

بررسی آزمایشگاهی صعود دنباله ای از قطرات در یک سیال لزج

میلاد امین زاده^۱، امیر ملکی ضامنجان^۲، حسین افشین^۳ و بهار فیروزآبادی^{۴*}

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

^۲ دانشجوی کارشناسی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

^۳ استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

^۴ استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

حرکت و تغییر شکل یک دنباله از قطرات در حال بالاروی در آب بصورت آزمایشگاهی و با استفاده از یک کد پردازش تصاویر مطالعه شده است. بمنظور بررسی جامع بین رفتار قطره ای که در ناحیه برخاستگی (Wake) قطره دیگر حرکت می کند و یک قطره منفرد که آزادانه در سیالی ساکن در حال حرکت است، تغییر شکل و ضرائب پسای مربوط به یک قطره منفرد و یک قطره مشخص در دنباله قطرات مورد مطالعه قرار گرفته اند. همچنین تاثیر خواص غیرنیوتنی مایعات بر رفتارهای مذکور بررسی شده اند. نتایج نشان می دهد که افزودن ویژگی های ویسکوالاستیک به مایعات موجب افزایش پایداری در شکل قطرات خواهد شد. در چنین شرایطی تغییر شکل های قطره در حال حرکت در ناحیه برخاستگی قطرات دیگر به نتایج مربوط به یک قطره منفرد نزدیک خواهد بود. به منظور دستیابی به رابطه ای منطقی برای ضریب پسا بصورت تابعی از عدد رینولدز برای قطره ای که در دنباله حرکت می کند، از یک مدل دوعبدهی برمبنای مسیر حرکت قطره استفاده شده است. همچنین رابطه ای تئوری برای ضریب پسای قطره بر حسب عدد رینولدز بصورت $C_D = a.Re^b$ که در آن از اثرات مربوط به تغییر شکل های قطره منفرد صرفنظر گردیده ارائه شده است. مقایسه مقادیر واقعی ضرائب پسا با مقادیر تئوری بیانگر خطایی کمتر از ۲۵٪ می باشد. همچنین مقایسه بین ضرائب پسای مربوط به یک قطره منفرد و قطره در حال حرکت در یک دنباله، حاکی از آنست که قطرات به هنگام حرکت در دنباله ضرائب پسای بالاتری را تجربه می کنند.

کلمات کلیدی: مایعات مخلوط نشدنی؛ دنباله قطرات؛ محلول های پلیمری؛ ضریب پسا.

۱- مقدمه

پیش بینی دقیق تر ضریب پسا خواهد شد. حرکت یک قطره در ناحیه برخاستگی حاصل از حرکت قطره جلوتر بروی تغییر شکلهای آن تاثیر می گذارد، از اینرو ضرائب پسای مربوط به یک دنباله از قطرات از یک قطره منفرد کاملاً متمایز می باشد. علاوه بر این بهم پیوستگی^۱ بین قطرات در حین حرکت یکی از مهمترین پدیده ها در این زمینه می باشد که بدون شک تاثیر قابل توجهی بر حرکت آنها خواهد گذاشت. پارامترهایی همچون اندازه قطرات، سرعت اولیه آنها و نیز تاخیر زمانی بین دو قطره متوالی که از نازل خارج می شوند از جمله مثال هایی هستند که می توانند پدیده بهم پیوستگی را کنترل کنند. از اینرو تلاشهای متعددی برای توصیف حرکت و برهم کنش یک دنباله از قطرات انجام شده است. کوشنر و همکارانش^۲ [۳] برهم کنش بین دو قطره مخلوط نشدنی در حال حرکت در یک سیال لزج را بصورت آزمایشگاهی

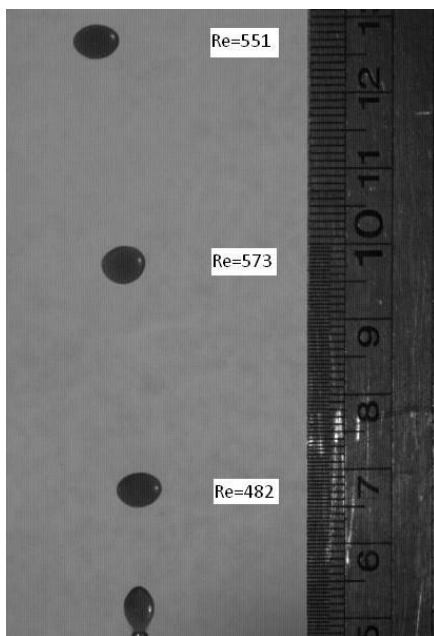
سیستم های صنعتی و بیولوژیکی متعددی همچون مبدل های حرارتی تماس مستقیم و فرآیندهای استخراج مایع- مایع وجود دارند که با حرکت قطرات درگیر می باشند. مطالعات آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی متعددی بر روی حرکت یک قطره منفرد در مایعی مخلوط نشدنی دیگر صورت گرفته است [۱ - ۲]. جنبه های مهم چنین مطالعاتی به جدایش قطرات در هنگام شکل گیری، تغییر شکلهای در حین حرکت و یافتن ضرائب پسای مربوط به حرکت قطرات اختصاص یافته است. اگرچه مطالعه یک قطره تنها اطلاعات پایه ای و ارزشمندی از حرکت آنها در اختیار می گذارد، بررسی ها نشان می دهد برهم کنش میان یک گروه از قطرات و تاثیرات متقابل آنها بر حرکت یکدیگر تاثیر قابل توجهی بر عملکرد و بازده فرآیندهای مذکور دارد.

تغییر شکل یک قطره تاثیر قابل توجهی بر روی ضریب پسا و در نتیجه بروی حرکت قطره دارد. بنابراین فهم بهتر این پدیده موجب

¹ Coalescence

² Kushner et al.

