مکانیک سازهها و شارهها/ سال ۱۳۹۴/ دوره ۵/ شماره ۲/ صفحه ۲۱۷–۲۳۱



محله علمي بژو،شي مكانيك سازه باوشاره با



# مطالعهی عددی انتقال حرارت جابهجایی طبیعی مزدوج در محفظهی بسته متخلخل به روش

شبكهى بولتزمن

محمدرضا رضائی<sup>(\*</sup>، محمد جواد مغربی<sup>۲</sup> <sup>۱</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد ۱۳۹۴/۱۳۰۰ تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۶/۱۰ بازیخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۶/۳۰ تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۶/۱۰ بازیخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۱/۱۴

#### چکیدہ

در مقاله حاضر، به بررسی عددی انتقال حرارت جابهجایی طبیعی آرام در محفظه بسته مربعی متخلخل با دو دیواره جامد بـه روش شـبکه-ی بولتزمن می پردازیم. در این تحلیل، محیط متخلخل در مقیـاس ماکروسکوپیک مدلسـازی شـده است و از مـدل دارسی- بـرینکمن-فورشهایمر برای مدلسازی این محیط در عدد پرانتل ۱ و در محدوده اعداد دارسی <sup>۱-</sup>۱۰ تا تا <sup>۲۰</sup>، رایلی <sup>۲</sup> ۱۰ مریب تخلخل ۴/۰ تـا ۹/۰، نسبت ضخامت دیواره ۱/۰ تا ۴/۰ و نسبت ضریب نفوذ حرارتی جامد به سیال ۱ تا ۱۰۰، استفاده شده است و اثرات محیط متخلخل ۴/۰ تـا پا افزودن ضریب تخلخل در تابع توزیع تعادلی چگالی و افزودن ترم نیروهای بـدنی در معـادلات در نظـر گرفتـه مـیشـود. اثر هـر یک از پارامترهای ذکر شده بر میزان انتقال حرارت از هندسه توسط عدد ناسلت متوسط بررسی شده است. با توجه به نتایج بدست آمده، افـزایش عدد دارسی، رایلی، ضریب تخلخل و نسبت ضریب نفوذ حرارتی با توجه به تغییر رژیم غالب انتقال حرارت از هدایت بـه جابـهجـایی، سـبب افزایش ضریب انتقال حرارت و افزایش ضخامت دیواره به دلیل کاهش بخش محیط متخلخل

كلمات كليدى: انتقال حرارت جابهجايي طبيعي مزدوج؛ محفظه متخلخل؛ روش شبكهى بولتزمن؛ دارسي- برينكمن- فورش هايمر

### Numerical investigation of conjugate natural convection heat transfer in porous enclosure with lattice Boltzmann method

#### Mohammad reza Rezaie<sup>1</sup>, Mohammad javad Maghrebi<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran <sup>2</sup>Prof, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University Mashhad, Mashhad, Iran

#### Abstract

In this study, the laminar conjugate natural convection inside a porous enclosure with two solid walls is studied numerically using the lattice Boltzmann method. The Porous media is simulated at the representative elementary volume scale. The Darcy–Brinkman–Forchheimer model is used to model the porous media in the range of  $10^{-4}$ <Da< $10^{-1}$  for Darcy,  $10^3$ <Ra< $10^6$  for Rayleigh, 0.4 < < 0.9 for porosity,  $0.1 < t_r < 0.4$  for wall thickness ratio and  $1 < A_r < 100$  for thermal diffusion ratio number at pr=1. The influence of porous media is considered by introducing the porosity to the equilibrium distribution function and by adding a force term to the evolution equation. The effects of these parameters on heat transfer are investigated by an average Nusselt number. The results with respect to changes in heat transfer regime from conduction to convection show that any increase in Darcy, Rayleigh, porosity and thermal diffusion ratio number cause an increase in heat transfer coefficient. On the other hand, any increase in wall thickness ratio causing weakening of heat transfer coefficient.

**Keywords**: Conjugate natural convection heat transfer, porous enclosure, Lattice Boltzmann Method, Darcy– Brinkman–Forchheimer

<sup>\*</sup> نويسنده مسئول؛ تلفن ٩١٢۴٣٢۴٣٩٣.

آدرس پست الكترونيك: mr.rezaie@stu.um.ac.ir

118

رضائی و همکاران

#### ۱– مقدمه

در پدیده انتقال حرارت در صورتی که هر دو مکانیزم انتقال حرارت جابهجایی و هدایت وجود داشته باشد، انتقال حرارت مزدوج رخ می دهد. این نوع انتقال حرارت، دارای کاربردهای فراوانی در علوم مهندسی است که از جمله این کاربردها، می توان در علوم ژئوفیزیک، سیستمهای تهویه مطبوع، خنــککـاری قطعـات الکترونیکـی، انتقـال حـرارت در میکروسیستمهای الکتریکی مکانیکی<sup>۱</sup>، طراحی کلکتورهای خورشیدی، بازیاب حرارتی، عایقهای صنعتی، طراحی کاربردهای فوق همچون، پنجرههای دوجداره، عایقکاری در ساختمان و سردخانهها انتقال حرارت جابهجایی در محیط متخلخل صورت می گیرد که ضرورت انتقـال حـرارت مردوج (جابهجایی- رسانش) در محیط متخلخل را نشان می دهد.

شبیه سازی های عددی موجود به کمک روش های معمول در دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۲</sup>، همچون روش اختلاف محدود، حجم محدود و ... دشواری های فراوانی در اعمال شرایط مرزی در محل تقاطع بین سیال و جامد دارندکهدر مسئلهی انتقال حرارت مزدوج بیان شرایط مرزی سادهای همچون، دما و شار ثابت در مرز سیال و جامد مناسب نیست. رسانش گرمایی در جسم جامد، نقش مهمی در انتقال حرارت کلی دارد[۱]که بیان این نوع شرایط مرزی در هندسههای پیچیده، هزینهی محاسبات زیادی را در بر دارد[۲]. در سال-های اخیر، روش شبکهی بولتزمن به عنوان یکی از روشهای جایگزین در مدلسازی جریان سیال و انتقال حرارت در مسائل مختلف تبدیل شده است. این روش، بر پایه مکانیک آماری است که به جای حل معادلات غیرخطی و مرتبهی دوم ناویر - استوکس، معادلهی خطی و مرتبهی اول بولتزمن را حل می کند. این روش به دلیل وجود اغتشاشات آماری توسط مک نامارا و زانتی [۳] در سال ۱۹۸۸ جایگزین روش شبکهی گاز شده است[۴] و در سال ۱۹۸۹ توسط هیگورا و جیمـز [۵] و در سـال ۱۹۹۲ توسـط چـن و همکـارانش گسترش و توسعه پیدا کرد [۶]. از مزایای این روش، می توان

به خطی بودن معادله انتقال، محلی بودن، راحتی برنامه نویسی و اجرا در رایانههای موازی و بیان شرایط مرزی پیچیده اشاره کرد. همچنین این روش، در مدلسازی انتقال حرارت مزدوج [۷] و محیط متخلخل به طور موفقیت آمیزی به کار گرفته می شود.

