریکی، استفاده از منابع انرژی‌های تجدیدپذیر به‌منزله راه‌حلی مؤثر، شایان توجه فراوانی قرار گرفته است؛ چون این منابع نسبت به منابع فسیلی، رایگان بوده و دارای عدم آلودگی‌اند. با وجود این، مشکل اصلی به‌کارگیری این منابع وجود عدم قطعیت آنها در مقدار توان تولیدی است که چالش‌های بزرگی را در

نگرانی‌های زیست محیطی و افزایش مصرف انرژی موجب شده است توجه به منابع انرژی تجدیدپذیر افزایش یابد. در میان منابع تجدیدپذیر، انرژی بادی و خورشیدی

<sup>۱</sup> تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۸/۰۱/۱۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۴/۱۸

نام نویسنده مسئول: حمدی عبدی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - کرمانشاه - بلوار طاق بستان - دانشگاه رازی - دانشکده فنی و مهندسی

حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت‌های منابع تجدیدپذیر

امنیتی [۱۴]، ارزیابی حاشیه‌های بارگذاری [۱۵] و کاهش تلفات [۱۶] به کار گرفته شده است. روش نقطه داخلی، بیشتر برای حل الگوریتم پخش توان بهینه خطی شده برای پشتیبانی برنامه‌ریزی توسعه خطوط انتقال استفاده می‌شود [۱۷]. ضعف عمده روش نقطه داخلی هنگامی است که محدودیت‌های فعال، مانع از رسیدن نقطه مدنظر به صفر یا مرز پذیرفتنی شوند؛ بنابراین چالش بزرگ در به کارگیری این روش در حل مسئله پخش توان بهینه، طراحی روش همگرایی قوی برای نشان دادن محدودیت‌های فعال برای جلوگیری از ناکارآمدی این روش است. برای مقابله با این مشکل در مرجع [۱۸] راهکارهایی برای اصلاح بیان شده‌اند. در مرجع [۱۹] روش تابع جریمه برای حل مسئله بهینه‌سازی غیرخطی به کار گرفته شده که در آن از تقریب درجه دوم استفاده شده است که موجب حل مسئله روش نقطه داخلی می‌شود.

روش شبیه‌سازی مونت کارلو به طور گسترده‌ای برای حل مسئله پخش توان احتمالی در حضور عدم قطعیت‌ها به عنوان متغیرهای تصادفی ورودی به منظور ایجاد فرآیند احتمالاتی مطرح شده است [۵]. این روش برای دستیابی به جواب هدف نهایی باید ده‌ها هزار نتیجه نمونه‌برداری در مدت زمان زیادی را محاسبه کند؛ بنابراین، برای محاسبه پخش توان بهینه منابع تجدیدپذیر با مقیاس بزرگ مناسب نیست؛ زیرا مدت زمان انجام محاسبات بسیار زیاد است. این روش با توجه به تابع توزیع احتمال ورودی، شبیه‌سازی نمونه‌ها را برای سناریوهای مختلف در سیستم قدرت تولید می‌کند و معادلات پخش توان قطعی را برای ولتاژ شین، زوایای فاز، پخش توان اکتیو و راکتیو حل می‌کند. به این ترتیب، توابع توزیع خروجی‌های مختلف محاسبه می‌شوند. پیشنهاد دیگر، استفاده از روش تخمین نقطه‌ای با تقریب گشتاورهای متغیر است. روش تخمین نقطه‌ای، مقدار میانگین و انحراف استاندارد هر متغیر سیستم قدرت را به طور مؤثر به دست می‌آورد؛ در حالی که روش شبیه‌سازی مونت کارلو نیاز به آگاهی از توابع توزیع احتمال دارد. روش تخمین نقطه‌ای به دو دلیل به طور گسترده‌ای برای حل پخش توان احتمالی استفاده می‌شود: خطی‌سازی معادلات پخش بار ضروری نیست و از نظر محاسبات کارآمد است.

برنامه‌ریزی و بهره‌برداری سیستم قدرت، فرآوری برنامه‌ریزان و بهره‌برداران سیستم قدرت قرار داده است. بنابراین ارائه مدل‌های پیش‌بینی دقیق رفتار این منابع اهمیت فراوانی دارد [۲]. درباره مسئله پخش توان بهینه<sup>۱</sup>، مطالعات زیادی درباره مدل پخش توان بهینه سیستم قدرت و روش حل با توجه عدم قطعیت‌ها انجام شده‌اند [۳، ۴]. روش‌های احتمالاتی عوامل تصادفی مانند ساختار توپولوژی شبکه، بارها و خروجی ژنراتورها و در نتیجه، مقدار احتمالی ولتاژ و توان شاخه‌ها در شبکه‌های قدرت را نشان می‌دهد [۵].

روش‌های احتمالاتی عموماً به دو دسته روش‌های عددی و روش‌های تحلیلی تقسیم شده‌اند. از جمله روش‌های عددی روش شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۲</sup> است که اجرای آن ساده و دقت محاسبات آن زیاد است؛ اما زمان‌بر است. همچنین، روش‌های تحلیلی مبتنی بر خطی‌سازی‌اند و دقت محاسباتی آنها کمتر است. یکی از روش‌های استفاده‌شده در روش تحلیلی برای حل پخش توان احتمالاتی با توجه به تقاضای بار، استفاده از سری گرام چالیر<sup>۳</sup> است که در مرجع [۶] به آن اشاره شده است. از جمله روش‌های تحلیلی دیگر روش تخمین نقطه‌ای<sup>۴</sup> برای حل پخش توان بهینه احتمالاتی<sup>۵</sup> است که در مراجع [۷-۹] پیشنهاد شده است. این روش، محاسبات کمتری دارد و برای محاسبات مسائل مقیاس بزرگ مشکلاتی ندارد [۱].

روش تبدیل بی بو<sup>۶</sup> رویه جدید مدسازی عدم قطعیت‌ها است که عملکرد مناسبی در حالت غیرخطی و نسبت به روش تخمین دارد که در مرجع [۱۰] به آن اشاره شده است. این روش دارای دقت زیاد محاسباتی بوده و به طور چشمگیری سریع‌تر از روش شبیه‌سازی مونت کارلو است. یکی از ویژگی‌های خوب روش تبدیل بی بو، امکان مدلسازی متغیرهای عدم قطعیت است.

روش نقطه داخلی<sup>۷</sup> برای حل مسئله بهینه‌سازی براساس ساخت یک مسیر از یک نقطه اولیه داده شده است تا راه‌حل نهایی را در یک منطقه امکان‌پذیر جستجو کند. این روش برای نخستین بار در سال ۱۹۸۴ پیشنهاد شده [۱۱] و از آن زمان تا کنون در پژوهش‌های مختلفی بررسی شده است [۱۲]. این روش در مسائل مختلف حوزه بهره‌برداری مانند پخش بار اقتصادی [۱۳]، پخش توان بهینه محدود به قیود

باد در هیچ کدام از پژوهش‌ها شایان توجه قرار نگرفته است [۲۵]. برای بررسی عدم قطعیت ناشی از انرژی خورشیدی از توزیع بتا<sup>۱۳</sup> استفاده می‌شود که با استفاده از این توزیع، توان تزریقی سلول خورشیدی محاسبه می‌شود [۲۶].

در حال حاضر برای مدلسازی عدم قطعیت بار مبتنی بر رویکرد مشاهدات از داده‌های سیستم قدرت برای انواع دوره‌های زمانی مختلف، جمع‌آوری و تجزیه و تحلیل می‌شوند تا اطلاعات مربوطه در شبیه‌سازی‌ها اعمال شوند. موضوع بار یا پیش‌بینی منابع انرژی موضوع مهمی است که روش‌های متعددی برای پیش‌بینی تغییرات بار وجود دارند که بیشتر آنها مبتنی بر تحلیل رفتار کاربران یا بررسی داده‌های تاریخی‌اند که برای بهبود تحلیل احتمالی استفاده می‌شوند. پس برای بررسی عدم قطعیت ناشی از تغییرات بار از توزیع نرمال<sup>۱۴</sup> استفاده می‌شود [۲۷].

نویسندگان در مرجع [۲۸] توان بهینه احتمالاتی براساس مقایسه بین روش‌های تخمین دو و سه نقطه‌ای با روش شبیه‌سازی مونت کارلو بررسی شده است. این مقایسه براساس بررسی توان اکتیو تولیدی واحدهای تولید با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های توان تزریقی باد و خورشید بوده و تحلیل نتایج روی سیستم استاندارد ۹۸ شینه PEGASE اروپا نشان داده شد که در یک شبکه مقیاس بزرگ روش تخمین سه نقطه‌ای در رسیدن به جواب بهینه، چه از نظر زمان اجرا و چه از نظر هزینه بهره‌برداری، کارایی بهتری دارد.

نواوری این مقاله آن است که مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی در یک شبکه استاندارد ۱۱۸ شینه IEEE با نرم‌افزارهای MATLAB و DigSilent با روش‌های عددی و تحلیلی متفاوت انجام شده است و نتایج آنها به تفصیل با همدیگر مقایسه و بررسی شده‌اند. این روش‌ها از نظر دقت و زمان هم‌گرایی حصول جواب بهینه، تحلیل شده‌اند. همچنین نتایج پروفیل ولتاژ تولیدی ژنراتورها و توان اکتیو تولیدی ژنراتورها مقایسه شده‌اند. در انتها، تمامی نتایج به دست آمده از نظر مقدار تابع هدف مسئله مقایسه و بررسی شده‌اند که هزینه بهره‌برداری بر حسب دلار بر ساعت و زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب بهینه است.

رایج‌ترین روش تخمین نقطه‌ای براساس عملکرد هانگ<sup>۱۵</sup> است؛ با این حال، هار<sup>۹</sup> و مورالس<sup>۱۰</sup> برخی از اصلاحات را در روش تخمین نقطه‌ای انجام داده‌اند [۵].

با نفوذ منابع تجدیدپذیر به سیستم‌های قدرت مدرن، لازم است روش‌های پخش توان بهینه احتمالاتی مناسب برای مدلسازی عدم قطعیت‌ها در معادلات پخش توان به کار گرفته شوند. در پخش توان بهینه احتمالاتی، متغیرهای تصادفی ورودی در نظر گرفته می‌شوند که هدف اصلی این روش، دستیابی به اطلاعات آماری خروجی است. تا کنون الگوریتم‌های مختلفی برای محاسبات پخش توان بهینه احتمالاتی ارائه شده‌اند که به روش‌های تحلیلی و روش‌های عددی طبقه‌بندی می‌شوند.

یکی از مهم‌ترین موضوعات در سیستم‌های مدرن قدرت امروزی، تولید انرژی الکتریکی برای سیستم‌های قدرت به منظور بهینه‌سازی هزینه تولیدی برای واحدهای فعال موجود در شبکه قدرت است. پخش بار، ابزار مناسب برای تنظیم میزان توان واحدهای تولیدی است که محدودیت‌های غیرخطی آنها و شبکه قدرت را در نظر می‌گیرد. پخش بار اقتصادی، مسئله‌ای غیرخطی، غیرمحدب و چالش‌برانگیز است که برای حل آن، با توجه به مشخصات پیچیده موجود در مسئله، از الگوریتم‌های ابتکاری استفاده می‌شود. در این مقاله، مسئله پخش بار اقتصادی با محدودیت‌های غیرخطی، به مسئله بهینه‌سازی تبدیل شده و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی یادگیری ردیابی بازگشتی، به حل آن پرداخته شده است [۲۰].

برای بررسی عدم قطعیت در سیستم تولید باد از توزیع ویبول<sup>۱۱</sup> [۲۱] و توزیع ریلی<sup>۱۲</sup> [۲۲] استفاده می‌شود. سپس توان اکتیو تزریق شده از سیستم تولید باد با استفاده از رابطه سرعت و قدرت ژنراتور محاسبه می‌شود. در مراجع [۲۳، ۲۴] همبستگی بین توربین بادی در نظر گرفته می‌شود. همچنین در برخی از پژوهش‌ها، عواملی از قبیل عدم قطعیت ژنراتور معمولی نیز شایان توجه قرار گرفته است. از بحث فوق دیده می‌شود در ادبیات پژوهش، تقریباً همه انواع عدم قطعیت‌ها در پخش توان بهینه احتمالاتی با سیستم تولید باد در نظر گرفته شده‌اند. در سیستم تولید باد، توان اکتیو تزریقی، عدم قطعیت است و هیچ مدل دقیقی از سیستم تولید

حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت‌های منابع تجدیدپذیر

## ۲-۲- متغیرهای حالت (وابسته)

وضعیت سیستم قدرت با متغیرهای حالت تعریف می‌شود که این متغیرها با بردار  $x$  نشان داده می‌شوند.

$$x = [P_{G_i}, V_{L_1}, \dots, V_{L_{NL}}, Q_{G_1}, \dots, Q_{G_{NG}}, S_{I_1}, \dots, S_{I_{nl}}] \quad (۳)$$

در اینجا،  $P_{G_i}$  توان اکتیو ژنراتور شین اسلک،  $Q_{G_i}$  توان راکتیو ژنراتور متصل شده به شین  $i$ ،  $V_{L_p}$  ولتاژ شین  $p$  ام بار، بارگیری خط  $q$  ام با  $S_{L_p}$  نشان داده می‌شوند.  $NL$  و  $nl$  به ترتیب شماره شین‌های بار و خطوط انتقال‌اند.

## ۲-۳- محدودیت‌ها

همان‌طور که پیش از این ذکر شد مسئله پخش توان بهینه دارای هر دو نوع محدودیت‌های برابری و نابرابری است. این محدودیت‌ها در این بخش از مقاله به صورت جداگانه توضیح داده می‌شوند.

### محدودیت‌های برابری

در پخش توان بهینه، معادلات تعادل توان جز محدودیت‌های برابری‌اند که به صورت معادلات (۴) و (۵) نشان داده می‌شوند:

$$P_{G_i} - P_{D_i} - \sum_{j=1}^{NB} V_j [G_{ij} \cos(\delta_{ij}) + B_{ij} \sin(\delta_{ij})] = 0 \quad \forall i \in NB \quad (۴)$$

$$Q_{G_i} - Q_{D_i} - \sum_{j=1}^{NB} V_j [G_{ij} \sin(\delta_{ij}) - B_{ij} \cos(\delta_{ij})] = 0 \quad \forall i \in NB \quad (۵)$$

که  $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$  نشان‌دهنده زاویه اختلاف فاز ولتاژ بین شین‌های  $i$  و  $j$  است.  $NB$  شماره شین‌ها،  $P_D$  و  $Q_D$  به ترتیب تقاضای بار اکتیو و راکتیو،  $G_{ij}$  کدوکتانس منتقل شده و  $B_{ij}$  سوسپتانس بین شین  $i$  و  $j$  است.

### محدودیت‌های نابرابری

محدودیت‌های نابرابری در پخش توان بهینه منعکس‌کننده محدودیت‌های بهره‌برداری تجهیزات موجود در سیستم قدرت و همچنین محدودیت‌های اعمال شده بر خطوط و شین‌های بار برای تضمین امنیت سیستم قدرت‌اند.