ناحیه برخاستگی قطرات دیگر حرکت می کنند با حرکت یک قطره منفرد مقایسه شده است. بمنظور مقایسه رفتار قطرات مایعات نیوتنی و غیرنیوتنی، آزمایشات بر روی تولوئن به عنوان سیال نیوتنی و دو محلول متفاوت از پلی استایرن^۶ در تولوئن به عنوان سیالات غیرنیوتنی انجام شده است. با استفاده از یک دوربین پرسرعت که قادر به ثبت ۱۰۰۰ تصویر در ثانیه است، تاثیر تاخیر زمانی بین دو قطره متوالی در حال خروج از نازل بر روی پدیده بهم پیوستگی بررسی شده و بعلاوه، ضرائب پسا بعنوان تابعی از عدد رینولدز تعیین گردیده اند. لازم به ذکر است وجود کشش سطحی تقریباً یکسان در میان قطرات و استفاده از نازلی یکسان در تمامی آزمایشات موجب شد قطرات قطره‌های یکسانی داشته باشند. همچنین برای شناخت بهتر تاثیر جریانهای محیطی بر روی تغییر شکل قطرات، الگوهای تغییر شکل یک قطره منفرد با قطره ای که در یک دنباله حرکت می کند مورد مطالعه قرار گرفته است.



شکل ۱- دنباله قطرات

۲- فرآیند و تجهیزات آزمایش

شکل ۲ تجهیزات مورد استفاده در آزمایشات را بصورت شماتیک نشان می دهد که شامل یک مخزن پلکسی گلاس با سطح مقطع $30 \times 30 \text{ cm}^2$ می باشد و داخل آن از آب بعنوان سیال محیط پر شده است. با استفاده از یک لوله مسی، مایع (فاز گسسته) به انتهای تانک منتقل می شود. بمنظور کنترل دقیق بر روی نرخ جریان قطرات، از سرنگی متصل به یک موتور الکتریکی که از مکانیزم خاصی برای تبدیل حرکت دورانی به حرکت خطی استفاده می کند بهره گرفته شده است. وسیله مذکور نه تنها برای ایجاد یک دنباله از قطرات با اندازه های یکسان استفاده شده بلکه تاخیرهای زمانی

مورد مطالعه قرار دادند و رفتارهای متفاوت این دو قطره با اندازه های متفاوت را در اعداد رینولدز پایین گزارش کردند. همچنین برازیر و همکارانش^۱ [۴] به مطالعه نقش نسبت اندازه قطرات و نیز سرعت نسبی میان آنها بر روی برهم کنش قطرات آب در حال سقوط پرداختند. جنبه های مهم این مطالعه به تعیین شرایطی که رفتار قطرات بعد از پدیده بهم پیوستگی را تعیین می کرد اختصاص یافت. آنها پی بردند فاصله عمودی ابتدایی بین قطرات نقش قابل توجهی در باقی ماندن قطرات بصورت بهم پیوسته یا جدایش آنها بعد از پدیده بهم پیوستگی دارد.

بررسی پدیده بهم پیوستگی در هندسه های محصور همچون لوله ها و مجاری از جمله موضوعات جذاب برای محققین است. المتروشی و برهان^۲ [۵] آزمایشاتی بر روی برهم کنش و بهم پیوستگی دو قطره یا حباب در حال بالاروی در یک لوله استوانه ای تحت اثر نیروی شناوری انجام دادند. با استفاده از روش های پردازش تصاویر، نقش پارامترهای فیزیکی متعددی از جمله نسبت اندازه قطرات، عدد بوند و نسبت لزجت آنها بر روی زمان بهم پیوستگی تعیین شد.

مطالعات پیشین نشان می دهد شکل قطرات و پاسخ آنها به تنش های محیطی با وجود ویژگی های غیرنیوتنی مایعات غیرقابل پیش بینی خواهد بود [۶-۷]. تشکیل حفره ها و وجود ناپایداری ها در حین حرکت قطرات بطور قابل توجهی رفتار آنها را تغییر می دهد [۸]. مطالعات جامع آکاریا و آلبرکت^۳ [۹] و المتروشی و برهان [۵] نشان می دهد که مقیاس زمانی بهم پیوستگی بگونه ای مهم توسط اثرات ویسکوالاستیک سیال محیط تحت تاثیر قرار خواهد گرفت.

روش های تحلیلی متعددی برای حل معادله استوکس اطراف قطرات غوطه ور استفاده شده اند. هتسرونی و هابر^۴ [۱۰] نیروی پسا و سرعت حد دو قطره در حال حرکت در یک سیال ساکن را بدست آوردند. بعلاوه، دیویس^۵ [۱۱] از یک روش انتگرالی مرزی متقارن بمنظور بررسی برهم کنش دو قطره و اثر عدد بوند بر بهم پیوستگی آنها استفاده نمود. اگرچه نتایج چنین مطالعات عددی و تحلیلی ارزشمند می باشند ولی باید توجه نمود که چنین حلهایی به جریانهایی با اعداد رینولدز پایین که در آنها شرایط استوکس معتبر هستند محدود می باشد. از آنجایی که سیستم های عملی با نرخ بالایی از جریان قطرات با سرعت های بالا روبرو هستند، مطالعات آزمایشگاهی شرایط مناسبی برای بررسی محدوده وسیعی از پارامترهای طراحی از جمله نرخ جریان قطرات، سرعت آنها، قطر نازلها و نیز ویژگی های رئولوژیکی مایعات فراهم می آورند.

در مطالعه حاضر حرکت دنباله ای از قطرات در حال صعود در آب (شکل ۱) مورد بررسی قرار گرفته است. رفتار قطرات وقتی در

¹ Brazier et al.

