



## تعیین نسبت‌های قطری دارای کمترین تولید آنتروپی در یک مبدل حرارتی حفره‌ای زمین‌گرمایی با شبیه‌سازی عددی جریان سیال و انتقال حرارت

مهدی دانشی‌پور<sup>۱</sup>، روح‌اله رفعی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۱/۱۷؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۵/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۳/۱۶

### چکیده

در این مقاله، نسبت‌های قطری که در آن‌ها تولید آنتروپی کمینه می‌شود، برای شرایط مختلف در یک مبدل حرارتی زمین‌گرمایی هم‌محور به دست آمده است. برای این منظور، انتقال حرارت و جریان آشفته داخل مبدل شبیه‌سازی شده است. در شبیه‌سازی جریان آشفته، از مدل SST k- $\omega$  استفاده گردیده است. با محاسبه افت فشار در نسبت قطرهای مختلف، کمترین افت فشار و اتلاف اصطکاکی در نسبت قطر ۰/۷ به دست آمده است. نتایج به دست آمده برای توزیع دمای جریان سیال در راستای عمق نشان می‌دهد که با افزایش مقاومت حرارتی دیواره درونی، دمای سیال خروجی افزایش می‌یابد. تولید آنتروپی کل برای نسبت قطرهای مختلف و با مقاومت‌های حرارتی گوناگون دیواره درونی به دست آمده است و تغییرات نسبت قطر، دارای کمترین تولید آنتروپی نسبت به مقاومت حرارتی دیواره درونی ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش مقاومت حرارتی دیواره میانی، نسبت قطری دارای کمترین تولید آنتروپی بزرگتر خواهد بود. از طرف دیگر، کاهش ضریب انتقال حرارت در دیواره بیرونی و افزایش ضریب انتقال حرارت در دیواره میانی نامطلوب است. با افزایش مقاومت حرارتی دیواره میانی، در نسبت قطرهای بیشتر، این تاثیر نامطلوب در هر دو دیواره کمتر می‌شود.

**کلمات کلیدی:** حل عددی؛ مبدل حرارتی زمین‌گرمایی؛ تولید آنتروپی؛ جریان آشفته.

### Determination of Diameter Ratios for Minimum Entropy Generation in a Borehole Geothermal Heat Exchanger using Numerical Simulation of Flow and Heat Transfer

M. Daneshipour<sup>1</sup>, and R. Rafee<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> M.Sc. Student, Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran.

<sup>2</sup> Assist.Prof., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran.

### Abstract

In this work, the diameter ratio of a geo-thermal borehole heat exchanger is determined in a manner that the entropy generation is minimized. For this purpose, the heat transfer and fluid flow in the heat exchanger are simulated. The SST k- $\omega$  model is used to model the turbulent flow. The pressure loss calculation for different diameter ratios of the heat exchanger shows that for a diameter ratio of 0.7, the total pressure loss is minimum. The results of the bulk flow temperature show that the outlet temperature increases at a higher heat resistance of the internal wall. The total entropy generation for different diameter ratios at different heat resistance of the internal wall are also presented, and the diameter ratios for minimum entropy generation are determined. The results obtained show that when the heat resistance of the internal wall increases, a minimum entropy generation occurs at higher diameter ratios. On the other hand, reduction in the heat transfer coefficient of the outer wall and the increment in the heat transfer coefficient of the internal wall are not favorable. The increment in heat resistance of the internal wall at higher diameter ratios of the heat exchanger reduces both of these unfavorable effects.

**Keywords:** Numerical Solution; Geothermal Heat Exchanger; Entropy Generation; Turbulent Flow.

\* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۲۳-۳۱۵۳۳۳۵۱؛ فکس: ۰۲۳-۳۳۶۵۴۱۲۲

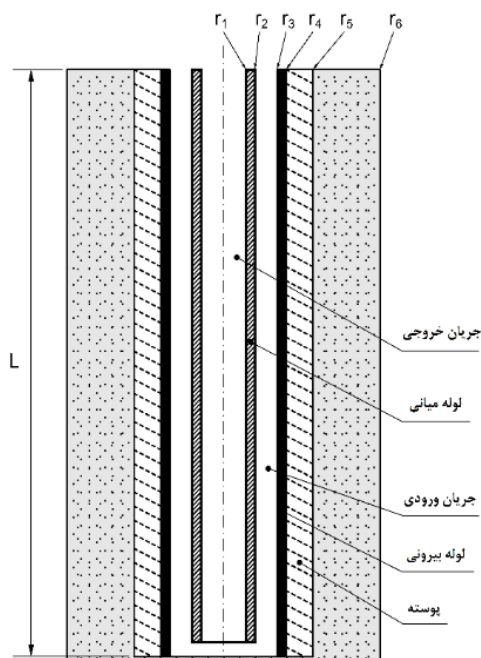
آدرس پست الکترونیک: Rafee@semnan.ac.ir

## ۱- مقدمه

امروزه، فناپذیر بودن سوخت‌های فسیلی و هزینه‌های زیست محیطی آن، توجه به سوخت‌های پاک از جمله انرژی زمین-گرمایی را ضروری ساخته است. انرژی زمین‌گرمایی، انرژی تجدیدپذیری است که از گرمای گدازه‌های موجود در اعماق زمین بدست می‌آید و استفاده از آن، از نظر زیست محیطی کاملاً منطقی است [۱،۲]. تلاش‌های بسیاری برای گسترش استفاده از این نوع انرژی، هم در مصارف خانگی و هم در نیروگاه‌های تولید برق، صورت گرفته است [۳-۵].