ساختار مقاله به شرح زیر است: در بخش دوم، فرمول‌بندی مسئله از نظر پخش توان بهینه، محدودیت‌ها، تابع هدف، انواع روش‌های پخش توان احتمالاتی و در آخر همین بخش، مدل‌های تابع توزیع بیان شده‌اند. در بخش سوم، شبکه نمونه استاندارد ۱۱۸ شینه IEEE با استفاده از روش‌های یادشده در نرم‌افزارهای MATLAB و DigSilent، شبیه‌سازی و نتایج به دست آمده بررسی شده‌اند. سرانجام در بخش چهارم، نتایج حاصل شده بیان شده‌اند.

## ۲- فرمول‌بندی مسئله

پخش توان بهینه مسئله، بهینه‌سازی غیرخطی است که هدف اصلی آن حداقل کردن توان در سیستم قدرت با در نظر گرفتن تعدادی از قیدهای برابری و نابرابری است. از نظر ریاضی، پخش توان بهینه به صورت معادله (۱) نشان داده می‌شود [۲۹]:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & f(x, u) \\ \text{subject to } & g(x, u) \leq 0 \\ & h(x, u) = 0 \end{aligned} \quad (۱)$$

در اینجا،  $u$  بردار متغیرهای کنترل یا مستقل،  $x$  بردار متغیرهای حالت یا وابسته‌اند.  $f(x, u)$  تابع هدف پخش توان بهینه،  $g(x, u)$  مجموعه‌ای از محدودیت‌های نابرابری و  $h(x, u)$  مجموعه‌ای از محدودیت‌های برابری است.

## ۲-۱- متغیرهای کنترل (مستقل)

مجموعه‌ای از متغیرهایی که پخش توان بهینه را در شبکه قدرت کنترل می‌کنند، در فرم برداری این متغیرها به صورت معادله (۲) نشان داده می‌شوند:

$$u = [P_{G_2}, \dots, P_{G_{NG}}, V_{G_1}, \dots, V_{G_{NG}}, Q_{C_1}, \dots, Q_{C_{NC}}, T_1, \dots, T_{NT}] \quad (۲)$$

در اینجا،  $P_{G_i}$  توان اکتیو ژنراتور  $i$  ام است. انتخاب شین مبنا اختیاری است و این شین می‌تواند هر کدام از شین‌های ژنراتورها باشد.  $V_{G_i}$  دامنه ولتاژ شین  $i$  ام،  $T_j$  تپ ترانسفورماتور شاخه  $j$  ام،  $Q_{C_k}$  جبران‌ساز موازی شین  $k$  ام،  $NC$ ،  $NG$  و  $NT$  به ترتیب نشان‌دهنده ژنراتور، جبران‌سازی توان راکتیو موازی و ترانسفورماتور است.

$PS_i^{\max}$  و  $PS_i^{\min}$  به ترتیب حداقل و حداکثر محدودیت  $i$  امین شیفت دهنده فاز ترانسفورماتور  $PS_i$  است.  $N_{tap}$  و  $N_{phase}$  شماره تغییرات تپ ترانسفورماتور و شیفت دهنده فاز نصب شده در سیستم قدرت است.

• محدودیت‌های جبران‌ساز موازی

$$Q_{c,i}^{\min} \leq Q_{c,i} \leq Q_{c,i}^{\max} \quad i=1,2,\dots,N_{cap} \quad (11)$$

در اینجا،  $Q_{c,i}^{\max}$  و  $Q_{c,i}^{\min}$  به ترتیب حداقل و حداکثر محدودیت  $i$  امین جبران‌ساز موازی  $Q_{c,i}$  است.  $N_{cap}$  شماره جبران‌سازهای خازنی متصل شده به سیستم قدرت است.

• محدودیت انتقال توان خط انتقال

$$|S_i| \leq S_i^{\max} \quad i=1,2,\dots,N \quad (12)$$

در اینجا،  $|S_i|$  و  $S_i^{\max}$  محدودیت حداکثر  $i$  امین خط انتقال است.  $N_i$  شماره خط انتقال در سیستم قدرت است. قابلیت انتقال توان یک خط انتقال به حد پایداری آن محدود می‌شود. حد حرارتی یا پایداری با ظرفیت حمل جریان هادی، براساس اطلاعات ارائه شده سازندگان، مشخص می‌شود. اگر ظرفیت حمل جریان با جریان حرارتی  $I_{thermal}$  نشان داده شود، حد بارگذاری حرارتی خط برابر است با:

$$S_{thermal} = 3V_{\phi rated} I_{thermal} \quad (13)$$

معادله (۱۳) توان حقیقی را در خط بدون تلفات نشان می‌دهد.

حداکثر توان انتقالی در  $\delta = 90$  به دست می‌آید. در عمل زاویه بار برای خط به تنهایی محدود به ۳۰ تا ۴۵ درجه است. در خط بدون تلفات  $X' = Z_c \sin \beta l$  است و رابطه (۱۴) نوشته می‌شود:

$$P_{3\phi} = \left( \frac{|V_{S(L-L)}|}{V_{rated}} \right) \left( \frac{|V_{R(L-L)}|}{V_{rated}} \right) \left( \frac{V_{rated}^2}{Z_c} \right) \frac{\sin \delta}{\sin \beta l} \quad (14)$$

در اینجا، دو جمله نخست داخل پرانتزها، ولتاژهای مبنای واحدند که با  $V_{Rpu}$  و  $V_{Spu}$  نشان داده شده‌اند و جمله سوم، حد حرارتی است. معادله (۱۴) به صورت (۱۵) نوشته می‌شود.

محدودیت‌های نابرابری به صورت زیر معرفی می‌شوند [۳۰]:

• عدم قطعیت محدودیت دامنه ولتاژ ژنراتورها

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad i=1,2,\dots,n_G \quad (6)$$

در اینجا  $V_i^{\min}$  و  $V_i^{\max}$  به ترتیب محدودیت‌های حداقل و حداکثر ولتاژ شین ژنراتوری  $i$  ام است. این محدودیت‌ها بیشتر با استانداردهای مرتبط ارائه می‌شوند. افزایش یا کاهش بیش از حد ولتا، به وارد شدن آسیب‌های جدی از جمله بی‌ثباتی ولتاژ در سیستم قدرت منجر می‌شود که از نظر فنی و اقتصادی پذیرفتنی نیست.

نقاط ممنوعه در بهره‌برداری از ژنراتورها

نقاط ممنوعه ژنراتور نقاطی‌اند که در صورت بهره‌برداری از واحد در این نقاط، ممکن است به آنها آسیب‌های مکانیکی وارد شود. این نقاط برای واحد  $i$  ام به صورت معادله (۷) مدل می‌شوند:

$$\begin{cases} P_{G_i}^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\max} \\ P_{G_i,k-1}^u \leq P_{G_i} \leq P_{G_i,k}^l \\ P_{G_i,z}^u \leq P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\max} \end{cases} \quad i=1,2,\dots,z \quad (7)$$

در اینجا،  $P_{G_i,k}^l$  و  $P_{G_i,k}^u$  به ترتیب مقادیر حداکثر و حداقل محدوده  $k$  امین نقاط ممنوعه در واحد  $i$  ام است.  $P_G^{\max}$  و  $P_G^{\min}$  بیان‌کننده حداقل و حداکثر محدوده توان اکتیو در ژنراتور  $i$  ام است.

• محدودیت‌های توان اکتیو و راکتیو ژنراتورها

$$\begin{aligned} P_{G_i}^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\max} \\ Q_{G_i}^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_i}^{\max} \\ i = 1, 2, \dots, n_G \end{aligned} \quad (8)$$

در اینجا،  $Q_{G_i}^{\max}$  و  $Q_{G_i}^{\min}$  به ترتیب حداقل و حداکثر محدوده توان راکتیو در ژنراتور  $i$  ام است.

• محدودیت‌های تنظیمات شیفت دهنده فاز و تپ ترانسفورماتور

$$T_i^{\min} \leq T_i \leq T_i^{\max} \quad i=1,2,\dots,N_{tap} \quad (9)$$

$$PS_i^{\min} \leq PS_i \leq PS_i^{\max} \quad i=1,2,\dots,N_{phase} \quad (10)$$

در اینجا،  $T_i^{\min}$  و  $T_i^{\max}$  به ترتیب محدودیت‌های حداقل و حداکثر  $i$  ام تپ پنجر ترانسفورماتور  $T_i$  است.

حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت‌های منابع تجدیدپذیر

$X$  شامل تقاضای ورودی نامعین است. توان تولیدی با منابع انرژی توزیع شده مانند باد، انرژی خورشیدی و ... به صورت معادله (۲۰) بیان شده است:

$$X = [P_D \ Q_D \ P_{DER} \ Q_{DER} \ \dots]^T \quad (20)$$

همان‌طور که پیش از این ذکر شد پخش توان بهینه دارای برخی متغیرهای حالت و کنترل است؛ از این رو، در پخش توان بهینه احتمالاتی  $Y$  بردار عدم قطعیت خروجی است که به صورت معادله (۲۱) محاسبه می‌شود:

$$Y = [V \ \delta \ P_G \ Q_G \ \dots]^T \quad (21)$$

عدم قطعیت متغیرهای ورودی باعث می‌شود متغیرهای خروجی نیز نامعین باشند؛ به این معنی که حتی اگر یک متغیر ورودی نامعین باشد، تمام متغیرهای خروجی نامعین خواهند شد. پارامترهای استفاده شده در معادلات (۱۹) تا (۲۱) در فهرست علائم تشریح شده‌اند.

## ۲-۶- شبیه‌سازی مونت کارلو

شبیه‌سازی مونت کارلو، روش شبیه‌سازی مبتنی بر ترکیب اعداد تصادفی برای حل مسائل با وجود عدم قطعیت‌ها و حالت‌های احتمالاتی است. این روش محاسبات مدل قطعی را با استفاده از مجموعه‌ای عدد تصادفی به شکل ورودی اجرا می‌کند. از این روش، بیشتر در مواردی استفاده می‌شود که مدل دارای پیچیدگی‌های زیادی از جمله غیرخطی بودن یا بیش از دو پارامتر عدم قطعیت باشد. روش شبیه‌سازی مونت کارلو از تکرار چندین باره حل مسئله برای رسیدن به جواب نهایی استفاده می‌کند؛ در حالی که این روش نتایج دقیقی از مدل ارائه می‌دهد؛ اما چون زمان محاسبه در آن زیاد و وقت‌گیر است، امروزه خیلی شایان توجه قرار نمی‌گیرد [۳۱].

## ۲-۷- روش تخمین دو نقطه‌ای

از طریق روش تخمین دو نقطه‌ای به محاسبه دو مقدار قطعی در هر متغیر نامعین استفاده می‌شود که در هر دو سمت مقدار میانگین آن قرار گرفته است. بنابراین، پخش توان بهینه در هر متغیر نامعین دو مرتبه محاسبه می‌شود؛ یکبار در مقدار زیر میانگین و بار دیگر در مقدار بالاتر از

$$P_{3\phi} = \frac{|V_{Spu}| |V_{Rpu}| SIL}{\sin \beta l} \sin \delta$$

$$= \frac{|V_{Spu}| |V_{Rpu}| SIL}{\sin \left( \frac{2\pi l}{\lambda} \right)} \sin \delta \quad (15)$$

• عدم قطعیت توان اکتیو منبع بادی

$$0 \leq P_{w,i} \leq P_{w,r,i}$$

$$P_{w,i}^2 + Q_{w,i}^2 + \frac{V_{ww,i}^2 Q_{w,i}}{X_i} = 0 \quad (16)$$

$$\frac{-V_{ww,i}^2}{2X_i} \leq Q_{w,i} \leq 0$$

$X_i$  مجموع راکتانس القایی استاتور و روتور  $i$  امین توربین بادی است.  $V_{ww,i}$  و  $Q_{w,i}$  به ترتیب توان راکتیو و ولتاژ شین محل اتصال  $i$  امین ژنراتور بادی است.

• عدم قطعیت توان اکتیو سلول خورشیدی

$$0 \leq P_{pv,i} \leq P_{pv,r,i} \quad (17)$$

## ۲-۴- تابع هدف در پخش توان بهینه

یکی از مهم‌ترین هدف‌های پخش توان بهینه، حداقل کردن هزینه سوخت ژنراتورها و توان تولیدی ژنراتورها است. برای دستیابی به این هدف از معادله درجه دوم (۱۸) استفاده می‌شود [۲۹]:

$$f(x, u) = \sum_{i=1}^{NG} a_i + b_i P_{G_i} + c_i P_{G_i}^2 \quad (18)$$

در اینجا،  $a_i$ ،  $b_i$  و  $c_i$  ضرایب هزینه‌ای ژنراتور  $i$  ام تولیدکننده توان خروجی  $P_{G_i}$  هستند.

## ۲-۵- پخش توان بهینه احتمالاتی

به دلیل گستردگی سیستم قدرت در حوزه‌های مکانی و زمانی مختلف، پارامترهای متعددی بر آن تأثیر گذارده‌اند و ممکن است عدم قطعیت‌هایی را به سیستم اعمال کنند. برای ارزیابی عدم قطعیت یک سیستم از تئوری احتمال یعنی از روش‌های احتمالاتی استفاده می‌شود که هدف اصلی آنها تعیین وضعیت سیستم به منزله یک تابع از متغیرهای ورودی نامعین به صورت معادله (۱۹) است:

$$Y = f(X) \quad (19)$$

مرحله ششم) اجرای پخش توان بهینه قطعی برای هر دو تجمیع  $x_{k,i}$  با استفاده از  $X = [\mu_{x,1}, \mu_{x,2}, \dots, x_{k,i}, \dots, \mu_{x,n}]$  که  $i = 1, 2$  است.

$$E(Y), E(Y^2) \text{ محاسبه مقادیر} \quad (28)$$

$$E(Y) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 (p_{k,i} h([\mu_{x,1}, \mu_{x,2}, \dots, x_{k,i}, \mu_{x,n}]))$$

$$E(Y^2) \cong \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^2 (p_{k,i} h([\mu_{x,1}, \mu_{x,2}, \dots, x_{k,i}, \mu_{x,n}]))^2 \quad (29)$$

مرحله هشتم) محاسبه میانگین و انحراف استاندارد متغیرهای خروجی

$$\mu_Y = E(Y) \quad (30)$$

$$\sigma_Y = \sqrt{E(Y^2) - (E(Y))^2} \quad (31)$$

### ۲-۸- روش تخمین سه نقطه‌ای

روش تخمین سه نقطه‌ای برای تجزیه و تحلیل متغیرهای تصادفی و به دست آوردن داده‌های منحنی ولتاژ و پخش توان استفاده می‌شوند. هنگامی که  $S$  تابعی از متغیرهای تصادفی  $m$  باشد، چنانچه متغیر تصادفی  $i$  ام انتخاب شده باشد، مقدار نمونه‌گیری باید دارای سه نقطه نمونه‌گیری باشد تا جایگزین متغیر تصادفی اصلی شود. روش تخمین سه نقطه‌ای از  $3m$  نقطه نمونه‌گیری استفاده می‌کند؛ اما نقاط نمونه‌گیری  $m$  دارای داده‌های یکسانی‌اند. درواقع، تنها نقاط نمونه‌گیری  $2m+1$  نیاز به محاسبه شدن دارند؛ بنابراین، الگوریتم روش تخمین سه نقطه‌ای به صورت زیر توصیف می‌شود [۳۴]:

مرحله اول) نقاط نمونه‌گیری در توزیع نرمال استاندارد  $S_{i,k} = [0, 0, \dots, \xi_{s_i,k}, \dots, 0]$  انتخاب می‌شود. هر جز  $S_i$  در توزیع نرمال استاندارد بیان شده است. میانگین برابر است با صفر، انحراف استاندارد برابر است با ۱، ضریب چولگی برابر است با صفر و کشیدگی برابر ۳ است. اگر  $\xi_{s_i,k}$  نقاط نمونه‌گیری مؤلفه  $S_i$  باشد، معادله آن به شکل معادله (۳۲) فرمول‌بندی می‌شود:

میانگین؛ در حالی که سایر متغیرها در مقدار میانگین خود حفظ می‌شوند.