² Al-Matroushi & Borhan

³ Acharya & Ulbrecht

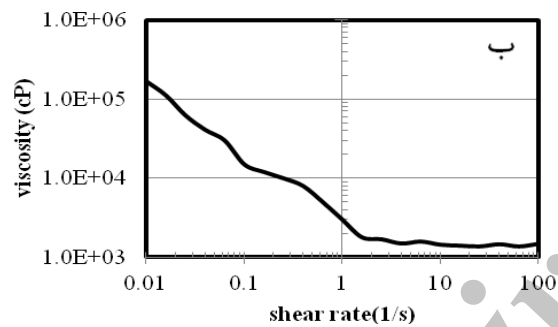
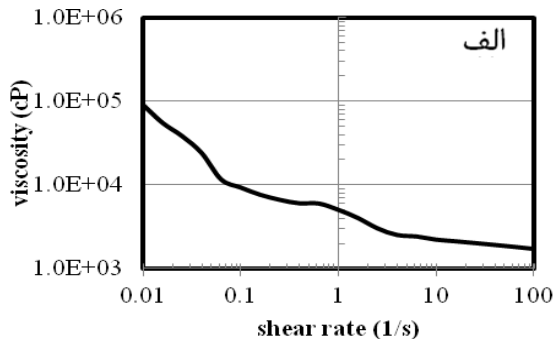
⁴ Hetsroni & Haber

⁵ Davis

⁶ Polystyrene

ماده خواص	آب	تولوئن	PS1 (3.125%)	PS2 (6.25%)
کشش سطحی در آب (dynes/cm)	---	۳۵	۳۴	۳۴.۵
چگالی (kg/m ³)	۹۹۸	۸۶۲	۸۶۶	۸۷۰
لزجت (cP)	۱	۰.۶۲	-----	-----

جدول ۱- خواص سیالات در دمای ۲۰ درجه سانتی گراد



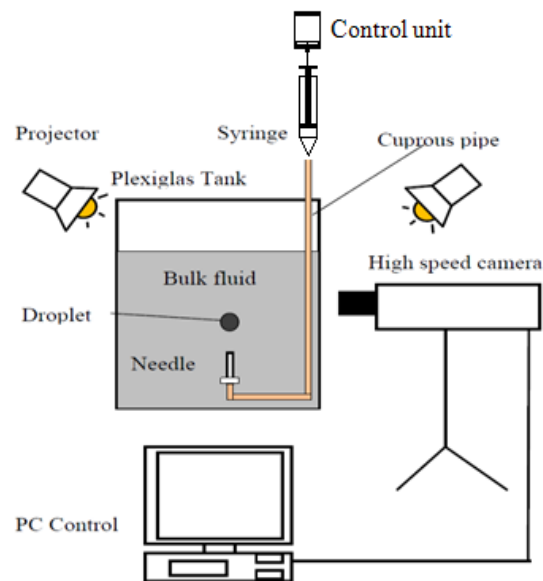
شکل ۳- تغییرات لزجت در برابر نرخ برش برای مایعات غیرنیوتنی، الف (PS1) و ب (PS2)

۳- به دست آوردن حجم قطره

برای به دست آوردن حجم قطره ها از روش هایی که توسط هوگلی^۱ [۱۲] معرفی شده بهره گرفته شد. هدف در این روش ها بدست آوردن حجم قطره با استفاده از شکل دو بعدی آن است. همانطور که در جدول ۲ نشان داده شده است اساس این روش ها فرض وجود تقارن محوری بوده و نیز اینکه قطره به صورت کره (روش اول)، بیضی (روش دوم) و شکل دلخواه متقارن (روش سوم) است می باشد.

قابل پیش بینی است که روش سوم نتایج بهتری را نشان می دهد و لذا در تحقیق حاضر نیز از این روش بهره گرفته شده است. از نظر تئوری می توان جدا شدن قطره از سر سوزن را با استفاده از نوشتن معادلات تعادل مدل کرد. جدا شدن قطره نتیجه برهم کنش نیروی کشش سطحی (F_{σ})، وزن قطره و غوطه وری (بویانسی) قطره است.

متفاوت بین قطرات خارج شونده از نازل را نیز فراهم نموده است. همچنین از یک سوزن Ichikawa Co, No 14 با قطرهای داخلی و خارجی ۱/۸ و ۲ میلیمتر که بخوبی به انتهای سرنگ متصل شده استفاده شد. دوربین پرسرعت AOS به همراه یک نورافکن ۱۰۰۰ وات بعنوان تجهیزات پایه تصویربرداری استفاده شده اند. بمنظور امکان نمایش قطرات در تصاویر، دو قطره رنگ روغن به هر ۱۰۰ میلی لیتر از مایعات افزوده گردید. مقدار این رنگ افزودنی به میزانی در نظر گرفته شد که بتوان از ثبات خواص محلول ها به هنگام آزمایشات اطمینان حاصل نمود. دما در طی آزمایشات در محدوده $T = 20 \pm 2^{\circ}\text{C}$ ثابت نگه داشته شد. آزمایشات بر روی مایعات مخلوط نشدنی در آب شامل تولوئن و دو محلول با درصد های متفاوت از پلیمر پلی استایرن در تولوئن، (۳.۱۲۵٪ با نامگذاری PS1) و (۶.۲۵٪ با نامگذاری PS2) انجام شده اند. خواص مایعات که از اندازه گیری مستقیم حاصل شده اند در جدول ۱ نمایش داده شده است. شکل ۳ تغییرات لزجت در برابر نرخ برش مایعات غیرنیوتنی را نشان می دهد. همانطور که در شکل مشخص می باشد، هر دو محلول shear-thinning می باشند و رفتار آنها در محدوده نرخ کرنش های بالا بیشتر شبیه به مایعات نیوتنی است.



شکل ۲- تجهیزات آزمایش بصورت شماتیک

همان گونه که از شکل ۲ دیده می شود، تصاویر ثبت شده از حرکت قطرات بصورت دوبعدی بوده و بنابراین تحلیل های انجام شده بر مبنای حرکت دو بعدی قطرات می باشد. چنین فرضی در حرکت یک قطره تنها که بر روی یک خط مستقیم سیر می کند کاملاً قانع کننده است. انحراف بیشتر از این فرض در حرکت یک دنباله از قطرات مشاهده شد، اما نتایج بدست آمده قانع کننده بودن آن را اثبات می نماید.

¹ Hugli

می توان درستی تئوری ارائه شده را سنجید. جدول ۳ مقادیر آزمایشگاهی N_d را برای مواد مورد آزمایش نشان می دهد.