با توجه به محدودیت و دشواری در استفاده از این نوع منابع پاک، تلاش در جهت بهینه‌سازی عملکرد مبدل حرارتی مورد استفاده در این زمینه، امری ضروری است. نالا و همکارانش [۶]، از جمله افرادی بودند که به مطالعه عددی مبدل‌های هم محور در عمق زیاد زمین پرداختند و عواملی چون تغییر قطر، نوع خاک، خواص سیال و ... را در آن بررسی کردند و به یک هندسه بهینه برای مبدل مورد مطالعه دست یافتند. الخوری و همکارانش [۷،۸]، از روش‌های محاسباتی المان محدود برای تحلیل سه بعدی انتقال حرارت در سیستم‌های زمین‌گرمایی در هر دو حالت پایدار و گذرا استفاده کردند که مدل آن‌ها، در نرم افزارهایی چون اف ای فلو استفاده شد. فنگ [۹]، با معرفی نوع جدیدی از مبدل هم محور با قابلیت عبور آب‌های زیر زمینی علاوه بر سیال مبدل، افزایش بازده در این نوع استخراج گرما از زمین را مورد بررسی قرار داد. پاریش و همکاران [۱۰]، با روش آزمایشگاهی به بررسی عملکرد مبدل زمین‌گرمایی در حالت گذرا پرداختند و نتایج خود را با نتایج شبیه‌سازی عددی مقایسه کردند. فونابیکی و همکاران [۱۱]، تاثیر برخی پارامترهای طبیعی از جمله، جریان‌های آب زیرزمینی را بر طراحی پمپ‌های حرارتی، بررسی نمودند. بیر و همکاران [۱۲]، روشی تحلیلی برای به دست آوردن توزیع دما در طول مبدل ارائه دادند. اسلیوا و همکاران [۱۳]، امکان استفاده از مبدل‌های زمین‌گرمایی در چاه‌های نفت را پیشنهاد و تشریح کردند. مازترولو و همکاران [۱۴] نیز، به بررسی عملکرد دی-اکسیدکربن در مبدل‌های زمین‌گرمایی و پمپ‌های حرارتی پرداختند. مازالیاس [۱۵]، به حل عددی مبدل زمین‌گرمایی هم محور با عمق ۲۰۰ متر برای دو سیال هوا و آب خالص پرداخت و علاوه بر مقایسه عملکرد این دو سیال در مبدل،

تاثیر تغییرات قطر هیدرولیکی را بر دمای خروجی بررسی کرد. همچنین روابط متعددی برای ضریب انتقال حرارت در محیط حلقوی بر اساس داده‌های تجربی ارائه شده است [۱۶]. در کارهای قبلی، از روابط موجود برای به دست آوردن عدد ناسلت استفاده شده است و شبیه‌سازی مستقیم جریان و انتقال حرارت در این نوع مبدل، مورد بحث قرار نگرفته است؛ لیکن در کار حاضر، جریان و انتقال حرارت در یک مبدل زمین‌گرمایی به طور هم‌زمان در بدنه جامد و سیال عبوری شبیه‌سازی شده است و اثر پارامترهای اصلی (نظیر نسبت قطرها و مقاومت حرارتی دیواره داخلی)، بر تولید آنتروپی به منظور پیدا کردن حالت دارای کمترین تولید آنتروپی بررسی شده است. نحوه تأثیر تغییرات پارامترهای هندسی و جنس مبدل بر عملکرد حرارتی مبدل نیز بررسی گردیده است و با شناسایی هر چه بهتر این پارامترها و تغییرات آن‌ها، زمینه‌های مساعد بیشتری برای استفاده از انرژی زمین‌گرمایی پیش رو قرار خواهد گرفت. مبدل زمین‌گرمایی مورد مطالعه، به صورت شماتیک در شکل ۱ نشان داده شده است و ابعاد آن جدول ۱ ارائه گردیده است. جریان سیال و انتقال حرارت، به صورت دو بعدی و متقارن محوری مدل‌سازی شده است.



شکل ۱- هندسه مبدل هم محور

$$\rho u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + \bar{G}_k - Y_k \quad (6)$$

$$\rho u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \quad (7)$$

## ۲-۱- شرایط مرزی و مشخصات حرارتی

در ورودی، سیال با دمای اولیه ۳/۵ درجه سلسیوس و با دبی حجمی ۰/۰۰۰۸ متر مکعب بر ثانیه وارد می‌شود. در خروجی کانال نیز، از شرط فشار ثابت اتمسفر استفاده شده است. در سطح تماس مایع و جامد، شرط بدون لغزش و بدون پخش دما اعمال گردیده است.

$$\bar{U} = 0 \quad (8)$$

$$T = T_s \quad (9)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = -\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial n} \quad (10)$$

در هر یک از دیواره‌های جامد، معادله انتقال حرارت هدایتی حل شده است و در مرز مشترک دیواره‌ها، دماها و شارهای حرارتی با هم مساوی هستند.

دمای خاک احاطه‌کننده مبدل، به صورت خطی با عمق افزایش می‌یابد. در ورودی شدت توربولانس ۱۰ درصد در نظر گرفته شده، قطر هیدرولیکی با توجه به نسبت قطرهای در نظر گرفته شده، متغیر است. در معادلات، مشخصات حرارتی لوله‌ها و پوسته مطابق با جدول ۲ منظور گردیده است.

جدول ۲ مشخصات حرارتی جنس لوله‌ها و پوسته [۱۵]

پارامتر	تعریف	مقدار
$R''_{ip}$	مقاومت گرمایی لوله داخلی	$(m^2K/W)$ متغیر از ۰/۰۰۸ تا ۰/۱
$\lambda_{op}$	ضریب هدایت لوله خارجی	۱۵ W/m·K
$\lambda_c$	ضریب هدایت پوسته	۱۵ W/m·K

لازم به ذکر است، اندیس ip نشان‌دهنده دیواره درونی، op نشان‌دهنده دیواره بیرونی و اندیس c، نشان‌دهنده سیمان پوشش دهنده می‌باشند. تغییرات دمای زمین با عمق، خطی فرض گردیده است و مطابق با رابطه ۱۱ در نظر گرفته شده است. خواص حرارتی نوع خاک منطقه مورد بررسی مطابق با جدول ۳ منظور گردیده است.

$$T_\infty(z) = T_s + \gamma \cdot z \quad (11)$$

برای هندسه‌های مختلف (نسبت قطرهای مختلف) جریان سیال به صورت عددی حل شده است. علاوه بر بررسی افت فشار و ضرایب انتقال حرارت سطوح در نسبت قطرهای مختلف، با تغییر مقاومت حرارتی دیواره درونی، تولید آنتروپی و عملکرد حرارتی مبدل بررسی شده است.

