



تأثیر ساختار شبکه بر رفتار کمانشی و ارتعاشی صفحه‌های مشبک کامپوزیتی

امیر احسانی^۱ و جلیل رضایی پزند^{۲*}^۱ دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد^۲ استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۶/۰۱؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۳/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۸/۲۳

چکیده

در این مقاله به مقایسه رفتار کمانشی و ارتعاشی صفحات ساخته شده از سازه‌های مشبک کامپوزیتی، (Composite Grid)، پرداخته شده است. به این منظور چهار صفحه با وزن یکسان و هندسه‌ی مشابه با استفاده از چهار ساختار شناخته شده سازه‌های مشبک طراحی گردیده‌اند. سپس با استفاده از روابط سازه‌های مشبک، ماتریس سختی خمشی که پارامتر تعیین کننده‌ای در رفتار کمانشی و ارتعاشی صفحات متقارن است، بدست آمده است. با استفاده از روش ریلی- ریتز، بارهای کمانشی تک محوری و برشی و همچنین فرکانس‌های ارتعاشات آزاد محاسبه شده است. جهت بررسی تأثیر جهت‌گیری تقویت کننده‌ها، در هر صفحه راستای تقویت کننده‌ها تغییر داده شده و به این ترتیب راستای جهت‌گیری بهینه هر ساختار مشبک معین گردیده است. در نهایت رفتار سازه‌های فوق، با یک صفحه چندلایه‌ی کامپوزیتی هم وزن نیز مقایسه شده است. نتایج عددی بدست آمده نشان می‌دهند، در وزن یکسان، تغییر همزمان نوع شبکه و زاویه‌ی جهت‌گیری، تأثیر بسزائی در سختی خمشی و در نتیجه رفتار کمانشی و ارتعاشی صفحات مشبک خواهد داشت.

کلمات کلیدی: سازه‌های مشبک، کمانش، فرکانس ارتعاشات آزاد، کامپوزیت

Effect of grid configuration on buckling and vibration response of composite grid plates

A. Ehsani¹ and J. Rezaeepazhand^{2,*}¹ Ph.D. Student, Mech. Eng., Ferdowsi University, Mashhad, Iran² Prof., Mech. Eng., Ferdowsi University, Mashhad, Iran

Abstract

The present paper investigates the effects of grid configuration on the buckling and vibration behavior of grid structures. Hence, four similar simply supported plates with equal weights and different grid patterns are considered. Using bending stiffness matrix, the buckling load and free vibration frequency of the plates are computed. To investigate the effects of the grid orientation on the mechanical behavior, the orientation of the grids is changed in the plates. The Rayleigh-Ritz method is applied to obtain the axial and shear buckling load and free vibration frequencies. The results are compared with an angle-ply laminated composite plate with similar inplane dimensions and equal weight. The results show, changing the grid pattern and orientation, will affect bending stiffness and consequently, significantly change the buckling and vibration behaviors of the grid plates.

Keywords: Grid Structures, Buckling Load, Free Vibration Frequency, Composite materials

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۹۱۵۳۱۱۴۰۹۳

آدرس پست الکترونیک: jrezaeep@um.ac.ir

۱- مقدمه

سازه‌های مشبک برای تحمل بار در جهت‌های مشخص، طراحی و ساخته می‌شوند که این ویژگی موجب افزایش بازده سازه خواهد گردید. دو مزیت عمده‌ی سازه‌های مشبک کامپوزیتی نسبت به سایر سازه‌ها، اندک بودن نسبی هزینه تولید آنها و مقاومت مناسب آنها در برابر شرایط محیطی است [۱]. سازه‌های مشبک در تجهیزات هوافضا مانند، بدنه‌ی هواپیما و شاتل‌های فضایی، ساختمان سازی، وسایل نقلیه و کشتی به کار می‌روند. این سازه‌ها معمولاً از موادی مانند، چوب، فلزات و کامپوزیت ساخته می‌شوند؛ اما به دلیل وزن کمتر و توانایی تقویت شدن در راستاهای دلخواه، کامپوزیت‌ها اخیراً از کاربرد بیشتری برخوردار شده‌اند.

سازه‌های مشبک با هر ماده‌ای که ساخته شوند برای تحمل بارهای جهتی به کار می‌روند. تاکنون برای انتخاب ابعاد و ساختارهای بهینه، تحقیقات زیادی روی این سازه‌ها صورت پذیرفته است. اکثر تحقیقات صورت گرفته در مورد سازه‌های مشبک بر بهبود ساختار هندسی، افزایش بار بحرانی کمانشی و بالا بردن فرکانس ارتعاشات آزاد آنها متمرکز شده است.