مدلسازی محیط متخلخل در سه مقیاس حفره ، متوسط حجمی ؓ و دامنــه ؓ صـورت مـی گیـرد[۸] کـه روش شـبکه بولتزمن، قادر به مدلسازی در دو مقیاس حفره و متوسط حجمی میباشد. در مدلسازی در مقیاس حفره، محیط متخلخل توسط هندسه های سادهای همچون، بلوک های مربعی و استوانهای مدلسازی میشوند و روی این سطوح از شرط مرزی عدم لغزش استفاده می شود و معادلات ساده بولتزمن در تحلیل جریان و انتقال حرارت در این محیط استفاده می شوند. در مقیاس متوسط حجمی، محیط متخلخل به صورت ماکروسکوپیک مدلسازی می شود که تاکنون مدل-های بسیاری در توصیف این محیط ارائه شده است. مدل دارسی از جمله مدل های سادهای است که میتوان به آن اشاره كرد و اختلاف نتايج حاصل از اين مدل ساده در سرعتهای بالا با نتایج آزمایشگاهی زیاد است که در سال-های بعد فورشهایمر <sup>^</sup> و برینکمن <sup>\*</sup> با در نظر گیری نیروی پسای ناشی از حضور مادهی متخلخل، مدلی برای بهبود مدل دارسی ارائه نمودهاند که در نهایت، معادلهی تعمیم یافته ناویر – استوکس ( ارائه کردند [۹]. در این مقیاس، معادلات اصلی بولتزمن تصحیح می شود و اثر محیط متخلخل در جملهی نیروهای بدنی ظاهر میشود.

پژوهشهای فراوانی در مدلسازی جابه جایی طبیعی و اجباری در محیط متخلخل توسط روش شبکهی بولتزمن در مقیاس متوسط حجمی صورت گرفته است. ژائولی و ژائو [۱۰]، به بررسی انتقال حرارت جابه جایی طبیعی و ترکیبی در محیط متخلخل پرداختهاند. در پژوهشی دیگر، مدلسازی انتقال حرارت جابه جایی طبیعی در محفظهی متخلخل توسط مدل دارسی برینکمن – فورش هایمر، در اعداد دارسی، رایلی و

5-Pore

1-MEMS 2-CFD 3-FDM

4-FVM

<sup>6-</sup>REV

<sup>7-</sup>Domain 8- Forchheimer

<sup>9-</sup> Brinkman

<sup>10-</sup>Generalized Navier- Stokes

219

رضائی و همکاران

ضریب تخلخل مختلف توسط ستا و همکاران [۱۱]، صورت گرفته است و در مدلسازی دیگر توسط حقشناس و همکاران [۱۲]، به بررسی این انتقال حرارت در محفظه متخلخل باز پرداختهاند. در تحقیقی دیگر ژاو و همکاران [۱۳]، این نوع انتقال حرارت را در محفظه بستهی متخلخل در شرایط حرارتی محلی غیرتعادلی را مورد بررسی قرار داده-اند.

در زمینه انتقال حرارت مزدوج در محیط متخلخا، پژوهشهایی توسط روشهای عددی مرسوم (حجم محدود، اخــتلاف محـدود ....) صـورت گرفتـه اسـت. چانــگ و همکاران[۱۴]، اثر رسانش در دیوارههای محفظه بسته متخلخل، در رژیم غیر دارسی ( را در انتقال حرارت کلی مورد بررسی قرار دادهاند. بیتاس و همکاران [۱۵]، در سال ۲۰۰۱ توسط روش حجم محدود انتقال حرارت جابهجايي طبيعي مزدوج در محفظه متخلخل دارای دو دیواره جامد افقی با ضخامت محدود را مورد بررسی قرار دادهاند. نواف [۱۷- ۱۶] در سال ۲۰۰۷، به بررسی انتقال حرارت جابه جایی طبیعی مزدوج در محیط متخلخل فشرده شده بین دو دیواره جامد با ضخامت محدود پرداخته است و در پژوهشی دیگر توسط این محقق، اثر رسانش حرارتی در یک دیواره در انتقال حرارت کلی از محفظه مورد ارزیابی قرار گرفته است و در هر یک از این پژوهشها، جریان در محیط متخلخل در رژیم دارسی است و اثر ضخامت دیواره، نسبت ضریب رسانش و عدد رایلی در تغییر ضریب انتقال حرارت، مورد بررسی قرار گرفته شده است. چمخا و همکاران [۱۸]، این نوع انتقال حرارت را توسط روش اختلاف محدود در محفظه بسته متخلخل دارای نانوسیال با یک دیواره مثلثی گرم را به ازای پارامترهای مختلف مدلسازی کردهاند.

با توجه به پژوهشهای ذکر شده در فوق، تحقیق جامعی در مدلسازی انتقال حرارت جابهجایی مزدوج در محیط متخلخل غیردارسی توسط روش شبکه بولتزمن صورت نگرفته است. در تحقیق حاضر، سعی بر این است مدلسازی به ازای اعداد بیبعد رایلی، دارسی، ضریب تخلخل، نسبت ضرایب نفوذ دیوارههای جامد بر سیال و ضخامت دیواره مختلف، مورد بررسی قرار گیرد و اثر هر یک از پارامترهای

فوق بر میزان انتقال حرارت از هندسه توسط عدد بی بعد ناسلت<sup>۲</sup> متوسط، مورد ارزیابی قرار گیرد.

# ۲- معادلات حاکم

در مطالعه حاضر، به بررسی انتقال حرارت جابهجایی طبیعی در محفظه بسته متخلخل با ابعاد  $L \times L$  و دو دیواره عمودی جامد با ضخامت d در طرفین محفظه می پردازیم که دیواره بالا و پایین عایق و سطح چپ دیوارهی جامد چپ، در دمای  $T_h$  سطح راست دیوارهی جامد راست در دمای  $T_c$  قرار دارند که در شکل ۱، هندسهی مسئله به صورت کامل نشان داده شده است.

مطابق هندسهی مسئله، در دیواره جامد انتقال حرارت هدایت و در محفظهی متخلخل انتقال حرارت جابهجایی طبیعی داریم. در این تحلیل، سیال غیرقابل تراکم، نیوتنی و جریان پایا در نظر گرفته شده است. با توجه به پایا بودن انتقال حرارت و عدم وجود منبع حرارتی بزرگ [۱۹و ۲۰]، شرط تعادل حرارتی بین سیال و ماتریس متخلخل برقرار است. از جمله اتلافات ویسکوز در معادله انرژی، صرفنظر شده است. تمامی خواص ترموفیزیکی سیال به جز چگالی، ثابت در نظر گرفته شده است. در نهایت معادلات تعمیم یافته ناویراستوکس حاکم بر فیزیک مسئله که شامل جمله درگ ویسکوز<sup>7</sup> و جمله درگ شکل<sup>1</sup>[۲۱]، به صورت روابط (۱–۳) بیان میشود:



2-Nusselt 3-Viscous drag

4-Form drag

<sup>1-</sup> Non-Darcian Porous Media

11.

$$\nabla \cdot \vec{} =$$
 (1)

$$--+\frac{\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \nabla = -\frac{\varepsilon}{\rho} \nabla + \upsilon \nabla + (\gamma)$$
(7)

$$\frac{\partial}{\partial} + \left( \overline{\phantom{a}} \cdot \nabla \right) = \alpha \nabla \tag{(7)}$$

بردار سرعت، فشار، دما سیال در محیط متخلخل است، z ضریب تخلخل محیط متخلخل است که به صورت نسبت حجم اشغال شده سیال در محیط متخلخل به کل حجم کنترل، تعریف میشود، v ویسکوزیته موثر در محیط متخلخل است که در این پژوهش، برابر ویسکوزیته سیال vاست،  $\alpha$  ضریب نفوذ گرمایی متوسط در محیط متخلخل است که در مطالعه حاضر همچنین این ضریب برابر ضریب نفوذ سیال  $\alpha$  است. در دیواره جامد به دلیل اینکه مکانیزم انتقال حرارت به صورت رسانش است، معادله انرژی به صورت رابطه (۴) بیان میشود:

$$\nabla$$
 = (f)