جدول ۱- ابعاد هندسی مبدل

پارامتر	تعریف	مقدار
$\Gamma_1$	شعاع درونی لوله داخلی	از ۱۲ تا ۳۵ میلیمتر
$e_{ip}$	ضخامت لوله داخلی	۵ میلیمتر
$\Gamma_2$	شعاع بیرونی لوله داخلی	$5 + \Gamma_1$ میلیمتر
$\Gamma_3$	شعاع درونی لوله بیرونی	۵۰ میلیمتر
$e_{op}$	ضخامت لوله بیرونی	۵ میلیمتر
$\Gamma_4$	شعاع بیرونی لوله بیرونی	$5 + \Gamma_3$ میلیمتر
$e_c$	ضخامت پوسته	۱۰ میلیمتر
$\Gamma_5$	شعاع پوسته	۶۵ میلیمتر
$e_{rock}$	محدوده زمین اطراف مبدل	۱۰۰ میلیمتر
$\Gamma_6$	شعاع زمین اطراف مورد بررسی	۱۶۵ میلیمتر
L	عمق مبدل حرارتی	۲۰۰ متر

## ۲-۲ معادلات حاکم

برای شبیه‌سازی انتقال حرارت و جریان آشفته، معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی حاکم به صورت میانگین‌گیری شده زمانی، بصورت عددی حل شده است. معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی حاکم بر جریان تراکم ناپذیر بصورت روابط ۱ تا ۳ نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left[ \bar{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i) \right] = -x_i \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (2)$$

$$\rho C_p \left[ \bar{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j} (T) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial \bar{x}_j} \right) - \rho C_p \overline{u'_j T'} \right] \quad (3)$$

در قسمت جامد معادله حرارت هدایت حل می‌شود.

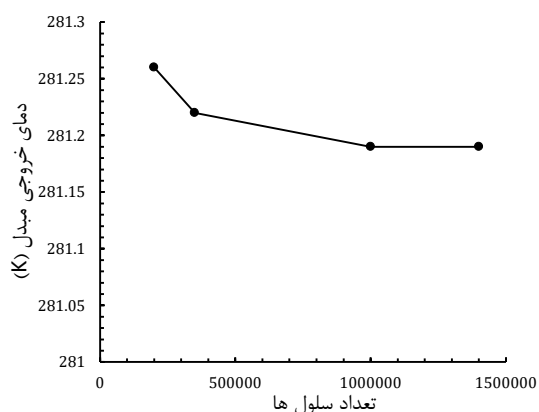
$$\nabla \cdot (\lambda_s \nabla T_s) = 0 \quad (4)$$

مقاومت حرارتی دیواره با معادله ۵ تعریف می‌شود:

$$R_{ip} = \frac{\ln(r_{out}/r_{in})}{2\pi\lambda L} \quad (5)$$

که در این هندسه  $\Gamma_{in} = \Gamma_1$  و  $\Gamma_{out} = \Gamma_2$  محسوب می‌شود. برای تعیین تنش‌های رینولدزی از فرضیه بوزینسک به همراه مدل SST k- $\omega$  استفاده شده است. در این مدل، معادلات k و  $\omega$  به صورت معادلات ۶ و ۷ بیان می‌شوند [۱۷].

شبکه مختلف استفاده شده است. برای نشان دادن استقلال جواب‌ها از شبکه حل، در شکل ۲ تغییرات دمای خروجی سیال برای شبکه‌های مختلف با حداکثر ۱۴۰۰۰۰ سلول (با تعداد تقسیمات ۷۰ در راستای شعاع و ۲۰۰۰۰ در راستای عمق)، نشان داده شده است. همانگونه که دیده می‌شود، جواب‌ها برای تعداد سلول بیش از ۱۰۰۰۰۰ مستقل از شبکه حل خواهد بود.



شکل ۲- تغییرات دمای خروجی به ازای شبکه‌های مختلف

#### ۴- نتایج

##### ۴-۱- اعتبارسنجی

در شکل ۳، توزیع دمای متوسط حجمی سیال در هر دو مسیر رفت و برگشت با نتایج مازالیاس [۱۵] مقایسه شده است.

انحراف کم در این نتایج، نشان‌دهنده صحت روش حل است. در این مقاله، با فرض ثابت بودن قطر جدار بیرونی و دبی مبدل ( $\dot{Q}_3$ ) و تغییر دادن شعاع جداره درونی ( $\dot{Q}_1$ )، جریان برای چند هندسه مختلف به صورت عددی حل شده است و توزیع دما، فشار و سرعت به دست آمده است. در کار مازالیاس [۱۵]، عدد ناسلت بر اساس روابط تجربی محاسبه گردیده است که برای جریان آشفته توسعه یافته حرارتی طرح شده‌اند. این فرض توسعه یافتگی برای جریان در ورودی و نیز در انتهای مسیر رفت که جهت جریان عوض می‌شود، صادق نیست. به همین دلیل، مقدار ضریب انتقال حرارت و به دنبال آن توزیع دما در این نواحی با نتایج شبیه‌سازی عددی کار حاضر تفاوت خواهد داشت.