چن^۱ و همکارانش، روش سفتی معادل^۲ را برای بررسی سازه‌های مشبک با و بدون پوسته ارائه دادند. آنها توانستند روشی برای طراحی بهینه‌ی این سازه‌ها تحت بارهای چندگانه بدست آورند [۲]. در تحقیقی مشابه، اولیویرا^۳ و همکارانش، روش تجربی برای یافتن صفحه‌ای با کمترین وزن ممکن تحت تأثیر یک بار عرضی بدست آوردند [۳]. هان^۴ و همکاران، روش جدیدی برای طراحی و تولید سازه‌های مشبک کامپوزیتی با عنوان "سازه‌های مشبک کامپوزیتی درهم در گیر"^۵ ارائه کردند. آنها با استفاده از این روش، تعداد زیادی صفحه و تیر نمونه ساخته و تست نمودند. نتایج آنها نشان دهنده این مطلب بود که سازه‌های مذکور، دارای خواص مکانیکی بهتر از جمله قابلیت تحمل بسیار بالا در برابر آسیب‌ها، استحکام و دوام بالاتر نسبت به سایر سازه‌های

مشبک رایج هستند [۴]. توتارو^۶ و همکارانش نیز به ارائه روش طراحی بهینه برای استوانه‌هایی پرداختند که به صورت مشبک ساخته می‌شوند. معیار بهینه‌سازی آنها وزن سازه بود و توانستند روشی برای طراحی سازه‌ها در اختیار مهندسان قرار دهند [۵]. امبور^۷ و همکاران از استراتژی بهینه‌سازی برای سازه‌های مشبک با انحنای متفاوت بهره بردند و توانستند بار بحرانی محلی و کلی را برای سازه‌ها بیابند [۶]. کیدانه^۸ و همکارانش از روش یکپارچه سازی^۹، برای تبدیل یک استوانه مشبک به یک استوانه کامپوزیتی معادل بهره گرفتند. آنها نتایج حاصل را با نمونه‌های تجربی مقایسه کردند که همخوانی خوبی بین نتایج تحلیلی با نتایج تجربی مشاهده شد [۷].

در این مقاله، در راستای مطالعه تأثیر نوع ساختار شبکه در رفتار کمانشی و ارتعاشی سازه‌های مشبک، چهار صفحه مربعی با ساختارهای متفاوت در نظر گرفته شده‌اند. ساختارهای در نظر گرفته شده عبارتند از: مشبک همسان^{۱۰}، مشبک متعامد^{۱۱}، مشبک کامل^{۱۲} و مشبک زاویه‌ای^{۱۳}. چهار صفحه دارای اندازه ضلع برابر بوده و برای ایجاد وزن مساوی در آنها، ضخامت صفحات تغییر داده شده است.

جهت بررسی تأثیر راستای تقویت کننده‌ها در صفحه، تقویت کننده‌ها با حفظ زوایا نسبت به یکدیگر در صفحه دوران داده شده‌اند. سپس با بدست آوردن سفتی خمشی انتقال یافته بارهای بحرانی کمانشی محوری و برشی و فرکانس ارتعاشات آزاد با روش ریلی- ریتز^{۱۴} محاسبه شده‌اند. در پایان نتایج ساختارهای متفاوت شبکه با یکدیگر و با یک صفحه‌ی چندلایه کامپوزیتی با چیدمان زاویه دار^{۱۵} مقایسه گردیده‌اند.

⁶ Totaro⁷ Ambur⁸ Kidane⁹ Smeared Theory¹⁰ Isogrid¹¹ Orthogrid¹² Orthotropic grid¹³ Angle grid¹⁴ Rayleigh-Ritz¹⁵ Angle ply¹Chen²Equivalent stiffness model³Oliveira⁴Han⁵Interlocked Composite Grid

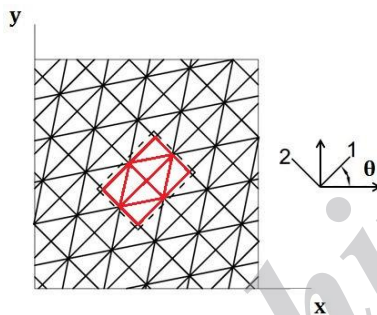
۲- مدل ساختارهای مشبک

۲-۱- ساختار هندسی

در شکل ۱، یک صفحه‌ی نمونه‌ی ساخته شده از سازه مشبک کامل به همراه سلول واحد از این سازه، نمایش داده شده است. همچنین سلول‌های واحد ساختارهای همسان، زاویه‌ای و متعامد در شکل ۲ ارائه شده‌اند که با جایگزینی سلول واحد این ساختارها به جای سلول واحد صفحه مشبک کامل، صفحات مشبک دیگر بدست خواهد آمد. صفحات تعریف شده به شکل مربع بوده و چهار ضلع صفحه‌ها، دارای تکیه‌گاه ساده^۱ هستند. مشابه تک لایه‌های کامپوزیتی، مختصات (x, y) نشان دهنده مختصات جسم و جهت‌های ۱ و ۲، نشان دهنده مختصات ماده هستند و راستای قرارگیری تقویت کننده‌های عمودی و افقی در صفحات را نشان می‌دهند. همچنین مطابق شکل ۱، زاویه α نشان دهنده زاویه تقویت کننده‌های مورب با تقویت کننده افقی جسم است. ساختار کلی صفحات از ترکیب سه ردیف تقویت کننده عمودی، افقی و مورب تشکیل شده است که در برخی از آن‌ها بسته به کاربرد، بعضی از تقویت کننده‌ها حذف می‌شوند. به عنوان مثال در مشبک متعامد (شکل ۲)، تقویت کننده‌های مورب وجود ندارند.