جدول ۳- مقایسه مقادیر آزمایشگاهی و تئوریک حجم قطره

ماده	تولون	PS1 (3.125%)	PS2 (6.25%)
مشخصات			
حجم (mm ³)	۶۷	۶۶	۶۸
قطر (mm)	۵.۰۴	۵.۰	۵.۱
عدد ایتووس (Eo)	۰.۱۲۳	۰.۱۲۳	۰.۱۱۸
N_d	۱.۴	۱.۳۹	۱.۳۸
درصد خطای N_d	۲۳.۴	۲۳.۸	۲۴.۲

همان گونه که در جدول دیده می شود خطای بین ۲۳ تا ۲۵٪ در اینجا وجود دارد. این خطا از آنجا بوجود می آید که در عمل قطره پیش از آنکه زاویه تماسش به صفر درجه برسد از سر سوزن جدا می شود. در واقع برای آنکه قطره به زاویه تماس صفر در هنگام جدایش برسد لازم است که نرخ خروج قطره از سوزن بسیار اندک (مثلاً یک قطره در دقیقه) باشد، این در حالی است که این نرخ خروج از نظر صنعتی بدون کاربرد است.

نکته مهمی که جدول ۳ نشان می دهد این است که اضافه شدن خاصیت غیر نیوتنی به مایع حجم قطره را دستخوش تغییرات زیاد کرده است. با توجه به جدول ۳ تولون و دو پلیمر ستون ۳ و ۴ که هردو پلیمر هایی با سیال پایه تولون هستند حجم هایی نزدیک به هم دارند.

نکته دیگری که حائز اهمیت است این است که استفاده از روش فوق برای محاسبه حجم قطره هایی که به صورت سری حرکت می کنند از اساس با مشکل همراه است. زیرا همانطور که شکل ۴ نیز نشان می دهد قطره در حالت حرکت به صورت سری به هیچ عنوان شرط تقارنی را که برای بدست آوردن حجم از روش استفاده شده نیاز است را ندارد. به همین دلیل توصیه می شود حجم قطره ای که در یک سری از قطرات حرکت می کند از طریق قطره تک تعیین شود؛ روشی که در تحقیق حاضر برای بدست آوردن حجم قطرات مورد استفاده قرار گرفت.

۴- تغییر شکل قطرات

صرفنظر از حرکت قطره بصورت منفرد یا در یک دنباله، شکل قطره بصورت تناوبی تغییر می نماید. شکل ۴ تغییر شکلهای یک قطره منفرد و نیز قطره ای که در یک دنباله حرکت می کند را نمایش می دهد. بمنظور مقایسه بهتر بین تغییر شکل قطرات مختلف، پارامتر نسبت منظری بصورت زیر تعریف شد:

$$\text{نسبت منظری} = \frac{\text{قطر قطره در راستای محور X}}{\text{قطر قطره در راستای محور Y}}$$

جدول ۲- روش های تعیین حجم قطره از روی عکس [۱۲]

شکل قطره	حجم تئوریک	حجم آزمایشگاهی
	$V = \frac{4}{3}\pi a^3$	$V = \frac{\pi}{6} D_{\max}^3$ $D_{\max} = \max D(y)$
	$V = \frac{4\pi}{3} a^2 c$	$V = \frac{2}{3} A D_{\max}$ A: تعداد پیکسل ها $D_{\max} = \max D(y)$
	$V = \pi \int_{y_1}^{y_2} a(y)^2 dy$	$V = \frac{\pi}{4} \sum_{y=0}^{y_{\max}} D^2(y)$ $D(y) = x_{\max} - x_{\min}$

وقتی که قطره در حال جدا شدن از سر سوزن می باشد (شکل ۱) می توان نوشت:

$$\sigma \pi D_c \cos \theta = (\rho_{\text{water}} - \rho_f) V g \quad (۱)$$

که در آن چگالی آب و چگالی قطره، ρ_f و ρ_{water} کشش سطحی، σ و D_c نیز قطر سوزن و حجم قطره هستند. θ زاویه جدایش قطره از سر سوزن و g ثابت گرانش است. دقت کنید که قطره در زمان جدا شدن زاویه تماس θ را طوری تنظیم می کند که $\cos \theta$ بیشترین مقدار را داشته باشد. به عبارت دیگر در هنگام جدا شدن قطره $\cos \theta$ برابر واحد بوده و لذا داریم:

$$V_{\max} = \frac{\sigma \pi D_c}{\Delta \rho g} \quad (۲)$$

اگر حجم قطره را به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$V = \frac{\pi}{6} D_d^3 \quad (۳)$$

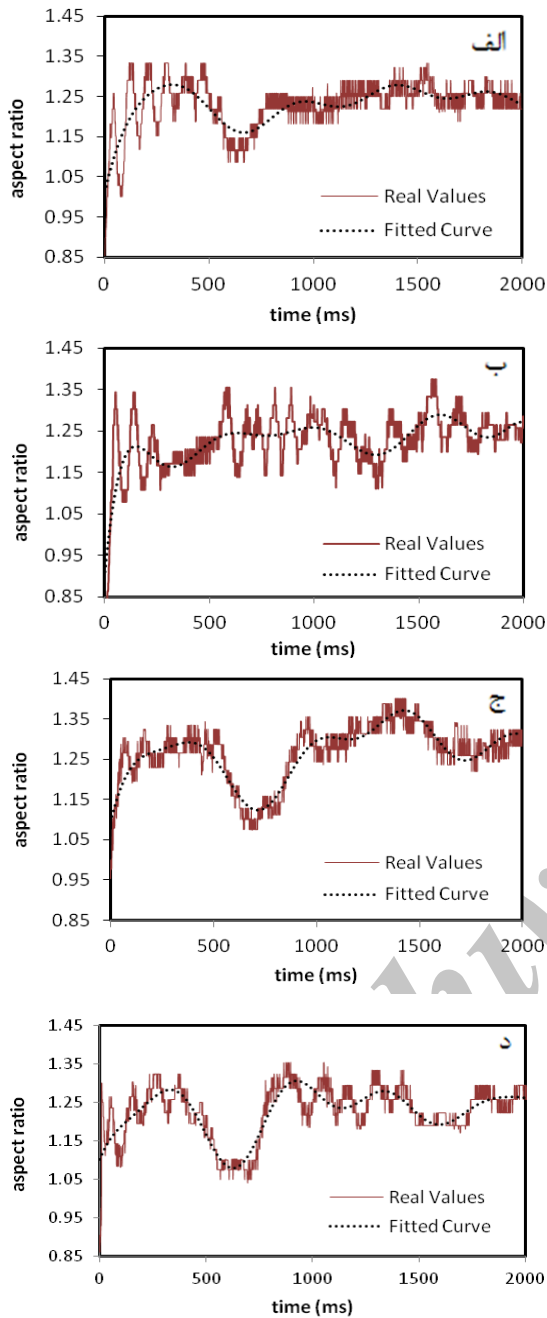
می توان به رابطه زیر رسید:

$$\frac{D_d}{D_c} = \left(\frac{6}{Eo} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.82 Eo^{-\frac{1}{3}} = N_d Eo^{-\frac{1}{3}} \quad (۴)$$

که در رابطه فوق $Eo = \frac{\Delta \rho g D_c^2}{\sigma}$ عدد بدون بعد ایتووس^۱ نامیده می شود. به علاوه فاکتور $N_d = \frac{D_d}{D_c} Eo^{\frac{1}{3}}$ عدد بدون بعدی برای مقایسه مقادیر بدست آمده برای حجم از روش تئوری و روش آزمایش است. با توجه به رابطه ۴ مقدار تئوری برای N_d برابر ۱/۸۲ است. با مقایسه این مقدار و مقادیر به دست آمده از آزمایشات

^۱ Eotvos

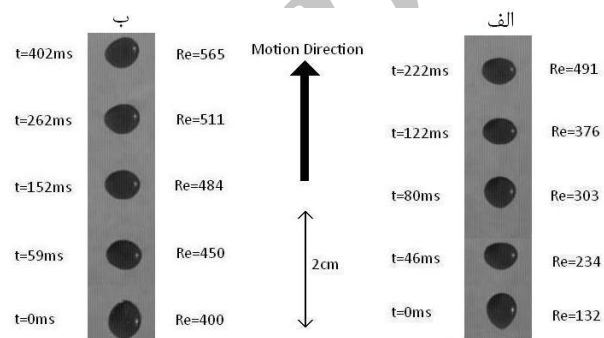
شکل های قطره تاثیر می گذارد بلکه مشخصه های حرکت آن را نیز تغییر می دهد.



شکل ۵- نسبت منظری الف) قطره منفرد تولوئن ب) قطره تولوئن در دنباله ج) قطره منفرد PS2 د) قطره PS2 در دنباله

یکی از مهمترین جنبه های حرکت یک دنباله از قطرات به پدیده بهم پیوستگی آنها حین حرکت مربوط می شود. وقتی قطره ای بدنبال قطره دیگر حرکت می نماید دو پدیده متفاوت قابل مشاهده است. از آنجایی که قطره بطور مستقیم با جریان مهاجم روبرو نمی شود ابتدا تمایل به شتاب گرفتن دارد سپس تغییر شکلهای ایجاد شده در قطره بواسطه وجود جریانهای آشفته در ناحیه برخاستگی پیش روی آن، ضریب پسای آن را افزایش و در نتیجه موجب کاهش سرعت قطره می شود. این افزایش در ضریب

تفاوت های بدیهی بین تغییر شکل یک قطره منفرد و قطراتی که بصورت دنباله ای حرکت می کردند، وجود دارد. شکل یک قطره منفرد بین بیضی های افقی و عمودی تغییر می کند (شکل ۴-الف) و این تغییر شکل های تناوبی به سرعت میرا می شوند (شکلهای ۵-الف و ۵-ج). سرانجام قطره شکل تقریباً پایداری بصورت یک بیضی افقی خواهد داشت که نتیجه برهم کنش بین جریان های داخلی، کشش سطحی و جریانهای محیطی است [۸]. با این وجود تغییر شکل های قطره ای که در ناحیه برخاستگی قطرات دیگر حرکت می کند متفاوت است (شکلهای ۴-ب، ۵-ب و ۵-د). اگرچه میرا شدن تغییر شکل های تناوبی قطره بین هر دو گروه از قطرات مورد بحث تقریباً یکسان است، اما این تغییرات برای قطره ای که در ناحیه برخاستگی حرکت می کند همچنان پس از خروج از ناحیه شتاب دار اولیه حرکت نیز مشاهده می شود.



شکل ۴- تغییر شکل یک قطره تولوئن الف) قطره منفرد ب) قطره در دنباله

شکل ۶ الگوهای جریان اطراف یک کره جامد در محدوده رینولدزهایی که آزمایشات حاضر در آنها انجام شده را نشان می دهد که شامل جریان گردابه های کارمن^۱ و آشفستگی ها در ناحیه برخاستگی می باشد. در آزمایشات حاضر عدد رینولدز در محدوده بین ۱۰۰ تا ۵۰۰ تغییر می کند. با مراجعه به شکلهای ۶-ب و ۶-ج و برقراری یک تشابه بین الگوهای جریان اطراف یک کره و یک قطره شبه کروی، می توان دریافت در مورد قطره ای که در یک دنباله حرکت می کند جریان آشفته تر خواهد بود. بنابراین می توان نتیجه گرفت تغییر شکلهای پیوسته قطره ای که در ناحیه برخاستگی قطره دیگر حرکت می کند بواسطه وجود جریان های مذکور است. حل عددی آشفستگی جریان اطراف یک قطره کروی نشان داده که گردابه ها در محدوده اعداد رینولدز ۱۰ تا ۴۰ از قطره جدا خواهند شد، در حالیکه گردابه های مذکور پشت یک کره بصورت چسبیده باقی می ماندند [۱۳].