#### جدول ۳- مشخصات حرارتی خاک [۱۵]

پارامتر	تعریف	مقدار
$T_s$	دمای سطح زمین	۲۷۹/۱۵ K
$\lambda_{rock}$	ضریب هدایت	۳ W/m·K
$\gamma$	ضریب تغییر دما با عمق خاک	۴/۵ K/100m

تغییرات خواص سیال آب با دما (بر حسب کلوین) نیز مطابق با روابط ۱۲ تا ۱۵ در برنامه منظور گردیده است [۱۵].

$$\rho = 741.966 + 1.9613 \cdot T - 0.00371211 \cdot T^2 \quad (12)$$

$$c_p = 820 + 11.8 \cdot T - 0.035 \cdot T^2 + 3.5 \cdot 10^{-5} T^3 \quad (13)$$

$$\lambda = -0.3835 + 0.00525 \cdot T - 6.265 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 \quad (14)$$

$$\mu = 10^{-13.73 + \frac{1830}{T}} - 0.0197 \cdot T - 1.47 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 \quad (15)$$

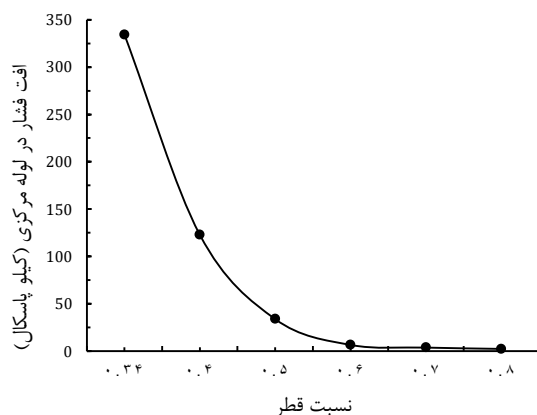
#### ۳- حل عددی و استقلال از شبکه

برای حل عددی از نرم افزار فلونت<sup>۱</sup> و الگوریتم سیمپل‌سی<sup>۲</sup> استفاده شده است [۱۸]. کلیه گسسته‌سازی‌ها از نوع بالادست<sup>۳</sup> مرتبه دو است. حل معادلات در نرم افزار فلونت، به روش حجم محدود و با تجزیه معادلات حاکم انجام می‌شود. پس از حدس میدان سرعت و فشار، ابتدا معادلات تجزیه شده سرعت و سپس معادله تصحیح فشار حل می‌شوند و سپس معادلات تجزیه شده مدل انتقال تنش برشی SST k- $\omega$  حل می‌شود. با تعیین ویسکوزیته توربولانسی، تنش‌های رینولدزی با استفاده از رابطه بوزینسک محاسبه و در معادلات مومنتوم برای تصحیح مجدد سرعت و انجام مجدد مراحل فوق، مورد استفاده قرار می‌گیرند. زمان انجام محاسبات برای شبکه‌های مختلف متفاوت است، ولی ۶ ساعت زمان برای هر شبیه‌سازی با یک کامپیوتر با پردازنده 3.6 GHz و 4GB حافظه اصلی (RAM) لازم است. برای به دست آوردن تعداد سلول‌های شبکه به گونه‌ای که هم دقت مناسب و هم زمان مناسب برای حل را فراهم کند، از چندین

<sup>۱</sup> Fluent 6.3.26

<sup>۲</sup> SIMPLEC

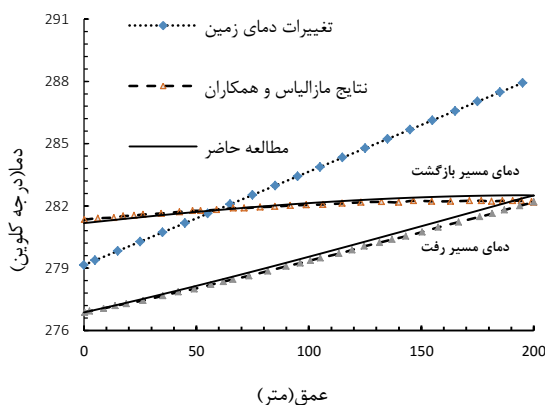
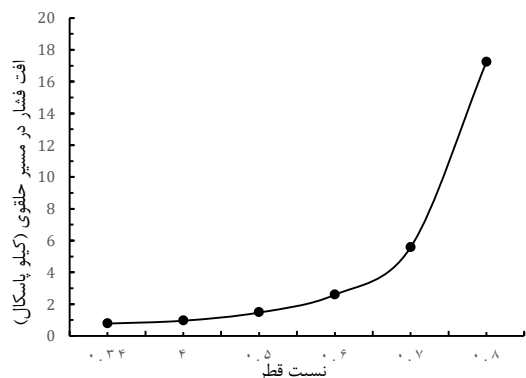
<sup>۳</sup> Upwind



شکل ۴- افت فشار بر حسب نسبت قطر ( $D_i/D_0$ ) در لوله میانی

با توجه به این که قطر جداره بیرونی ( $I_3$ ) ثابت است و با افزایش قطر مسیر داخلی ( $I_1$ )، قطر هیدرولیکی در ناحیه حلقوی کاهش می‌یابد، انتظار می‌رود که با افزایش  $I_1$  و در نتیجه کاهش قطر هیدرولیکی در ناحیه حلقوی، افت فشار افزایش یابد. نمودار شکل ۵، افت فشار در ناحیه حلقوی را نشان می‌دهد.

در نمودار شکل ۶، افت فشار کلی در مبدل ترسیم شده است. در نسبت قطرهای کم، کاهش افت فشار با افزایش قطر در لوله میانی تاثیر بیشتری بر روند تغییرات افت فشار در کل مبدل را داراست. این روند تا نسبت قطر ۰/۷ ادامه پیدا می‌کند. از آنجا به بعد، تاثیر افزایش افت فشار در مسیر حلقوی بر افت فشار کل بیشتر شده، افت فشار در کل مبدل افزایش می‌یابد.