عرض تقویت کننده‌ها و طول و عرض صفحه در هر چهار نمونه یکسان فرض شده‌اند. همچنین ابعاد d_1, d_2, d_α و α در نمونه‌ها (در صورت وجود) ثابت و برابر با $d_2/d_1=1.5$ و $d_\alpha/d_1=1.8$ و $\alpha=33.7^\circ$ در نظر گرفته شده‌اند.

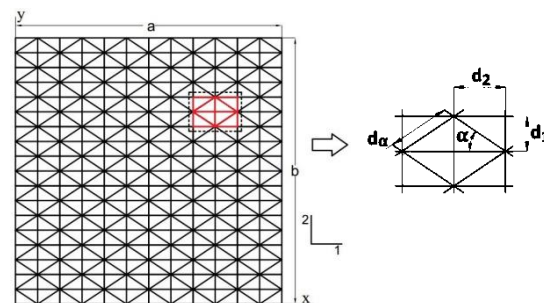
جهت معین شدن تأثیر زاویه قرارگیری تقویت کننده‌ها (جهت گیری شبکه)، بر پاسخ ارتعاشی و کمانشی صفحه، زاویه‌ی قرارگیری تقویت کننده‌ها، θ ، داخل صفحه از صفر تا نود درجه تغییر داده شده است. به عنوان نمونه، شکل ۳ صفحه‌ی مشبک کامل را نمایش می‌دهد که زاویه‌ی جهت گیری شبکه در آن به اندازه θ نسبت به محور افقی است. نکته‌ی حایز اهمیت این است که زاویه‌ی α در شکل ۱، همواره ثابت و بدون تغییر است و تنها زاویه θ تغییر می‌کند که بیانگر دوران کل صفحه مشبک نسبت به محور ۱ است. این مطلب با مقایسه‌ی قسمتی که توسط خط چین با رنگی متفاوت در شکل ۱ و ۳ نمایش داده شده است، بهتر نمایان می‌شود.



شکل ۳ - قسمتی از صفحه مشبک کامل - که در شکل ۱ نمایش داده شده است - پس از دوران به میزان θ

مشابه صفحات اورتوتروپیک، زاویه θ در شکل، نشان دهنده جهت گیری شبکه یا زاویه قرارگیری تقویت کننده‌های طولی شبکه با محور مختصات افقی است. جهت مقایسه سازه‌های مشبک با چندلایه‌های کامپوزیتی، یک صفحه چندلایه کامپوزیتی با چیدمان زاویه‌ای بصورت $(\pm\theta)_s$ و با طول، عرض و وزن برابر با صفحات مشبک، در نظر گرفته شده است. رفتار کمانشی و ارتعاشی این سازه نیز جهت مقایسه در کنار سازه‌های مشبک ارائه گردیده است.

برای دستیابی به وزن یکسان در تمامی نمونه‌ها، ضخامت صفحه‌ها باید متفاوت از یکدیگر در نظر گرفته شوند. از آنجا که وزن صفحه مشبک کامل نسبت به سایرین بیشتر است،



شکل ۱ - صفحه‌ی مشبک کامل و سلول واحد آن



شکل ۲ - سلول واحد سازه‌های مشبک زاویه‌ای، همسان و متعامد

^۱Simply support

در روابط بالا، $c = \cos(\alpha)$ ، $s = \sin(\alpha)$ و E_1 و G_{12} به ترتیب مدول الاستیسیته و مدول برشی ماده مرکب به کار برده شده می‌باشند. همچنین I_1 و I_2 ممان دوم اینرسی سطح و ممان اینرسی قطبی سطح برای هر یک از تقویت‌کننده‌ها در راستاهای $\alpha = 1, 2$ می‌باشند. I_1 و I_2 متناسب با نوع ساختار در معادلات لحاظ خواهند شد. به عنوان مثال، در صفحه مشبک متعامد ترم‌های حاوی α در محاسبات حذف می‌شوند. باتوجه به جهت‌گیری شبکه برای بدست آوردن ماتریس سفتی انتقال یافته سازه با جهت‌گیری θ می‌توان از رابطه‌ی (۲) استفاده کرد:

$$[D]_{\theta} = [T]^{-1}[D][T]^{-T} \quad (2)$$

که در رابطه (۲) ماتریس $[T]$ ، ماتریس انتقال نام دارد و از رابطه (۳) بدست می‌آید [۸]:

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

که در ماتریس فوق $c = \cos(\theta)$ ، $s = \sin(\theta)$ می‌باشند. با معین شدن ماتریس سفتی خمشی سازه مشبک با جهت‌گیری دلخواه θ ، دربخش بعد بار بحرانی کمانشی و فرکانس ارتعاشات آزاد صفحات فوق، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۳- کمانش و ارتعاشات آزاد سازه‌ی مشبک

