



## رفتار غیردائم انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک محفظه در حال چرخش ۹۰ درجه ای

رامین ربانی<sup>۱\*</sup> و شهرام طالبی<sup>۲</sup><sup>۱</sup> کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد<sup>۲</sup> استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۵/۲۲؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۲/۰۷/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۰۷/۲۴

## چکیده

انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه، به شکل هندسی محفظه، میزان و نحوه‌ی گرمایش و سرمایش روی دیوارهای گرم و سرد، خواص سیال درون محفظه و طرز قرارگیری آن بستگی دارد. در این مقاله، یک محفظه مربعی عمودی بررسی شده است. این محفظه عمودی با چرخش ۹۰ درجه‌ای به یک محفظه افقی تبدیل شده است. هدف این مقاله، بررسی رفتار وابسته به زمان جریان درون محفظه و مقدار انتقال حرارت در حین این چرخش است. برای شبیه‌سازی عددی جریان سیال و انتقال حرارت از روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. مسأله برای پنج زمان چرخش متفاوت و عدد رایلی  $10^5$  حل شده است. خطوط جریان، توزیع دما و مقدار انتقال حرارت در هر لحظه به دست آمده است. نتایج نشان داده که برای چرخش سریع محفظه، عمده تغییرات در توزیع دما و انتقال حرارت پس از ایستادن محفظه رخ داده است؛ ولی در چرخش آهسته، مقدار انتقال حرارت در هر لحظه خیلی نزدیک به مقدار حالت دائم در همان وضعیت است.

کلمات کلیدی: انتقال حرارت؛ جابه‌جایی طبیعی؛ غیردائم؛ شبکه بولتزمن

## The unsteady behavior of the natural convection heat transfer in a square enclosure by 90° rotate

Ramin. Rabani<sup>1,\*</sup> and Shahram. Talebi<sup>2</sup><sup>1</sup> M.s. Student, Mech. Eng., Yazd Univ., Yazd, Iran<sup>2</sup> Assis. Prof., Mech. Eng., Yazd Univ., Yazd, Iran

## Abstract

The natural convection heat transfer in a square enclosure depends on the geometry of the enclosure, the amount and the type of heating and cooling on the hot and cold walls, the fluid properties and the inclination angle of the enclosure. In this paper, the natural convection in a square enclosure with two hot and cold vertical walls and two adiabatic horizontal walls is investigated. This vertical enclosure by rotating 90° changes into a horizontal enclosure. The aim of this study is to investigate the time dependent behavior of the flow and the heat transfer through it affected by the inclination angle. The lattice Boltzmann method for numerical simulation of the fluid flow and the heat transfer is used. The problem is solved by five values of rotation times for Rayleigh number  $10^5$ . Streamlines, temperature distribution and the amount of heat transfer in every time obtained. The results show that by the fast rotation major changes in the temperature distribution and the heat transfer occurs after the stopping of rotation. But in the slow rotation the amount of heat transfer is very close to the steady state in any time at the same situation.

**Keywords:** Heat transfer; Natural convection; Unsteady state; Lattice Boltzmann method.

## ۱- مقدمه

جریان‌های ناشی از خاصیت شناوری، اهمیت زیادی در کاربردهای متفاوت مهندسی مثل، عایق حرارتی ساختمان با ایجاد فاصله‌های هوایی، کلکتورهای خورشیدی، خنک‌کننده تجهیزات الکترونیکی و راکتورهای هسته‌ای دارد. به همین علت، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌های بسته، مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است. در بیشتر این مطالعات، دیوارهای سرد و گرم به صورت افقی یا عمودی در نظر گرفته شده است [۱-۵].

جریان سیال و انتقال حرارت درون یک محفظه به عوامل مختلفی از قبیل، عدد رایلی، عدد پرانتل سیال، نحوه تغییرات دما روی دیوارهای سرد و گرم، هندسه و طرز قرارگیری محفظه (وضعیت دیواره‌های محفظه نسبت به بردار شتاب جاذبه زمین) بستگی دارد. اولین مطالعات بررسی اثر چرخش محفظه روی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون محفظه را هارت [۶]، به صورت نظری و هلندز و کونیسک [۷]، به صورت آزمایشگاهی انجام داده‌اند. الشربینی [۸]، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه مستطیلی مایل را به طور تجربی بررسی کرد. او مشاهده کرد که کمترین مقدار انتقال حرارت در حالتی است که دیوار بالای محفظه گرم باشد. پولات و بیلگن [۹]، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون محفظه مایل باز را در محدوده زاویه‌های صفر تا ۴۵ درجه شبیه‌سازی کردند. آنها دریافتند که چرخش زاویه صفحه گرم، یکی از عوامل مهم و تأثیرگذار روی دبی حجمی جریان و انتقال حرارت است.

هندسه دیوارهای سرد و گرم، از جمله عواملی است که اثر قابل توجهی روی انتقال حرارت درون محفظه زاویه دار دارد. دجیبالی<sup>۵</sup> و همکارانش [۱۰]، با استفاده روش شبکه بولتزمن، اثر تغییر زاویه محفظه در محدوده ۰ تا ۲۷۰ درجه ای و نسبت انسدادهای مختلف را روی میزان انتقال حرارت بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که در همه نسبت انسدادها افزایش زاویه محفظه تا ۱۵ درجه، سبب افزایش عدد ناسلت

شده؛ در حالی که افزایش زاویه از ۱۵ تا ۹۰ درجه سبب کاهش عدد ناسلت شده است. کمترین مقدار عدد ناسلت، در زاویه ۲۷۰ درجه اتفاق افتاده است که علت آن قرار گرفتن دیوار گرم در بالای محفظه است.

بایری<sup>۱</sup> [۱۱] در یک بررسی تجربی و عددی اثر تغییر زاویه محفظه در محدوده ۰ تا ۳۶۰ درجه و عدد رایلی در محدوده ۱۰<sup>۳</sup> تا ۱۰<sup>۱۰</sup> را بررسی کرد و روابطی را برای تغییرات ناسلت متوسط برای زوایای مختلف ارائه کرد. هیولسز و رچمن<sup>۲</sup> [۱۲] اثر تغییر زاویه محفظه در محدوده زاویه ۱۸۰- تا ۱۸۰+ برای اعداد رایلی کوچکتر از ۱۰<sup>۶</sup> را مطالعه کرده‌اند. نتایج آنها نشان داد که عدد ناسلت از یک قانون توانی برحسب عدد رایلی پیروی می‌کند.