توزیع دما در دیواره است. در معادله ۲ ترم نیروهای بدنی وارد بر سیال است که اثرات حضور ماده متخلخل و سایر نیروهای بدنی را نمایش میدهد و به صورت رابطه (۵) تعریف میشود[۱۰]:

$$\vec{\varepsilon} = -\frac{\varepsilon \upsilon}{\sqrt{\varepsilon}} - \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon}} \left| \vec{\varepsilon} \right|^{-1} + \varepsilon^{-1}$$
 ( $\delta$ )

و  $F_{x}$  تابع هندستی و  $\overline{u} = \sqrt{u_{x} + u_{y}}$  و  $\overline{K}$  نفوذپذیری ماده متخلخل است و به عنوان یک خاصیت ثابت ماده تعریف می-شود و تابعی از اندازه و نوع مادهی متخلخل است[۲۲].

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{-\varepsilon}}$$
(9)

$$=\frac{\varepsilon}{\left( -\varepsilon \right)}$$
(Y)

در رابطهی ۵، جملهی اول اثرات نیروی ویسکوز و جملهی دوم، اثر نیروی درگ فشاری(درگ شکل) را بر سیال مشخص میکند و جمله آنشان دهنده نیروی شناوری حاصل از اختلاف دمای بین دو دیوارهی سرد و گرم است که با توجه

$$\frac{\beta - }{\upsilon \alpha} \tag{9}$$

$$\frac{b}{a}$$
 (11)

$$Da = KL^2$$
(17)

در تمام تحلیلهای انجام شده عدد پرنتل ۱ در نظر گرفته شده است؛ مگر در مواردی که خلاف آن ذکر شده باشد. Da عدد دارسی است، یک متغیر بدون بعد است که توانایی سیال برای عبور از محیط متخلخل را مشخص میکند و طول مشخصهی هندسه است.

پارامترهای بیبعد دیگر در مطالعه حاضر:

$$=\frac{\alpha}{\alpha} \tag{1Y}$$

(1)

با توجه به اینکه سطوح افقی محفظه(دیوارهی بالایی و پایینی) عایق است، میزان انتقال حرارت عبوری از هر مقطعی بین این دو دیواره یکسان است. پارامتر فیزیکی دیگری که نمایانگر میزان انتقال حرارت عبوری از هندسه است، عدد ناسلت متوسط میباشد و با توجه به اینکه انتقال حرارت در

1- Boussinesq

## مکانیک سازهها و شارهها/ سال ۱۳۹۴/ دوره ۵/ شماره ۲

# رضائی و همکاران ۲۲۱

$$= - - - \int_{a} \int_{a} \frac{1}{\alpha} - \frac{\partial}{\partial} - (19)$$

که معرف مولفه افقی بردار سرعت است و T دما و  $\alpha$  در جامد و محیط متخلخل به ترتیب، برابر  $\alpha$  و  $\alpha$  است. لازم به ذکر است که میانگین گیری از عدد ناسلت در کل محفظه، سبب افزایش دقت در نتایج عددی می شود.

#### ۲-۱- شرایط مرزی:

با توجه به هندسه مذکور، برای حل معادلات ۱ تا ۵ نیازمند شرایط مرزی مناسب هستیم. مولفههای افقی و عمودی سرعت در دیوارهها برابر صفر است و همچنین شرایط مرزی دمایی به صورت روابط (۲۱–۲۷) تعریف می شود:

- = = ((1.1)
- = = (٢١)

$$= \frac{1}{6} = \frac{$$

$$(\raftarrow) = \frac{1}{6} = \frac{1}{6} = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$-\frac{\partial}{\partial} = -\frac{\partial}{\partial} = -\frac{\partial}{\partial} = -\frac{\partial}{\partial}$$
 (Y9)

$$-\frac{\partial}{\partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial \theta}$$
(YY)

چهار شرط مرزی انتهایی، پیوستگی دما و شار حرارتی در فصل مشترک سیال و جامد را نشان میدهد و بیان این نوع شرط مرزی در روش های معمول دینامیک سیالات از دشواری های خاصی بر خوردار است.

# ۳- روش شبکهی بولتزمن

در این مطالعه، از روش شبکهی بولتزمن حرارتی جهت حل میدان سرعت و دما استفاده شده است که فرم گسسته شده-ی این معادله برای توابع توزیع چگالی و انرژی به ترتیب به صورت روابط (۲۸–۲۹) بیان می شوند[۸]:

$$\frac{\overline{\delta}}{\tau} = \frac{\overline{\delta}}{\tau} \begin{bmatrix} \overline{\delta} & \overline{\delta} & \overline{\delta} \\ \overline{\delta} & \overline{\delta} & \overline{\delta} \end{bmatrix} + \overline{\delta} \begin{bmatrix} \overline{\delta} & \overline{\delta} & \overline{\delta} \\ \overline{\delta} & \overline{\delta} & \overline{\delta} \end{bmatrix} + \overline{\delta} \begin{bmatrix} \overline{\delta} & \overline{\delta} & \overline{\delta} \\ \overline{\delta} & \overline{\delta} & \overline{\delta} \end{bmatrix}$$
(17A)

از رابطهی (۲۸) و (۲۹) توسط بسط چاپمن- انسکوگ<sup>۱</sup> به معادلات ناویراستوکس و انرژی میرسیم. با توجه به مدل برای شبکهی بولتزمن، زیرنویس k از ۰ تا ۸ و *τ* نرخ

رهایی تا حالت تعادل است و و تابع توزیع تعادلی رهایی تا حالت تعادل است و و تابع توزیع تعادلی برای توزیع چگالی و انرژی را نشان میدهد و سرعتهای گسسته در دستگاه مختصات کارتزین در این مدل = e  $\theta \quad \theta$   $= \lambda \quad \theta \quad \theta$   $= \lambda \quad e \quad - e$   $\lambda = - \int$   $\sqrt{-2} \quad \lambda \quad e$   $\pi \quad - e$  $\pi \quad - e$ 

$$= \begin{cases} - & = & \\ - & = & \sim & | & ("\cdot) \\ - & = & \sim & \end{cases}$$

جهت محاسبه عدد ماخ (Ma) در مقیاس شبکهی بولتزمن از رابطهی (۳۱) استفاده می شود [۱۱].

$$Ma = \sqrt{\frac{3Rav^2}{M^2 Pr}}$$
(٣١)

که M تعداد گره در شبکهی بولتزمن است. عدد ماخ مورد استفاده در این تحلیل، به گونهای است که خطای ناشی از بسط چاپمن-انسکوگ کمتر از ۱٪ باشد[۲۵]، به این ترتیب در کلیه تحلیلها عدد ماخ ۱/۱ در نظر گرفته میشود که با این فرض، شرط تراکم ناپذیری سیال برقرار است. زمانهای رهایی به صورت  $v + = \tau$  و  $\alpha + \tau = \tau$  تعریف میشوند و در این تحلیل، با توجه به ثابت بودن عدد ماخ و