مطابق با تعریف هندسه و جنس صفحات در بخش ۱-۲، برای محاسبه‌ی بار بحرانی کمانشی و فرکانس ارتعاشات آزاد، روش ریلی- ریتز بکار برده شده است؛ بنابراین برای محاسبه بارکمانشی، ابتدا مجموع انرژی پتانسیل جسم از رابطه (۴) محاسبه می‌شود:

$$\Pi = U - V \quad (4)$$

که در رابطه‌ی (۴) U ، انرژی کرنشی ناشی از خمش و V ، کار انجام شده توسط بارهای خارجی است و به ترتیب از روابط (۵-۶) بدست خواهند آمد [۹]:

لروما دارای ضخامت کمتری خواهد بود. لذا ضخامت این صفحه به صورت مینا در نظر گرفته شده و ضخامت سایرین نسبت به آن معین شده است. در جدول ۱ نسبت ضخامت کلیه صفحات به صفحه مشبک کامل آورده شده است.

جدول ۱ - نسبت ضخامت صفحه به ضخامت صفحه‌ی

مشبک کامل	
نسبت ضخامت به ضخامت صفحه مشبک کامل	نوع صفحه
۱/۳۵	مشبک همسان
۱/۷۸۵	مشبک متعامد
۲/۴۷۵	مشبک زاویه‌ای
۱	مشبک کامل
۰/۴	چند لایه کامپوزیتی

جنس به کار برده شده در تمامی صفحات از کامپوزیت کربن/اپکسی^۱ (T-300) در نظر گرفته شده است که در آن $E_1/E_2=17.6$ ، $E_1/G_{12}=25.5$ می‌باشد.

۲-۲- سفتی خمشی معادل صفحات مشبک

با توجه به اینکه در صفحات متقارن کامپوزیتی، ماتریس سفتی خمشی^۲ برای بررسی رفتار کمانشی و ارتعاشی مورد نیاز است، ابتدا باید ماتریس سفتی خمشی برای هر سازه بدست آید. طبق روابط ارائه شده در مرجع [۲] و بر اساس تئوری میندلین^۳ ماتریس سفتی خمشی برای صفحات تعریف شده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در ماتریس بالا درایه‌ها به صورت زیر تعریف می‌گردند [۲]:

$$D_{11} = \frac{E_1 I_1}{d_1} + 2 \frac{E_1 I_{\alpha}}{d_{\alpha}} c^4 + 2 \frac{G_{12} J_{\alpha}}{d_{\alpha}} c^2 s^2$$

$$D_{22} = \frac{E_1 I_2}{d_2} + 2 \frac{E_1 I_{\alpha}}{d_{\alpha}} s^4 + 2 \frac{G_{12} J_{\alpha}}{d_{\alpha}} c^2 s^2$$

$$D_{12} = D_{21} = 2 \frac{E_1 I_{\alpha}}{d_{\alpha}} c^2 s^2 - 2 \frac{G_{12} J_{\alpha}}{d_{\alpha}} c^2 s^2$$

$$D_{66} = 2 \frac{E_1 I_{\alpha}}{d_{\alpha}} c^2 s^2 + \frac{G_{12} J_1}{4d_1} + \frac{G_{12} J_2}{4d_2} + \frac{G_{12} J_{\alpha}}{2d_{\alpha}} (c^2 - s^2)^2$$

1. T-300 Carbon/Epoxy
2. Bending Stiffness Matrix
3. Mindlin Theory

معادلات حاصل از رابطه (۸) برابر صفر قرار گیرد، کوچکترین مقدار حاصل، بار کمانشی بحرانی و پاسخ‌های بعدی بارهای کمانشی بالاتر را نشان خواهند داد. بطور مشابه، چنانچه دترمینان ضرایب معادلات حاصل از رابطه (۱۰) برابر صفر قرار گیرند، کوچکترین مقدار بدست آمده برای ω ، فرکانس اول ارتعاشات آزاد صفحه و مقادیر بعدی فرکانس‌های بالاتر ارتعاشات آزاد خواهند بود. برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف، $M=N=3$ در نظر گرفته شده و روابط حاصل به صورت برنامه ای در نرم افزار متلب^۱ نوشته شده است.