در همه مطالعات قبلی اثر زاویه چرخش محفظه به صورت دائم مطالعه شده است. در این مقاله چرخش یک محفظه از حالت عمودی به افقی به طور غیردائم بررسی شده است. برای شبیه‌سازی عددی از روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. تغییرات لحظه‌ای توزیع دما، خطوط جریان و عدد ناسلت گزارش شده است. پاسخ زمانی انتقال حرارت محفظه و اثرات غیردائمی مورد توجه قرار گرفته است.

## ۲- معادلات حاکم

هندسه مورد بررسی در شکل ۱ نشان داده شده است. هندسه، یک محفظه مربعی به ضلع  $L$  که دیوارهای سمت راست و چپ آن به ترتیب در دمای سرد  $T_C$  و گرم  $T_H$  قرار داشته و دیوارهای بالا و پایین آن عایق است. جریان، آرام، تراکم ناپذیر، دو بعدی و سیال نیوتنی فرض شده است. برای نیروی شناوری از فرض بوزینسک استفاده شده و تولید گرمای اصطکاکی ناچیز فرض شده است.

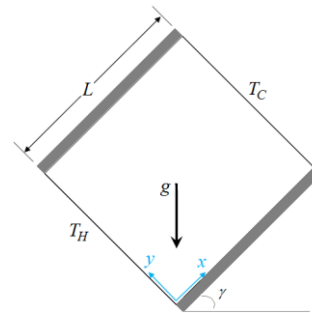
<sup>1</sup> Hart<sup>2</sup> Hollands, Konicek<sup>3</sup> Elsherbiny<sup>4</sup> Polat, Bilgen<sup>5</sup> Djebali<sup>6</sup> Bairi<sup>7</sup> Huelsz, Rechtman

$$\begin{aligned} \theta(1,Y,t) &= 0 && \text{on right wall} \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y}(X,0,t) &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y}(X,1,t) &= 0 && \text{Up and down walls} \end{aligned} \quad (8)$$

همچنین شرایط اولیه به صورت رابطه (۹) بیان می‌شود:

$$\vec{V}(X,Y,0) = \vec{V}_s \quad \theta(X,Y,0) = \theta_s \quad (9)$$

که  $\vec{V}_s$  و  $\theta_s$  برای حالت دائم و  $\gamma = 0$  است (محفظه افقی).



شکل ۱- هندسه مورد بررسی

معادلات بقای جرم، مومنوم و انرژی به صورت بدون بعد به صورت زیرانند:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t^*} + U \frac{\partial \vec{V}}{\partial X} + V \frac{\partial \vec{V}}{\partial Y} = -\vec{\nabla} P + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \nabla^2 \vec{V} + \vec{n}_g \theta + 2\vec{V} \times \vec{\Omega} + \vec{\Omega} \times \vec{R} \times \vec{\Omega} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Pr.Ra}} \nabla^2 \theta \quad (3)$$

که  $\vec{V} = (U, V)$  بردار سرعت است که با سرعت مرجع  $u_r = \sqrt{g\beta L(T_H - T_C)}$  بدون بعد شده است.  $R$  بردار موقعیت و  $\vec{g} = g \cdot \vec{n}_g$  بردار شتاب جاذبه زمین است که به صورت رابطه (۴) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \vec{n}_g &= (\sin \gamma, \cos \gamma) \\ \Omega &\equiv \omega L / u_r \Rightarrow \Omega = \frac{\pi}{2t_r^*} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\vec{R} = (X, Y)$$

کمیت‌های بدون بعد به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شوند:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, P = \frac{p}{\rho u_r^2}, \theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C} \quad (5)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, Ra = \frac{g\beta L^3}{\nu\alpha} (T_H - T_C)$$

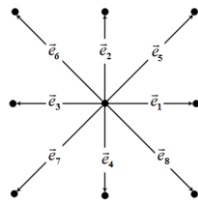
شرایط مرزی برای سرعت  $\vec{V}(X, Y)$  و دما  $\theta(X, Y)$  به صورت روابط (۶-۸) هستند.

$$\vec{V} = 0 \quad \text{on all walls} \quad (6)$$

$$\theta(0, Y, t) = 1 \quad \text{on left wall} \quad (7)$$

### ۳- روش شبکه بولتزمن

روش شبکه بولتزمن، یک روش عددی است که در دهه گذشته به طور گسترده برای بسیاری از مسائل انتقال حرارت با دقت قابل قبولی استفاده شده است [۱۳-۱۵]. برای استفاده از روش شبکه بولتزمن در دینامیک سیالات، میدان جریان به تعدادی مسیر یا لینک تقسیم شده و سیال به عنوان تعدادی ذرات مجازی مدل می‌شود. این ذرات، فقط می‌توانند روی این مسیرها حرکت کنند. میدان حل همراه با این مسیرها را شبکه می‌گویند. یکی از شبکه‌های استاندارد، که به طور گسترده ای برای مسائل دو بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد، شبکه  $D_2Q_9$  (شکل ۲) است [۱۶].



شکل ۲- شبکه  $D_2Q_9$

در این شبکه، هر گره می‌تواند از هشت مسیر مختلف با گره‌های مجاورش ارتباط برقرار کند. معادله انتقال بولتزمن با فرض  $BGK$  به صورت گسسته شده برای میدان سرعت به صورت رابطه (۱۰) است [۱۷].

$$\begin{aligned} f_i(\vec{r} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) - f_i(\vec{r}, t) = \\ \frac{f_i^{eq}(\vec{r}, t) - f_i(\vec{r}, t)}{\tau_v} + F_i(\vec{r}, t) \quad i = 0, 1, \dots, 8 \end{aligned} \quad (10)$$

در این رابطه  $f_i$  توابع توزیع ذرات،  $f_i^{eq}$  توابع توزیع تعادلی،  $F_i$  نیروی حجمی،  $\tau_v$  زمان آسودگی سرعتی،  $\vec{e}_i$

$$\theta = \sum_{i=0}^8 g_i \quad (20)$$

حل دو معادله (۹) و (۱۶)، در دو مرحله انجام می‌شود. مرحله نخست، برخورد است که برای هر گره در موقعیت  $\bar{r}$  و زمان  $t + \delta t$ ، مقادیر توابع توزیع سرعتی  $\tilde{f}_i$  و دمایی  $\tilde{g}_i$  محاسبه می‌شوند:

$$\tilde{f}_i(\bar{r}, t + \delta t) = f_i + \frac{f_i^{eq} - f_i}{\tau_v} + F_i \quad (21)$$

$$\tilde{g}_i(\bar{r}, t + \delta t) = g_i + \frac{g_i^{eq} - g_i}{\tau_g}$$

مقادیر در سمت راست روابط (۲۱) در زمان  $t$  محاسبه می‌شوند.