ممکن است این دو نقطه در حوزه میانگین متغیر ارائه شده به صورت متقارن یا نامتقارن باشند. سپس هر مجموعه از نقاط انتخاب شده آزمایش تابع غیرخطی می‌شوند. با توجه به اینکه مقدار متغیرهای ورودی نامعین در نمونه‌گیری‌های مختلف متفاوت است، راه‌حل بهینه در هریک از این مسائل تغییر می‌یابد [۳۲]. درخور ذکر است در این روش، تعداد نمونه‌های انتخابی با افزایش تعداد متغیرهای نامعین افزایش می‌یابد. در سیستم‌های مقیاس بزرگ که دارای تعداد متغیر نامعین بیشتری‌اند، روش تخمین دو نقطه‌ای به خوبی نمونه‌های مقیاس کوچک اجرا نمی‌شود.

فرمول‌بندی اصلی روش تخمین دو نقطه‌ای با وضعیت نامتقارن دو نقطه نمونه‌گیری به شرح زیر است [۳۳]:

مرحله اول) تعیین تعداد متغیرهای نامعین

$$E(Y) = 0, E(Y^2) = 0$$

مرحله سوم) تنظیم  $k = 1$

مرحله چهارم) تعیین  $\varepsilon_{k,1}, \varepsilon_{k,2}, P_{k,1}$  و  $P_{k,2}$  با معادلات (۲۲) تا (۲۵):

$$\varepsilon_{k,1} = \lambda_{k,3}/2 + \sqrt{n + (\lambda_{k,3}/2)^2}, \quad (22)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$\varepsilon_{k,2} = \lambda_{k,3}/2 - \sqrt{n + (\lambda_{k,3}/2)^2}, \quad (23)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$P_{k,1} = -\frac{\varepsilon_{k,2}}{2n\sqrt{n + (\lambda_{k,3}/2)^2}}, \quad (24)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$P_{k,2} = \frac{\varepsilon_{k,1}}{2n\sqrt{n + (\lambda_{k,3}/2)^2}}, \quad (25)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

مرحله پنجم) تعیین دو تجمیع  $x_{k,1}$  و  $x_{k,2}$

$$x_{k,1} = \mu_{x,k} + \varepsilon_{k,1}\sigma_{x,k} \quad (26)$$

$$x_{k,2} = \mu_{x,k} + \varepsilon_{k,2}\sigma_{x,k} \quad (27)$$



حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت های منابع تجدیدپذیر

تصادفی  $n$  بعدی با میانگین  $x = m$  و کوواریانس  $P_{xx}$  است. متغیر تصادفی دیگر  $Y$  وابسته به  $x$  است که با معادله (۱۹) محاسبه می شود،  $f$  می تواند مجموعه ای از توابع غیرخطی باشد.

با استفاده از روش تبدیل بی بو میانگین و کوواریانس متغیرهای خروجی  $Y$  و  $P_{YY}$  با مراحل زیر به دست می آید:

مرحله (۱) با استفاده از

$$X^0 = m \quad (۳۸)$$

$$X^k = m + \left( \sqrt{\frac{n}{1-w^0} P_{xx}} \right)_k, k=1,2,\dots,n \quad (۳۹)$$

$$X^{k+n} = m + \left( \sqrt{\frac{n}{1-w^0} P_{xx}} \right)_k, k+n=1,2,\dots,n \quad (۴۰)$$

(۲n+۱) نمونه یا نقاط نمونه به دست می آید.

مرحله (۲) با استفاده از

$$w^0 = w^0 \quad (۴۱)$$

$$w^k = \frac{1-w^0}{2n}, k=1,2,\dots,n \quad (۴۲)$$

$$w^{k+n} = \frac{1-w^0}{2n}, k+n=1,2,\dots,n \quad (۴۳)$$

وزن های مرتبط با هر  $X$  محاسبه می شوند. باید تأکید کرد وزن های مرتبط باید شرایط معادله (۴۴) را داشته باشند:

$$\sum_{k=0}^{2n} w^k = 1 \quad (۴۴)$$

در معادلات (۴۰) و (۴۱)، مقدار ردیف یا ستون  $k$  امین ریشه دوم ماتریس  $\sqrt{\left( \frac{n}{(1-w^0)} P_{xx} \right)_k}$  است. ریشه دوم ماتریس  $P$  به این معنا است که ماتریس  $A = \sqrt{P}$  و  $P = AA^T$  باشد. در اینجا  $w^0$  وزن اختصاص یافته به نقطه  $\bar{x} = m$  است که به نام نقطه صفر شناخته می شود. این نقطه موقعیت سایر نقاط اطراف مقدار میانگین  $x$  را کنترل می کند.

مرحله (۳) در این مرحله هرکدام از نقاط نمونه به یک تابع غیرخطی می پردازند تا مجموعه ای از نقاط نمونه تبدیل شده با معادله (۴۵) به دست آیند.

$$\xi_{s_i,k} = \frac{\lambda_{s_i,3}}{2} + (-1)^{3-k} \sqrt{\lambda_{s_i,4} - \frac{3}{4} \lambda_{s_i,k}^3} \quad (۳۲)$$

$$= \pm \sqrt{3}$$

در اینجا،  $k$  برابر با ۱ و ۱،  $\lambda_{s_i,3}$  و  $\lambda_{s_i,4}$  ضرایب چولگی و کشیدگی  $S_i$  و  $k$  تعداد نقاط نمونه گیری را نشان می دهند. زمانی که  $k$  برابر ۳ است، میانگین  $S_i$  جایگزین تمام مؤلفه های اصلی  $S_i$  می شود.

مرحله دوم) در این مرحله، گشتاور و نتایج پخش توان بهینه احتمالاتی به دست می آید. هنگامی که  $k$  برابر با ۱ و ۲ است، وزن های مقدار تابع در تمام نقاط نمونه گیری در معادله (۳۳) به دست می آید. زمانی که  $k$  برابر ۳ است، وزن مقدار تابع با معادله (۳۴) به دست می آید؛ از این رو، گشتاور خروجی متغیر  $M$  با معادله (۳۵) به دست می آید.

$$P_{S_i,k} = \frac{(-1)^{3-k}}{\xi_{S_i,k} (\xi_{S_i,1} - \xi_{S_i,2})} \quad (۳۳)$$

$$P_{S_i,3} = \frac{1}{m} - P_{S_i,1} - P_{S_i,2} \quad (۳۴)$$

$$E(M^j) \approx \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^3 P_{i,k} (M(i,k))^j \quad (۳۵)$$

مرحله سوم) مقدار پیش بینی و انحراف استاندارد متغیر خروجی  $M$  را با معادلات (۳۶) و (۳۷) به دست می آید:

$$\mu = E(M) \quad (۳۶)$$

$$\sigma = \sqrt{E(M^2) - E^2(M)} \quad (۳۷)$$

## ۲-۹- روش تبدیل بی بو

روش تبدیل بی بو برای غلبه بر نقایص مرتبط با روش های احتمالاتی سنتی معرفی شده است، به ویژه آنهایی که از فرآیند خطی سازی استفاده می کنند. روش های تحلیلی براساس برخی مفروض های ریاضی و الگوریتم های پیچیده ایجاد می شوند. این روش، رویکرد قدرتمندی است که در محاسبه مسائل تصادفی با و بدون متغیرهای عدم قطعیت استفاده می شود [۱۰].

قلب روش تبدیل بی بو این است که چگونه می توان نمونه های مناسب از متغیرهای ورودی را تولید کرد تا بتواند اطلاعات مناسب درباره تابع چگالی احتمال متغیرهای ورودی را حفظ کند. فرض  $x$  برداری از متغیرهای

در این فرمول‌بندی، محدودیت‌های عملکردی (محدودیت‌های نابرابری) به محدودیت‌های برابری تبدیل می‌شوند و با استفاده از متغیرهای باقیمانده در  $h(z)$  وارد می‌شوند؛ همان‌طور که در [۳۶] دیده می‌شود. سپس بردار  $(z)$  شامل هر دو متغیرهای اصلی و باقی مانده است. متغیرهای اسلک  $s_l$  و  $s_u$  به محدودیت‌های برابری تبدیل می‌شوند.

محدودیت‌های معادله (۴۸) با اضافه کردن یک تابع مانع لگاریتمی به تابع هدف حذف می‌شوند که این تغییرات در معادله (۴۹) نشان داده شده‌اند. برای نتیجه، متغیرهای  $s_l$  و  $s_u$  باید از صفر بیشتر باشند و متغیرهای  $z$  هرگز نمی‌توانند روی مقادیر مرزها فرض شوند.

$$\begin{aligned} \text{Min } f(z) - \mu \cdot \sum_{j=1}^n \ln(s_{l_j}) - \mu \cdot \sum_{j=1}^n \ln(s_{u_j}) \\ \text{Subject to: } h(z) = 0 \\ z - s_l = l \\ z + s_u = u \\ s_l \geq 0, s_u \geq 0 \end{aligned} \quad (49)$$

در ابتدا پارامتر مانع ( $\mu$ ) باید بیشتر از صفر فرض شود، مقدار ( $\mu^0$ ) در پایان روند تکرار باید نزدیک به صفر باشد. پس تابع لاگرانژ تعریف شده در معادله (۵۰) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} L = f(z) - \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot h_j(z) - \\ \mu \cdot \sum_{j=1}^n \ln(s_{l_j}) - \mu \cdot \sum_{j=1}^n \ln(s_{u_j}) \\ - \sum_{j=1}^n \pi_{l_j} \cdot (z_j - s_{l_j} - l_j) - \\ \sum_{j=1}^n \pi_{u_j} \cdot (z_j + s_{u_j} - u_j) \end{aligned} \quad (50)$$

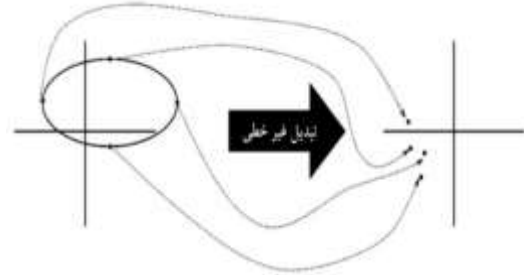
شرایط بهینگی روش کروش کان تاکر<sup>۱۵</sup> مرتبه اول برای مسئله بهینه‌سازی با نتایج روش نیوتون رافسون در معادله (۵۱) نشان داده شده است.

$$\begin{bmatrix} H_z & -J' \\ -J & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_z \\ h(z) \end{bmatrix} \quad (51)$$

که در این معادله

$$y^k = f(X^k) \quad (45)$$

باید تأکید کرد در روش تبدیل بی بو تابع غیرخطی، جعبه سیاه در نظر گرفته می‌شود؛ از این رو، ساده‌سازی یا خطی‌سازی ضروری نیست. شکل (۱) این روش را نشان می‌دهد.



شکل (۱): نتیجه حاصل از روش تبدیل بی بو مربوط به مرحله ۳ (مرحله ۴) در این مرحله با معادلات (۴۶) و (۴۷) به ترتیب میانگین و کوواریانس متغیر خروجی  $Y$  محاسبه می‌شوند.

$$\bar{Y} = \sum_{k=0}^{2n} w^k Y^k \quad (46)$$

$$P_{YY} = \sum_{k=0}^{2n} w^k (Y^k - \bar{Y})(Y^k - \bar{Y})^T \quad (47)$$

روش تبدیل بی بو، دو ویژگی استثنایی دارد؛ نخست، نقاط نمونه به‌طور تصادفی انتخاب نمی‌شوند؛ بلکه به طریقی انتخاب می‌شوند که یک معیار پیش‌بینی شده میانگین و کوواریانس داشته باشند. دوم، وزن‌های مربوط به نقاط انتخاب شده در محدوده [۰ و ۱] نباید باشند؛ بلکه می‌توانند مقادیر مثبت یا منفی داشته باشند. این نقاط باید شرط معادله (۴۴) را برآورده کنند که وزن‌ها باید برابر با واحد باشد.

## ۲-۱۰- روش نقطه داخلی

در این بخش، مراحل اصلی روش متداول نقطه داخلی ارائه شده‌اند که این روش به‌طور دقیق در مرجع [۳۵] توضیح داده شده است. فرمول‌بندی بهینه‌سازی غیرخطی محدودشده در معادله (۴۸) ارائه شده است.

$$\begin{aligned} \text{Min } f(z) \\ \text{Subject to: } h(z) = 0 \\ z - s_l = l \\ z + s_u = u \\ s_l \geq 0, s_u \geq 0 \end{aligned} \quad (48)$$

حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت های منابع تجدیدپذیر

$$\mu = \beta \cdot \frac{\sum_{j=1}^n (s_{l_j} \cdot \pi_{l_j} - s_{u_j} \cdot \pi_{u_j})}{2 \cdot n} \quad (55)$$

از معادله (۵۵) چنین استنباط می شود که حاصل ضرب های  $s_{l_j} \cdot \pi_{l_j}$  یا  $s_{u_j} \cdot \pi_{u_j}$  هنگامی که محدودیت مرتبط - با منتهی شدن  $\pi_{l_j}$  یا  $\pi_{u_j}$  به یک مقدار بزرگ وقتی  $s_{l_j}$  یا  $s_{u_j}$  نمی توانند صفر شوند - فعال می شود، بسیار بزرگ خواهند شد؛ در نتیجه، حاصل ضرب های  $s_{l_j} \cdot \pi_{l_j}$  یا  $s_{u_j} \cdot \pi_{u_j}$  بزرگ خواهند شد، در حالی که باید صفر باشند. این ویژگی باعث شده است مسئله پخش توان بهینه از لحاظ عددی، ناپایدار یا ناهمگرا شود.