۳- اعتبارسنجی نتایج

جهت اطمینان از درستی روش حل، یک صفحه‌ی اورتورویک با مشخصات $D_{11}/D_{22}=10$ و $(D_{12}+2D_{66})/D_{22}=1$ از مرجع [۱۰] انتخاب گردید. از آنجا که صفحه مشبک متعامد در زاویه $\theta=0^\circ$ یک صفحه اورتورویک محسوب می‌شود، ابعاد d_1 و d_2 و ضخامت تقویت‌کننده‌ها در یک صفحه مشبک متعامد اختیاری، به گونه ای تعیین گردید که روابط بین عناصر ماتریس سفتی خمشی آن، با عناصر متناظر از صفحه کامپوزیتی اورتورویک منتخب، منطبق باشد. سپس بارکمانشی محوری بی‌بعد در نیم موج اول برای صفحه متعامد بدست آمده و نتایج با مقادیر ارائه شده در مرجع فوق مقایسه شد. همچنین جهت بررسی تطابق نتایج، صفحه فوق در نرم افزار اجزا محدود آباکوس^۲ نیز مدلسازی شده و نتایج آن نیز ارائه گردیده است. در جدول ۲ نتایج حاصل از کد نوشته شده و نتایج مرجع ارائه شده‌اند. بی‌بعد سازی نتایج در این قسمت با استفاده از رابطه $\bar{N}_{1x} = N_{1x}b^2/\pi^2D_{22}$ صورت گرفته است.

جدول ۲ - مقایسه نتایج حاصل از محاسبه مود اول کمانش

صفحه مشبک متعامد به شکل بی بعد				
آباکوس	کد حاضر	مرجع [۱۰]	a/b	\bar{N}_{1x}
۱۳/۲۶	۱۳/۰۰	۱۳/۰۰	۱	\bar{N}_{1x}

1. Matlab
2. Abaqus

$$U = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \left[D_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + 4D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (5)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \left[N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] dx dy \quad (6)$$

در روابط بالا N_x و N_y به ترتیب، بارهای محوری در راستاهای x و y می‌باشند و N_{xy} بار برشی در صفحه $x-y$ است. برای شرایط مرزی تکیه گاه ساده در چهار ضلع، تابعی که خواهد توانست شرایط مرزی هندسی مسأله را ارضا نماید، به صورت رابطه (۷) خواهد بود:

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (7)$$

در رابطه فوق، W_{mn} ضرایب نامعین می‌باشند. با جایگذاری $w(x,y)$ از رابطه (۷) در روابط (۵) و (۶) و کمینه کردن معادله (۴) نسبت به ضرایب W_{mn} به مجموعه معادلاتی به شکل رابطه (۸) خواهیم رسید:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial W_{mn}} = 0 \quad (8)$$

همچنین با روشی مشابه برای محاسبه فرکانس ارتعاشات آزاد، ابتدا بیشترین انرژی جنبشی حین ارتعاش به صورت رابطه (۹) محاسبه خواهد شد [۱۰]:

$$T_{max} = \frac{\rho \omega^2}{2} \int_0^b \int_0^a w^2 dx dy \quad (9)$$

که در رابطه بالا ω فرکانس ارتعاشات آزاد و ρ چگالی جسم در واحد سطح است. انجام یک فرآیند کمینه‌سازی، به مجموعه معادلاتی به شکل رابطه (۱۰) خواهد رسید:

$$\frac{\partial (U - T_{max})}{\partial W_{mn}} = 0 \quad (10)$$

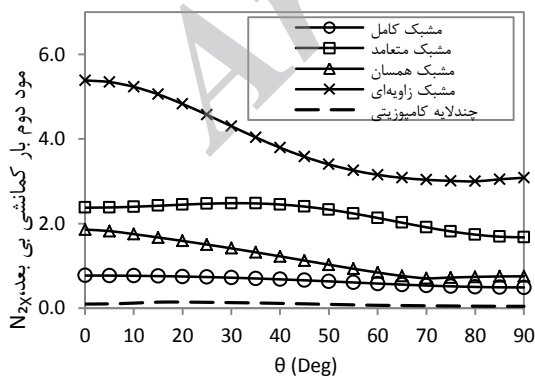
روابط (۸) و (۱۰)، تعداد $N \times M$ معادله خطی مشابه تولید می‌کنند. با توجه به اینکه فرض می‌شود، در هر مرحله تنها یکی از بارهای کمانشی N_x ، N_y و N_{xy} به صفحه اعمال می‌شوند، در رابطه (۶) دو مقدار دیگر برابر صفر در نظر گرفته خواهند شد؛ بنابراین چنانچه دترمینان ضرایب

افزایش تصاعدی ممان اینرسی با افزایش ضخامت قابل توجه خواهد بود. با توجه به نحوه قرار گیری تقویت کننده‌ها در ساختار سلول واحد (شکل ۲)، مشبک همسان در زاویه صفر، بار کمانشی بیشتری را نسبت به سایر زوایا تحمل می‌کند.

شکل ۵ بار کمانشی دوم، N_{2x} ، را برای سازه‌های تعریف شده برحسب زاویه‌ی جهت‌گیری شبکه (θ) نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، زاویه‌ی جهت‌گیری تأثیر مشابهی بر بار کمانشی محوری دوم در کلیه صفحات خواهد داشت. با توجه به این شکل، در غالب سازه‌های مشبک، نمودار از یک مقدار بیشینه در $\theta=0^\circ$ آغاز و به یک مقدار کمینه در 90° درجه می‌رسند. البته مقدار تغییرات در نمونه‌ها متفاوت است؛ بنابراین، مشاهده می‌شود که زاویه‌ی جهت‌گیری ساختار شبکه (θ)، تأثیر متفاوتی در بار کمانشی اول و دوم صفحه از خود نشان می‌دهد.