گام دوم، جاری شدن است که مقادیر توابع توزیع سرعتی و دمایی مربوط به هر مسیر در هر گره، به مسیر هم جهت خود در گره مقابل آن جهت، جایگزین می‌شوند:

$$\begin{aligned} f_i(\bar{r} + \bar{e}_i \delta t, t + \delta t) &= \tilde{f}_i(\bar{r}, t + \delta t) \\ g_i(\bar{r} + \bar{e}_i \delta t, t + \delta t) &= \tilde{g}_i(\bar{r}, t + \delta t) \end{aligned} \quad (22)$$

روی هر گره مرزی، سه مسیر وجود دارد که مقداری وجود ندارد تا به آن‌ها جاری شود. شرط مرزی روی این گره‌ها، مقادیر توابع توزیع مجهول، روی این سه مسیر را معین می‌کند. در این پژوهش، از روش زو و هی<sup>۱</sup> [۱۹]، برای اعمال شرط مرزی سرعت و روش ارازو و ساکی<sup>۲</sup> [۲۰] برای اعمال شرط مرزی دمایی استفاده شده است. به عنوان مثال، برای یک گره روی مرز جنوبی (شکل ۳)، سه تابع توزیع  $f_5$ ،  $f_2$  و  $f_6$  مجهول هستند که با اعمال شرط مرزی مطابق با [۱۹] و ساده سازی روابط مقدار این توابع به دست می‌آید (رابطه ۲۳).

$$\begin{aligned} f_2 &= f_4, \quad f_5 = f_7 - 0.5(f_1 - f_3) \\ f_6 &= f_8 + 0.5(f_1 - f_3) \end{aligned} \quad (23)$$

بردارهای شبکه و  $\bar{r}$  بردار موقعیت گره هستند. تابع توزیع ذره در مرکز هر گره با  $f_0$  و در لینک‌های هشت‌گانه مختلف با  $f_i$  تا  $f_8$  نشان داده می‌شود. زمان آسودگی و توابع توزیع تعادلی هم به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۷]:

$$\tau_v = 0.5 + 3v \quad (11)$$

$$f_i^{eq}(\bar{r}, t) = 3P\omega_i \left[ 1 + 3\bar{e}_i \cdot \bar{V} + 4.5(\bar{e}_i \cdot \bar{V})^2 - 1.5\|\bar{V}\|^2 \right] \quad (12)$$

اندازه بردارهای  $\bar{e}_i$ ، ضرایب وزنی  $\omega_i$  و نیروی شناوری  $F_i$  [۱۸] برای این شبکه عبارت‌اند از:

$$\bar{e}_0 = 0, \quad \|\bar{e}_{1,2,3,4}\| = 1, \quad \|\bar{e}_{5,6,7,8}\| = \sqrt{2} \quad (13)$$

$$\omega_{1,2,3,4} = \frac{1}{9}, \quad \omega_{5,6,7,8} = \frac{1}{36}, \quad \omega_0 = \frac{4}{9} \quad (14)$$

$$F_i(\bar{r}, t) = 3(g\beta\theta)(\omega_i \bar{e}_i \cdot \bar{n}_g) \quad (15)$$

ارتباط بین توابع توزیع و متغیرهای اصلی جریان به صورت رابطه (۱۶) هستند [۱۷]:

$$p = \frac{1}{3} \sum_{i=0}^8 f_i, \quad \bar{V} = \frac{1}{3p} \sum_{i=0}^8 f_i \bar{e}_i \quad (16)$$

به طور مشابه، معادله انتقال بولتزمن برای میدان دما ( $\theta$ ) با صرف نظر کردن از اثر چشمه حرارتی به صورت زیر است [۱۷]:

$$\begin{aligned} g_i(\bar{r} + \bar{e}_i \delta t, t + \delta t) - g_i(\bar{r}, t) \\ = \frac{g_i^{eq}(\bar{r}, t) - g_i(\bar{r}, t)}{\tau_g} \end{aligned} \quad (17)$$

در این رابطه،  $g_i$  توابع توزیع دمایی،  $g_i^{eq}$  توابع توزیع تعادلی دمایی و  $\tau_g$  زمان آسودگی حرارتی هستند. زمان آسودگی حرارتی و توابع توزیع تعادلی دمایی، به صورت روابط (۱۸) و (۱۹) بیان می‌شوند [۱۷].

$$\tau_g = 0.5 + 1.5\alpha \quad (18)$$

$$g_i^{eq}(\bar{r}, t) = \theta\omega_i \left[ 1.5\|\bar{e}_i\|^2 + 3(1.5\|\bar{e}_i\|^2 - 1)\bar{e}_i \cdot \bar{V} + 4.5(\bar{e}_i \cdot \bar{V})^2 - 1.5\|\bar{V}\|^2 \right] \quad (19)$$

دما نیز از رابطه (۱۹) حساب می‌شود [۱۷].

<sup>1</sup> Zou, He

<sup>2</sup> D'Orazio, Succi

شار حرارتی در شبکه بولتزمن روی یک دیوار بدون تولید حرارت داخلی، از رابطه (۲۸) به دست می‌آید [۲۰]:

$$\bar{q} = \frac{\sum_i \bar{e}_i g_i \tau_g - 0.5}{\tau_g} \quad (28)$$

برای مرز عایق جنوبی که  $q_y = 0$  نتیجه می‌شود:

$$g_2 + g_5 + g_6 - (g_4 + g_7 + g_8) = 0 \quad (29)$$

با استفاده از رابطه (۲۷) و (۲۹) نتیجه می‌شود:

$$\theta^* = 3(g_4 + g_7 + g_8) \quad (30)$$

با استفاده از دمای فرضی به دست آمده در رابطه (۳۰) و جاگذاری در رابطه (۲۶)، توابع مجهول برای مرز جنوبی به دست می‌آید (معادله ۳۱).

$$g_2 = \frac{1}{2}(g_4 + g_7 + g_8) \quad (31)$$

$$g_5 = g_6 = \frac{1}{4}(g_4 + g_7 + g_8)$$

مقادیر در سمت راست معادلات (۲۴) و (۳۱)، همگی در زمان  $t + \delta t$  و روی همان گره مرزی محاسبه می‌شوند.