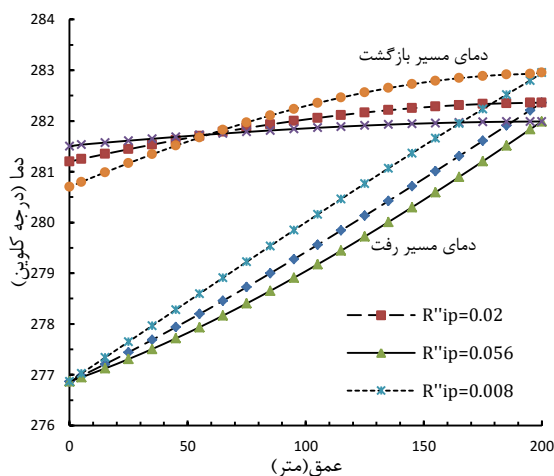
شکل ۳- مقایسه توزیع دما بر حسب عمق با نتایج مازالیاس [۱۵] ( $R''_{ip}=0.02 \text{ m}^2\text{K/W}$ )

جریان از نوع آشفته است و از زبری سطوح دیواره‌ها صرف‌نظر شده است. عدد بی‌بعد رینولدز بر مبنای قطر هیدرولیکی به دست آمده است که اختلاف بین قطرهای داخلی و خارجی است [۱۹]. در ناحیه حلقوی با توجه به تغییرات ناچیز ویسکوزیته با عمق، به ازای افزایش شعاع جداره داخلی (افزایش نسبت قطر)، سرعت جریان افزایش می‌یابد و قطر هیدرولیکی کاهش خواهد یافت. با توجه به این که کاهش قطر هیدرولیکی نسبت به افزایش سرعت، بیشتر بوده، بنابراین تأثیر بیشتری بر تغییرات عدد رینولدز دارد؛ در نتیجه با افزایش نسبت قطرهای، عدد رینولدز کمتر می‌شود.

#### ۴-۲- افت هیدرودینامیکی

بر اساس رابطه بلازیوس، به ازای یک دبی حجمی ثابت، در جریان آشفته تغییرات افت فشار با قطر لوله نسبت به جریان آرام بسیار بیشتر است [۱۹]. لازم به ذکر است که تغییرات مقاومت حرارتی دیواره میانی، تاثیر ناچیزی روی منحنی‌های فشار در بر دارد.

در نمودار شکل ۴، میزان افت فشار برای نسبت قطرهای مختلف برای لوله مرکزی نشان داده شده است که کاهش شدید افت فشار با افزایش قطر لوله میانی، با نتایج بلازیوس انطباق دارد.



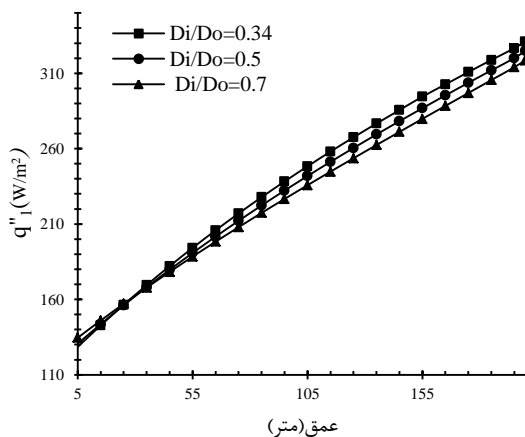
شکل ۷- توزیع دمای متوسط سیال را برای مقاومت‌های حرارتی مختلف در یک هندسه ثابت ( $D_i/D_o=0.6$ )

با استفاده از رابطه ۱۷، شار حرارتی در هر مقطع محاسبه شده، شکل ۸ این پارامتر را بر حسب عمق برای دیواره  $T_3$  برای نسبت قطرهای مختلف نشان می‌دهد. عدد ناسلت و عمق بدون بعد با روابط ۱۹ و ۲۰ تعریف شده است.

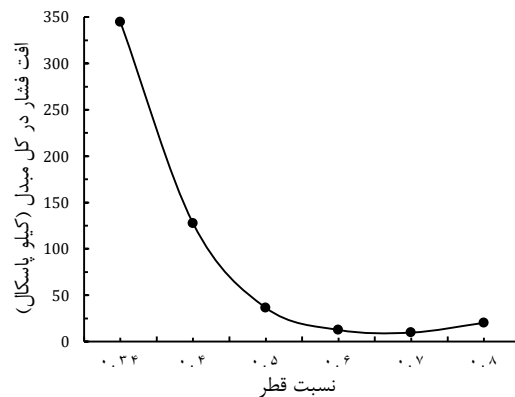
$$Nu = \frac{h \cdot D_h}{k} \quad (19)$$

$$Z^* = \frac{Z}{L} \quad (20)$$

با توجه به افزایش دمای زمین با عمق، مقدار شار حرارتی در دیواره  $T_3$  ( $q''_1$ ) برای تمامی نسبت قطرها، روندی افزایشی دارد.



شکل ۸- شار حرارتی برای نسبت قطرهای مختلف بر حسب عمق در دیواره  $T_3$  ( $R''_{ip}=0.02 \text{ m}^2\text{K/W}$ )



شکل ۶- افت فشار بر حسب نسبت قطر ( $D_i/D_o$ ) در کل مبدل

### ۴-۳- ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی

مهمترین خاصیت حرارتی که باید بررسی شود، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی  $h$  است که با معادله ۱۶ تعریف می‌شود [۲۰، ۲۱].

$$h_z = \frac{q_w(z)}{T_w(z) - T_b(z)} \quad (16)$$

سه دیواره  $T_1$ ،  $T_2$  و  $T_3$  در مجاورت سیال قرار دارند. دیواره  $T_3$  شار گرمایی را از لایه‌های بیرونی‌تر مرتبط با زمین دریافت می‌کند.  $T_w(z)$  دمای متوسط دیواره در مقطع مورد نظر است و  $q_w(z)$  متوسط شار ورودی در هر مقطع است که با استفاده از معادله ۱۷ محاسبه می‌شود.

$$q_w(z) = -\lambda_{effective} \left. \frac{\partial T_f}{\partial r} \right|_{wall} = -\lambda_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial r} \right|_{wall} \quad (17)$$

$T_f$  دمای سیال،  $T_s$  دما در دیواره جامد مجاور سیال و  $T_b(z)$  دمای متوسط حجمی<sup>۱</sup> سیال است که با رابطه ۱۸ محاسبه می‌گردد [۲۲].

$$T_b(z) = \frac{\int_{A_c} \rho u c_p T_A dA}{\int_{A_c} \rho u c_p T_A dA} \quad (18)$$

با توجه به این که آب گرم شده در مسیر حلقوی از لوله میانی باز می‌گردد، هر چه در مسیر برگشت، گرمای بیشتری به جریان حلقوی انتقال یابد، دمای سیال خروجی کاهش می‌یابد و هر چه مقاومت حرارتی جداره درونی ( $R''_{ip}$ ) افزایش یابد، این کاهش دما کمتر خواهد بود. نمودار شکل ۷، توزیع دمای متوسط سیال را برای مقاومت‌های حرارتی مختلف در یک هندسه ثابت ( $D_i/D_o=0.6$ ) نشان می‌دهد.