برخلاف مرزهای جامد یک جسم کروی، مرزهای تغییر شکل دهنده یک قطره با تغییر شکل های مداوم خود به تنش های محیطی پاسخ می دهند. بنابراین جریان های محیطی نه تنها بر روی تغییر

^۱ Karman Vortex

محاسبه ضریب پسا صرفنظر شده است. در ادامه نتایج آزمایشات مورد بررسی قرار گرفته و مقادیر حقیقی سطح مقطع قطره در بررسی ها اعمال شد و بدین ترتیب مقادیر حقیقی ضرائب پسا بدست آمد. اختلاف بین این دو مقدار بدست آمده برای ضریب پسا، تاثیر تغییر شکلهای قطره را آشکار ساخت. با نوشتن قانون دوم نیوتن برای قطره داریم:

$$-W_{app} - F_D = m \frac{dv}{dt} \quad (5)$$

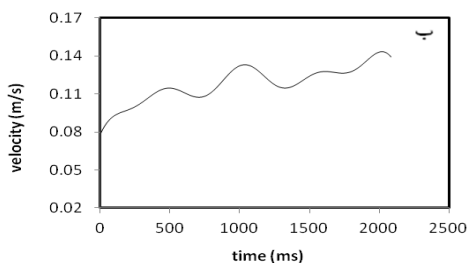
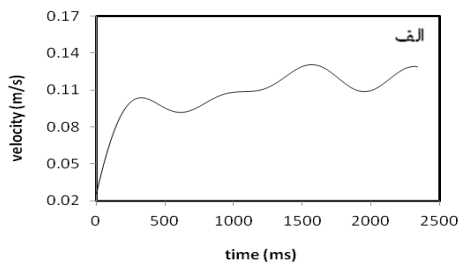
که در آن W_{app} وزن ظاهری قطره و F_D نیروی پسای اعمال شده بر آن است. m و $\frac{dv}{dt}$ بر ترتیب جرم و شتاب قطره هستند. معادله ۵ می تواند بصورت زیر بازنویسی شود:

$$(\rho_{water} - \rho_f)Vg - \frac{1}{2}\rho_{water}Av^2C_D = \rho_fV \frac{dv}{dt} \quad (6)$$

بیشترین مقدار شتاب قطره در مقایسه با شتاب گرانش به اندازه ای کم است که می توان از آن صرفنظر نمود. در نهایت معادله ۶ بصورت رابطه $C_D = f(Re)$ که در آن $Re = \frac{\rho_{water}VD_{eq}}{\mu_{water}}$ است نوشته می شود:

$$C_D = \frac{8}{\pi} \left(\frac{\rho_{water}V}{\mu_{water}^2} \right) [(\rho_{water} - \rho_f)g] \frac{1}{Re^2} \quad (7)$$

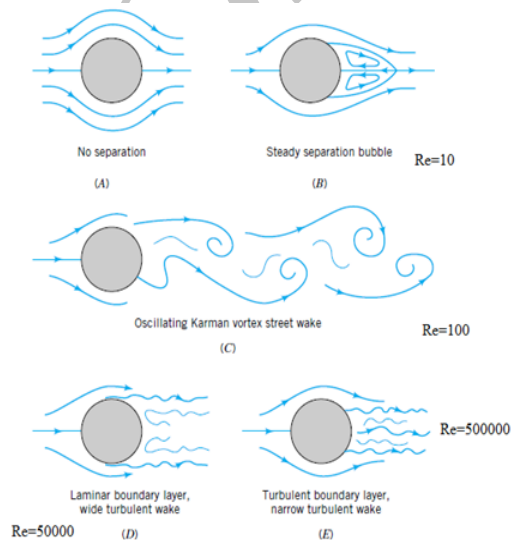
با محاسبه حجم، سرعت و قطر قطره از آزمایشات، اکنون ضرائب پسا از آزمایشات بدست می آیند. بعبارت دیگر برای محاسبه دقیق ضرائب پسا، پارامترهای فوق در هر لحظه در نظر گرفته می شود. تابعی بفرم $C_D = a.Re^b$ بروی نتایج ضریب پسای آزمایشگاهی برازش می شود. مقدار تئوری برای b برابر ۲- و برای a بستگی به خواص سیال دارد. مقایسه بین مقادیر آزمایشگاهی a و b با مقادیر تئوری آنها نشان می دهد نادیده گرفتن اثر تغییر شکلهای قطره در حین حرکت موجب خطایی کمتر از ۲۵٪ در محاسبه ضریب پسا می شود.



شکل ۷- سرعت صعود یک قطره تولوئن (الف) قطره منفرد (ب) قطره در دنباله

پسا در ادامه نشان داده خواهد شد. در شکل ۷ که سرعت قطره را نشان می دهد حرکت تند شونده و کند شونده آن بخوبی مشهود است و مشاهده می شود که قطره با سرعت تقریباً ثابتی حرکت می نماید. بنابراین قابل پیش بینی است که فاصله عمودی بین قطرات در حال حرکت در یک دنباله، در طی صعود ثابت نگه داشته شود و پدیده بهم پیوستگی حداقل در نرخ جریان مورد آزمایش حاضر (۳ قطره در ثانیه) رخ ندهد.

مقایسه شکلهای ۵- الف و ب با ۵- ج و د که مربوط به نسبت منظری قطرات نیوتنی و غیرنیوتنی است نشان می دهد که افزودن ویژگی های غیرنیوتنی به مایعات، مقاومت قطره در برابر جریانها و تنش های محیطی را افزایش داده است. به عبارت دیگر به رغم کشش سطحی تقریباً مشابه تولوئن و محلولهای پلیمری، نقش لزجت برشی بر جریانهای داخلی درون قطره قابل توجه بوده است. بنابراین در مقایسه با یک قطره نیوتنی، تغییر شکلهای قطره غیرنیوتنی که در یک دنباله حرکت می کند به قطره منفرد نزدیکتر است.