#### ۴- نتایج

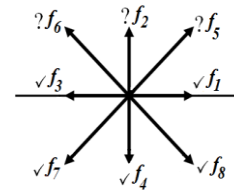
به منظور اعتبار بخشیدن به نتایج و روش عددی به کار رفته، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی درون یک محفظه مربعی ساکن در اعداد رایلی مختلف بررسی شده است. دیوارهای پایین و بالای محفظه عایق، دیوار سمت چپ گرم و دیوار سمت راست سرد است. عدد پرانتل سیال،  $0.71$  و عدد رایلی  $10^5$  در نظر گرفته شده است.

ناسلت متوسط برای شبکه‌های مختلف در حالت دائم برای زاویه چرخش  $60^\circ$  در نظر گرفته شده است (جدول ۱). تغییر عدد ناسلت از شبکه  $250 \times 250$  به  $300 \times 300$  در حدود  $1\%$  است؛ بنابراین در این مقاله، شبکه  $250 \times 250$  انتخاب شده است. عدد ناسلت متوسط روی دیوارها به صورت رابطه (۳۲) محاسبه می‌شود:

$$\overline{Nu} \equiv \frac{Q}{k(T_H - T_C)} = - \int_0^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{wall} dY \quad (32)$$

جدول ۱- بررسی استقلال شبکه

شبكة	۱۰۰×۱۰۰	۲۰۰×۲۰۰	۲۵۰×۲۵۰	۳۰۰×۳۰۰
$\overline{Nu}$	۲/۵۲۴	۴/۰۵۳	۴/۴۰۵	۴/۴۴۹



شکل ۳- مسیرهای مجهول روی یک گره مرز جنوبی

از نظر دمایی نیز، روی این گره مرز جنوبی سه تابع توزیع حرارتی  $g_2$ ،  $g_5$  و  $g_6$  مجهول است. برای اعمال شرط مرزی حرارتی روی این گره در این پژوهش، دو حالت در نظر گرفته شده است. حالت اول، دمای ثابت و معلوم  $\theta_w$  روی مرز، در این حالت با اعمال شرط مرزی [۲۰]، رابطه (۲۴) حاصل می‌شود.

$$g_2 = \frac{1}{2}(\theta_w - \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 2,5,6}}^8 g_i) \quad (24)$$

$$g_5 = g_6 = \frac{1}{4}(\theta_w - \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 2,5,6}}^8 g_i)$$

حالت دوم، مرز عایق (شار حرارتی صفر) است طبق [۲۰] برای مرز عایق از طریق برون‌یابی و با توجه به رابطه  $\partial \theta / \partial Y = 0$  دمای دیوار عایق بدست می‌آید و سپس از همان روابط (۲۴) استفاده می‌شود؛ ولی در اینجا روشی معرفی می‌شود که دیگر احتیاجی به برون‌یابی دما روی مرز نیست.

برای سرعت دیوار ساکن (سرعت صفر) (رابطه ۱۹):

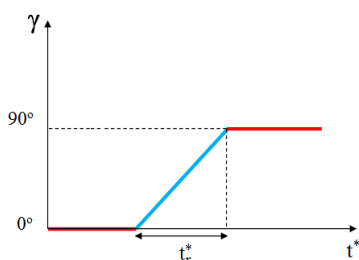
$$g_i^{eq} = \frac{3}{2} \omega_i \theta \quad (25)$$

با ایده ارازو [۲۰] فرض می‌شود که شکل توابع توزیع حرارتی مجهول ( $g_i$ )، شبیه حالت تعادلی در دمای فرضی دیگر ( $\theta^*$ ) است؛ بنابراین:

$$g_2 = \frac{1}{6} \theta^*, g_5 = g_6 = \frac{1}{12} \theta^* \quad (26)$$

با جمع طرفین توابع توزیع مجهول در رابطه (۲۶) نتیجه می‌شود:

$$g_2 + g_5 + g_6 = \frac{1}{3} \theta^* \quad (27)$$



شکل ۴- نحوه تغییرات زاویه محفظه با زمان

در شکل ۵، خطوط دما ثابت در چهار وضعیت متفاوت محفظه با چهار زمان چرخش مختلف نشان داده شده است. برای مقایسه بهتر، خطوط دما ثابت برای حالت دائم در همان وضعیت‌ها نیز نشان داده شده است. منظور از حالت دائم، شرایطی است که محفظه از ابتدا در همان وضعیت قرار داشته، تغییر زاویه نمی‌دهد. ستون نخست در شکل، مربوط به حالت افقی محفظه (شروع چرخش) است. ستون‌های دوم، سوم و چهارم، دقیقاً مربوط به زمان‌هایی است که  $\beta$  برابر با ۳۰، ۶۰ و ۹۰ (پایان چرخش) درجه می‌شود؛ بنابراین، شکل‌های واقع در ستون چهارم، مربوط به لحظه‌ای است که محفظه از چرخش بازایستاده است. در هر شکل نُه خط دما ثابت، با اختلاف  $\Delta\theta = 0.1$  رسم شده است. ملاحظه می‌شود که با افزایش زمان چرخش (کم شدن سرعت چرخش)، خطوط دما ثابت شباهت بیشتری با حالت دائم دارند. شکل ۵-الف (چرخش سریع)، نشان می‌دهد که در چرخش سریع دما فرصت کافی برای هماهنگ شدن با تغییر زاویه محفظه را نداشته و توزیع دما هنگام چرخش تغییر محسوسی نکرده است؛ ولی در چرخش آهسته (شکل ۵-ب)، توزیع دما هنگام چرخش، تغییر قابل ملاحظه‌ای کرده است؛ بنابراین، عمده تغییر توزیع دما در شکل‌های ۵-الف و ۵-ب بعد از بازایستادن محفظه رخ خواهد داد. در شکل ۶، خطوط جریان نشان داده شده است. در ابتدا یک جفت گردابه (گردابه دوقلو) در مرکز محفظه وجود دارد. برای زمان چرخش کم، این گردابه دوقلو سریعاً از بین رفته است؛ ولی در چرخش آهسته (شکل ۶-ب)، این گردابه دوقلو تا حدود زاویه ۳۰ درجه هنوز وجود دارد. در اینجا هم ملاحظه می‌شود که خطوط جریان در حالت دائم، شباهت بیشتری با حالت چرخش آهسته (زمان چرخش بزرگ) دارد.