از معادله (۴۹) دیده می شود متغیرهای ( $z$ ) نمی توانند حد مجاز خود را در نظر بگیرند؛ زیرا متغیرهای اسلک نمی توانند دقیقاً برابر صفر باشند که این قضیه بر کیفیت راه حل تأثیر می گذارد. با توجه به مقدمه مقاله، بسیاری از آثار پیشنهادی در ادبیات برای غلبه بر مشکلات یاد شده بیان شده اند.

برای حل مشکل مسئله ابتدا، پارامترهای جدید  $\delta$  در معادله (۴۹) اضافه می شود. مقدار  $\delta$  همیشه مثبت است. در این فرمولاسیون جدید، فرآیند هم گرایی پارامتر  $\delta$  به جای  $s_l$  و  $s_u$  کنترل می شود. وارد کردن  $\delta$  به تابع مانع لگاریتمی موجب می شود متغیرهای اسلک، اکنون به مقدار صفر برسند. در طی فرآیند تکرار نیوتون رافسون مقدار  $\delta$  به صورت مستقل از مقدار پارامتر  $\mu$  است که در معادله (۵۶) تعریف می شود.

$$\delta_{k+1} = \gamma \cdot \delta_k \quad (56)$$

در معادله (۵۶)،  $k$  تکرار شمارش،  $\gamma$  ضریب کاهش  $\delta$  است. پارامتر تعریف شده  $\delta$  برای سرعت بخشیدن به سرعت هم گرایی است.

در نهایت پارامتر  $\mu$  اصلاح می شود. معادله (۶۹) در ضمیمه مقاله برای کاهش پارامتر مانع  $\mu$  استفاده می شود و پارامتر  $\delta$  برای زها به صورت معادله (۵۷) بازنویسی می شود.

$$2 \cdot n \cdot \mu = \sum_{j=1}^n [s_{l_j} \cdot \pi_{l_j} - s_{u_j} \cdot \pi_{u_j}] + \delta \cdot \sum_{j=1}^n [\pi_{l_j} - \pi_{u_j}] \quad (57)$$

$$H_z = w(z, \lambda) + \sum_j \left( \frac{\mu}{s_{l_j}^2} + \frac{\mu}{s_{u_j}^2} \right) \quad (52)$$

$$G_z = r(z, \lambda) + \sum_j \left( \frac{\mu}{s_{l_j}} + \frac{\mu}{s_{u_j}} \right)$$

$$r(z, \lambda) = -\nabla_z f(z) + \nabla_z h(z)^t \cdot \lambda$$

بسط ریاضی برای دستیابی به معادله (۵۱) در ضمیمه مقاله ارائه شده است.

معادلات (۵۲) نشان دهنده پارامترهای مانع و متغیرهای اسلک به عناصر قطری ماترس  $H_z$  و همچنین بردار گرادینان  $G_z$  است. مشاهده می شود مقادیر صفر را نمی توان برای متغیرهای اسلک در نظر گرفت.

از حل معادله (۵۱)  $\Delta z$  و  $\Delta \lambda$  به دست می آید. همچنین  $\Delta s_l$ ،  $\Delta s_u$ ،  $\Delta \pi_l$  و  $\Delta \pi_u$  به ترتیب از معادلات (۷۰) و (۷۱) به دست می آید که در ضمیمه مقاله نشان داده شده اند. طول گام  $\alpha_p$  و  $\alpha_d \in (0, 1]$  با معادلات (۵۳) محاسبه می شوند. از این معادلات برای حفظ مثبت بودن  $s_l$  و  $s_u$  و همچنین سیگنال مناسب  $\pi_l$  و  $\pi_u$  استفاده می شود.

$$\alpha_p = \min \left\{ \min_{\Delta s_{l_j} < 0} \frac{s_{l_j}}{|\Delta s_{l_j}|}, \min_{\Delta s_{u_j} < 0} \frac{s_{u_j}}{|\Delta s_{u_j}|}, 1.0 \right\} \quad (53)$$

$$\alpha_d = \min \left\{ \min_{\Delta \pi_{l_j} < 0} \frac{\pi_{l_j}}{|\Delta \pi_{l_j}|}, \min_{\Delta \pi_{u_j} < 0} \frac{-\pi_{u_j}}{|\Delta \pi_{u_j}|}, 1.0 \right\}$$

پارامتر  $\sigma$  با مقدار ۰/۹۹۹۵ معمولاً به معادلات (۵۰) برای حفظ مقادیر  $s$  و  $\pi$  اضافه می شود. سپس متغیرهای مسئله بهینه سازی با معادلات (۵۰) بروزرسانی می شوند.

$$\begin{aligned} z &= z + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta z \\ s_l &= s_l + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta s_l \\ s_u &= s_u + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta s_u \\ \lambda &= \lambda + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \lambda \\ \pi_l &= \pi_l + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \pi_l \\ \pi_u &= \pi_u + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \pi_u \end{aligned} \quad (54)$$

پارامتر مانع  $\mu$  با توجه به شکاف دوگانگی با معادله (۵۵) بروزرسانی می شود [۳۷]. پارامتر  $\beta$  در معادله (۵۵)

برای کنترل  $\mu$  و بهبود فرآیند هم گرایی معرفی شده است [۱۵]

احتمال وقوع را در هر سرعت باد تعیین می‌کند. تابع توزیع ویبال با معادله (۵۹) مدل‌سازی می‌شود.

$$f(v) = \frac{K_w}{C_w} \left(\frac{v}{C_w}\right)^{K_w-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{C_w}\right)^{K_w}\right] \quad (59)$$

در اینجا،  $v$  سرعت باد بر حسب متر بر ثانیه،  $K_w$  پارامتر شکل در توزیع ویبال و  $C_w$  پارامتر مقیاس در توزیع ویبال بر حسب متر بر ثانیه است.

مرحله دوم) برای بررسی عدم قطعیت، مسئله چندین مرتبه ارزیابی شده تا مهم‌ترین عامل یا شرایط احتمالی پوشش داده می‌شود. به منظور مدل‌سازی عدم قطعیت توان توربین بادی، نمونه‌های سرعت باد تولید شده در هر ارزیابی به شیوه مناسب بررسی می‌شوند.

مرحله سوم) نمونه‌های سرعت باد تولید شده با استفاده از منحنی توان - سرعت به توان خروجی توربین تبدیل می‌شوند. این تبدیل با معادله (۶۰) توضیح داده شده است [۳۹].

$$P_{WTG} = \begin{cases} 0 & v \leq V_i, v \geq V_o \\ P_{nw} \frac{v - V_i}{V_r - V_i} & V_i < v < V_r \\ P_{nw} & V_r \leq v < V_o \end{cases} \quad (60)$$

در اینجا،  $P_{WTG}$  توان اکتیو خروجی توربین بادی بر حسب مگاوات،  $P_{nw}$  توان اکتیو اندازه‌گیری شده توربین بادی بر حسب مگاوات،  $V_i$  سرعت شروع تولید توان اکتیو بر حسب متر بر ثانیه،  $V_o$  سرعت توقف تولید توان اکتیو بر حسب متر بر ثانیه،  $V_r$  سرعت اندازه‌گیری شده توربین بادی بر حسب متر بر ثانیه و  $v$  سرعت باد بر حسب متر بر ثانیه است. تغییرات تابع چگالی احتمال ویبال در شکل (۲) نشان داده شده‌اند.

جمله اول جمع در سمت راست معادله (۵۲) شبیه GAP شناخته شده در منابع [۱۵] و [۳۶] است. علاوه بر این، با توجه به مثبت بودن  $\pi_i$  و منفی بودن  $\pi_{ii}$  اصلاح جدیدی ظاهر شده در انتهای معادله (۵۸) همیشه مثبت است و تمایل دارد یک مقدار بسیار کوچک باشد؛ زیرا در هم‌گرایی  $\delta$  فرض می‌شود یک مقدار نزدیک به صفر است که در معیارهای اولیه و هم‌گرایی دیده می‌شود. مقدار  $\mu$  جدید با معادله (۵۸) محاسبه می‌شود.

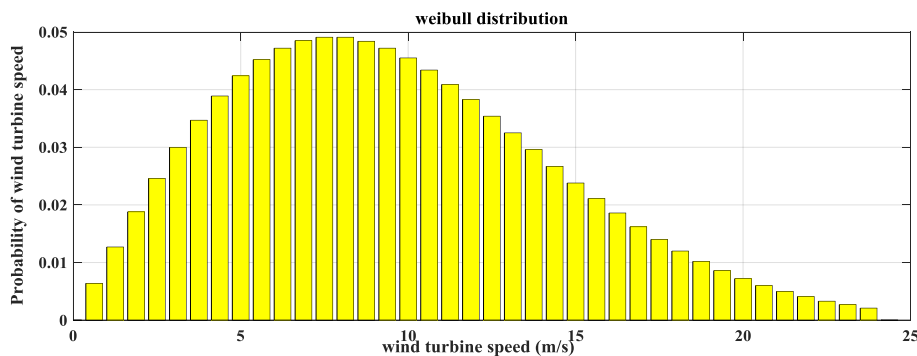
$$\mu = \beta \cdot \frac{\sum_{j=1}^n (s_{I_j} \cdot \pi_{I_j} - s_{II_j} \cdot \pi_{II_j}) + \delta \cdot \sum_{j=1}^n (\pi_{I_j} - \pi_{II_j})}{2 \cdot n} \quad (58)$$

پارامتر  $\beta$  معمولاً در محاسبات  $\mu$  برای تسریع روند هم‌گرایی معرفی می‌شود. زمانی که متغیر اسلک  $s_{I_j}$  صفر باشد، ضریب لاگرانژ  $\pi_{I_j}$  یک مقدار بزرگ فرض می‌شود؛ زیرا متغیر بهینه‌سازی  $z_j$  در حد پایین قرار دارد؛ در نتیجه ضرایب  $s_{I_j} \cdot \pi_{I_j}$  و  $s_{II_j} \cdot \pi_{II_j}$  تبدیل به صفر می‌شوند که این عمل موجب می‌شود مسئله پخش توان بهینه از لحاظ عددی پایدار و ساده‌تر شود تا به توان هم‌گرایی دست یابد.

## ۲-۱۱- عدم قطعیت در پخش توان بهینه احتمالاتی

### مدل احتمالاتی توان بادی

برای مدل‌سازی سرعت باد از تابع توزیع ویبال استفاده می‌شود. این مدل‌سازی به صورت زیر انجام می‌شود [۳۸]:  
مرحله اول) سرعت باد با تابع چگالی احتمال مناسب همچون ویبال مدل‌سازی شده است که این تابع سرعت باد و



شکل (۲): تابع چگالی احتمال ویبال

حل عددی و تحلیلی مسئلهٔ پخش توان بهینهٔ احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت‌های منابع تجدیدپذیر

**مدل احتمالاتی توان فتوولتائیک**

تولید توان فتوولتائیک به میزان زیادی از شرایط طبیعی تأثیر می‌گیرد؛ بنابراین، توان خروجی با توجه به شدت نور تغییر می‌کند. پژوهش‌ها نشان می‌دهند شدت نور در مدت زمان کوتاه با تابع توزیع بتا توصیف می‌شود [40]. تابع چگالی احتمال با معادله (61) توصیف می‌شود:

$$f(r) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left(\frac{r}{r_{\max}}\right)^{\alpha-1} \left(1 - \frac{r}{r_{\max}}\right)^{\beta-1} \quad (61)$$

در معادله (56)،  $\alpha$  و  $\beta$  پارامترهای شکل توزیع بتا،  $r_{\max}$  تابع گاما،  $r$  شدت نور واقعی در یک دوره و  $r_{\max}$  حداکثر شدت نور در خلال دورهٔ زمانی‌اند. پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  با مقدار میانگین  $\mu$  و انحراف استاندارد  $\sigma$  شدت نور با معادلات (62) و (63) بیان می‌شوند:

$$\alpha = \mu \left[ \frac{\mu(1-\mu)}{\sigma^2} - 1 \right] \quad (62)$$

$$\beta = (1-\mu) \left[ \frac{\mu(1-\mu)}{\sigma^2} - 1 \right] \quad (63)$$

پس از به دست آوردن تابع چگالی احتمال نور، توان خروجی ( $P_M$ ) و حداکثر توان خروجی ( $P_{M_{\max}}$ ) محاسبه می‌شوند.  $P_M$  و  $P_{M_{\max}}$  با معادلات (64) و (65) به دست می‌آیند:

$$P_M = r.A.\eta \quad (64)$$

$$P_{M_{\max}} = r_{\max}.A.\eta \quad (65)$$

در اینجا،  $A$  کل مساحت آرایهٔ فتوولتائیک و  $\eta$  بازده تبدیل باتری است.

بنابراین، تابع چگالی احتمال توان خروجی  $P_M$  با معادله (66) به دست می‌آید:

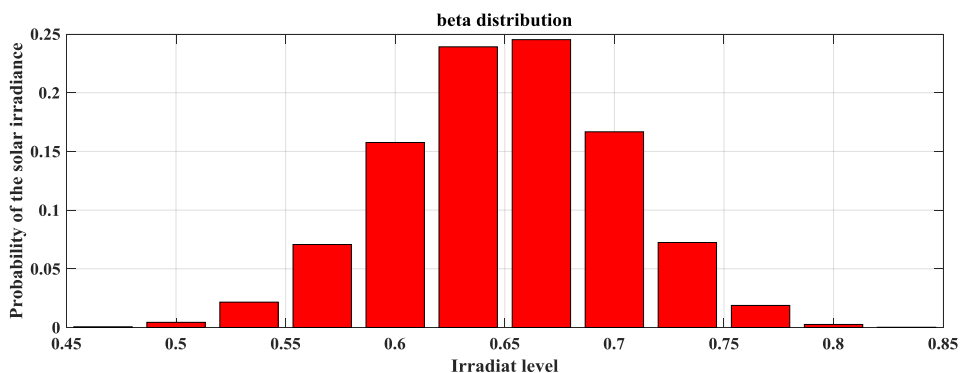
$$f(P_M) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \left(\frac{P_M}{P_{M_{\max}}}\right)^{\alpha-1} \left(1 - \frac{P_M}{P_{M_{\max}}}\right)^{\beta-1} \quad (66)$$

در نتیجه، تابع چگالی احتمال توان خروجی  $P_M$  با توزیع بتا توصیف می‌شود.

مقادیر تابش خورشید و دمای هوا دو پارامتر مهم در تولید توان الکتریکی نیروگاه خورشیدی‌اند. این پارامترها بر حسب زمان متغیرند. همان‌طور که اشاره شد در این مقاله تابش خورشید با استفاده از تابع توزیع بتا مدل شده است. شرایط واقعی بهره‌برداری نیروگاه خورشیدی با وضعیت استاندارد متفاوت است؛ بنابراین میزان توان تولیدی سلول فتوولتائیک در شرایط واقعی به صورت معادله (67) محاسبه می‌شود:

$$P_{PV} = P_{STC} \times \frac{G_{ING}}{G_{STC}} \times (1 + k(T_c - T_r)) \quad (67)$$

که  $P_{STC}$  اندازهٔ توان سلول فتوولتائیک،  $G_{ING}$  میزان تابش خورشید،  $G_{STC}$  مقدار تابش در شرایط آزمون استاندارد،  $k$  ضریب حداکثر دما،  $T_c$  دمای سلول بر حسب درجهٔ سانتیگراد و  $T_r$  دمای مرجع بر حسب درجهٔ سانتیگراد است. تغییرات تابع چگالی احتمال بتا در شکل (3) نشان داده شده‌اند.