شکل ۶- الگوهای جریان پشت یک کره جامد [۱۴]

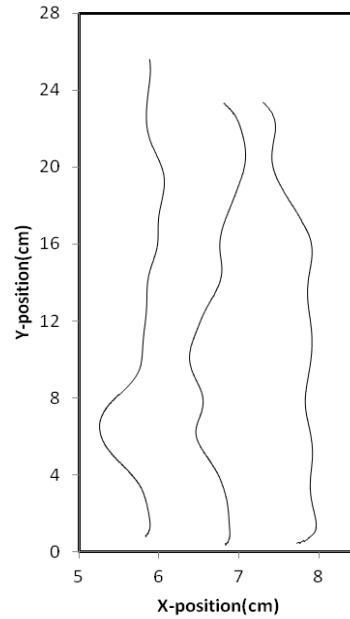
۵- ضریب پسا

همانگونه که بحث شد، حرکت و سینماتیک یک قطره توسط نیروهای اعمالی بر آن که یکی از مهمترین آنها نیروی پسا است تعیین می شود. از اینرو یافتن رابطه ای برای ضریب پسا ضروری است.

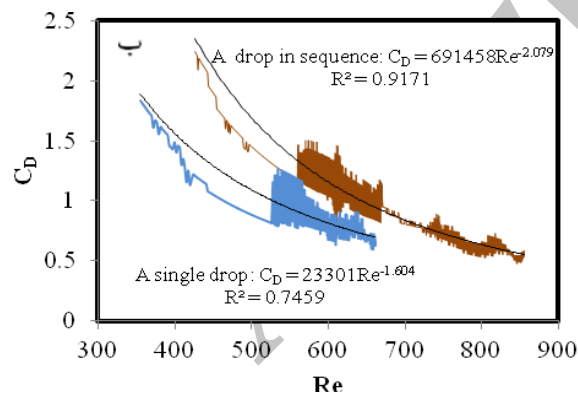
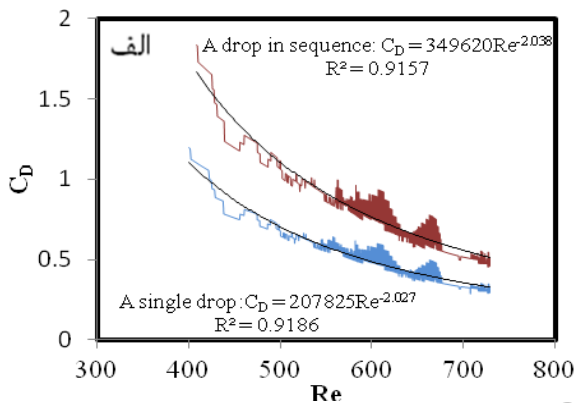
در این بخش مدلی تئوری برای یافتن ضریب پسا بصورت تابعی از عدد رینولدز و خواص سیال تعیین شده و سپس با استفاده از پردازش تصاویر مقادیر ضرائب پسای آزمایشگاهی و انحراف آنها از مدل تئوری مورد بررسی قرار گرفته است.

هدف یافتن تاثیر تغییر شکل های قطره بروی ضریب پسای آن است. در مدل پیشنهادی سطح مقطع قطره در مقابل جریان بصورت $A = \frac{\pi}{4} D_{eq}^2$ که در آن D_{eq} قطر معادل قطره است تعیین شد، بدین معنی که از تغییر شکلهای قطره در حین حرکت در

متفاوت است، زیرا وقتی یک جسم جامد در لایه مرزی جسم دیگر قرار می گیرد ضریب پسا در شرایطی کاهش و یا افزایش می یابد [۱۵]. در حالیکه ضرایب پسا قطرات به هنگام قرار گرفتن در ناحیه برخاستگی جسم دیگر افزایش می یابد. توجه به این نکته ضروری است که در آزمایشات انجام شده قطرات کاملاً آزاد بودند تا در هر جهت دلخواه حرکت نمایند. چنین آزادی حرکتی به قطرات اجازه داد تا مسیری دو بعدی را طی نموده و در حقیقت ضریب پسای آنها افزایش یابد. همانطور که المتروشی و برهان [۵] نشان دادند، قطراتی که حرکت آنها در یک مجرا محصور شده بود قادر به حرکت های جانبی آزادانه نبودند، این امر موجب شتاب گرفتن قطره ای که بدنال قطره پیشرو حرکت می کرد شده و باعث بروز پدیده بهم پیوستگی گردید.



شکل ۸- مسیر حرکت ۳ قطره متمایز تولوئن در حال صعود در دنباله



شکل ۹- ضریب پسا در برابر عدد رینولدز (الف) تولوئن (ب) PSI

۶- نتیجه گیری

در مطالعه حاضر حرکت دو نوع مختلف از قطرات مورد بررسی قرار گرفت. نوع اول مربوط به قطره ای بود که به تنهایی حرکت می کرد، یک قطره منفرد؛ و نوع دوم قطراتی که در یک دنباله حرکت می نمودند. همانطور که بحث شد، رفتار این دو نوع قطره بکلی متفاوت است. بدلیل اهمیت و کاربردهای صنعتی قطراتی که در یک دنباله حرکت می کنند نیاز به مطالعات گسترده تر در این زمینه بخوبی محسوس می باشد.