در شکل ۷، تغییرات زمانی عدد ناسلت روی دیوارهای گرم و سرد نشان داده شده است. با توجه به شرایط اولیه، در

مقدار ناسلت متوسط در زاویه‌های چرخش مختلف در حالت دائم با کارهای عددی دیگر مقایسه شده است (جدول ۲).

جدول ۲- مقایسه عدد ناسلت متوسط بین کار حاضر و

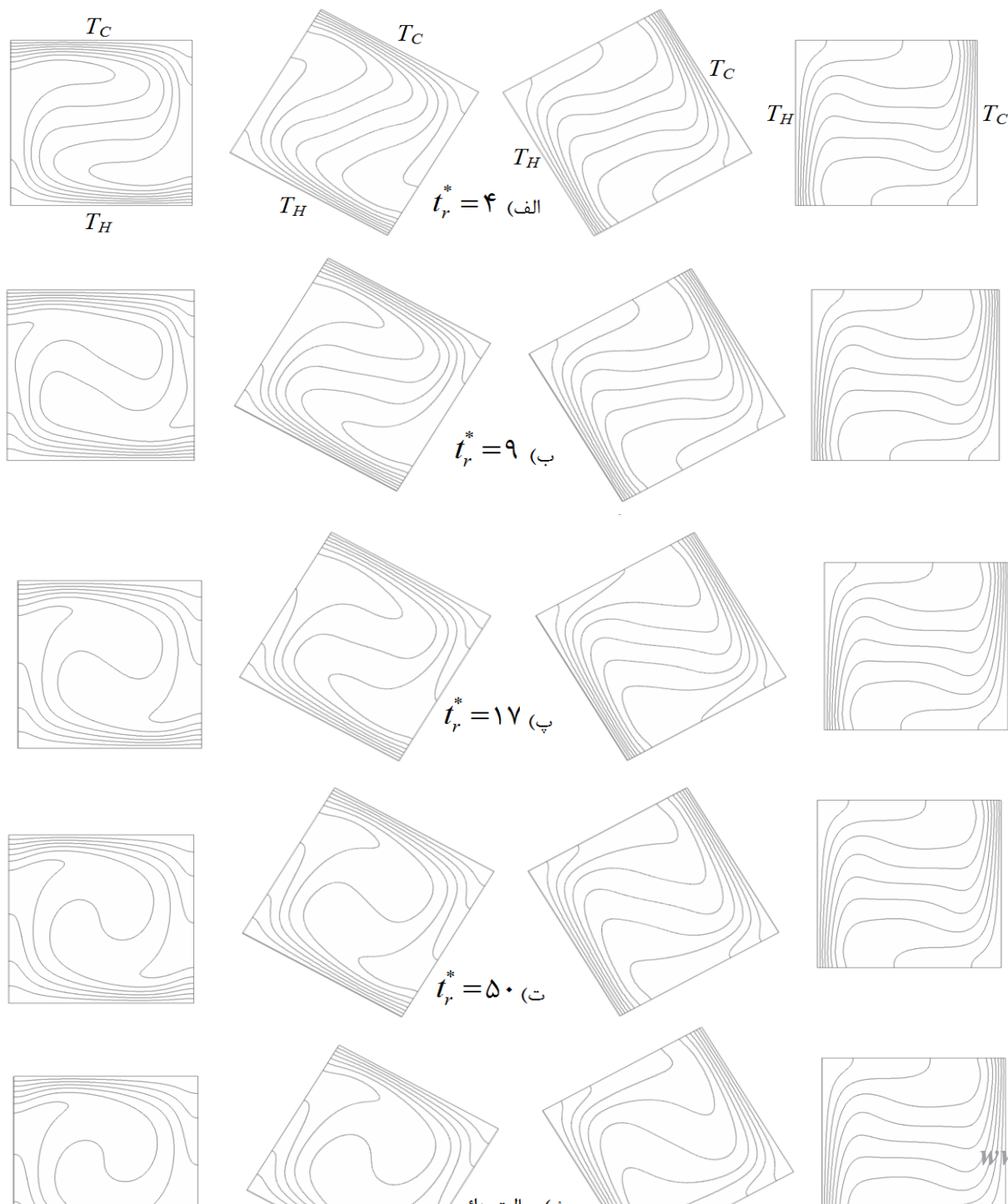
نتایج دیگران

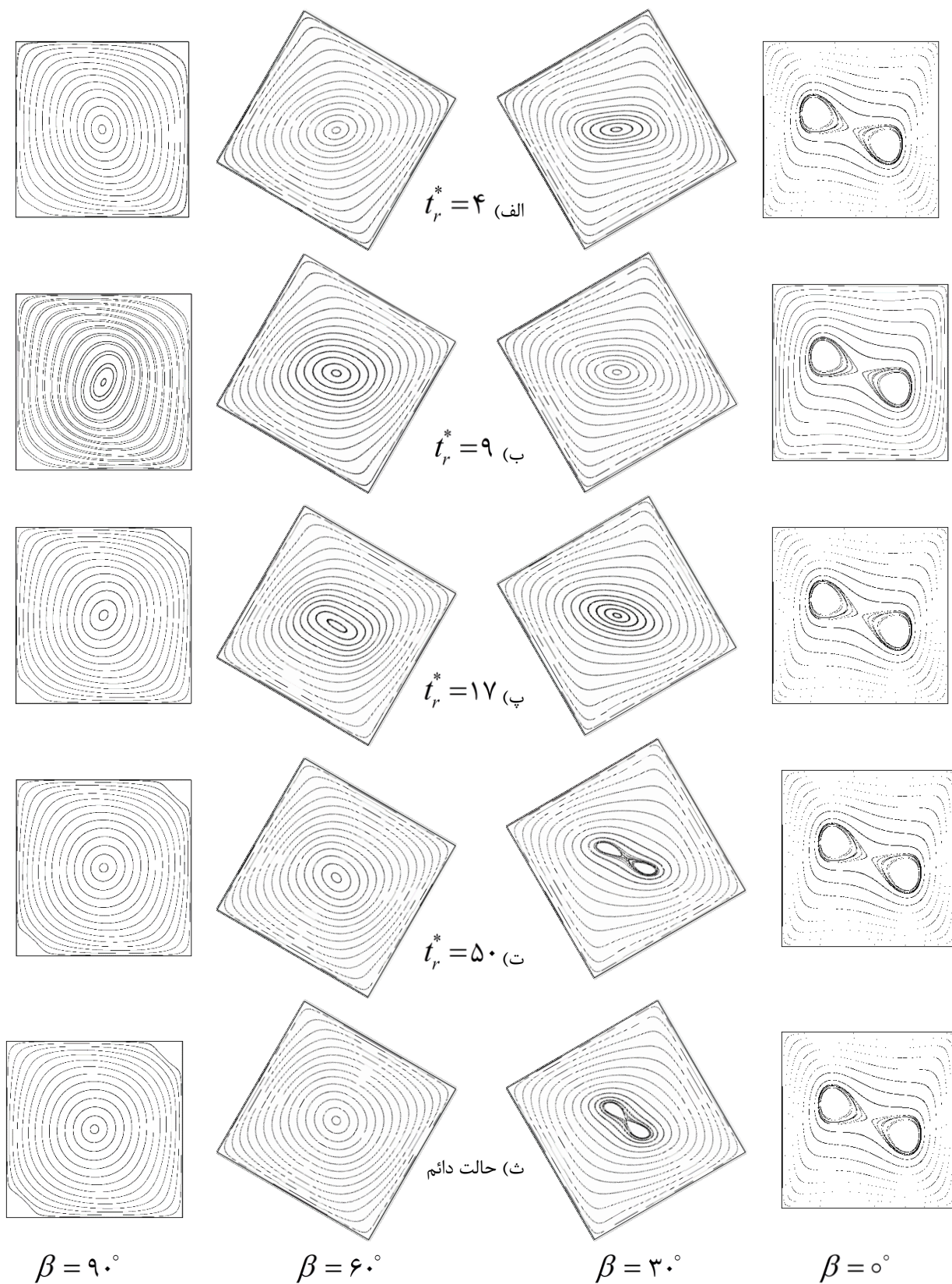
کار حاضر	مرجع	$\gamma=0^\circ$
۴/۵۴۴	[۲۱]	
۴/۵۱۹	[۲۲]	
۴/۵۰۴		
کار حاضر	مرجع	$\gamma=30^\circ$
۴/۶۱۶	[۱۱]	
۴/۲۲۸	[۱۰]	
۴/۵۵۲		
کار حاضر	مرجع	$\gamma=60^\circ$
۴/۴۰۵	[۱۱]	
۴/۴۲۷	[۱۰]	
۴/۴۴۵		
کار حاضر	مرجع	$\gamma=90^\circ$
۳/۹۳۴	[۱۲]	
۳/۹۹۳	[۱۰]	
۳/۸۵۰		

اکنون چرخش پادساعتگرد محفظه، به اندازه ۹۰ درجه، برای عدد رایلی  $10^5$  بررسی می‌شود. با توجه به انتخاب سرعت مرجع و تعداد گره‌ها، زمان‌های آسودگی برابر با  $\tau_g = 0.61$  و  $\tau_f = 0.66$  می‌شوند؛ همچنین مقدار قدم زمانی  $\Delta t^* = 0.0032$  است. در این مقاله، چرخش محفظه با سرعت ثابت در نظر گرفته شده است. در شکل ۴، نحوه تغییرات زاویه محفظه با زمان نشان داده شده است؛ هرچه زمان صرف شده برای چرخش ( $t_r^*$ ) کمتر باشد، سرعت چرخش محفظه بیشتر است. نخست محفظه در حالت افقی ( $\beta = 0$ ) حل شده تا به شرایط دائم برسد؛ سپس زاویه محفظه طبق شکل ۴ تغییر می‌کند وقتی محفظه به حالت عمودی در آمد ( $\beta = 90^\circ$ )، چرخش محفظه متوقف