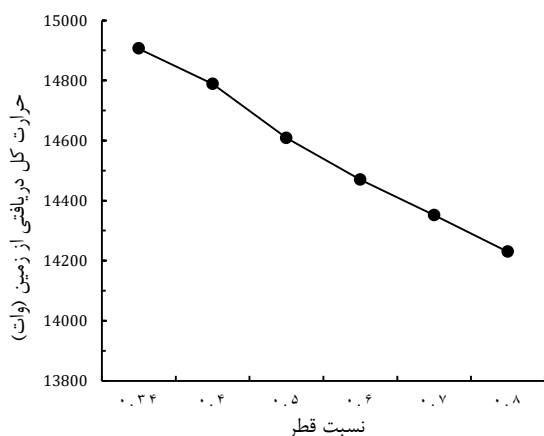
<sup>۱</sup> Bulk Temperature

البته از آنجا که در روابط مورد اشاره فرض بر توسعه یافتگی جریان و انتقال حرارت است، این تطابق در نزدیکی محل دور زدن سیال در انتهای مبدل و همچنین در ورودی سیال از بین می‌رود.

با توجه به تغییرات ناچیز ویسکوزیته با عمق، تأثیر قطر هیدرولیکی بر عدد ناسلت بیشتر بوده، در نتیجه تغییرات ضریب انتقال حرارت و عدد بی‌بعد ناسلت نسبت به هم رفتار متفاوتی را به ازای افزایش نسبت قطر نشان می‌دهد.

در نمودار شکل ۱۱، حرارت کل دریافتی از زمین در مبدل برای نسبت قطرهای مختلف نشان داده شده است. حرارت کل دریافتی آب از زمین با افزایش نسبت قطر کاهش می‌یابد که این تغییرات با توجه به تحلیل نمودارهای ضرایب انتقال حرارت دیواره‌ها در نسبت قطرهای مختلف، منطقی است.

می‌توان مشاهده کرد که اختلاف حرارت دریافتی مبدل بین نسبت قطرهای ۰/۳۴ و ۰/۸، در حدود ۶۷۰ وات است.



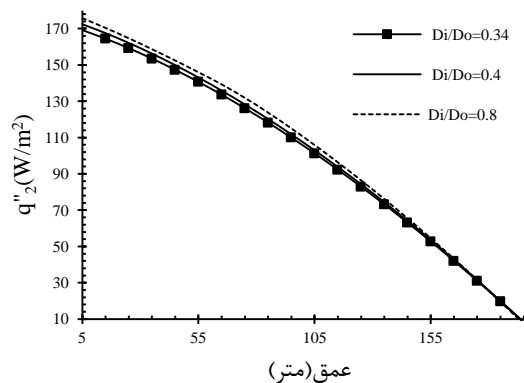
شکل ۱۱ نرخ حرارت کل دریافتی از زمین برای نسبت قطرهای مختلف ( $R''_{ip}=0.02 \text{ m}^2\text{K/W}$ )

#### ۴-۴- تولید آنتروپی

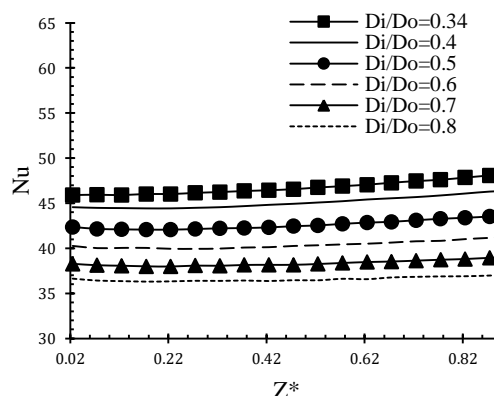
اکثر فرایندهایی که به نحوی با انتقال حرارت جابجایی سروکار دارند، در معرض دو نوع اتلاف اجتناب ناپذیر اصطکاکی و حرارتی می‌باشند. با بکارگیری قانون دوم ترمودینامیک می‌توان، میزان تولید آنتروپی و این اتلاف‌های اجتناب ناپذیر را بررسی و با تغییر پارامترها در جهت کمترین تولید آنتروپی حرکت کرد.

شکل ۹ نیز، شار حرارتی را برای دیواره  $T_2$  بر حسب عمق بیان می‌کند.

اختلاف دمای سیال در دو طرف دیواره  $T_2$  با پیشروی در عمق مبدل کم می‌شود (شکل ۷ را ببینید)؛ بنابراین شار حرارتی عبوری از دیواره  $T_2$  با افزایش عمق کاهش می‌یابد. با توجه به نمودار شکل ۱۰، با افزایش نسبت قطرها و در نتیجه کاهش قطر هیدرولیکی در مسیر رفت سیال در مبدل، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. این تغییرات با توجه به کاهش عدد رینولدز به ازای افزایش نسبت قطر، با روابط گنیلینسکی برای عدد ناسلت انتقال حرارت جریان آشفته [۱۶] مطابقت دارد. تطابق قابل توجهی در عدد ناسلت جریان شبیه‌سازی شده و رابطه نیمه تجربی گنیلینسکی برای جریان آشفته در قسمت‌های میانی مبدل وجود دارد.



