



## کنترل مد لغزشی انتگرالی فازی تطبیقی برای کنترل ردگیری موقعیت ربات متحرک چرخ دار غیرهولونومیک الکتریکی

محمد رضا سلطان پور<sup>۱\*</sup> و پوریا اوطادالعجم<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار، دانشکده برق، دانشگاه هوایی شهید ستاری، تهران، ایران.

<sup>۲</sup> کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق و کنترل، دانشکده مهندسی، واحد گرمسار، دانشگاه آزاد اسلامی، گرمسار، ایران.

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۹/۳۰؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۰۹/۲۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۲/۱۹

### چکیده

در این مقاله، کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی تطبیقی برای کنترل ردگیری موقعیت ربات متحرک چرخ دار با حضور دینامیک موتور و عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری موجود در معادلات دینامیکی ربات متحرک، طراحی می‌شود. در کنترل کننده پیشنهادی، بر اساس کنترل سینماتیکی روش پسگام، مقادیر سطح لغزش کنترل کننده دینامیکی مد لغزشی انتگرالی به صورت نوینی تعریف می‌شود. در ادامه برای غلبه بر پدیده نامطلوب لرزش ورودی کنترل، با استفاده از منطق فازی، یک تقریبگر فازی تک ورودی- تک خروجی به گونه‌ای طراحی می‌شود که پدیده لرزش ورودی کنترل را حذف کند. سپس برای کاهش خطای تقریب و جلوگیری از ازدیاد بار محاسباتی سیستم فازی، تقریبگر فازی تطبیقی ارائه می‌شود تا کران عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری موجود در دینامیک‌های ربات متحرک و محرک‌ها را تقریب نماید. اثبات ریاضی نشان می‌دهد که کنترل سینماتیکی سیستم حلقه بسته همراه با کنترل دینامیکی مد لغزشی انتگرالی فازی تطبیقی، در حضور تمامی عدم قطعیت‌ها، دارای پایداری مجانبی سراسری است. برای نمایش عملکرد کنترل کننده پیشنهادی، مطالعه موردی روی ربات متحرک چرخ دار و در حضور سرو موتورهای DC انجام می‌پذیرد. نتایج شبیه سازی، عملکرد مطلوب کنترل کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد.

**کلمات کلیدی:** ربات متحرک چرخ دار؛ عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری؛ لرزش ورودی کنترل؛ کنترل سینماتیکی حلقه بسته؛ کنترل دینامیکی مد لغزشی انتگرالی؛ کنترل دینامیکی مد لغزشی انتگرالی فازی تطبیقی.

## A New Adaptive Fuzzy Integral Sliding Mode Controller Design for Electrically Driven Nonholonomic Wheeled Mobile Robots

M.R. Soltanpour<sup>1,\*</sup>, P. Otadolajam<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Prof. of control Eng, Department of Electrical and Control Engineering, Faculty of Engineering, Garmsar Branch, Islamic Azad University, Garmsar, Iran.

<sup>2</sup> M.Sc, Department of Electrical and Control Engineering, Faculty of Engineering, Garmsar Branch, Islamic Azad University, Garmsar, Iran.

### Abstract

In this paper, adaptive fuzzy integral sliding mode controller for controlling the position of the mobile robot on wheels in presence of motor's dynamic, structural and un-structural uncertainties, existing in equations of mobile robot is designed. In the proposed controller, based on kinematic controlling of the back stepping method, the sliding surface dynamic controller the value of integral sliding mode controller is defined by a new method. Furthermore, to overcome undesired chattering phenomena in control input by using the fuzzy logic, a SISO fuzzy approximator is designed in a way to eliminate the chattering phenomena. Then to reduce the tracking error and to prevent, increasing of fuzzy system computational load, the adaptive fuzzy approximator will be presented, to approximate structural and un-structural uncertainties' bound. Mathematical proof shows that the closed-loop system of kinematic control with adaptive fuzzy integral sliding mode control in the presence of all the uncertainties has global asymptotical stability. To show the performance of proposed controller, a case study of the wheel mobile robot in presence of DC servo motors is performed. Simulation's results show the desired performance of the proposed controller.

**Keywords:** Wheeled Mobile Robot; Structural and Un-structural Uncertainties; Chattering; Closed Loop Kinematic Control; Integral Sliding Mode Dynamic Control; Adaptive Fuzzy Integral Sliding Mode Dynamic Control.

\* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۹۱۲۴۸۶۳۰۷۱

آدرس پست الکترونیک: [m\\_r\\_soltanpour@yahoo.com](mailto:m_r_soltanpour@yahoo.com)

## ۱- مقدمه

ربات متحرک چرخ دار، یک سیستم غیرخطی با محدودیت حرکتی است که با داشتن ساختاری ساده و بازدهی بالا، در پزشکی به عنوان صندلی چرخدار هوشمند، در امداد رسانی برای شناسایی و نجات، در صنایع نظامی برای مین‌یابی و در صنعت، به عنوان ربات انباردار و حمل‌کننده بار کاربردهای فراوانی دارد. از این لحاظ کنترل ربات متحرک چرخ دار، بسیار حائز اهمیت است. در ساختار این ربات، چرخ‌ها نقش مهمی را ایفا می‌نمایند. برای حرکت دادن این ربات‌های چرخ دار، از تعداد اندکی از اتصالات بین بدنه ربات و چرخ‌ها استفاده می‌نمایند؛ بنابراین اتصال چرخ‌ها به بدنه، متناظرا اتصال محرک‌ها به چرخ‌ها و عواملی همچون نحوه اتصال، نوع چرخ‌ها، اغتشاشات، اصطکاک‌های دینامیکی و استاتیکی در هر چرخ و اتصال، دسترسی به معادلات دینامیکی ربات یا به عبارت دیگر مدل‌سازی دقیق ربات متحرک را با مشکل مواجه می‌کند. از طرف دیگر، در صورت دسترسی به این عوامل، مدل‌سازی دشوار بوده، حتی در صورت مدل‌سازی صحیح، طراحی کنترل‌کننده بسیار پیچیده خواهد بود و این امر هزینه‌های ساخت را افزایش می‌دهد. برای بر طرف کردن مشکلات فوق، محققان تا کنون راه کارهایی جهت کنترل مناسب ربات متحرک چرخ دار ارائه نموده‌اند. راه کارهای ارائه شده را می‌توان به دو بخش تقسیم بندی کرد:

۱. کنترل ربات متحرک چرخ دار بر اساس سینماتیک مدل.
۲. کنترل ربات متحرک چرخ‌دار براساس سینماتیک و دینامیک مدل.

در کنترل ربات متحرک چرخ دار بر اساس سینماتیک مدل، از تکنیک مرسوم کنترل سینماتیکی حلقه بسته پایدار روش پسگام، استفاده می‌شود [۱]. در این روش، کنترل ردگیری ربات بر اساس مدل سینماتیک و بدون در نظر گرفتن معادلات دینامیکی ربات صورت می‌پذیرد؛ بنابراین این روش کنترل نمی‌تواند پایداری سیستم حلقه بسته را در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری موجود در معادلات دینامیکی ربات متحرک چرخدار تضمین نماید. به همین دلیل، محققین برای غلبه بر این مشکلات، روش‌های کنترل ربات متحرک چرخ دار بر اساس سینماتیک و دینامیک مدل را ارائه کردند.

در کنترل ربات متحرک چرخ دار بر اساس مدل سینماتیکی و دینامیکی، محققان از راه کارهای کنترل خطی‌سازی فیدبکی تطبیقی [۲]، کنترل شبکه عصبی [۳]، کنترل فازی [۴]، کنترل فازی عصبی [۵]، کنترل تطبیقی [۶]، کنترل عصبی تطبیقی [۷]، کنترل فازی تطبیقی [۸] و کنترل بهینه فازی نوع دوم [۹] استفاده کرده‌اند. نتایج شبیه سازی‌ها، عملکرد مطلوب این کنترل‌کننده‌ها را نشان می‌دهند؛ اما در طراحی کنترل‌کننده‌های فوق، تنها فرض بر وجود عدم قطعیت‌های ساختاری است؛ بنابراین در صورت بروز عدم قطعیت‌های غیرساختاری نظیر، اغتشاش و دینامیک‌های مدل نشده، تضمین پایداری سیستم حلقه بسته امکانپذیر نمی‌باشد.

در سال‌های اخیر، محققان برای غلبه بر عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری موجود در معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات چرخ دار، راه کارهای متعددی را ارائه نموده‌اند. از جمله این راه کارها، می‌توان به کنترل مد لغزشی [۱۰]، کنترل مد لغزشی فازی [۱۱]، کنترل مد لغزشی تطبیقی [۱۲-۱۴] و کنترل مد لغزشی فازی تطبیقی [۱۵] اشاره کرد. اگرچه سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده‌های فوق در حضور تمامی عدم قطعیت‌ها، دارای عملکرد مطلوبی است، اما مشکلات این روش‌های کنترلی به قرار زیر است:

۱. ورودی این کنترل‌کننده‌ها در فضای گشتاور است و در طراحی آن‌ها، معادلات دینامیکی محرک‌های ربات چرخدار، لحاظ نشده است.
  ۲. برای تضمین پایداری سیستم حلقه بسته، ضرایب ورودی کنترل‌کننده‌ها با مقادیر بزرگی تنظیم گردیده‌اند؛ بنابراین ورودی این کنترل‌کننده‌ها در محدوده قابل قبولی نیست و پیاده‌سازی عملی آن‌ها با مشکل مواجه است.
  ۳. به دلیل استفاده از قوانین تطبیقی متعدد در ورودی این کنترل‌کننده‌ها، حجم محاسبات ورودی کنترل افزایش یافته و در صورت بروز تأخیر در محاسبه ورودی کنترل، تضمین پایداری سیستم حلقه بسته امکانپذیر نمی‌باشد.
- تا کنون، محققان در کنترل موقعیت ربات چرخ دار در حضور دینامیک محرک‌ها، راه کارهایی ارائه نموده‌اند. استفاده از کنترل تطبیقی، یکی از راه کارهای ارائه شده است [۱۶]. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل تطبیقی در کنترل