شده تا پس از مدتی در این وضعیت به حالت دائم برسد. در این مقاله، زمان چرخش ( $t_r^*$ ) برابر با ۴، ۹، ۱۷، ۵۰ و ۱۵۰ در نظر گرفته شده است. دو مقدار ۴ و ۹ چرخشی سریع، مقدار ۱۷ چرخشی با سرعت متوسط و مقادیر ۵۰ و ۱۵۰ چرخشی آهسته را نشان می‌دهند.

۴/۵۴ بوده که پس از چرخش ۹۰ درجه‌ای به مقدار ۳/۹۳ رسیده است. کم شدن عدد ناسلت پس از پایان چرخش، به علت آن است که دیوارهای گرم و سرد از حالت عمودی به حالت افقی درآمده‌اند. نوسانات عدد ناسلت در حین چرخش به علت اینرسی سیال داخل محفظه و رفتار دینامیکی آن ناشی از حرکت دیوارهای محفظه است. هنگام چرخش محفظه، عدد ناسلت روی دو دیوار گرم و سرد همواره برابر هستند.

لحظات ابتدایی عدد ناسلت روی دیوار سرد ناچیز، روی دیوار گرم بسیار زیاد است. با گذشت زمان، عدد ناسلت روی دیوار گرم کم شده، روی دیوار سرد افزایش یافته است. بعد گذشت زمانی کافی، این دو مقدار یکسان خواهد شد. در زمان  $t^* = 128$  محفظه شروع به چرخش می‌کند. شکل ۷، مربوط به  $t_r^* = 9$  است. پس از ایجاد نوساناتی در مقدار عدد ناسلت (که حتی بعد از ایستادن محفظه نیز ادامه داشته)، عدد ناسلت به مقدار ثابتی همگرا شده است. در ابتدا عدد ناسلت





شکل ۶- خطوط جریان در زاویه‌های صفر، ۳۰، ۶۰ و ۹۰ درجه برای چهار زمان چرخش مختلف و حالت دائم



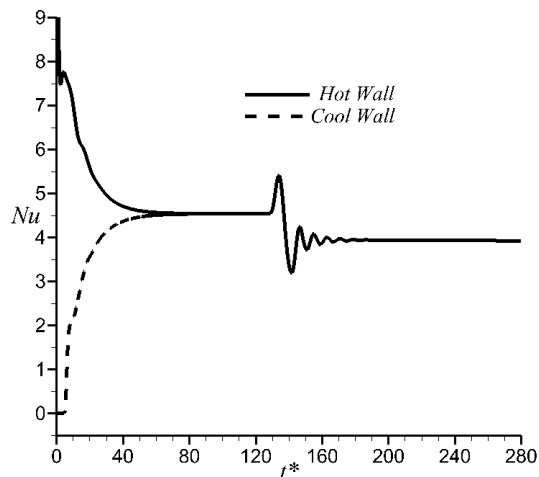
شکل ۸- تغییرات زمانی عدد ناسلت در حین چرخش برای پنج زمان چرخش مختلف