<sup>1-</sup> Chapman-Enskog

استفاده از شبکههای مختلف در اعداد رایلی مختلف، ضرایب آسایش بین ۵/۸۴ تا ۱/۰۵ در نظر گرفته شده است. عبارت  $\overline{F_k}$  در رابطـهی (۲۸)، تغییـر مـومنتم ناشـی از نیروهـای خارجی را علاوه بر تغییـر مـومنتم ناشـی از برخـورد ذرات را نشان میدهد. جمله  $\overline{F_k}$  در رابطهی (۲۸)، نیروی بدنی کـل وارد بر سیال است که شامل، نفوذ ویسکوزیته و اینرسی ناشی از حضور محیط متخلخل و نیروی شناوری است و به صـورت رابطه (۳۲) تعریف میشود[۱۰]:

$$\vec{\tau} = \rho \left( -\frac{\tau}{\tau} \right) \left\{ \frac{\vec{\tau}}{\vec{\tau}} + \frac{\left[ -\frac{\tau}{\tau} + \frac{\tau}{\tau} - \frac{\tau}{\tau} \right]}{\varepsilon} - \frac{\tau}{\varepsilon} \right\}_{\varepsilon}$$
(YY)

بردار سرعت،  $\frac{\delta x}{\delta t}$  بردار سرعت در شبکه بولتزمن است و با توجه به خطای تراکم پذیری، انتخاب صحیح گام مکانی و زمانی بسیار حائز اهمیت است، به طوری که رابطه  $\delta x = \delta t$  برقرار باشد. به همین منظور، برای راحتی  $\delta x = \delta t$ قرار می دهیم و سرعت در شبکه برابر یک می شود. ' بردار نیروی ناشی از حضور محیط متخلخل(رابطه (۵)) و سایر میادین نیروهای خارجی همچون، نیروی شناوری است که در قسمت قبل توسط رابطهی (۸) تعریف شد.

تابع توزیع تعادلی چگالی() برای مدل به صورت رابطه (۳۳) تعریف می شود [۸]:

$$= \rho \left[ + - \frac{\overline{\phantom{\alpha}} \cdot \cdot \cdot \cdot}{\cdot} + - \frac{\overline{\phantom{\alpha}} \cdot \cdot \cdot \cdot}{\cdot} + - \frac{\overline{\phantom{\alpha}} \cdot \cdot \cdot \cdot}{\cdot} + \frac{\overline{\phantom{\alpha}} \cdot \cdot}{\cdot}$$

تابع توزیع تعادلی انرژی برای انتقال حرارت جابه-جایی در هر گره به صورت رابطه (۳۴) تعریف می شود[۸]:

و همچنین تابع توزیع تعادلی در رسانش گرمایی در هر گره به صورت رابطه (۳۵) است [۲۶]: (۳۵)

۴- الگوريتم حل

(۳۶) دو دستگاه معادله غیرخطی در و را نشان میده. این رابطه غیرخطی را میتوان با تعریف سرعت کمکی برطرف کرد که به صورت رابطه (۳۷) تعریف می شود[۱۰]:

$$= \frac{1}{1 + \sqrt{1 + 1}}$$
(٣٧)

، = + $\varepsilon\delta$  v (۳۷) در رابط ، = + $\varepsilon\delta$  v (۳۷) در رابطه ( $\delta tF_{\varepsilon}/\sqrt{K}$  عريف می- c = .  $\varepsilon\delta tF_{\varepsilon}/\sqrt{K}$  شود:

$$\vec{e} = \frac{-}{\rho} \sum_{n=1}^{\infty} + \frac{\varepsilon \delta_{-n}}{\omega}$$
(٣٨)

در دیواره ها به منظور ارضاء شرط عدم لغزش، از شرط مرزی بازگشتی<sup>(</sup>[۲۶] استفاده شده است که به عنوان مثال، برای دیواره سمت راست = ، = و = است و به همین ترتیب، برای سایر دیواره ها با شرط عدم لغزش توابع توزیع مجهول محاسبه می شود. در دیواره دما ثابت با دمای

و شـرط مـرزی، بازگشـت بـه عقـب توابـع توزیـع غیر تعـادلی برقـرار اسـت [۲۶]. در دیـوارههـای عـایق تـابع توزیع() در کلیه جهات(با توجـه بـه مـدل)، برابـر تابع توزیع در گره مجاور می شود.

در حد فاصل بین دیوارههای جامد و محیط متخلخل با توجه به اختلاف در تابع توزیع تعادلی[۱]، بـه طـور همزمـان شرط پیوستگی دما و شار حرارتی، به صورت خودکار اعمـال میشود که از مهمترین ویژگیهای روش شـبکهی بـولتزمن، در مدلسازی انتقال حرارت مزدوج است.

<sup>1-</sup> Bounce Back

رویه حل در این روش به صورت زیر است: م*قداردهی اولیه*: در ابتدا مقادیر چگالی و سرعتها و دما مقداردهی اولیه میشوند، سپس توابع توزیع تعادلی و با توجه به ناحیه(جامد یا سیال)، توسط روابط (۳۳) تا

(۳۵) تعیین میشوند که از این مقادیر، برای مقداردهی اولیه توابع توزیع و g استفاده میشود.

برخورد: در این مرحله برخورد برای توابع توزیع چگالی و دما مطابق روابط (۳۹–۴۰) صورت می گیرد و توابع توزیع اصلاح می شوند.

$$\overrightarrow{\tau} + \overrightarrow{\sigma} = \overrightarrow{\tau} - \overrightarrow{\tau} - (\ensuremath{\left( \ensuremath{\left( \ensuremat}\ensuremath{\left( \ensuremath{\left( \ensuremath{\left( \ensuremat}\en} \ensuremath{\left( \ensuremath{\left( \ensuremath{\left( \ensurem$$

$$\frac{-}{+\vec{\sigma}} = -\frac{-}{\tau} - (\mathbf{f} \cdot)$$

برخورد در توابع توزیع چگالی در محدوده بین دو دیواره و در مکانی رخ میدهد که سیال وجود دارد و برخورد در توابع توزیع دما در کلیه دامنه اتفاق میافتد.

جاری شدن: در این مرحله، توابع توزیع با توجه به جهات بردار سرعت در شبکهی بولتزمن، مطابق روابط (۴۱) و (۴۲) به گرههای مجاور جاری میشود.

$$\overrightarrow{\phantom{0}} \overrightarrow{\phantom{0}} \overrightarrow{\phantom{$$

محاسبه مقادیر ماکروسکوپیک: در این مرحله پارامترهای ماکروسکوپیک همچون، سرعت، دما، چگالی و فشار با توجه به توابع توزیع محاسبه میشوند.

بررسی شرط همگرایی: در این مرحله، شرط همگرایی بررسی می شود و در صورت برقراری دقت حل مورد نظر، حل متوقف می شود که این شرط همگرایی به صورت زیر تعریف می شود.  $\sum \frac{| - \varphi |^{+} - \varphi |}{| - 2}$ 

پارامتر ¢، معرف هـر یـک از مقـادیر سـرعت و دمـا اسـت و بالانویس n، شمارندهی تکرارها را نمایش میدهد.

# ۵- ارزیابی صحت نتایج

جهت ارزیابی صحت نتایج حاصل شده از برنامه کامپیوتری نوشته شده به زبان سی، نتایج حاصله با نتایج موجود در

مطالعات گذشته در حالت حدی مقایسه می شود. در ابت دا با صرف نظر از محیط متخلخل و دیواره ی جامد، انتقال حرارت جابه جایی طبیعی درون محفظه را مورد بررسی قرار می-دهیم، سپس با صرف نظر از دیواره ی جامد انتقال حرارت، جابه جایی طبیعی درون محفظه ی متخلخل را بررسی می-کنیم و در نهایت، صحت نتایج بدست آمده در حالت محفظه غیر متخلخل با دیواره ایی جامد را مورد بررسی قرار می دهیم.