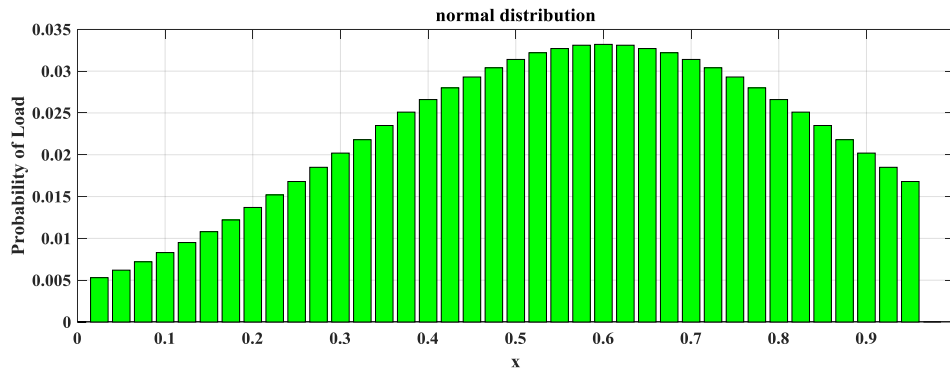
شکل (3): تابع چگالی احتمال بتا

مدل احتمالاتی بار

برای مثال، توابع چگالی احتمال ویبال، بتا و نرمال [۴۱]. در این مقاله تقاضای بار با توزیع نرمال با مقدار متوسط  $\mu$  و انحراف استاندارد  $\sigma$  در نظر گرفته می‌شود. تابع توزیع نرمال با معادله (۶۸) محاسبه می‌شود. فرم تغییرات این تابع در شکل (۴) نشان داده شده است.

$$f(P_L) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(P_L - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (68)$$

در مدل قطعی تقاضای بار در هر شین، ثابت در نظر گرفته می‌شود. زمان و آب و هوا دو عامل برای مؤلفه قطعی از تغییرات است، در حالی که اجزای تصادفی متغیرهای تصادفی مستقل اند. الگوهای رفتاری مصرف‌کنندگان انرژی به تقاضا متغیر در هر شین منجر می‌شود. این تغییرات با تجزیه و تحلیل آماری محاسبه می‌شوند؛ در نتیجه، تقاضا به‌طور مداوم با درجه بالایی از عدم قطعیت متفاوت است. بار با تابع چگالی احتمال تعریف می‌شود. توابع چگالی مختلفی برای مدل‌کردن این متغیرهای تصادفی وجود دارد؛



شکل (۴): تابع چگالی احتمال نرمال

اگر  $P_{x_i x_j}$  واریانس (انحراف استاندارد) بین متغیرهای عدم قطعیت  $x_i$  و  $x_j$  باشد، ماتریس واریانس (انحراف استاندارد)  $n$  متغیر همبسته به صورت معادله (۶۹) نشان داده می‌شود [۴۲]:

$$P_{xx} = \begin{bmatrix} P_{x_1 x_1} & P_{x_1 x_2} & \dots & P_{x_1 x_n} \\ P_{x_2 x_1} & P_{x_2 x_2} & \dots & P_{x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{x_n x_1} & P_{x_n x_2} & \dots & P_{x_n x_n} \end{bmatrix} \quad (69)$$

که در آن ضریب همبستگی متغیرهای  $x_i$  و  $x_j$  با معادله (۷۰) محاسبه می‌شود.

$$CF_{x_i x_j} = \frac{P_{x_i x_j}}{P_{x_i x_i} P_{x_j x_j}} \quad (70)$$

ضریب همبستگی مقداری در بازه  $-1$  تا  $+1$  است. هنگامی که دو متغیر مستقل باشند، ضریب همبستگی آنها صفر است. اگر دو متغیر به همدیگر وابسته باشند، دارای ضریب همبستگی

۲-۱۲- ضریب همبستگی

در روش‌های پیشنهادی، هزینه احتمالی با راه‌حل‌های احتمالاتی محاسبه می‌شود. روش‌های احتمالاتی برای لحاظ عدم قطعیت مربوط به مقدار بار مورد نیاز و انرژی تولیدی از منابع انرژی باد و خورشید در نظر گرفته می‌شوند. در هر سیستم قدرت مقدار بارها، سرعت باد و تابش خورشید به وضوح مشخص نیستند؛ زیرا هر کدام از این عدم قطعیت‌ها یک متغیر تصادفی اند. به‌طور کلی استفاده از یک تابع چگالی، احتمال روش مناسب برای مدل‌سازی رفتار تصادفی است. در مطالعات انجام‌شده در این مقاله، فرمول‌بندی تابع چگالی احتمال باد، خورشید و بار به ترتیب با معادلات (۵۹)، (۶۱) و (۶۳) انجام می‌شود؛ با این حال، زمانی که همبستگی بین عدم قطعیت‌ها وجود دارد، تغییرات آنها وابسته به یکدیگرند که این وابستگی نیز باید در محاسبه پخش توان بهینه احتمالاتی در نظر گرفته شود.

حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت های منابع تجدیدپذیر

خورشیدی در پیوست ارائه شده اند. با توجه به اینکه در مرجع های مختلف شین های متفاوتی برای استقرار نیروگاه های خورشیدی و توربین بادی پیشنهاد شده اند، در این مقاله محل استقرار نیروگاه های فوق به ترتیب در شین های ۷ و ۸ لحاظ شده است. بدیهی است با تغییر محل استقرار، امکان بروز تغییراتی در نتایج بیان شده، دور از انتظار نخواهد بود.

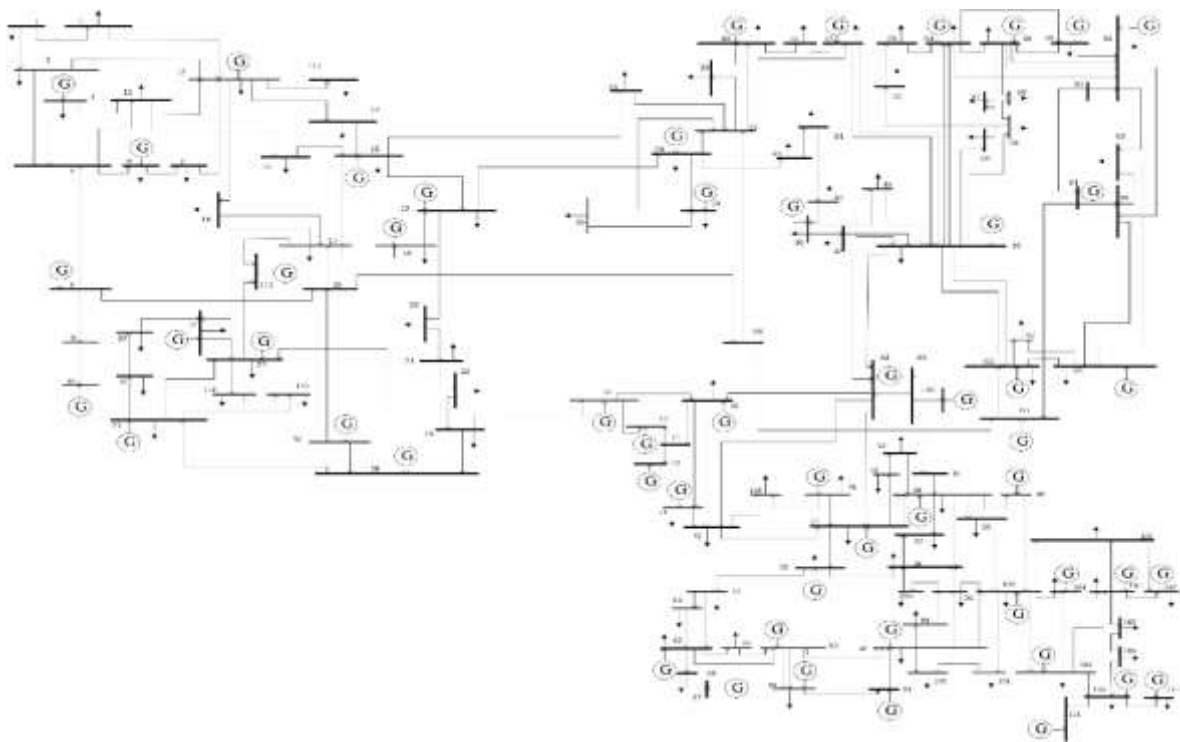
نرم افزارهای استفاده شده برای سنجش روش های عددی و تحلیلی، MATLAB و DigSilent است. روش های شبیه سازی مونت کارلو، تخمین نقطه ای و تبدیل بی بو با نرم افزار MATLAB و روش نقطه داخلی با نرم افزار DigSilent اجرا شده اند. دیاگرام تک خطی مورد مطالعه در شکل (۵) نشان داده شد.

مثبت اند. وابستگی درخلاف جهت که نشان دهنده افزایش یک متغیر هنگام کاهش دیگری است، وابستگی معکوس، نامیده و با ضریب همبستگی منفی نشان داده می شود.

### ۳- شبکه مورد مطالعه

برای تحلیل پخش توان بهینه احتمالاتی، شبکه استاندارد ۱۱۸ شینه IEEE دارای ۱۱۸ شین، ۵۴ ژنراتور و ۱۸۷ خط انتقال، شبکه مورد مطالعه انتخاب شده است [۴۲]. از تحلیل نتایج این شبکه برای سنجش دقت روش های شبیه سازی مونت کارلو و روش های تحلیلی استفاده می شود. شبیه سازی در یک رایانه شخصی با پردازنده ۱/۸ گیگا هرتز و حافظه ۸ گیگا بایت اجرا شده است.

اطلاعات مربوط به این شبکه در [۴۳-۴۵] بیان شده است. همچنین اطلاعات مربوط به توربین بادی و نیروگاه



شکل (۵): نمودار تک خطی شبکه ۱۱۸ شینه IEEE مورد مطالعه

محدود می کند، نتایج مقادیر متفاوت تری نسبت به سایر روش ها دارد؛ اما همچنان تمامی نتایج طبق قیدهای تولید توان در بازه تعیین شده است و هیچ کدام از توان های تولید شده از محدوده حداقل یا حداکثر خود خارج نشده اند. این تغییرات در نمودار شکل (۶) نشان داده شده اند.

با مقایسه همزمان پنج روش عددی و تحلیلی نشان داده شده در جدول (۱)، در روش های شبیه سازی مونت کارلو، تخمین دو و سه نقطه ای و روش تبدیل بی بو بازه تغییرات نزدیک به هم است؛ اما با توجه به نتایج، در روش نقطه داخلی به دلیل وجود پارامترهای مانع و جریمه که بازه تولیدات را

۳۶	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۲۵
۳۷	۵۲/۱۸	۵۲/۵۸	۵۱/۶۷	۵۲/۹۱	۵۰
۳۸	۰	۰	۰	۰	۱۰۰
۳۹	۱۰۴	۱۰۴	۱۰۴	۱۰۴	۱۰/۰۱
۴۰	۲۵۷/۵۴	۲۵۷/۸۳	۲۵۷/۲۹	۲۵۸/۰۲	۲۴/۹۹
۴۱	۰	۰	۰	۰	۴۱/۹۹
۴۲	۰	۰	۰	۰	۱۹/۹۸
۴۳	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۴۰
۴۴	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۹۹/۹۸
۴۵	۲۶۲/۰۵	۲۶۲/۲۸	۲۶۱/۷۴	۲۶۲/۴۸	۴۰
۴۶	۰	۰	۰	۰	۸۰
۴۷	۴۵/۴۱	۴۵/۵۴	۴۵/۲۵	۴۵/۶۵	۲۱۶/۷۲
۴۸	۵۰/۴۴	۵۰/۵۷	۵۰/۲۸	۵۰/۶۷	۱۲۹/۹۸
۴۹	۰	۰	۰	۰	۱۰۰
۵۰	۰	۰	۰	۰	۱۷
۵۱	۳۹/۸۳	۳۹/۸۱	۳۹/۶۳	۳۹/۸۷	۴۰
۵۲	۵۵/۵۳	۵۵/۶۱	۵۵/۴۴	۵۵/۶۶	۴۰
۵۳	۶۱/۸۱	۶۳/۰۹	۶۰/۱۲	۶۴/۱۲	۷۹/۹۴
۵۴	۰	۰	۰	۰	۲۰

بر طبق روش شبیه‌سازی مونت کارلو که براساس تکرار عمل می‌کند، طی روند زمان طولانی‌تر به جواب بهینه دست می‌یابد؛ اما جواب‌های به دست آمده به واقعیت نزدیک‌تر است؛ به همین دلیل این روش، مبنای محاسبات در نظر گرفته می‌شود.

در روش تخمین دو نقطه‌ای به دلیل اینکه این روش دارای نقاط ورودی کمتری نسبت به روش شبیه‌سازی مونت کارلو است، طبق معادلات (۱۷) تا (۲۲) گشتاورهای مربوط به این نقاط محاسبه می‌شود و در نهایت میانگین و انحراف استاندارد توان ژنراتورها محاسبه می‌شوند. این روش برای رسیدن به جواب بهینه سریع‌تر از روش شبیه‌سازی مونت کارلو است.