در شکل ۶، تغییرات بار کمانشی برشی چهار صفحه‌ی مشبک و چندلایه کامپوزیتی برای مقادیر مختلف جهت‌گیری شبکه (θ) ارائه گردیده است.

همانطور که در شکل‌های ۴ تا ۶ دیده شد، ساختار مشبک زاویه‌ای بالاترین مقدار بار کمانشی برشی را از خود نشان می‌دهد. همچنین مشابه بارکمانش محوری (شکل ۴)، در $\theta=45^\circ$ روند تغییرات بار کمانشی برشی، برای مشبک متعامد دارای بیشینه‌ی مطلق و برای مشبک زاویه‌ای، دارای کمینه‌ی مطلق است. نمودارهای مشبک همسان و مشبک کامل هم دارای کمینه‌ی مطلق در زاویه‌ی فوق می‌باشند، هرچند حساسیت تغییرات آنها نسبت به θ بسیار کم است.

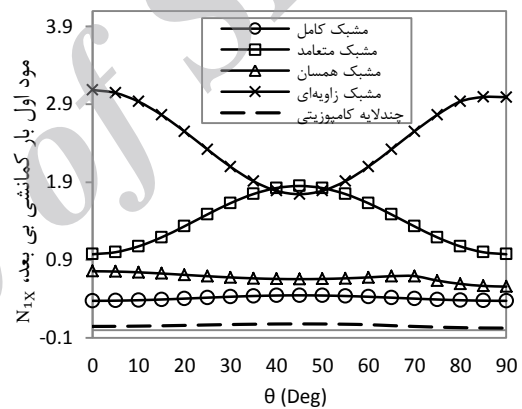


شکل ۵- تغییرات بار کمانشی محوری دوم، N_{2x} ، برای چهار صفحه مشبک و چندلایه کامپوزیتی برحسب θ

همانطور که در جدول مشاهده می‌شود، نتایج بدست آمده از کد حاضر در مقایسه با نتایج مرجع (۱۰) و همچنین نتیجه حاصل از نرم افزار آباکوس از دقتی مناسب برخوردار است.

۴- ارائه و بررسی نتایج

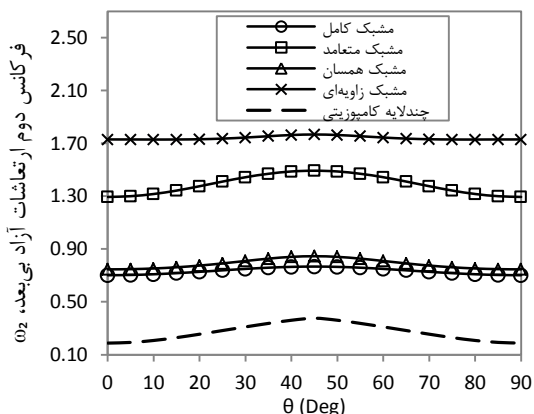
در این قسمت نتایج حاصل از مقایسه بارهای کمانشی محوری اول و دوم، N_x ، کمانش برشی، N_{xy} و فرکانس‌های اول، دوم و سوم ارتعاشات آزاد برای چهار ساختار مشبک ارائه و با مقادیر مربوط به چندلایه‌ی کامپوزیتی هم وزن مقایسه شده است. در شکل ۴، بار کمانشی محوری اول، N_{1x} ، برای چهار صفحه مشبک و صفحه چندلایه کامپوزیتی به صورت بی بعد برحسب جهت‌گیری‌های مختلف θ ارائه شده است.



شکل ۴- تغییرات بار کمانشی محوری اول، N_{1x} ، برای صفحه‌های مشبک و چندلایه کامپوزیتی برحسب θ

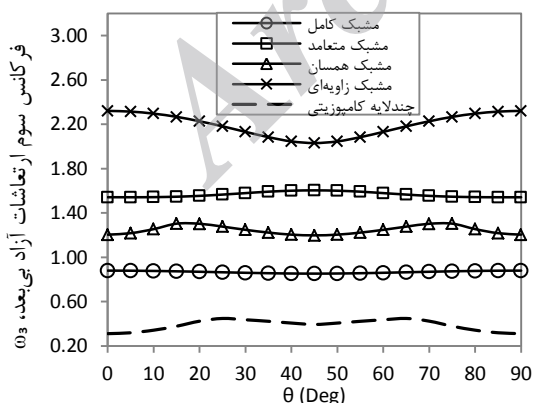
جهت بی بعد سازی مقادیر بار کمانشی از رابطه $\bar{N} = N_x b^2 / E_1 h^3$ استفاده شده که h در رابطه‌ی بالا ضخامت صفحه‌ی مشبک کامل است. همانطور که شکل نشان می‌دهد، بیشترین تغییر در مقدار بار کمانشی بین زوایای صفر تا 90° درجه در ساختارهای مشبکی رخ می‌دهد که تعداد تقویت کننده‌های آنها در راستاهای مختلف کمتر است. به عنوان مثال، صفحه مشبک زاویه‌ای که تنها در راستای α دارای تقویت کننده است، بیشترین تغییرات را در برابر تغییر جهت‌گیری شبکه (θ) از خود نشان می‌دهد. همچنین، با توجه به یکسان بودن وزن تمامی سازه‌ها، سازه‌های دارای ضخامت بالاتر مقاومت بیشتری را در برابر بار کمانشی از خود نشان می‌دهند که این مسأله با توجه به

دارای تغییرات بسیار ملایمی است؛ در صورتی که سایر نمودارها بخصوص چندلایه‌ی کامپوزیتی، تغییرات قابل توجهی را از خود نشان می‌دهند.