۵-۱- جابهجایی طبیعی در محفظهی غیرمتخلخل

در این حالت، هندسه ی مذکور محفظه ای است، غیر متخلخل و انتقال حرارت جابه جایی طبیعی در هندسه در حضور اختلاف دما بین دو دیواره انجام می شود که جهت رسیدن به معادله ناویر – استوکس در غیاب محیط متخلخل، عدد دارسی به اندازه ی کافی بزرگ (۱۰<sup>۷</sup>) در نظر گرفته می شود و همچنین ضریب تخلخل به عدد یک میل می کند. در این زمینه، مطالعات زیادی توسط محققان انجام شده است و در ادامه فقط به مقایسه با مرجع [۲۵] بسنده می کنیم. مقایسه به ازای اعداد رایلی <sup>۳</sup> ۱۰ تا <sup>۱۰</sup> و در عدد پرنتل ۱ انجام شده است و اعداد ناسلت متوسط و خطای نتایج حاصله با نتایج موجود، به صورت جدول ۱ گزارش شده است.

### جدول ۱ – مقایسه عدد ناسلت متوسط در محفظهی غیر متخلخل در ۱= ما مرجع [۲۵]

-							
	۱۰۵	۱۰۴	١٠٣		Ra		
	۱۲۸×۱۲۸	177×127	84×84		اندازه شبكه		
	۴/۵۷۹	۲/۲۴۳	1/118	مرجع[٢۵]	_		
	4/222	۲/۲۴۶	1/118	مطالعه حاضر			
	•/184	•/184	٠/٩٠		خطا(./)		

## ۵-۲- جابه جایی طبیعی در محفظهی متخلخل

در این حالت، محفظه با مادهی متخلخل همگن پر شده است و انتقال حرارت جابهجایی طبیعی در حضور ماده متخلخل انجام میشود. این بررسی به ازای ضریب تخلخل ۴/۰، ۶/۰ و ۹/۰ و اعداد دارسی <sup>۲-</sup>۱۰ و <sup>۴-</sup>۱۰ و اعداد رایلی اصلاح شده ۱۰<sup>۲</sup> او <sup>۲</sup> ۱۰ انجام شده است و برای اعداد رایلی اصلاح

١.٣			۱.۲		۱.		Ra <sub>m</sub>			
•/٩	• /۶	٠/۴	•/٩	• /۶	•/۴	٠/٩	•/۶	•/۴	З	Da
/८٩٠	٣/۴1۶	۲/۹۷۵	١/۶٢٨	1/489	١/٣۵٩	١/• ١٧	١/• ١٢	١/••٨	مطالعه حلضر	
/9 /788	-	-	1/871 •/477	-	-	1/•17 •/494	_	-	مرجع[۲۵] خطا(٪)	۰-۲
/٩١٠	۳/۵۵۵	۲/۹۸۳	1/84	١/۵٣٠	۱/۴۰۸	۱/• ۳۳	۱/۰۱۵	۱/• ۱	مرجع[٢٧]	
1017	۳/۹۱۰	•/٢۶٨	• /٧٣٢	४/४४९	٣/۴٨٠	۰/۵۸۶	•/۲٩۶	٠/١٩٨	خطا(./)	
/•٨١	٨/٢٩۶	٧/۶۵۷	۲/۷۲۶	۲/۶۵۹	۲/۵۶۳	١/•۶٨	1/•۶۳	1/•81	مطالعه حلضر	
/WIV	٨/۵٧۶	٧/٧٨٣	۲/۸۱۲	۲/۷۲۵	2/814	۱/•۶۵	1/•98	۱/•۶۰	مرجع[٢۵]	
/۵۳۳	37/280	1/819	۳/۰۵۸	2/422	١/٩۵١	•/۲٨	•	•/•٩	خطا(./)	۱۰-
/	۸/۱۸۳	۷/۸۱۰	۲/۷۴۰	۲/۷۲۵	۲/۵۵۰	١/• ٧٢	١/•٧١	۱/•۶Y	مرجع[٢٧]	
/۳۱۵	١ /٣٨ ١	١/٩۶٠	۰/۵۱۱	2/422	• / ۵ N •	• /٣٧٣	•/٧۴٧	•/۵۶۲	خطا(./)	

r....1 r...1

شده ذکر شده به ترتیب، از شبکههای ۱۲۸×۱۲۸، ۱۹۲×۱۹۲ و ۲۵۶×۲۵۶ استفاده شده است. با توجه به این که عدد ناسلت متوسط به عنوان پارامتری بدون بعد برای نمایش میزان انتقال حرارت است، در جدول ۲ اعداد ناسلت متوسط و همچنین میزان خطای حل حاضر، متناظر با هر یک از مراجع و به ازای پارامترهای مختلف را شاهد هستیم. با توجه به میزان بیشینه خطای ۳/۳٪ گزارش شده در جدول ۲، نتایج حاصل شده از دقت قابل قبولی برخوردارند و نشان دهنده دقت بالای روش شبکهی بولتزمن در مدلسازی جریان در محیط متخلخل در رژیم غیردارسی است.

# ۵–۳– جابهجایی طبیعی مزدوج در محفظهی غیر متخلخل با ديواره جامد

در انتها، جهت بررسی صحت نتایج بدست آمده از روش شبکهی بولتزمن در انتقال حرارت مزدوج، نتایج حاصل شده از برنامه کامپیوتری را با نتایج مرجع [۲۸] مقایسه می کنیم. در این مطالعه عددی (مرجع [۲۸]) هندسه مورد نظر به کار برده شده، محفظهای بسته مربعی است که یک دیواره جامد با ضخامت غیر صفر در سمت راست هندسه قـرار دارد و در این دیواره، انتقال حرارت رسانش و در محفظه انتقال حرارت جابهجایی طبیعی رخ میدهد. همانند قسمت ۵-۲ برای

رسیدن به معادله ناویر – استوکس، عدد دارسی به اندازهی کافی بزرگ(۱۰<sup>۷</sup>) در نظر گرفته می شود و ضریب تخلخل به عدد یک میل می کند. در این مقایسه، توزیع دمای حد فاصل دیواره جامد و سیال به عنوان پارامتر مقایسهای در نظر گرفته شـده اسـت. ایـن مقایسـه در عـدد رایلـی <sup>۴</sup> ۱۰×۷، نسـبت نفوذهای ۱ و ۵، نسبت ضخامت ( $t_r$ ) ۲/۲ و در عدد پرنتل ۷/ صورت گرفته و نتایج حاصله را در شکل ۲ شاهد هستیم که نشان دهنده انطباق خوبی بین نتایج بدست آمده از روش شبکهی بولتزمن و روش حجم محدود است.

## 8- نتائج

در این قسمت، به بررسی نتایج به ازای پارامترهای مختلفی همچون عدد رایلی، دارسی، ضریب تخلخل، نسبت ضریب نفوذ جامد به سيال و نسبت ضخامت ديواره به ابعاد محفظه، در انتقال حرارت کلی از محفظه می پردازیم. برای نمایش میزان انتقال حرارت از محفظه از عدد ناسلت متوسط استفاده میکنیم که توسط رابطه (۱۹) تعریف می شود. در عدد پرنتل ۱، اعداد رایلی در محدودهی ۱۰<sup>۳</sup> تا ۱۰<sup>۴</sup>، اعداد دارسی بین ۱۰ تا <sup>۱۰</sup>-۱۰، ضریب تخلخل بین ۴/۴ تـا ۱/۹، نسبت ضریب نفوذپذیری حرارتی دیواره جامد به سیال بین ۱ تا ۱۰۰ و نسبت ضخامت بین ۰/۱ تا ۰/۴ تغییر می کنند.