شکل ۹- شار حرارتی برای نسبت قطرهای مختلف بر حسب عمق در دیواره  $r_2$  ( $R''_{ip}=0.02 \text{ m}^2\text{K/W}$ )



شکل ۱۰- عدد بی بعد  $Nu$  بر حسب  $Z^*$  در دیواره  $r_2$  ( $R''_{ip}=0.02 \text{ m}^2\text{K/W}$ )

دوم ترمودینامیک اگر مقاومت حرارتی دیواره میانی زیاد شود، با افزایش نسبت قطر، تاثیر نامطلوب کاهش شار حرارتی دریافتی در دیواره بیرونی و افزایش شار حرارتی در دیواره میانی در انتقال حرارت کل مبدل کمتر می‌شود.

### ۵- نتیجه‌گیری

با افزایش نسبت قطرها، افت فشار در مسیر میانی مبدل کاهش و در مسیر حلقوی افزایش می‌یابد. کمترین افت فشار مبدل مورد نظر در نسبت قطر ۰/۷ اتفاق می‌افتد و تغییرات مقاومت حرارتی دیواره میانی، تاثیر قابل توجهی بر مقدار افت فشار ندارد.

با توجه به نتایج به دست آمده، هر چه نسبت قطر  $(D_i/D_o)$  کمتر باشد، انتقال حرارت کل از زمین به سیال بیشتر می‌شود و دمای آب خروجی بیشتر خواهد بود.

هرچه مقاومت حرارتی دیواره میانی بیشتر باشد، اتلاف گرما در مسیر برگشت کمتر و دمای آب خروجی بیشتر می‌شود. از سوی دیگر، با افزایش مقاومت حرارتی دیواره میانی نسبت قطری بیشتر خواهد بود که در آن آنتروپی کمینه است.

هر چه مقاومت حرارتی در دیواره میانی بیشتر باشد، عملکرد حرارتی مبدل در دریافت کلی گرما از زمین بیشتر خواهد بود. می‌توان نتیجه گرفت که از نظر قانون دوم ترمودینامیک، اگر مقاومت حرارتی دیواره میانی زیاد شود، با افزایش نسبت قطر، تاثیر نامطلوب کاهش شار حرارتی دریافتی در دیواره بیرونی و افزایش شار حرارتی در دیواره میانی مبدل کمتر می‌شود.

### ۷- فهرست علائم

$A$	مساحت، $m^2$
$c_p$	ظرفیت گرمایی، $J/kgK$
$e_c$	ضخامت پوسته، $m$
$e_{ip}$	ضخامت لوله داخلی، $m$
$e_{op}$	ضخامت لوله بیرونی، $m$
$e_{rock}$	محدوده زمین اطراف مبدل، $m$
$D_h$	قطر هیدرولیکی، $m$
$D_\omega$	ترم نفوذ عرضی، $kg/m^3s^2$
$G_k$	نرخ تولید انرژی جنبشی توربولانسی، $kg/ms^3$

رابطه ۲۱ و ۲۲، قانون دوم ترمودینامیک را برای حجم کنترل در حالت جریان پایا بیان می‌کند [۲۳].

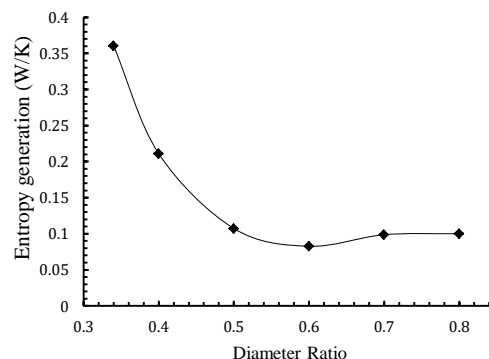
$$\iint_A (s_{in} - s_{out}) dm + \int_{wall} \frac{dq}{T_s} + \dot{S}_{gen} = 0 \quad (21)$$

$$\dot{S}_{gen} = \iint_A (s_{in} - s_{out}) dm - \int_{wall} \frac{dq}{T_s} \quad (22)$$

در نمودار شکل ۱۲، منحنی تولید آنتروپی کل برای نسبت قطرهای مختلف و  $R''_{ip} = 0.056 m^2K/W$  نشان داده شده است و کمترین میزان تولید آنتروپی، در نسبت قطر ۰/۶ و یا همان شعاع اولیه حدود ۲۵ میلی‌متر اتفاق می‌افتد.

در جدول ۴، مقادیر نسبت شعاع‌های دارای کمترین تولید آنتروپی به ازای مقادیر مختلف مقاومت حرارتی در دیواره میانی، ارائه شده است.

بررسی نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد که با افزایش مقاومت حرارتی دیواره درونی، نسبت قطری دارای کمترین تولید آنتروپی بیشتر خواهد بود. در حقیقت هرچه مقاومت حرارتی دیواره میانی بیشتر باشد، اتلاف گرما در مسیر برگشت کمتر و دمای آب خروجی بیشتر خواهد بود. البته افزایش مقاومت حرارتی در دیواره میانی، تاثیر چندانی بر افت فشار در مبدل ندارد. می‌توان نتیجه گرفت که از نظر قانون



شکل ۱۲- تولید آنتروپی کل نسبت به شعاع  $r_1$  (نسبت قطرهای مختلف)

جدول ۴- شعاع دارای کمترین تولید آنتروپی به ازای  $R''_{ip}$  مختلف

$R''_{ip}$	$(r_1)_{Optimum}$	$(D_i/D_o)_{Optimum}$
$0.008(m^2K/W)$	15mm	0.4
$0.02(m^2K/W)$	20mm	0.5
$0.056(m^2K/W)$	25mm	0.6
$0.1(m^2K/W)$	30mm	0.7



لوله درونی	ip	نرخ تولید فرکانس آشفتگی، $\text{kg/m}^3\text{s}^2$	$G_\omega$
لوله بیرونی	op	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، $\text{W/m}^2\text{K}$	$h$
سطح زمین	s	انرژی جنبشی توربولانس، $\text{m}^2/\text{s}^2$	$k$
دیواره	w	عمق مبدل حرارتی، m	$L$