برای اصلاح روش تخمین دو نقطه‌ای، در روش تخمین سه نقطه‌ای علاوه بر محاسبه وزن برای هر متغیر از معادله (۳۰) استفاده می‌شود که مربوط به ضرایب چولگی و کشیدگی است. این معادلات سبب افزایش دقت این روش می‌شود. ضرایب چولگی نشان‌دهنده نامتقارن بودن توزیع احتمالاتی، برابر با گشتاور سوم نرمال فرض شده است و در صورتی که داده‌ها نسبت به میانگین متقارن باشند، برابر صفر

جدول (۱): مقایسه همزمان نتایج میانگین تغییرات توان اکتیو تولیدی (بر حسب مگاوات) در چهار روش محاسباتی

شماره ژنراتور	میانگین				
	MCS	2PEM	3PEM	UT	IPM
۱	۰	۰	۰	۰	۴۹/۹۷
۲	۰	۰	۰	۰	۱۰۰
۳	۰	۰	۰	۰	۵
۴	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۵/۰۳
۵	۲۸۲/۲۰	۲۸۴/۵۰	۲۷۹/۱۷	۲۸۶/۳۳	۱۵
۶	۰	۰	۰	۰	۸۹/۹۹
۷	۷۸/۵۸	۷۹/۹۸	۷۶/۷۶	۸۱/۱۵	۲۳/۹۹
۸	۰	۰	۰	۰	۲۵/۰۱
۹	۰	۰	۰	۰	۲۶/۷۵
۱۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۲۹/۹۹
۱۱	۳۲۰	۳۲۰	۳۲۰	۳۲۰	۲۹/۹۸
۱۲	۰	۰	۰	۰	۳۰
۱۳	۰	۰	۰	۰	۸/۰۳
۱۴	۷۱/۲۸	۷۲/۳۴	۶۹/۹۰	۷۳/۱۸	۲۰
۱۵	۰	۰	۰	۰	۱۰۰
۱۶	۶۸/۸۸	۶۹/۹۲	۶۷/۵۲	۷۰/۷۵	۷۹/۹۹
۱۷	۰	۰	۰	۰	۹۹/۹۹
۱۸	۰	۰	۰	۰	۸/۰۳
۱۹	۷۱/۰۹	۷۱/۶۳	۷۰/۳۹	۷۲/۰۶	۸/۰۱
۲۰	۱۱۹	۱۱۹	۱۱۹	۱۱۹	۹۹/۹۸
۲۱	۳۰۴	۳۰۴	۳۰۴	۳۰۴	۲۴۲/۳۹
۲۲	۵۲/۷۳	۵۳/۱۱	۵۲/۲۵	۵۳/۴۱	۹۹/۹۷
۲۳	۵۱/۸۸	۵۲/۲۴	۵۱/۴۱	۵۲/۵۴	۹۹/۹۹
۲۴	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۲۵/۰۳
۲۵	۲۵۵	۲۵۵	۲۵۵	۲۵۵	۵/۰۲
۲۶	۳۸/۵۲	۳۸/۹۸	۳۷/۹۲	۳۹/۳۶	۱۹۹/۹۹
۲۷	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۹۹/۹۹
۲۸	۴۹۰/۱۹	۴۹۰/۶۳	۴۸۵/۴۰	۴۹۰	۴۱/۹۹
۲۹	۲۵۹/۲۵	۲۵۹/۵۲	۲۵۸/۵۲	۲۶۰/۲۹	۴۱/۹۹
۳۰	۳۷/۶۸	۳۷/۸۲	۳۷/۵۱	۳۷/۹۳	۹۹/۹۹
۳۱	۰	۰	۰	۰	۳۳
۳۲	۰	۰	۰	۰	۵/۰۳
۳۳	۰	۰	۰	۰	۵
۳۴	۶۶/۱۶	۶۶/۶۰	۶۵/۵۹	۶۶/۹۶	۵/۰۳
۳۵	۶۷/۴۰	۶۷/۷۵	۶۶/۹۵	۶۸/۰۳	۹۹/۹۹

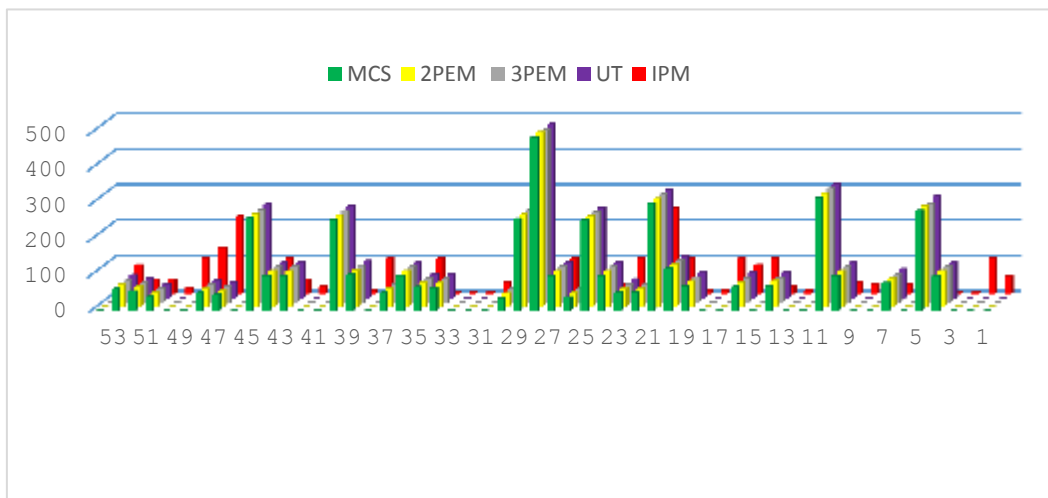


حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت‌های منابع تجدیدپذیر

با توجه به نتایج به دست آمده در روش تبدیل بی بو، براساس به‌کارگیری معادلات (۳۳) تا (۴۲)، این روش برخلاف روش تخمین نقطه‌ای، نقاط نمونه را تصادفی انتخاب نمی‌کند؛ بلکه طوری این نقاط انتخاب می‌شوند که دارای مقادیر میانگین و کوواریانس باشند. وزن‌های مربوط به نقاط باید طبق معادله (۳۹) مثبت و منفی باشند. نتایج نشان می‌دهند دقت این روش در حد روش شبیه‌سازی مونت کارلو است.

است و مقدار آن برابر یک توزیع نامتقارن با کشیدگی به سمت بالاتر مثبت و برای توزیع نامتقارن با کشیدگی به سمت مقادیر کوچک‌تر، منفی است.

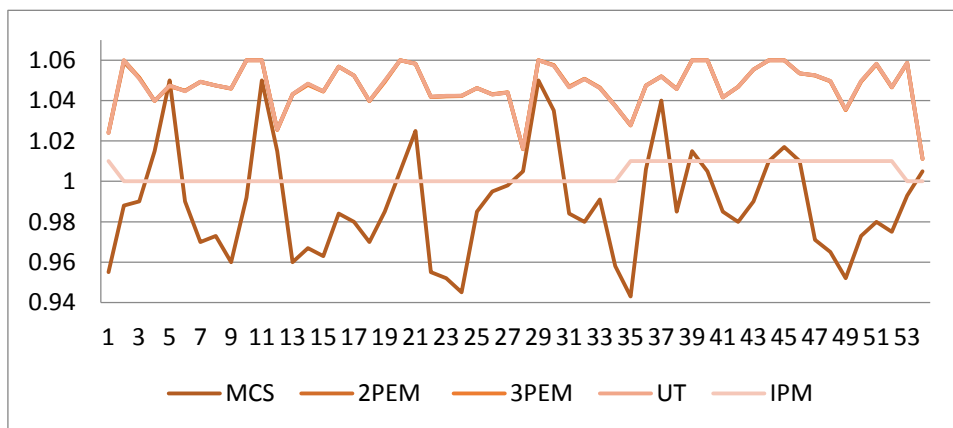
همچنین ضریب کشیدگی، توصیف‌کننده میزان قله‌ای بودن و یا مسطح بودن توزیع احتمالی و برابر با گشتاور چهارم نرمال است. مقدار این ضریب برای توابع چگالی احتمال تیز و دنباله پهن، بیشتر خواهد بود و معیاری از تیزی منحی در نقطه حداکثر است. بنا بر دلایل یادشده به‌کارگیری روش تخمین سه نقطه‌ای توصیه می‌شود.



شکل (۶): نمودار مقایسه نتایج میانگین تغییرات توان اکتیو تولیدی (بر حسب مگاوات) در روش‌های مورد مطالعه

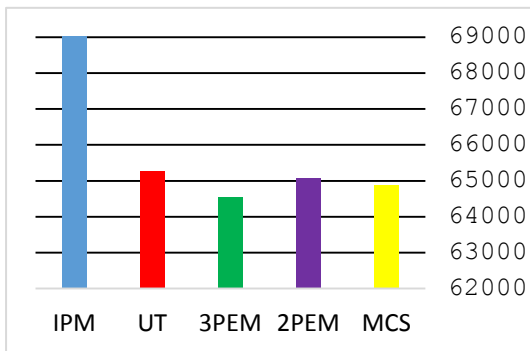
۰/۹۴۳ پریونیت مربوط به ژنراتور شماره ۳۵ است و بیشترین مقدار آن ۱/۰۵ پریونیت مربوط به ژنراتورهای ۱۱ و ۲۹ است. مقادیر تغییرات روش‌های تخمین نقطه‌ای و روش تبدیل بی بو مشابه همدیگرند که این روش‌ها دارای بازه تغییرات حداقل ۱/۰۲۳۹ پریونیت و حداکثر ۱/۰۵۹۹ هستند.

اگر شبکه استاندارد از دیدگاه پروفیل ولتاژ تولیدی ژنراتورها بررسی شود، مطابق شکل (۷) مشاهده می‌شود که کمترین تغییرات ولتاژ مربوط به روش نقطه داخلی است و بازه تغییرات این روش بین ۱ تا ۱/۰۱ پریونیت است، پس دارای ثبات بیشتری است. بیشترین بازه تغییرات مربوط به روش شبیه‌سازی مونت کارلو است. کمترین میزان آن



شکل (۷): نمودار تغییرات پروفیل ولتاژ تولیدی (بر حسب کیلو ولت) در روش‌های مورد مطالعه

مونت کارلو و نقطه داخلی براساس تعداد دفعات تکرار مختلف را نشان می‌دهد. نقطه شروع در شکل (۱۰) مقدار هزینه حاصل از مقدار قطعی پخش توان را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، مقدار آن بیشتر از مقدار متناظر به هنگام منظورکردن اثر نیروگاههای بادی و خورشیدی است. این موضوع نشان‌دهنده کاهش هزینه بهره‌برداری شبکه به هنگام نفوذ انرژی‌های تجدیدپذیر است.

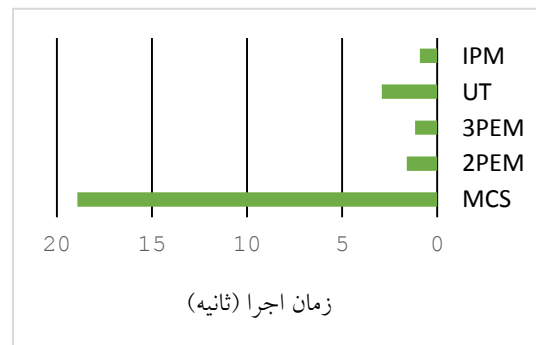


شکل (۹): نمودار مقایسه نتایج تابع هزینه پخش توان بهینه (بر حسب دلار بر ساعت) در روش‌های مورد مطالعه

با مقایسه دو روش شبیه‌سازی مونت کارلو و نقطه داخلی، روش نقطه داخلی در نخستین مرحله تکرار (۵۰ تکرار) به حالت همگرایی و جواب بهینه دست می‌یابد و از این تکرار به بعد جواب ثابت می‌ماند و برای این روش همان جواب بهینه هزینه خواهد بود. در روش شبیه‌سازی، مونت کارلو بعد از چندین مرحله تکرار (۸۰۰۰۰ تکرار) به حالت همگرایی دست می‌یابد.

از دیدگاه دیگر، روش نقطه داخلی سریع‌ترین حالت همگرایی را دارد، اما جواب جواب بهینه آن بر حسب دلار بر ساعت بیشتر از روش دیگر است؛ در حالی که روش شبیه‌سازی مونت کارلو دیرتر به حالت همگرایی می‌رسد؛ در عوض جواب آن دارای مقدار بهتر و کمتری نسبت به روش نقطه داخلی است.

با توجه به نتایج ارائه‌شده در شکل (۸)، چون در روش شبیه‌سازی مونت کارلو در شروع محاسبات، از نقاط بیشتری استفاده می‌شود، این روش بیشترین زمان را در رسیدن به جواب بهینه دارد. روش نقطه داخلی به دلیل اینکه از ضرایب جریمه‌ای در حل استفاده می‌کند، دارای کمترین زمان اجرا است، پس سایر روش‌ها در بین روش نقطه داخلی و شبیه‌سازی مونت کارلو قرار دارند. اگر روش نقطه داخلی بهترین جواب از نظر زمان اجرا در نظر گرفته شود، روش سه نقطه‌ای دارای ۲۸/۲۲ درصد، روش تخمین دو نقطه‌ای دارای ۷۷/۷۸ درصد، روش تبدیل بی بو ۲۲/۲۳ و روش شبیه‌سازی مونت کارلو دارای ۲۰۱/۱۲ درصد افزایش زمان اجرا نسبت به روش نقطه داخلی است.

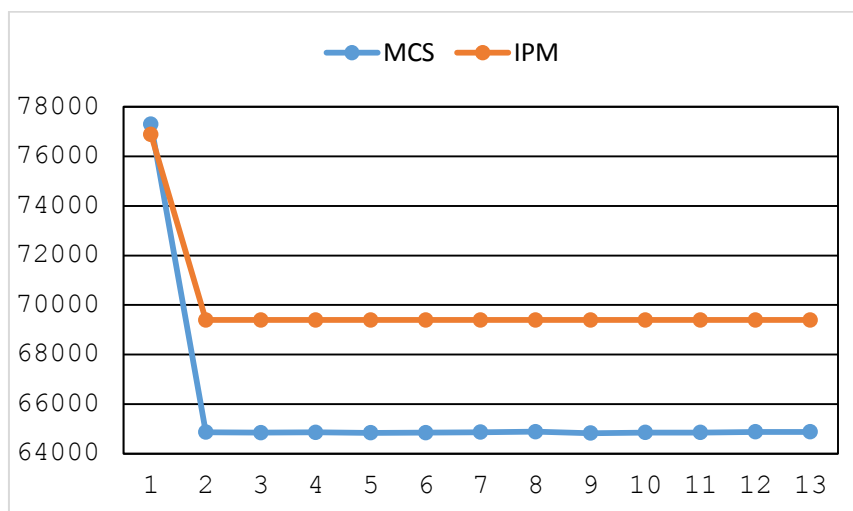


شکل (۸): نمودار مقایسه نتایج زمان اجرا (بر حسب ثانیه) در روش‌های مورد مطالعه

با توجه به تحلیل تابع هزینه ارائه‌شده در شکل (۹)، هزینه پخش توان بهینه بر حسب دلار بر ساعت در روش تخمین سه نقطه‌ای دارای کمترین مقدار نسبت به سایر روش‌ها است. سایر روش‌ها همانند شبیه‌سازی مونت کارلو، روش تخمین دو نقطه‌ای، روش تبدیل بی بو و روش نقطه داخلی به ترتیب دارای ۰/۴۹، ۰/۸۳، ۱/۱۱ و ۷/۵۰ درصد افزایش نسبت به روش تخمین سه نقطه‌ای است.