شکل ۲ توزیع دما در X=1

در حل حاضر، جهت استقلال حل از شبکه از عدد ناسلت متوسط در عدد دارسی <sup>۴</sup>-۱۰، ضریب تخلخل ۱۶/۰، نسبت ضریب نفوذ ۱۰ و نسبت ضخامت دیواره ۲/۰ استفاده کردهایم و مشهود است در عدد رایلی <sup>۳</sup> ۱۰ به ازای افزایش اندازه شبکه از ۱۰۰×۱۰۰ به بعد، نتایج تغییر قابل ملاحظهای نمی کنند و به همین ترتیب، برای اعداد رایلی <sup>۴</sup> ۱۰، <sup>۵</sup> ۱ و <sup>۹</sup> ۱۰ به ترتیب، از شبکههای ۱۵۰×۱۵۰، ۲۰۰×۲۰۰ و ۲۵۰×۲۵۰ استفاده شده است. در ادامه و در هر قسمت اثر هر یک از پارامترهای ذکر شده را در میزان انتقـال حـرارت متوسط از هندسه را مورد بررسی قرار میدهیم.

،  $A_{\rm r}$  = ۱۰ عدد ناسلت متوسط در محفظهی به ازای -۳ جدول

E =	•/9	و	t <sub>r</sub>	=•/1
-----	-----	---	----------------	------

۱۴	۱۲	١١	Ra
۱/۰۰۵	١/••٧	۱/• ۱۲	١.٣
۱/۰۰۵	1/184	١/٢٣٠	١.۴
۱/۰۳۰	۲/•9۴	2/266	۱.۵
١/٨١٩	٣/۶١٨	٣/٧۴.	۱۰۶

متخلخل، رژیم جریان را مشخص میکند. در رایلیهای تصحیح شدہ کوچک (Ra = ۱۰)، به دلیل کوچک بودن سرعتها در محیط متخلخل، مهمترین نیرو در برابر حرکت سیال، نیروی درگ ویسکوز ناشی از ماتریس متخلخل است و انتقال حرارت غالب از نوع رسانش است و با افزایش این عدد از این مقدار، سرعتها در محیط افزایش یافته، اثر نیروی درگ شکل نیز در جریان سیال اثر گذار می شود؛ به طوری که هر دو مکانیزم، انتقال حرارت رسانش و جابه جایی هم مرتبه می شوند. در اعداد رایلی تصحیح شده بزرگتر از ۱۰<sup>۴</sup> به بعد، اثر درگ شکل ناشی از حضور محیط متخلخل در جریان سیال چشمگیر می شود و انتقال حرارت جابه جایی غالب می-شود. در جدول ۳ تغییرات عدد ناسلت متوسط در اعداد دارسی مختلف و ضریب تخلخل ۶/۶ و در نسبت ضریب نفوذ حرارتی ( $A_{1}$ ) ۱۰ و نسبت ضخامت ( $t_{1}$ ) ۲/۲ را شاهد هستیم. همانطور مشاهده می شود، در یک عدد دارسی مشخص به ازای رایلیهای اصلاح شدهی ۱۰<sup>۲</sup> و کوچکتر انتقال حرارت غالب رسانش است. در این رژیم(<sup>۲</sup> ۹۰ ≤ Ra<sub>m</sub>)، نیروی شناوری قدرت کافی جهت غلبه بر اینرسی حرارتی سیال و درگ ویسکوز ناشی از حضور محیط را ندارد و همچنین در این رژیم، درگ ویسکوز بر درگ شکل غلبه میکند. با افزایش عدد رایلی تصحیح شده، نیروی شناوری قدرت بیشتری پیدا میکند و در نهایت، اثر انتقال حرارت جابهجایی افزایش می یابد و همانطور که ذکر شد، از عدد رایلی تصحیح شده ۲۰۴ انتقال حرارت جابهجایی غالب است و سبب افزایش عدد ناسلت متوسط میشود و همچنین در یک رایلی مشخص با کاهش عدد دارسی به دلیل کاهش سرعتها در محیط متخلخل و در پی آن کاهش نفوذپذیری سیال در محيط متخلخل، عدد ناسلت كاهش مىيابد. در شکلهای ۳ تا ۶، توزیع دما در هندسه در رایلیهای

عدد رایلی تصحیح شده ( Ra<sub>m</sub>)، پارامتری بدون بعد است که در جریانهای با نیروی محرکهشناوری در محیط

در شکلهای ۲۱ ۲٬ توزیع دما در هندسه در رایلیهای مختلف قابل مشاهده است. با افزایش عدد رایلی تصحیح شده، شاهد کوچکتر شدن لایه مرزی حرارتی هستیم و همانطور که از این اشکال مشهود است، خطوط همتراز دما بین دو دیواره در عدد رایلی تصحیح شده ۱۰ در حالت عمودی میباشند که نشان دهنده مکانیزم غالب رسانش است و با افزایش این عدد تا ۲۰۴، به حالت افقی تبدیل میشود که



،  $A_r$  =۱۰ ، Da = 1۰<sup>-۲</sup> ، Ra = 1۰<sup>۴</sup> دما در Ra = 1۰<sup>\*</sup> , Ca = 1۰<sup>-۲</sup> , Ra = 1۰<sup>\*</sup>  $\mathcal{E}_r$  = 1.  $\mathcal{E}_r$  = 1.  $\mathcal{E}_r$ 

انتقال حرارت غالب جابهجایی را نمایش می دهد. شکل ۷، تغییرات دما در میانه محفظه (۲/۵=۲) در اعداد دارسی مختلف را نشان می دهد که با توجه به این نمودار، با کاهش عدد دارسی تغییرات دما در میانه محفظه از حالت غیرخطی به حالت خطی تبدیل می شود که بدین معنی است که رژیم انتقال حرارت در اعداد دارسی پایین به صورت رسانش است. از دیگر پارامترهای موثر در انتقال حرارت از محیط متخلخل، ضریب تخلخل مادهی متخلخل است. با افزایش این ضریب، میزان تخلخل در محیط کاهش می یابد و در مقابل حرکت سیال، مقاومت کمتری وجود دارد و این کاهش مقاومت به



،  $A_r$  = ۱۰ ، Da = 1۰<sup>-۲</sup> ، Ra = ۱۰<sup>°</sup> دما در  $A_r$  = ۱۰ ، Da = 1۰<sup>-۲</sup> ، Ra = 1۰<sup>°</sup>  $t_r$  = 10 ،  $t_r$  = 10 ,  $t_r$  = 10 ,  $t_r$ 

معنی کاهش در درگ ویسکوز و درگ شکل در محیط متخلخل است که با این وجود سیال، سرعتهای بالاتری را تجربه میکند و سبب افزایش خواص جابهجایی در محیط متخلخل میشود و افزایش نرخ انتقال حرارت را ناشی می-شود. در شکل ۸، اثر ضریب تخلخل در تغییرات دما در میانه محفظه(۲۰/۵) در یک عدد رایلی و دارسی مشخص رسم شده است و همچنین اثر این پارامتر در میزان انتقال حرارت از محفظه در جدول ۴ آورده شده است و مشاهده میشود که در یک رایلی مشخص با افزایش ضریب تخلخل، عدد ناسلت متوسط در محفظه افزایش مییابد و همچنین تغییرات خطوط جریان به ازای تغییر این پارامتر در یک عدد رایلی و



دمای بین دو دیواره قسمت متخلخل کوچکتر میشود و با توجه به تعریف عـدد رایلی (رابطـهی ۹)، نیـروی شـناوری کاهش مییابد و با کاهش نیروی شناوری، خواص جابهجـایی با در انتقال حرارت در محیط متخلخل کاهش پیدا میکند.