در جدول ۳، عدد ناسلت درست در پایان چرخش ( $Nu_{\alpha}$ )، بیشترین عدد ناسلت هنگام چرخش ( $Nu_{Max}$ )، زاویه متناظر با  $Nu_{Max}$  برحسب درجه ( $\beta_{Max}$ ) و مدت زمان طی شده برای دائم شدن پس از ایستادن محفظه ( $\Delta t_s^*$ ) نوشته شده است؛ هر چه زمان چرخش بیشتر شده، مقدار  $Nu_{\alpha}$  کاهش یافته است؛ یعنی از نظر انتقال حرارتی، محفظه در پایان چرخش به حالت دائم خود نزدیک‌تر شده است. مقدار  $Nu_{Max}$ ، نشان‌دهنده شدت تغییرات هنگام چرخش است. با افزایش زمان چرخش (آهسته‌تر شدن چرخش)،  $Nu_{Max}$  کمتر شده است. همچنین مقدار  $Nu_{Max}$  در زاویه کمتری رخ داده است. اینرسی حرکتی سیال داخل محفظه، عامل ایجاد  $Nu_{Max}$  است. وقتی محفظه آهسته‌تر بچرخد، اینرسی سیال زودتر تأثیر گذاشته، تا پایان چرخش از بین می‌رود؛ بنابراین،  $\Delta t_s^*$  نیز کم می‌شود؛ زیرا تا هنگامی که اینرسی ناشی از چرخش محفظه اثرگذار باشد، شرایط دائمی برقرار نخواهد شد.

جدول ۳- مقادیر مختلف در حین چرخش محفظه

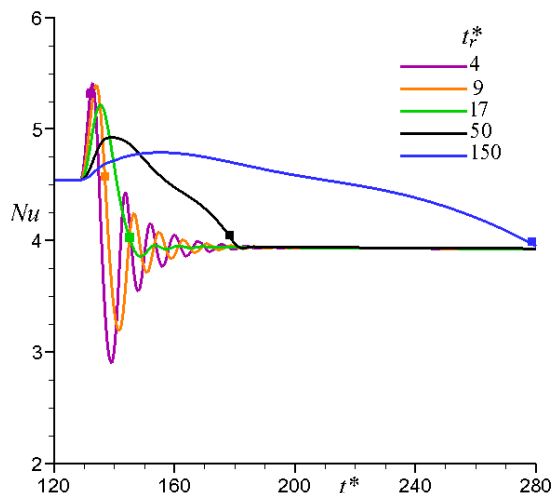
$\Delta t_s^*$	$\beta_{Max}$	$Nu_{Max}$	$Nu_{\alpha}$	$t_r^*$
۴۱	۹۰	۵,۴۱	۵,۳۳	۴
۳۳	۶۰	۵,۴۰	۴,۴۸	۹
۵	۳۷	۵,۲۲	۴,۰۵	۱۷
۲	۲۲	۴,۹۳	۴,۰۲	۵۰
۲	۱۷	۴,۷۹	۳,۹۸	۱۵۰

در شکل ۹، تغییرات عدد ناسلت برحسب زاویه قرارگیری محفظه نشان داده شده است. زاویه صفر درجه شروع چرخش و زاویه ۹۰ درجه، پایان چرخش محفظه است. منظور از حالت دائم در این شکل، وضعیتی است که محفظه از ابتدا در آن زاویه قرار گرفته، تغییری نمی‌کند. برای زمان چرخش بزرگ (چرخش آهسته)، مقدار عدد ناسلت به حالت دائمی متناظر با آن زاویه نزدیک‌تر است. به طوری که برای  $t_r^* = ۱۵۰$ ، به جز در زاویه‌های کم (زمان)



شکل ۷- تغییرات زمانی عدد ناسلت

تغییرات عدد ناسلت هنگام چرخش برای پنج مقدار متفاوت زمان چرخش در شکل ۸ نشان داده شده است. مربع‌های قرار گرفته روی هر منحنی، نشان‌دهنده زمان پایان چرخش است؛ هر چه زمان چرخش کوتاه‌تر باشد، نوسانات شدیدتر و طولانی‌تر شده است. برای زمان چرخش ۵۰ و ۱۵۰، به جز افزایش ابتدایی، نوساناتی دیده نمی‌شود.



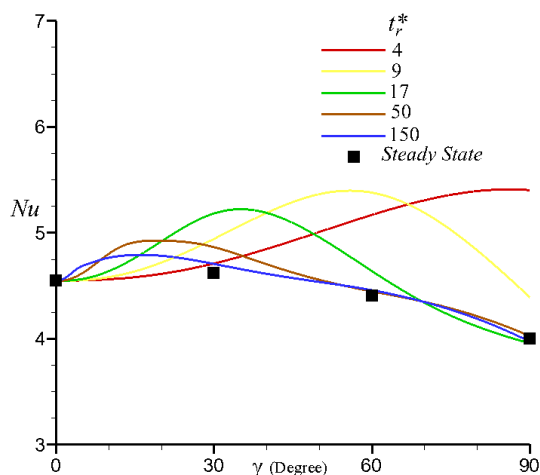
نیروی شناوری  
 طول مشخصه محفظه  
 عدد ناسلت  
 عدد ناسلت متوسط  
 ماکزیمم عدد ناسلت در طول زمان چرخش  
 عدد ناسلت در پایان زمان چرخش  
 فشار بدون بعد  
 عدد پرانتل  
 بردار موقعیت  
 عدد رایلی  
 دما (K)  
 دمای سرد (K)  
 دمای گرم (K)  
 سرعت بدون بعد  
 بردار سرعت  
 جهت های بدون بعد  
 بردار سرعت شبکه  
 تابع توزیع ذره در لینک آ ام  
 تابع توزیع تعادلی ذره در لینک آ ام  
 شتاب گرانشی  
 تابع توزیع حرارتی ذره در لینک آ ام  
 تابع توزیع تعادلی حرارتی ذره در لینک آ ام  
 ضریب هدایت حرارتی (W/m K)  
 انتقال حرارت کلی (W)  
 بردار موقعیت  
 زمان (s)  
 زمان بدون بعد  
 زمان چرخش  
 سرعت مرجع  
 مختصات کارتزین