عدد بی بعد ناسلت  $Nu$

فشار،  $\text{kg/ms}^2$   $p$

شار حرارتی،  $\text{W/m}^2$   $q$

شعاع درونی لوله داخلی، m  $r_1$

شعاع بیرونی لوله داخلی، m  $r_2$

شعاع درونی لوله بیرونی، m  $r_3$

شعاع بیرونی لوله بیرونی، m  $r_4$

شعاع پوسته، m  $r_5$

شعاع زمین اطراف مورد بررسی، m  $r_6$

مقاومت حرارتی دیواره در سطح،  $\text{m}^2\text{K/W}$   $R''$

عدد بی بعد رینولدز  $Re$

آنتروپی،  $\text{W/K}$   $S$

دما، K  $T$

سرعت،  $\text{m/s}$   $u$

نرخ استهلاك انرژی جنبشی آشفتگی،  $\text{kg/ms}^3$   $Y_k$

نرخ استهلاك فرکانس آشفتگی،  $\text{kg/m}^3\text{s}^2$   $Y_\omega$

راستای عمق، m  $Z$

شعاع درونی لوله داخلی، m  $r_1$

شعاع بیرونی لوله داخلی، m  $r_2$

شعاع درونی لوله بیرونی، m  $r_3$

شعاع بیرونی لوله بیرونی، m  $r_4$

شعاع پوسته، m  $r_5$

#### علائم یونانی

ضریب تغییرات دمای زمین با عمق،  $\text{K/m}$   $\gamma$

چگالی،  $\text{kg/m}^3$   $\rho$

ضریب هدایت حرارتی،  $\text{W/mK}$   $\lambda$

لزجت دینامیکی،  $\text{kg/ms}$   $\mu$

ضریب نفوذ،  $\text{kg/ms}$   $\Gamma$

فرکانس آشفتگی،  $1/\text{s}$   $\omega$

#### زیر نویس‌ها

مقدار متوسط  $Ave$

پوسته  $c$

تولید شده  $gen$

#### ۸- مراجع

- [1] Barbier E (2002) Geothermal energy technology and current status: an overview. *Renew Sust Energ Rev* 6(1-2): 3-65.
- [2] Kagel A, Bates D, Gawell K (2007) A guide to geothermal energy and the environment. Geothermal Energy Association, Washington.
- [3] Egg J, Howard B (2011) Geothermal HVAC Green Heating and Cooling. 1st edn. McGraw-Hill, New York.
- [4] Boyle G (2004) Renewable Energy: Power for a Sustainable Future. 2nd edn. Oxford University Press.
- [5] Dipippo R (2008) Geothermal power plants: principles, applications, case studies and environmental impact. 3rd edn. Butterworth-Heinemann (an imprint of Elsevier), Waltham.
- [6] Nalla G, Shook G, Mines L, Bloomeld K (2004) Parametric sensitivity study of operating and design variables in wellbore heat exchanger. Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, CA.
- [7] Al-Khoury R, Bonnier PG, Brinkgreve BJ (2005) Efficient finite element formulation for geothermal heating systems. Part I: steady state. *Int J Numer Meth Eng* 63 (7): 988-1013.
- [8] Al-Khoury R, Bonnier PG, Brinkgreve BJ (2005) Efficient finite element for- mulation for geothermal heating systems. Part II: transient. *Int J Numer Meth Eng*, 67(5): 725-74.
- [9] Feng Y (2012) Numerical study of downhole heat exchanger concept geothermal energy extraction. Ph.D. Thesis, Louisiana state university.
- [10] Parisch P, Mercker O, Oberdorfer P, Bertram E, Tepe R, Rockendorf G (2015) Short-term experiments with borehole heat exchangers and model validation in TRNSYS. *Renew Energ* 74: 471-477.
- [11] Funabiki A, Oguma M, Yabuki T, Kakizaki T (2014) The effects of groundwater flow on vertical-borehole ground source heat pump systems. ASME 12th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, June 25-27, Copenhagen, Denmark.
- [12] Beier RA, Acuna J, Mogensen P, Palm B (2013) Borehole resistance and vertical temperature profiles in coaxial borehole heat exchangers. *Applied Energy* 102: 665-675.

- [18] Van Doormal JP, Raithby GD (1984) Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numer Heat Transfer* 7(2): 147-163.
- [19] White FM (2011) *Fluid mechanics*. 7th edn. McGraw-Hill, New York.
- [20] Bejan A, Kraus AD (2003) *Heat transfer Handbook*. John Wiley & Sons, New York.
- [21] Bejan A, Tsatsaronis G, Moran M (1996) *Thermal design & optimization*. John Wiley & Sons, New York.
- [22] Bergman TL, Levine AS, Incropera FP, Dewitt DP (2011) *Fundamentals of heat and mass transfer*. 7th edn. John Wiley & Sons, New York.
- [23] Van Wylen GJ, Sonntag RE (1985) *Fundamentals of Classical Thermodynamics*. 3rd edn. John Wiley & Sons, New York.
- [13] Sliwa T, Gonet A (2004) Theoretical model of borehole heat exchanger. *J Energy Resour Technol* 127(2): 142-148.
- [14] Mastrulla R, Mauro AW, Menna L, Vanoli GP (2014) A model for a borehole heat exchanger working with CO<sub>2</sub>. *Energ Proc* 45: 635-644.
- [15] Masalias MD (2011) Thermodynamic optimization of downhole coaxial heat exchanger for geothermal applications. M.Sc. thesis, Warsaw University of Technology, Faculty of Power and Aeronautical Engineering, Warsaw.
- [16] Gnielinski V (2009) Heat Transfer coefficients for turbulent flow in concentric annular ducts. *Heat Transfer Eng* 30(6): 431-436.
- [17] Menter FR (1994) Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J* 32(8): 1598-1605.