شکل (۱۰) مقادیر میانگین هزینه پخش توان بهینه حاصل از پخش توان احتمالاتی با روش‌های شبیه‌سازی

حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت‌های منابع تجدیدپذیر



شکل (۱۰): مقایسه روند همگرایی مقادیر میانگین تابع هزینه پخش بار بهینه در روش شبیه‌سازی مونت کارلو و روش نقطه داخلی

در صورتی که مقادیر همبستگی توان تولیدی منابع تجدیدپذیر واقع در شین‌های مختلف سیستم قدرت تغییر پیدا کند، اثرات این تغییر بر متغیرهای پخش توان بهینه می‌شوند:

جدول (۲): مقایسه تأثیر تغییر ضریب همبستگی منابع تجدیدپذیر بر تغییرات توان اکتیو تولیدی (بر حسب مگاوات) در چهار روش محاسباتی با لحاظ ضریب همبستگی برابر ۰/۵ برای انرژی باد و خورشید و ۰/۷ برای بار

شماره ژنراتور	میانگین توان تولیدشده بر اثر تغییرات ضریب همبستگی									
	MCS		2PEM		3PEM		UT		IPM	
	قبل	بعد	قبل	بعد	قبل	بعد	قبل	بعد	قبل	بعد
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴۹/۹۷	۴۸/۸۰
۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۰	۹۷/۷۵
۳	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵	۵/۷۵
۴	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۵/۹	۱۰۰	۱۰۹/۰۵	۱۰۰	۱۰۰	۵/۰۳	۵/۰۳
۵	۲۸۲/۲۰	۲۸۱/۸۹	۲۸۴/۵۰	۲۹۹/۵۴	۲۷۹/۱۷	۳۰۸/۶	۲۸۶/۳۳	۲۸۷/۴۴	۱۵	۱۳/۴۵
۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۸۹/۹۹	۹۰
۷	۷۸/۵۸	۷۸/۴۲	۷۹/۹۸	۸۳/۶۸	۷۶/۷۶	۸۶/۲۶	۸۱/۱۵	۸۱/۹۲	۲۳/۹۹	۲۳/۸۵
۸	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۵/۰۱	۲۴/۹۸
۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۶/۷۵	۲۶/۷۰
۱۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۵/۹	۱۰۰	۱۰۹/۰۵	۱۰۰	۱۰۰	۲۹/۹۹	۲۸/۶۵
۱۱	۳۲۰	۳۲۰	۳۲۰	۳۳۸/۸۹	۳۲۰	۳۴۸/۹۶	۳۲۰	۳۲۰	۲۹/۹۸	۳۰/۲۵
۱۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳۰	۳۰/۱۰
۱۳	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۸/۰۳	۹
۱۴	۷۱/۲۸	۷۱/۱۴	۷۲/۳۴	۷۵/۸	۶۹/۹۰	۷۸/۱۳	۷۳/۱۸	۷۳/۶۸	۲۰	۲۰/۰۴
۱۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۰	۱۰۲
۱۶	۶۸/۸۸	۶۸/۷۴	۶۹/۹۲	۷۳/۲۶	۶۷/۵۲	۷۵/۵۱	۷۰/۷۵	۷۱/۲۵	۷۹/۹۹	۸۰/۱۳
۱۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۹۹/۹۹	۹۸/۴۶
۱۸	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۸/۰۳	۹

شماره ژنراتور	میانگین توان تولیدشده بر اثر تغییرات ضریب همبستگی									
	MCS		2PEM		3PEM		UT		IPM	
	قبل	بعد	قبل	بعد	قبل	بعد	قبل	بعد	قبل	بعد
۱۹	۷۱/۰۹	۷۱/۰۲	۷۱/۶۳	۷۵/۴۶	۷۰/۳۹	۷۷/۷۴	۷۲/۰۶	۷۲/۳۴	۸/۰۱	۸/۸۷
۲۰	۱۱۹	۱۱۹	۱۱۹	۱۲۶/۰۲	۱۱۹	۱۲۹/۷۷	۱۱۹	۱۱۹	۹۹/۹۸	۱۰۱/۰۴
۲۱	۳۰۴	۳۰۴	۳۰۴	۳۲۱/۹۴	۳۰۴	۳۳۱/۵۱	۳۰۴	۳۰۴	۲۴۲/۳۹	۲۴۵/۳۶
۲۲	۵۲/۷۳	۵۲/۶۸	۵۳/۱۱	۵۵/۹۷	۵۲/۲۵	۵۷/۶۶	۵۳/۴۱	۵۳/۶۳	۹۹/۹۷	۹۸/۴۷
۲۳	۵۱/۸۸	۵۱/۸۳	۵۲/۲۴	۵۵/۰۷	۵۱/۴۱	۵۶/۷۳	۵۲/۵۴	۵۲/۷۵	۹۹/۹۹	۱۰۰/۰۱
۲۴	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۵/۹	۱۰۰	۱۰۹/۰۵	۱۰۰	۱۰۰	۲۵/۰۳	۲۵/۰۵
۲۵	۲۵۵	۲۵۵	۲۵۵	۲۷۰/۰۵	۲۵۵	۲۷۸/۰۷	۲۵۵	۲۵۵	۵/۰۲	۵
۲۶	۳۸/۵۲	۳۸/۴۶	۳۸/۹۸	۴۰/۹۵	۳۷/۹۲	۴۲/۲۰	۳۹/۳۶	۳۹/۶۳	۱۹۹/۹۹	۱۹۹/۹۶
۲۷	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۵/۹	۱۰۰	۱۰۹/۰۵	۱۰۰	۱۰۰	۹۹/۹۹	۱۰۰
۲۸	۴۹۰/۱۹	۴۹۰/۱۲	۴۹۰/۶۳	۵۱۸/۹۵	۴۸۵/۴۰	۵۳۴/۴۳	۴۹۰	۴۹۰/۲۴	۴۱/۹۹	۴۱/۴۵
۲۹	۲۵۹/۲۵	۲۵۹/۱۸	۲۵۹/۵۲	۲۷۴/۷۵	۲۵۸/۵۲	۲۸۲/۹۶	۲۶۰/۲۹	۲۶۰/۶۳	۴۱/۹۹	۴۱/۴۵
۳۰	۳۷/۶۸	۳۷/۶۶	۳۷/۸۲	۳۹/۹۵	۳۷/۵۱	۴۱/۱۵	۳۷/۹۳	۳۸/۰۱	۹۹/۹۹	۹۹/۳۶
۳۱	.	.	.	.	.	.	.	.	۳۳	۳۲/۳۳
۳۲	.	.	.	.	.	.	.	.	۵/۰۳	۵/۰۱
۳۳	.	.	.	.	.	.	.	.	۵	۵
۳۴	۶۶/۱۶	۶۶/۱۰	۶۶/۶۰	۷۰/۲۱	۶۵/۵۹	۷۲/۳۳	۶۶/۹۶	۶۷/۲۰	۵/۰۳	۴/۹۸
۳۵	۶۷/۴۰	۶۷/۳۵	۶۷/۷۵	۷۱/۴۹	۶۶/۹۵	۷۳/۶۴	۶۸/۰۳	۶۸/۲۲	۹۹/۹۹	۱۰۰/۱۲
۳۶	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۵/۹	۱۰۰	۱۰۹/۰۵	۱۰۰	۱۰۰	۲۵	۲۶/۲۶
۳۷	۵۲/۱۸	۵۲	۵۲/۵۸	۵۵/۴	۵۱/۶۷	۵۷/۰۷	۵۲/۹۱	۵۳/۱۵	۵۰	۵۰/۷۳
۳۸	.	.	.	.	.	.	.	.	۱۰۰	۱۰۰
۳۹	۱۰۴	۱۰۴	۱۰۴	۱۱۰/۱۴	۱۰۴	۱۱۳/۴۱	۱۰۴	۱۰۴	۱۰/۰۱	۱۰/۱۵
۴۰	۲۵۷/۵۴	۲۵۷/۵۶	۲۵۷/۸۳	۲۷۲/۸۸	۲۵۷/۲۹	۲۸۱	۲۵۸/۰۲	۲۵۸/۱۶	۲۴/۹۹	۲۵/۰۴
۴۱	.	.	.	.	.	.	.	.	۴۱/۹۹	۴۰/۷۵
۴۲	.	.	.	.	.	.	.	.	۱۹/۹۸	۲۰/۲۰
۴۳	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۵/۹	۱۰۰	۱۰۹/۰۵	۱۰۰	۱۰۰	۴۰	۴۱
۴۴	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۵/۹	۱۰۰	۱۰۹/۰۵	۱۰۰	۱۰۰	۹۹/۹۸	۱۰۰
۴۵	۲۶۲/۰۵	۲۶۲/۰۲	۲۶۲/۲۸	۲۷۷/۶	۲۶۱/۷۴	۲۸۵/۸۶	۲۶۲/۴۸	۲۶۲/۶۱	۴۰	۴۱/۲۵
۴۶	.	.	.	.	.	.	.	.	۸۰	۸۱
۴۷	۴۵/۴۱	۴۵/۴	۴۵/۵۴	۴۸/۱۴	۴۵/۲۵	۴۹/۵۸	۴۵/۶۵	۴۵/۷۲	۲۱۶/۷۲	۲۱۶/۶۴
۴۸	۵۰/۴۴	۵۰/۴۲	۵۰/۵۷	۵۳/۴۶	۵۰/۲۸	۵۵/۰۶	۵۰/۶۷	۵۰/۷۴	۱۲۹/۹۸	۱۲۹/۹۹
۴۹	.	.	.	.	.	.	.	.	۱۰۰	۹۹/۹۹
۵۰	.	.	.	.	.	.	.	.	۱۷	۱۷/۱۴
۵۱	۳۹/۷۳	۳۹/۷۲	۳۹/۸۱	۴۲/۱۰	۳۹/۶۳	۴۳/۳۶	۳۹/۸۷	۳۹/۹۱	۴۰	۴۰/۰۶
۵۲	۵۵/۵۳	۵۵/۵۲	۵۵/۶۱	۵۸/۸۴	۵۵/۴۴	۶۰/۵۹	۵۵/۶۶	۵۵/۷۱	۴۰	۴۰/۲۳
۵۳	۶۱/۸۱	۶۱/۶۴	۶۳/۰۹	۶۵/۸۴	۶۰/۱۲	۶۷/۸۹	۶۴/۱۲	۶۴/۷۴	۷۹/۹۴	۷۹/۸۵
۵۴	.	.	.	.	.	.	.	.	۲۰	۱۹/۹۶

حل عددی و تحلیلی مسئله پخش توان بهینه احتمالاتی با لحاظ عدم قطعیت‌های منابع تجدیدپذیر

است، لحاظ ضرایب همبستگی واقعی براساس داده‌های همزمان اندازه‌گیری شده مربوط به این منابع، نقش حیاتی و مهمی در برنامه‌ریزی و بهره‌برداری سیستم قدرت خواهد داشت. برای جمع‌بندی نتایج به‌دست‌آمده، در این بخش از مقاله تمامی اطلاعات به‌دست‌آمده از چهار روش مورد مطالعه به‌صورت جدول (۳) خلاصه شده‌اند.

از جدول (۲) می‌توان نتیجه گرفت با لحاظ ضرایب همبستگی، مقادیر توان‌های تولیدی، دستخوش تغییر می‌شوند و مقادیر تابع هدف تغییرات محسوس را تجربه می‌کنند. با توجه به شرایط واقعی حاکم بر سیستم قدرت و تغییرات دما، سرعت باد و میزان تابش که تغییر اجباری میزان بار مصرف‌کنندگان را در پی خواهد داشت و سبب تغییر میزان انرژی حاصل‌پذیر از منابع انرژی باد و خورشید

جدول (۳): مزایا و معایب روش‌های مورد مطالعه

عنوان روش	مزایا	معایب
روش شبیه‌سازی مونت کارلو	۱- جواب بهینه تابع هدف (هزینه سوخت) در حد مطلوب است. ۲- پروفیل ولتاژ ژنراتورها دارای تغییرات زیادی است، اما در بازه حداقل و حداکثر مجاز قرار دارد. ۳- چون این روش براساس تکرار به جواب نهایی می‌رسد، منحنی همگرایی برای حالت پخش توان بهینه رسم می‌شود.	۱- برای شروع محاسبات به نقاط اولیه زیاد نیاز است. ۲- برای رسیدن به جواب بهینه، به مدت زمان طولانی نیاز است. ۳- برای حصول همگرایی به تکرارهای متعددی نیاز دارد. ۴- از نظر ریاضی، روابط پیچیده‌تری دارد. ۵- با افزایش مقیاس شبکه مورد مطالعه، زمان لازم برای حصول به جواب بهینه افزایش می‌یابد.
روش تخمین سه نقطه‌ای	۱- دارای نقاط اولیه محدود برای شروع محاسبات است. ۲- دارای بهترین جواب بهینه برای تابع هدف است. ۳- زمان محاسبات به دلیل ساده‌بودن روابط ریاضی پایین است. ۴- پروفیل ولتاژ ژنراتورها دارای تغییرات زیادی است، اما در بازه حداقل و حداکثر مجاز قرار دارد.	۱- به دلیل اینکه برای رسیدن به جواب نهایی از روش تکرار استفاده نمی‌کند، امکان رسم منحنی همگرایی برای این روش وجود ندارد.
روش تبدیل بی بو	۱- جواب بهینه برای تابع هدف در حد مطلوب است. ۲- دقت جواب نهایی برای توان تولیدی ژنراتورها مشابه روش شبیه‌سازی مونت کارلو است. ۳- پروفیل ولتاژ تولیدی ژنراتورها دارای تغییرات زیادی است، اما در کل این تغییرات در بازه حداقل و حداکثر قرار دارند.	۱- چون برای حصول جواب نهایی از روش تکرار استفاده نمی‌کند، امکان رسم منحنی همگرایی برای این روش وجود ندارد. ۲- زمان انجام محاسبات در این روش، در حد متوسط
روش نقطه داخلی	۱- با توجه به اصلاح روابط ریاضی دارای سریع‌ترین حالت همگرایی در همان تکرارهای اولیه است. ۲- زمان انجام محاسبات در این روش بسیار پایین است.	۱- جواب بهینه در این روش بسیار بالا است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی مونت کارلو، روش‌های تخمین نقطه‌ای، روش تبدیل بی بو و روش نقطه داخلی‌اند. در این مقاله، علاوه بر عدم قطعیت‌های نیروگاه‌های بادی و خورشیدی، عدم قطعیت تغییرات بار در نظر گرفته شده است.

در این مقاله، برای حل عدم قطعیت‌های به‌وجودآمده ناشی از وجود تولیدات نیروگاه‌های بادی و سلول‌های خورشیدی، از روش‌های احتمالاتی برای حل پخش توان بهینه استفاده می‌شود. این روش‌های احتمالاتی شامل

رافسون در سیستم غیرخطی به صورت معادلات (۷۱) به دست می آید.