همچنین با توجه به شکلهای ۱۳ تا ۱۵، خطوط همتراز دما با افزایش ضخامت دیواره به صورت خطوط عمودی تبدیل میشوند که این رفتار، به این معنی است که رژیم جریان با





شکل ۱۳ - خطوط هم تراز دما در <sup>۵</sup>-۱۳ ، Ra =۱۰ ، Da =۱۰ ، ۲ t <sub>r</sub> =۰/۱ و ۲ (۰۹ - ۲



شکل ۱۴- خطوط هم تراز دما در Ra =۱۰<sup>°</sup> ، Ra =۱۰<sup>°</sup> ، Da = ۱۰<sup>-۲</sup>



=۱۰ ، Da = ۱۰<sup>-۲</sup> ، Ra = ۱۰<sup>۵</sup> و ۲۰<sup>۵</sup> ، Ra = ۱۰<sup>-۲</sup> ، Da = ۱۰<sup>-۲</sup> ، Ra = ۱۰<sup>۵</sup> و ۲<sub>r</sub> = ۰/۴ ، A<sub>r</sub>

،  $A_{\rm r}$  = ۱۰ مدد ناسلت متوسط در محفظهی به ازای -4 جدول -4 مدد ناسلت متوسط در محفظهی به ازای  $Da = 10^{-7} t_{\rm r} = -1/7$ 

	5		
٠/٩	• /۶	•/۴	Ка
١/• • ٨	١/••٧	۱/۰۰۶	۱."
۱/۲۰۳	1/184	۱/• ۸۶	١.۴
۲/۳۰۸	۲/•9۴	١/٨٨٨	۱۰۵
۴/۰۰۰	٣/۶١٨	٣/٢٧.	۱۰۶



شکل ۱۲- تغییرات دما در حدفاصل دیوار و محیط متخلخل شکل ۱۲- تغییرات دما در حدفاصل دیوار و محیط متخلخل در  $\mathcal{E}=*/8$  ،  $A_{\rm r}=$  ۱۰ ، Da= ۱۰<sup>-۲</sup> ، Ra= ۱۰<sup>۵</sup> در

افزایش ضخامت دیواره به صورت رسانش میشود و لایه مرزی حرارتی، بزرگتر میشود. در جدول ۵ اثر تغییر ضخامت دیواره در میزان انتقال حرارت از محفظه در یک عدد رایلی و سایر پارامترهای مشخص دیگر بررسی شده است. همانطور که انتظار میرفت، در یک رایلی مشخص با افزایش ضخامت دیواره عدد ناسلت متوسط کاهش مییابد و به نزدیکی ۱ میرسد.

پارامتر مهم دیگری که در این مسئله مورد اهمیت است، نسبت ضریب نفوذ حرارتی دیوارهی جامد به محیط متخلخل

#### مکانیک سازهها و شارهها/ سال ۱۳۹۴/ دوره ۵/ شماره ۲

# رضائی و همکاران ۲۲۹

د ناسلت متوسط در محفظهی به ازای۱۰ <sub>- r</sub> ۵ و ۲ <sup>-۲</sup> و Da =۱۰ <sup>-۲</sup> و				
	t <sub>r</sub>		_	
•/۴	• /٢	•/\	Ra	
۱/۰۰۴	۱/••Y	١/• ١٢	١٠'	
۱/۰۰۳	1/184	١/٣٢٨	١٠'	
1/•14	۲/• 9۴	۲/۷۵۶	١٠	
١/٢٨٣	٣/۶١٨	۵/۲۱۵	۱۰'	

( <sup>A</sup>) است. با تغییر این پارامتر، توزیع دما در محفظه(مطابق شکلهای ۱۶ تا ۱۸) به طور چشمگیری تغییر می کند و عدد ناسلت متوسط با افزایش این پارامتر در یک عدد رایلی و دارسی مشخص مطابق جدول ۶ افزایش می یابد و این افزایش را می توان این گونه تعبیر کرد که با افزایش این ضریب، هدایت حرارتی در قسمت دیواره جامد افزایش می-یابد و مقاومت کلی محفظه در انتقال کاهش پیدا می کند و این افزایش، سبب افزایش ناسلت متوسط در محفظه می شود. در رایلی اصلاح شده <sup>۴</sup> ۱۰ افزایش نسبت ضریب نفوذ، سبب رشد چشمگیری در انتقال حرارت نسبت رایلیهای کوچکتر می شود.

جدول  $\beta$  عدد ناسلت متوسط در محفظهی به ازای 7/-=Da =  $1-^{-7}$  و  $\varepsilon = -+/\beta$  ,  $t_{-}$ 

	•		r
	$A_{\rm r}$		
1	۱.	١	Ra
١/••٨	١/••٧	١/•••	۱. ۳
1/104	1/184	۱/•۵۱	١.۴
۲/۲۹۰	۲/•9۴	1/4.7	١٠٥
4/411	۳/۶۱۸	1/404	٩.,









 $t_{\rm r} = \cdot/\gamma$  و  $\varepsilon = \cdot/\gamma$  ،  $A_{\rm r} =$ 

رسانش در انتقال حرارت کلی از محفظه و تمرکز انتقال حرارت جابهجایی به لایهایی نازک در میانه محفظه، میزان انتقال حرارت کلی از محفظه کاهش مییابد و در نهایت، با افزایش میزان نسبت نفوذپذیری حرارتی دیوارههای جامد به محیط متخلخل نیز، میزان انتقال حرارت کلی از محفظه افزایش مییابد.

## ۸- ضمائم

در هر نقطه و در راستای افقی، شار حرارتی محلی به صورت زیر تعریف میشود:

$$Q(x, y) = \frac{uT}{\alpha} - \frac{\partial T}{\partial x}$$
(FF)

در راستای هر خط موازی با محور y، جریان حرارتی به صورت زیر می باشد:

$$Nu_{x} = \frac{1}{\left(T_{h} - T_{c}\right)} \int_{0}^{L} Q\left(x, y\right) dy$$
 (4)

در نهایت مقدار متوسط عدد ناسلت در کل محفظه با استفاده از انتگرال گیری از رابطهی (۴۵) به صورت زیر بدست می آید:

$$\overline{\mathrm{Nu}} = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{L} \mathrm{Nu}_{\mathrm{x}} \mathrm{dx}$$
(F9)

که این رابطه در واقع نشاندهندهی رابطهی (۱۹) می باشد.