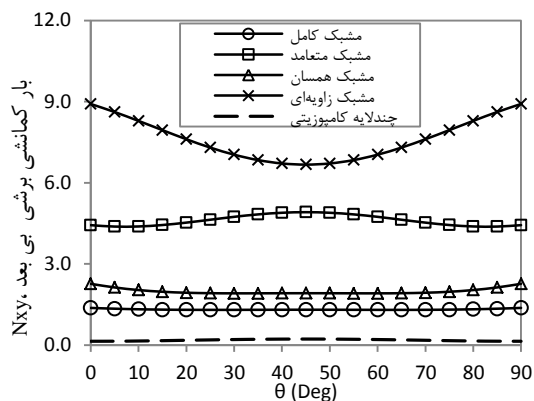


شکل ۸- تغییرات فرکانس دوم ارتعاشات آزاد برای چهار صفحه مشبک و چندلایه کامپوزیتی بر حسب θ

در شکل ۹، فرکانس سوم ارتعاشات آزاد برای صفحات نشان داده شده است. در این مود ارتعاشی نیز مشبک زاویه‌ای بیشترین میزان فرکانس را از خود نشان می‌دهد. تقریباً در تمامی نمودارها بجز مشبک متعامد، یک افت در فرکانس در زاویه ۴۵ درجه مشاهده می‌شود. مشبک متعامد، تنها سازه‌ایست که مانند دو مود ارتعاشی پیشین حالت افزایش خود در زاویه‌ی ۴۵ درجه را حفظ کرده و دارای روند مشابهی است.

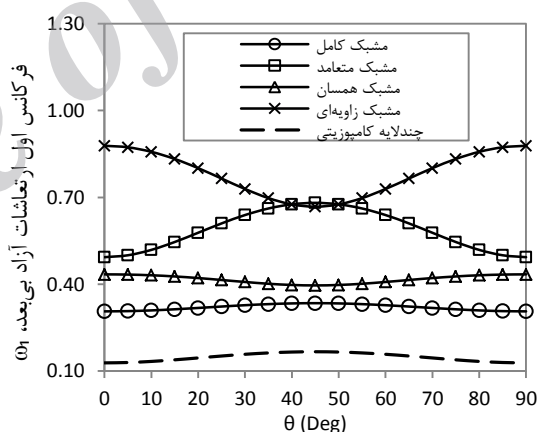


شکل ۹- تغییرات فرکانس سوم ارتعاشات آزاد برای چهار صفحه مشبک و چندلایه کامپوزیتی بر حسب θ



شکل ۶- تغییرات بار کمانشی برشی صفحه‌های مشبک و چندلایه کامپوزیتی بر حسب θ

در شکل ۷، فرکانس اول ارتعاشات آزاد صفحات به صورت بی‌بعد برای جهت‌گیری‌های مختلف شبکه ارائه گردیده است. بی‌بعد سازی نتایج با استفاده از رابطه $\bar{\omega} = \left(\frac{\omega b^2}{\pi^2}\right)\sqrt{\rho/D_{11}}$ صورت گرفته است.



شکل ۷- تغییرات فرکانس اول ارتعاشات آزاد برای چهار صفحه مشبک و چندلایه کامپوزیتی بر حسب θ

تمامی نمودارها نسبتاً از روند بارکمانشی اول خود (شکل ۴) پیروی کرده‌اند که با توجه به وزن یکسان صفحات طبیعی به نظر می‌رسد، به جز ساختار مشبک همسان که در شکل ۴ دارای روندی کاهشی بوده و در اینجا در $\theta=45^\circ$ دارای کمینه‌ی مطلق است.

در شکل ۸ که فرکانس دوم ارتعاشات آزاد را برای صفحات نشان می‌دهد، تمامی نمودارها دارای بیشینه‌ی مطلق در $\theta=45^\circ$ هستند. در اینجا فرکانس دوم سازه مشبک زاویه‌ای،

زاویه ۴۵ درجه می‌تواند نتایج به مراتب بهتری نسبت به حالت قرارگیری مستقیم تقویت کننده‌ها از خود نشان دهد و درمقابل بعضی سازه‌ها مانند مشبک زاویه‌ای رفتاری کاملاً معکوس بروز می‌دهند. به طور خلاصه، تغییر همزمان نوع شبکه و زاویه جهت گیری آنها، تأثیر بسزایی در سفتی صفحه و در نتیجه رفتار کمانشی و ارتعاشی صفحه خواهد داشت. که با توجه به این امر می‌توان متناسب با نیازهای طرح، ساختار مشبک با جهت گیری مناسب را مورد استفاده قرار داد.