جدول (۴): معرفی نمادهای استفاده شده در روابط ریاضی

نماد	توضیح
$P_D$	بردار توان اکتیو بار مصرف شده (بر حسب بر واحد)
$P_G$	بردار توان اکتیو تولیدشده ژنراتورها (بر حسب بر واحد)
$P_{DER}$	بردار توان اکتیو تولیدشده با DER (بر حسب بر واحد)
$Q_D$	بردار توان راکتیو بار (بر حسب بر واحد)
$Q_{DER}$	بردار توان راکتیو مصرف شده / تولیدشده با DER (بر حسب بر واحد)
$Q_G$	بردار توان راکتیو ژنراتورها (بر حسب بر واحد)
$V$	بردار دامنه ولتاژ شین (بر حسب بر واحد)
$X$	بردار عدم قطعیت متغیرهای ورودی
$Y$	بردار عدم قطعیت متغیرهای خروجی
$\delta$	بردار زاویه ولتاژ شین (بر حسب رادیان)

$$\begin{aligned} \nabla_z L &= \nabla_z f(z) - J'(z) \cdot \lambda - \pi_l - \pi_u = 0 \\ \nabla_x L &= -h(z) = 0 \\ \nabla_{\pi_l} L &= -(z - s_l - l) = 0 \\ \nabla_{\pi_u} L &= -(z + s_u - u) = 0 \\ \nabla_{s_{l_j}} L &= -\frac{\mu}{s_{l_j}} + \pi_{l_j} = 0 \\ \nabla_{s_{u_j}} L &= -\frac{\mu}{s_{u_j}} + \pi_{u_j} = 0 \end{aligned} \quad (71)$$

با توجه به معادلات نیوتون، جهت  $\Delta$  برای هر متغیر در معادلات (۷۲) تعریف شده است:

$$\begin{aligned} w(z, \lambda) \cdot \Delta z - J'(z) \cdot \Delta \lambda \\ - \Delta \pi_l - \Delta \pi_u &= -\nabla_z L \\ J(z) \cdot \Delta z &= -\nabla_x L \\ \Delta z - \Delta s_l &= 0 \\ \Delta z + \Delta s_u &= 0 \\ \frac{\mu}{s_{l_j}^2} \Delta s_{l_j} + \Delta \pi_{l_j} &= -\nabla_{s_{l_j}} L \\ \frac{\mu}{s_{u_j}^2} \Delta s_{u_j} + \Delta \pi_{u_j} &= -\nabla_{s_{u_j}} L \end{aligned} \quad (72)$$

مراحل  $\Delta \pi_l$  و  $\Delta \pi_u$  با جایگزینی معادلات (۷۱) در (۷۲) به ترتیب در معادلات (۷۳) نشان داده می شوند.

$$\begin{aligned} \Delta \pi_{l_j} &= -\frac{\mu}{s_{l_j}^2} \Delta z_j + \frac{\mu}{s_{l_j}} - \pi_{l_j} \\ \Delta \pi_{u_j} &= -\frac{\mu}{s_{u_j}^2} \Delta z_j + \frac{\mu}{s_{u_j}} - \pi_{u_j} \end{aligned} \quad (73)$$

ساختار ماتریس (۷۱) با جایگزینی معادلات (۷۳) در (۷۲) دوباره به صورت معادلات (۷۴) بازنویسی می شود.

این روش های حل، نقاط نمونه مناسب از عدم قطعیت متغیرهای ورودی را انتخاب می کند، سپس پخش توان بهینه احتمالاتی را با درجه بالایی از دقت و درستی انجام می دهند. روش های پیشنهادی روی شبکه استاندارد ۱۱۸ شینه IEEE مطالعه شده اند. با توجه به نتایج به دست آمده به صورت زیر دسته بندی می شوند:

• از نظر تابع هدف مسئله که مربوط به بهینه سازی هزینه تولید انرژی الکتریکی بر حسب دلار بر ساعت است، روش تخمین سه نقطه ای از میان سایر روش های مورد مطالعه دارای بهترین جواب است.

• روش های شبیه سازی مونت کارلو و نقطه داخلی چون براساس تکرار به جواب نهایی می رسند، می توان درباره همگرایی این چنین بیان کرد که روش نقطه داخلی دارای سریع ترین حالت همگرایی نمی باشد و در همان تکرارهای ابتدایی به حالت همگرایی دست می یابد؛ اما روش شبیه سازی مونت کارلو بعد از ده ها و حتی صدها تکرار به حالت همگرایی می رسد.

• از نظر زمان اجرا، روش های عددی و تحلیلی استفاده شده، روش نقطه داخلی دارای سریع ترین روش برای بهینه سازی و همگرایی است و سایر روش ها به ترتیب روش تخمین سه نقطه ای، روش تخمین دو نقطه ای، روش تبدیل بی بو و روش شبیه سازی مونت کارلو هستند.

• به دلیل محدودیت ها در معادلات روش نقطه داخلی، نوسان تغییرات ولتاژ تولیدی ژنراتور موجود در شبکه مورد مطالعه در یک محدوده ثابت است، پس این روش دارای یک پایداری پروفیل ولتاژی است.

در کل از میان روش های مورد مطالعه در شبکه ۱۱۸ شینه IEEE براساس نتایج به دست آمده، روش تخمین سه نقطه ای دارای یک جواب بهینه از نظر زمان، پروفیل ولتاژ و هزینه بهینه نسبت به سایر روش ها است.

## ضمایم

فهرست علائم مربوط به معادله های (۱۹) تا (۲۱) در جدول (۴) تعریف شده است.

حالت بهینگی روش کروش کان تا کر مرتبه اول برای عملکرد تابع لاگرانژ معادله (۵۰) مربوط به روش نیوتون

## مراجع

- Transactions on Power Systems, Vol. 15, Vol. 1, pp. 170-176, 2000.
- [13] R. A. Jabr, A. H. Coonick, B. J. Cory, "A Primal-Dual Interior Point Method for Optimal Power Flow Dispatching", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17, No. 3, pp. 654-662, 2002.
- [14] F. Capitanescu, J. M. Ramos, P. Panciatici, D. Kirschen, A. M. Marcolini, L. Platbrood, L. Wehenkel, "State-of-the-Art, Challenges, and Future Trends in Security Constrained Optimal Power Flow", Electric Power Systems Research, Vol. 81, No 8, pp. 1731-1741, 2011.
- [15] G. Irisarri, X. Wang, J. Tong, S. Mokhtari, "Maximum Load ability of Power Systems Using Interior Point Nonlinear Optimization Method", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, pp. 162-172, 1997.
- [16] P. Arboleya, C. Gonzalez-Moran, M. Coto, "Modeling FACTS for Power Flow Purposes: A Common Framework", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 63, pp. 293-301, 2014.
- [17] A. B. Babić, A. T. Sarić, A. Ranković, "Transmission Expansion Planning Based on Locational Marginal Prices and Ellipsoidal Approximation of Uncertainties", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 53, pp. 175-183, 2013.
- [18] E. J. Oliveira, L. W. Oliveira, J. Pereira, L. M. Honório, I. C. S. Junior, A. Marcato, "An Optimal Power Flow Based on Safety Barrier Interior Point Method", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 64, pp. 977-985, 2015.
- [19] M. G. Breitfeld, D. F. Shanno, "Computational Experience with Penalty-Barrier Methods for Nonlinear Programming", Annals of Operations Research, Vol. 62, No. 1, pp. 439-463, 1996.
- [20] B. Golestani Mehr, A. Lashkar Ara Mohamare, "Economic Dispatch of Thermal Units Considering Valve-Point Effect Using Learning Backtracking Search Optimization Algorithm", Computational Intelligence in Electrical Engineering, Vol. 8, No. 4, pp. 17-30, 2017.
- [21] C. Chen, W. Wu, B. Zhang, H. Sun, "Correlated Probabilistic Load Flow Using a Point Estimate Method with Nataf Transformation", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 65, pp. 325-333, 2015.
- [22] D. Villanueva, J. L. Pazos, A. Feijoo, "Probabilistic Load Flow Including Wind Power Generation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 26, No. 3, pp. 1659-1667, 2011.
- [23] J. Usaola, "Probabilistic Load Flow with Correlated Wind Power Injections", Electric Power Systems Research, Vol. 80, No. 5, pp. 528-536, 2010.
- [24] J. M. Morales, L. Baringo, A. J. Conejo, R. Mínguez, "Probabilistic Power Flow with Correlated Wind Sources", IET generation,
- [1] S. Shargh, B. Mohammadi-Ivatloo, H. Seyedi, M. Abapour, "Probabilistic Multi-Objective Optimal Power Flow Considering Correlated Wind Power and Load Uncertainties", Renewable Energy, Vol. 94, pp. 10-21, 2016.
- [2] X. Guo, R. Gong, H. Bao, "Mixed Probabilistic and Interval Optimal Power Flow Considering Uncertain Wind Power and Dispatchable Load", IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering, Vol. 13, No. 2, pp. 246-252, 2018.
- [3] Y. Li, W. Li, W. Yan, J. Yu, X. Zhao, "Probabilistic Optimal Power Flow Considering Correlations of Wind Speeds Following Different Distributions", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 29, No. 4, pp. 1847-1854, 2014.
- [4] M. Pirnia, C. A. Cañizares, K. Bhattacharya, A. Vaccaro, "A Novel Affine Arithmetic Method to Solve Optimal Power Flow Problems with Uncertainties", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 29, No. 6, pp. 2775-2783, 2014.
- [5] L. Ye, Y. Zhang, C. Zhang, P. Lu, Y. Zhao, B. He, "Combined Gaussian Mixture Model and Cumulants for Probabilistic Power Flow Calculation of Integrated Wind Power Network", Computers & Electrical Engineering, Vol. 74, pp. 117-129, 2019.
- [6] D. Villanueva, A. E. Feijóo, J. L. Pazos, "An Analytical Method to Solve the Probabilistic Load Flow Considering Load Demand Correlation Using the DC Load Flow", Electric Power Systems Research, Vol. 110, pp. 1-8, 2014.
- [7] G. Verbic, C. A. Canizares, "Probabilistic Optimal Power Flow in Electricity Markets Based on S Two-Point Estimate Method", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, No. 4, pp. 1883-1893, 2006.
- [8] E. Rosenblueth, "Point estimates for probability moments", Proceedings of the National Academy of Sciences, Vol. 72, No. 10, pp. 3812-3814, 1975.
- [9] H. Hong, "An Efficient Point Estimate Method for Probabilistic Analysis", Reliability Engineering & System Safety, Vol. 59, No. 3, pp. 261-267, 1998.
- [10] M. Aien, M. Fotuhi-Firuzabad, F. Aminifar, "Probabilistic Load Flow in Correlated Uncertain Environment Using Unscented Transformation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 27, No. 4, pp. 2233-2241, 2012.
- [11] N. Karmarkar, "A new polynomial-time algorithm for linear programming", Paper presented at the Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing, 1984.
- [12] V. H. Quintana, G. L. Torres, J. Medina-Palomo, "Interior-Point Methods and Their Applications to Power Systems: A Classification of Publications and Software Codes", IEEE

- Paper presented at the 2015 5th International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies (DRPT), 2015.
- [35] S. Granville, "Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 1, pp. 136-146, 1994.
- [36] K. A. Clements, P. W. Davis, K. D. Frey, "Treatment of Inequality Constraints in Power System State Estimation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 2, pp. 567-574, 1995.
- [37] Y.-C. Wu, A. S. Debs, R. E. Marsten, "A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 2, pp. 876-883, 1994.
- [38] R. P. Mukund, "Wind and Solar Power Systems", Boca Raton, FL, USA: CRC, 1999.
- [39] H. Abdi, S. Derafshi Beigvand, M. La Scala, "A Review of Smart Grids and Microgrids", Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 71, pp. 742-766, 2017.
- [40] H.-W. Li, A.-A. Zhang, Z.-M. Zhao, "Three-Phase Power Flow Solution for Weakly Meshed Distribution System with Multi-Transformer Branches", Power System Protection and Control, Vol. 40, No. 6, pp. 11-16, 2012.
- [41] N. Nikmehr, S. N. Ravadanegh, "Heuristic Probabilistic Power Flow Algorithm for Microgrids Operation and Planning", IET generation, transmission & distribution, Vol. 9, No. 11, pp. 985-995, 2015.
- [42] S. Abbasi, H. Abdi, S. Bruno, M. La Scala, "Transmission Network Expansion Planning Considering Load Correlation Using Unscented Transformation", Electrical Power and Energy Systems, Vol. 103, pp.12-20, 2018.
- [43] "Power system test case archive", available at: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>
- [44] C. Liang, C. Chung, K. Wong, X. Duan, "Parallel Optimal Reactive Power Flow Based on Cooperative Co-Evolutionary Differential Evolution and Power System Decomposition", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 22, No. 1, pp. 249-257, 2007.
- [45] S. A. Blumsack, "Network topologies and transmission investment under electric-industry restructuring", 2006.
- transmission & distribution, Vol. 4, No. 5, pp. 641-651, 2010.
- [25] N. Gupta, "Probabilistic Load Flow with Detailed Wind Generator Models Considering Correlated Wind Generation and Correlated Loads", Renewable Energy, Vol. 94, pp. 96-105, 2016.
- [26] M. Kabir, Y. Mishra, R. Bansal, "Probabilistic Load Flow for Distribution Systems with Uncertain PV Generation", Applied Energy, Vol. 163, pp. 343-351, 2016.
- [27] Q. Xiao, S. Zhou, "Probabilistic Power Flow Computation Using Quadrature Rules Based on Discrete Fourier Transformation Matrix", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 104, pp. 472-480, 2019.
- [28] H. Fattahi, H. Abdi, F. Khosravi, S. Karimi, "Applying Point Estimation and Monte Carlo Simulation Methods in Solving Probabilistic Optimal Power Flow Considering Renewable Energy Uncertainties", accepted for publication in Energy Engineering & Management journal.
- [29] P. P. Biswas, P. N. Suganthan, R. Mallipeddi, G. A. Amaratunga, "Optimal Power Flow Solutions Using Differential Evolution Algorithm Integrated with Effective Constraint Handling Techniques", Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 68, pp. 81-100, 2018.
- [30] M.J. Morshed, J.B. Hmida, A. Fekih, "A Probabilistic Multi – Objective Approach for Power Flow Optimization in Hybrid Wind – PV – PEV Systems", Applied Energy, Vol. 211, pp. 1136-1149, 2018.
- [31] M. Basil, A. Jamieson, "Uncertainty of Complex Systems by Monte Carlo Simulation", in Proc. 16<sup>th</sup> North Sea Flow Measure. Workshop Gleneagles, U.K., pp. 1-10, 2003.
- [32] M. Aien, M. Fotuhi – Firozabad, M. Rashidinejad, "Probabilistic Optimal Power Flow in Correlated Hybrid Wind – Photovoltaic Power Systems", IEEE Transaction on Smart Grid, Vol. 5, No. 1, pp. 130-138, 2014.
- [33] G. Verbic, A. Canizares, " Probabilistic Optimal Power Flow in Electricity Markets Based on A Two-Point Estimate Method", IEEE Trans. Power Syst., Vol. 21, No. 4, pp. 1883-1893, 2006.
- [34] S. Tian, H. Wang, X. Xie, "Probabilistic Load Flow Analysis Considering the Correlation for Microgrid with Wind and Photovoltaic System",

<sup>10</sup> Morales<sup>11</sup> Weibull Distribution<sup>12</sup> Rayleigh Distribution<sup>13</sup> Beta Distribution<sup>14</sup> Normal Distribution<sup>15</sup> Karush Kuhan Tucker<sup>1</sup> Optimal Power Flow - OPF<sup>2</sup> Monte Carlo Simulation - MCS<sup>3</sup> Gram Charlier Series<sup>4</sup> Point Estimate Method - PEM<sup>5</sup> Probabilistic Optimal Power Flow - POPF<sup>6</sup> Unscented Transformation (UT) Method<sup>7</sup> Interior Point Methods - IPM<sup>8</sup> Hong<sup>9</sup> Harr