$F_i$   
 $L$   
 $Nu$   
 $\bar{Nu}$   
 $Nu_{Max}$   
 $Nu_{90}$   
 $P$   
 $Pr$   
 $R$   
 $Ra$   
 $T$   
 $T_C$   
 $T_H$   
 $U, V$   
 $\vec{v}$   
 $X, Y$   
 $\vec{e}_i$   
 $f_i$   
 $f_i^{eq}$   
 $g$   
 $g_i$   
 $g_i^{eq}$   
 $k$   
 $Q$   
 $\vec{r}$   
 $t$   
 $t^*$   
 $t_r^*$   
 $u_r$   
 $x, y$

علائم یونانی

$\alpha$   
 $\beta$   
 $\gamma$   
 $\theta$   
 $\tau_v$   
 $\tau_g$   
 $\nu$   
 ضریب پخش حرارتی ( $m^2/s$ )  
 ضریب تراکم پذیری دما ثابت ( $1/K$ )  
 زاویه چرخش محفظه  
 دمای بدون بعد  
 زمان آسودگی سیالاتی  
 زمان آسودگی حرارتی  
 ویسکوزیته جنبشی ( $m^2/s$ )

های ابتدایی چرخش)، مقادیر عدد ناسلت هنگام چرخش خیلی نزدیک به مقادیر حالت دائم است؛ یعنی شرایط شبه تعادلی برقرار بوده، می توان تقریباً در هر لحظه محفظه را در حالت سکون در نظر گرفت. البته برای زمان های ابتدایی چرخش، اثرات غیردائمی وجود دارد که  $Nu_{Max}$  رخ می دهد.



شکل ۹- تغییرات زمانی عدد ناسلت در حین چرخش برای پنج زمان چرخش مختلف

نتایج ارائه شده در این مقاله را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- در چرخش سریع محفظه، توزیع دما فرصت کافی برای هماهنگی با تغییر زاویه محفظه را نداشته، عمده تغییرات در توزیع دما بعد از ایستادن محفظه رخ داده است.
- در چرخش آهسته محفظه، شکل توزیع دما شباهت بیشتری با توزیع دما در حالت دائم دارد.
- در زمان های ابتدایی چرخش، عدد ناسلت جهش دارد. مقدار این جهش عدد ناسلت به طور معکوس با زمان چرخش بستگی دارد؛ همچنین با افزایش زمان چرخش، این جهش در زاویه های کوچکتری رخ داده است.
- به علت اینرسی سیال درون محفظه هنگام چرخش، عدد ناسلت نوسانات شدیدی می کند که حتی تا مدتی پس از ایستادن محفظه نیز ادامه یافته است.

۵- علایم اختصاری

- [14] Jami M, Mezrhab A, Bouzidi M h, Lallemand P, (2007) Lattice Boltzmann Method Applied to the Laminar Natural Convection in an Enclosure with a Heat-Generating Cylinder Conducting Body. *Int J Therm Sci* 46: 38-47.
- [15] He S, Chen S, Doolen G D, (1998) A Novel Thermal Model for the Lattice Boltzmann Method in Incompressible Limit. *J Comput Phys* 146: 282-300.
- [16] Mohamad A A, El-Ganaoui M, Bennacer R, (2009) Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection in an Open Ended Cavity. *Int J Therm Sci* 48:1870-1875.
- [17] Mohamad A A, (2011) Lattice Boltzmann Method Fundamental and Engineering Applications with Computer Code. Springer Verlag London.
- [18] Luo L-S, (1993) Lattice-Gas Automata and Lattice Boltzmann Equations for Two-Dimensional Hydrodynamics. PhD thesis Georgia Institute of Technology.
- [19] Zou Q, He X, (1997) On Pressure and Velocity Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann BGK Model. *Phys Fluids* 9: 1591-1598.
- [20] D'Orazio A, Succi S, (2004) Simulating Two Dimensional Thermal Channel Flows by Means of a Lattice Boltzmann Method with New Boundary Conditions., *Future Generation Computer Systems* 20: 935-944.
- [21] De Vahl Davis G, (1983) Natural Convection of Air in a Square Cavity: a Benchmark Numerical Solution. *Internat J Numer Methods Fluids* 3: 249-264.
- [22] D'Orazio A, Corcione M, Celata G P, (2004) Application to natural convection enclosed flows of a lattice Boltzmann BGK model coupled with a general purpose thermal boundary condition. *Int J Therm Sci* 43:575-586.

## مراجع

- [1] Guo Z, Shi B, Zheng C, (2002) A Coupled Lattice BGK Model for the Boussinesq Equations. *Int J Numer Methods Fluids* 39: 325-342.
- [2] Bejan A, (2013) Convection Heat Transfer. 4rd edn. Wiley, Hoboken.
- [3] Singh H, Earnes P C, (2011) A review of natural convective heat transfer correlations in rectangular cross-section cavities and other potential applications to compound parabolic concentration (CPC) solar collector cavities. *Appl Thermal Eng* 310: 2186.
- [4] Dixit H N, Babu V, (2006) Simulation of High Rayleigh Number Natural Convection in a Square Cavity Using the Lattice Boltzmann Method. *Int J Heat Mass Transfer* 49:727-739.
- [5] Saitoh T, Hirosek K, (1989) High accuracy benchmark solutions to natural convection in square cavity. *J Computer and Fluids* 4: 417-427.
- [6] Hart J E, (1971) Stability of the flow in a differentially heated inclined box *J Fluid Mech* 47:547-576.
- [7] Hollands K G T, Konicek L, (1973) Experimental study of the stability of differentially heated inclined air layers. *Int J Heat Mass Transfer* 16:1467-1476.
- [8] Elsherbiny S M, (1996) Free convection in inclined air layers heated from above. *Int J Heat Mass Transfer* 39:3925-3930.
- [9] Polat O, Bilgen E, (2002) Laminar natural convection in inclined open shallow cavities. *Int J Thermal Sciences* 41:360-368.
- [10] Djebali R, Ganaoui M E, Sammouda H, (2009) Investigation of a side wall heated cavity by using lattice Boltzmann method. *European Journal of Computational Mechanics* 18(2):215-236.
- [11] Bairi A, (2008) Nusselt-Rayleigh correlations for design of industrial elements: Experimental and numerical investigation of natural convection in tilted square air filled enclosures. *Energy Convers Manag* 49:771-782.
- [12] Huelsz G, Rechtman R, (2013) Heat transfer due to natural convection in an inclined square cavity using the lattice Boltzmann equation method. *Int J Therm Sci* 65:111-119.
- [13] Succi S, (2001) *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond* Oxford Press University Oxford.