۶- مراجع

- [1] Huybrechts S.M., Hahn S.E., Meink T.E., "Grid stiffened structures: survey of fabrication, analysis and design methods," *Proceedings of the 12th International Conference on Composite Materials (ICCM/12)*, 1999.
- [2] Chen, H. and Tsai, S. W., "Analysis and Optimum Design of Composite Grid Structures," *Journal of Composite Materials*, vol. 30, pp. 503-534, 1996.
- [3] de Oliveira, J. G. and Christopoulos, D. A., "A practical method for the minimum weight design of stiffened plates under uniform lateral pressure," *Computers & Structures*, vol. 14, pp. 409-421, 1981.
- [4] D. Han and S. W. Tsai, "Interlocked Composite Grids Design and Manufacturing," *Journal of Composite Materials*, vol. 37, pp. 287-316, 2003.
- [5] Totaro, G. and Gürdal, Z., "Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications," *Aerospace Science and Technology*, vol. 13, pp. 157-164, 2009.
- [6] Ambur, D. R. and Jaunky, N., "Optimal design of grid-stiffened panels and shells with variable curvature," *Composite Structures*, vol. 52, pp. 173-180, 2001.
- [7] Kidane, S., Li, G., Helms, J., Pang, S., and Woldesenbet, E., "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders," *Composites Part B: Engineering*, vol. 34, pp. 1-9, 2003.
- [8] Jones, R. M., *Mechanics Of Composite Materials*, 2 ed.: Taylor & Francis, 1999.
- [9] Chai, G. B., "Buckling of generally laminated composite plates with various edge support conditions," *Composite Structures*, vol. 29, pp. 299-310, 1994.
- [10] Baharlou, B. and Leissa, A. W., "Vibration and buckling of generally laminated composite plates with arbitrary edge conditions," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 29, pp. 545-555, 1987.

همانطور که در اشکال ۴، ۶، ۷، ۸ و ۹ مشاهده می‌شود، تغییر جهت گیری تقویت کننده‌ها در صفحه می‌تواند باعث تغییر بار کمانشی یا فرکانس ارتعاشی یک سازه مشبک گردد.

به عنوان مثال دوران راستای تقویت کننده در مشبک متعامد، باعث افزایش ۸۰ درصدی مقدار بار بحرانی اول کمانشی این سازه شده است، در حالی که باعث کاهش حدود ۶۰ درصدی همین پارامتر در سازه مشبک زاویه‌ای گردیده است. این موضوع برای فرکانس ارتعاشات آزاد سازه‌ها نیز مشاهده می‌شود.

۵- نتیجه گیری

هدف اصلی در این مقاله، مطالعه‌ی تأثیر ساختار شبکه و همچنین زاویه‌ی جهت گیری شبکه بر رفتار کمانشی و ارتعاشی صفحه‌های مشبک کامپوزیتی بوده است. به همین منظور، چهار صفحه مربعی شکل، دارای تکیه گاه ساده، با استفاده از ساختارهای رایج سازه‌های مشبک، مشبک متعامد، مشبک زاویه‌ای، مشبک همسان و مشبک کامل در نظر گرفته شدند. در این صفحات، ابعاد بیرونی و اندازه‌های تقویت کننده‌ها یکسان و به منظور ایجاد وزن برابر صفحات، ضخامت آنها متفاوت در نظر گرفته شد. برای مقایسه نسبی رفتار سازه‌های مشبک، یک صفحه چندلایه کامپوزیتی با وزن مشابه نیز تعریف گردید. بارهای اول و دوم کمانشی و بار بحرانی کمانش برشی و همچنین فرکانس‌های اول، دوم و سوم ارتعاشات آزاد، برای صفحات محاسبه و مقایسه گردید. جهت بررسی تأثیر جهت گیری تقویت کننده‌ها، راستای تقویت کننده‌ها از صفر تا نود درجه دوران داده شده‌اند. نتایج ارائه شده، بیانگر چندین نکته به شرح زیر می‌باشند. نخست اینکه در وزن برابر سازه‌های مشبک، صفحه‌ای که بیشترین ضخامت را دارا بوده، دارای بیشترین مقدار بار بحرانی کمانشی و فرکانس ارتعاشات آزاد است. در سازه‌هایی که دارای تقویت کننده‌های بیشتری در جهات مختلف می‌باشند، مانند مشبک کامل، تأثیر دوران راستای تقویت کننده‌ها داخل صفحه بسیار کم اهمیت تر بوده و تقریباً می‌توان از این تغییرات چشم پوشی کرد. سوم اینکه قرار دادن تقویت کننده بعضی سازه‌ها، مانند مشبک متعامد و چندلایه کامپوزیتی، در