#### ۹- مراجع

- [1] Mohammadi Pirouz M, Farhadi M, Sedighi K, Nemati H, Fattahi E (2011) Lattice Boltzmann simulation of conjugate heat transfer in a rectangular channel with wall-mounted obstacles. Sci Iran 18(2): 213-221.
- [2] Fedorov AG, Viskanta R (2000) Three-dimensional conjugate heat transfer in the microchannel heat sink for electronic packaging. Int J Heat Mass Tran 43(3): 399-415.
- [3] McNamara GR, Zanetti G (1988) Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata. Phys Rev E 61(20): 2332-2335.
- [4] Chen S, Doolen GD (1998) Lattice Boltzmann method for fluid flows. Annu Rev Fluid Mech., 30: 329-364.
- [5] Higuera FJ, Jiménez J. (1989) Boltzmann Approach to Lattice Gas Simulations. EPL (Europhys Let), 9(7): 663.
- [6] Teixeira C, Chen H, Freed DM (2000) Multi-speed thermal lattice Boltzmann method stabilization via equilibrium under-relaxation. Comput Phys Commun 129(1–3): 207-226.

## ۷- نتیجهگیری

در مطالعه حاضر، به بررسی انتقال حرارت جابهجایی طبیعی مزدوج در محفظه بسته متخلخل به روش شبکه بولتزمن پرداختیم. این روش برخلاف روشهای معمول در شبیهسازی جریان و انتقال حرارت در محیطهای پیچیده و با شرایط مرزی پیچیده، بسیار کارآمدتر است. مدلسازی جریان و انتقال حرارت در محیطهای متخلخل، از مسائل مهم و کاربردی در علم مکانیک سیالات به شمار می آید که مدلسازی این محیط توسط روش شبکهی بولتزمن، در دو مقیاس حفره و ماکروسکوییک انجام مے یـذیرد. در یـژوهش حاضر، محيط متخلخل در مقياس ماكروسكوپيك توسط روش شبکهی بولتزمن مدلسازی شده است و ترمهای درگ ویسکوز و شکل در معادلات تعمیم یافته ناویر – استوکس به صورت نیروهای بدنی در معادلات شبکهبولتزمن بیان شدهاند و همچنین در این روش، شرط مرزی پیوستگی دما و شار حرارتی در حدفاصل جامد و سیال که از شرطهای مرزی پیچیده در روشهای معمول در دینامیک سیالات محاسباتی است، به صورت خودکار و فقط با تفاوت در توابع توزیع جامد و سیال ارضا می شود که از مزیتهای این روش به شمار می-آىد.

جهت اعتبارسنجی مسئلهی حاضر، نتایج حاصل شده از برنامهی رایانهای را در سه حالت حدی با یژوهشهای گذشته مقایسه کردیم که نتایج بدست آمده با خطای قابل قبولی با نتایج مطالعات گذشته در انطباق هستند. اثر هر یک از پارامترهای عدد رایلی، دارسی، ضریب تخلخال، نسبت ضخامت دیوارهی جامد به محیط متخلخل و نسبت ضریب نفوذ (در حالتی که سایر پارامترها ثابت در نظر گرفته شود) در میزان انتقال حرارت از محیط متخلخل، توسط پارامتر بدون بعد عدد ناسلت متوسط بررسی شد و با توجه نتایج حاصل، مشاهده شد که با افزایش عدد رایلی، میزان انتقال حرارت از محیط به دلیل تغییر در رژیم انتقال حرارت از رسانش به جابهجایی، افزایش می یابد و با کاهش عدد دارسی به دلیل کاهش نفوذپذیری سیال در محیط متخلخل، میزان انتقال حرارت کاهش می یابد و با افزایش ضریب تخلخل به دلیل کاهش میزان مقاومت در مسیر سیال، میزان انتقال حرارت در محيط افزايش مي يابد و همچنين با افزايش ضخامت دیوارہ ہای جامد، به دلیل چیر گی انتقال حرارت

- [19]Beckermann C, Vikanta R, Ramadhyani S (1988) Natural convection in vertical enclosures containing simultaneously fluid and porous layers. J Fluid Mech 186: 257-284.
- [20]Gao D, Chen Z, Chen L (2014) A thermal lattice Boltzmann model for natural convection in porous media under local thermal non-equilibrium conditions. Int J Heat Mass Tran 70: 979-989.
- [21]Hsu CT, Cheng P (1990) Thermal dispersion in a porous medium. Int J Heat Mass Tran 33(8): 1587-1597.
- [22]Vafai K (1984) Convective flow and heat transfer in variable-porosity media. J Fluid Mech 147: 233-259.
- [23]Vahl Davis GD (1983) Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution. Int J Numer Meth F1 3: 249-264.

مقایسه انتقال حرارت در یک محفظه بسته دارای لایه

متخلخل عمودی و افقی به روش شبکه بولتزمن، مجله

- [25]Vishnampet R, Narasimhan A, Babu V (2011) High Rayleigh Number Natural Convection Inside 2D Porous Enclosures Using the Lattice Boltzmann Method. J Heat Transf 133(6).
- [26]Mohamad AA (2007) Applied Lattice Boltzmann method for transport phenomena, Momentum, Haet Mass transfer. Sure print, Calggray, Canada.
- [27]Nithiarasu P, Seetharamu KN, Sundararajan T (1997) Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium. Int J Heat Mass Tran 40(16): 3955-3967.
- [28]Kaminski DA, Prakash C (1986) Conjugate natural convection in a square enclosure: effect of conduction in one of the vertical walls. Int J Heat Mass Tran 29(12): 1979-1988.

- [7] Wang J, Wang M, Li Z (2007) A lattice Boltzmann algorithm for fluid–solid conjugate heat transfer. Int J Therm Sci 46(3): 228-234.
- [8] Nazari M, Mohebbi R, Kayhani MH (2014) Powerlaw fluid flow and heat transfer in a channel with a built-in porous square cylinder: Lattice Boltzmann simulation. J Non-Newton Fluid 204: 38-49.
- [9] Guo Z, Zhao TS (2002) Lattice Boltzmann model for incompressible flows through porous media. Phys Rev E 66(3).
- [10]Guo Z, Zhao TS (2005) A Lattice Boltzmann model for convection heat transfer in porous media. Numer Heat Tr B-Fund 47(2): 157-177.
- [11]Seta T, Takegoshi E, Okui K (2006) Lattice Boltzmann simulation of natural convection in porous media. Math Comput Simulat 72(2–6): 195-200.
- [12]Haghshenas A, Nasr MR, Rahimian MH (2010) Numerical simulation of natural convection in an open-ended square cavity filled with porous medium by lattice Boltzmann method. Int Commun Heat Mass 37(10): 1513-1519.
- [13]Gao D, Chen Z, Chen L (2014) A thermal lattice Boltzmann model for natural convection in porous media under local thermal non-equilibrium conditions. Int J Heat Mass Tran 70: 979-989.
- [14]Chang WJ, Lin HC (1994) Wall heat conduction effect on natural convection in an enclosure filled with a non-Darcian porous medium. Numer Heat Tr A-Appl, 25(6): 671-684.
- [15]Baytaş AC, Liaqat A, Groşan T, Pop I (2001) Conjugate natural convection in a square porous cavity. Heat Mass Transfer., 37(4-5): 467-473.
- [16]Nawaf. HS (2007) Conjugate natural convection in a vertical porous layer sandwiched by finite thickness walls. Int Commun Heat Mass 34(2): 210-216.
- [17]Nawaf. HS (2007) Conjugate natural convection in a porous enclosure: effect of conduction in one of the vertical walls. Int J Therm Sci 46(6): 531-539.
- [18]Chamkha AJ, Ismael MA (2013) Conjugate heat transfer in a porous cavity filled with nanofluids and heated by a triangular thick wall. Int J Therm Sci 67: 135-151.