همانگونه که بحث شد قطره ای که در یک دنباله حرکت می کند بطور قابل توجهی تحت تاثیر جریانهای محیطی در ناحیه برخاستگی است، در نتیجه استفاده از مدلی تک بعدی برای بررسی حرکت آن معتبر نیست. بعلاوه همانگونه که شکل ۸ نشان می دهد خط سیر حرکت قطره نشان دهنده دو بعدی بودن حرکت آن است. بنابراین تحلیل یک بعدی مانند آنچه در معادلات ۵ تا ۷ استفاده شد در اینجا معتبر نمی باشد و نیاز به تحلیلی دو بعدی که حرکت قطره در هر دو بعد را بررسی می کند وجود دارد. از اینرو معادله ۵ به صورت زیر نوشته می شود:

$$\vec{W}_{app} - \vec{F}_D = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (۸)$$

در این معادله نیروها و سرعت قطره بصورت دو بعدی بررسی می شود. نتایج تحلیل فوق در شکل ۹ ارائه شده و بیانگر دقت بالاتر روابط مربوط به ضریب پسا می باشد. در این شکل نمودار C_D در مقابل عدد رینولدز برای یک قطره نیوتنی (تولوئن) و یک قطره غیرنیوتنی (PSI) رسم شده است. همانگونه که قبلاً اشاره شد ضریب پسای یک قطره منفرد بطور قابل توجهی از قطره ای که در یک دنباله حرکت می کند کمتر است. بعلاوه همانطور که شکل ۹ و معادله ۷ تایید می کنند، بنظر می رسد رابطه $C_D = a.Re^{-2}$ تقریب خوبی برای پیش بینی ضریب پسای قطره است. در این معادله پارامتر a به خواص سیال وابسته می باشد و مقادیر متعلق به یک قطره منفرد با قطره ای که در یک دنباله حرکت می کند متفاوت می باشد.

همانگونه که شکل ۹ بطور واضح نمایش می دهد ضرایب پسا برای یک قطره منفرد کمتر از قطره ای است که در دنباله حرکت می کند. بعنوان یک حقیقت، رفتار یک قطره از یک جسم جامد

۸- مراجع

- [1] Fakhari A, Rahimian MH (2011) Investigation of deformation and breakup of a falling droplet using a multiple-relaxation-time lattice Boltzmann method. *Comput Fluids*. 40: 156–171.
- [2] Wegener M, Kraume M, Paschedag A (2010) Terminal and transient drop rise velocity of single toluene droplets in water. *AIChE J*. 56(1): 2–10.
- [3] Kushner J, Rother MA, Davis RH (2001) Buoyancy-driven interactions of viscous drops with deforming interfaces. *J Fluid Mech*. 446: 253–269.
- [4] Brazier-Smith PR, Jennings SG, Latham J (1972) The interaction of falling water drops: coalescence. *Proc R Soc London*. 326: 393–408.
- [5] Al-Matroushi E, Borhan A (2009) Coalescence of drops and bubbles rising through a non-Newtonian fluid in a tube. *Interdisciplinary Transport Phenomena*, 1161: 225–233.
- [6] Ramaswamy S, Leal LG (1999) The deformation of a viscoelastic drop subjected to steady uniaxial extensional flow of a Newtonian fluid. *J Non-Newtonian Fluid Mech*. 85(2–3): 127–163.
- [7] Wanchoo RK, Sharma SK, Gupta R (2003) Shape of Newtonian liquid drop moving through an immiscible quiescent non-Newtonian liquid. *Chem Eng Process*. 42(5): 387–393.
- [8] Sostarecz MC, Belmonte A (2003) Motion and shape of a viscoelastic drop falling through a viscous fluid. *J Fluid Mech*. 497: 235–252.
- [9] Acharya A, Ulbrecht J (1978) Note on the influence of viscoelasticity on coalescence rate of bubble and drops. *AIChE J*. 24: 348–351.
- [10] Hetsroni G, Haber S (1978) Low Reynolds number motion of two drops submerged in an unbounded arbitrary velocity field. *Int J Multiphase Flow*. 4(1): 1–17.
- [11] Davis RH (1999) Buoyancy-driven viscous interaction of a rising drop with a smaller trailing drop. *Phys Fluids* 11: 1016–1028.
- [12] Hugli H, Gonzalez J (2000) Drop volume measurement by vision. *SPIE* 3966–11: 60–66.
- [13] Moremedi GM, Mason DP (2010) Streamlines and detached wakes in steady flow past a spherical liquid drop. *Mathematical and Computational Application*, 15(4): 543–557.
- [14] Munson BR, Young DF, Okishi TH (2009) *Fundamentals of fluid mechanics*, 6th Ed., John-Wiley.
- [15] Igarashi T, Terachi N (2002) Drag reduction of flat plate normal to airstream by flow control using a rod. *J Wind Eng Ind Aerod*. 90: 359–376.

نکات قابل توجه مطالعه حاضر عبارتند از:

۱. مسیر حرکت یک قطره تنها تقریباً یک خط راست است و استفاده از مدلی یک بعدی برای محاسبه ضریب پسای آن به نتایج قابل قبولی منجر می شود. بر خلاف آن، مسیر حرکت قطره ای که در دنباله ای از قطرات حرکت می کند حداقل دو بعدی است (با توجه به شکل ۸).
۲. تغییر شکل قطرات خواه بصورت منفرد یا در یک دنباله بصورت تناوبی است. تغییر شکل های یک قطره منفرد به سرعت میرا می شود در حالیکه قطره ای مشابه که در یک دنباله حرکت می کند تغییر شکل خود را برای زمان قابل توجهی حفظ می کند.
۳. تغییر شکلهای غیر قابل پیش بینی و بزرگ قطره ای که در یک دنباله حرکت می کند موجب کند شدن حرکت آن می شود. بعبارت دیگر چنین قطره ای در مقایسه با قطره ای منفرد ضرایب پسای بیشتری را تجربه می کند. از سوی دیگر این قطره بدلیل عدم روبرو شدن با جریان مهاجم بطور مستقیم، شروع به شتاب گرفتن می کند. برهم کنش این دو پدیده متمایز منجر به حرکت قطره با سرعتی تقریباً ثابت می شود.

۷- فهرست علائم

A	سطح مقطع قطره در برابر جریان
a	مقدار ثابت در رابطه $C_D = a.Re^b$
b	مقدار ثابت در رابطه $C_D = a.Re^b$
C_D	ضریب پسا
D_{eq}	قطر معادل قطره
D_c	قطر سوزن
g	شتاب گرانش
m	جرم قطره
θ	زاویه جدایش قطره
V	حجم قطره
v	سرعت قطره
W_{app}	وزن ظاهری قطره
μ_{water}	لزجت آب
ρ_{water}	چگالی آب
ρ_f	چگالی سیال