اخیراً در کنترل موقعیت ربات چرخ دار، روش کنترل بهینه مد لغزشی تطبیقی ارائه شده است [۱۸]. روش پیشنهادی در غلبه بر انواع عدم قطعیت‌های موجود توانمند است و در تعیین ضرایب ورودی کنترل از الگوریتم بهینه سازی شهودی استفاده شده است؛ بنابراین دامنه ورودی کنترل پیشنهادی در محدوده مجازی قرار دارد و محرکه‌های ربات چرخ دار را به حالت اشباع نخواهد برد. با این وجود، کنترل پیشنهادی در محدوده زمانی طولانی به سمت مسیر مطلوب همگرا می‌شود؛ بنابراین با کنترل پیشنهادی، ربات چرخ دار قادر نیست که مسیر مطلوب را در مدت زمانی کوتاه و با دقتی بالا، ردگیری نماید.

در این مقاله، کنترل‌کننده مد لغزشی انتگرالی فازی تطبیقی پیشنهاد می‌شود، تا در حضور دینامیک محرکه‌ها و عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری موجود در معادلات دینامیکی ربات چرخدار، سیستم حلقه بسته را دارای پایدار مجانبی سراسری نماید. در طراحی کنترل پیشنهادی تلاش می‌شود تا مزایای زیر محقق شود:

۱. طراحی ساده.
  ۲. حجم محاسبات ورودی کنترل پایین باشد.
  ۳. کنترل پیشنهادی قابلیت غلبه بر عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری را داشته باشد.
  ۴. کنترل ربات متحرک چرخ دار، مبتنی بر ولتاژ باشد.
  ۵. دامنه ورودی کنترل در محدوده قابل قبولی باشد.
  ۶. ردگیری مسیر مطلوب، در زمانی کوتاه و دقتی قابل قبول، انجام پذیرد.
  ۷. سیستم حلقه بسته در حضور تمامی عدم قطعیت‌ها، دارای پایداری مجانبی سراسری باشد.
- به این منظور برای طراحی کنترل پیشنهادی، در بخش ۲ مقاله، معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات متحرک چرخ دار در حضور سروو موتورهای DC بیان می‌شود. در بخش ۳ مقاله، کنترل سینماتیکی حلقه بسته پایدار به روش پسگام بیان گردیده است. در ادامه به واسطه معادله خطای تعریف شده، برای طراحی کنترل دینامیکی مد لغزشی انتگرالی، معادله سطح لغزش جدیدی در بخش ۴ ارائه می‌شود. از آنجایی که کنترل مد لغزشی ذاتاً دارای پدیده مخرب لرزش

موقعیت ربات چرخدار به خوبی عمل نموده، پایداری سیستم حلقه بسته را در حضور عدم قطعیت‌ها، تضمین می‌نماید؛ اما مشکلات راه کار پیشنهادی به قرار زیر است:

۱. کنترل تطبیقی، یکی از روش‌های سودمند در کنترل سیستم‌های غیرخطی دارای عدم قطعیت است، اما این روش، تنها در غلبه بر عدم قطعیت‌های پارامتری سودمند است و در صورت بروز عدم قطعیت‌های غیرساختاری نظیر، اغتشاشات، اصطکاک و دینامیک‌های مدل نشده، نمی‌تواند پایداری سیستم حلقه بسته را تضمین نماید.

۲. در راه کار پیشنهادی برای کنترل موقعیت ربات چرخ دار و غلبه بر عدم قطعیت‌های پارامتری موجود، از قوانین متعدد تطبیقی در ورودی کنترل استفاده شده است؛ بنابراین کنترل پیشنهادی، دارای حجم محاسبات بالایی بوده، در پیاده‌سازی عملی آن باید از پردازشگرهای سرعت بالا استفاده کرد. با این حال در صورت بروز تأخیر در محاسبه ورودی کنترل پیشنهادی، پایداری سیستم حلقه بسته امکانپذیر نخواهد بود.

برای غلبه بر مشکلات فوق، محققان از ترکیب کنترل تطبیقی و منطق فازی در کنترل موقعیت ربات چرخدار استفاده کرده اند [۱۷]. راه کار پیشنهادی در غلبه بر عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرساختاری موجود در معادلات دینامیکی و محرکه‌های ربات چرخدار، دارای عملکرد مطلوبی است. با این حال، مشکلات کنترل پیشنهادی به قرار زیر است:

۱. در طراحی کنترل پیشنهادی برای غلبه بر تمامی عدم قطعیت‌ها از قوانین فازی چند ورودی - چند خروجی استفاده شده است؛ بنابراین تعداد قواعد موجود در پایگاه قواعد کنترل کننده بسیار افزایش یافته است؛ بنابراین حجم محاسبات ورودی این کنترل کننده نیز بسیار بالا است.
۲. در راه کار پیشنهادی، برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته از روش کنترل پیشین استفاده شده است؛ بنابراین در صورت عدم پیش‌بینی درست کران عدم قطعیت‌ها، تضمین پایداری سیستم حلقه بسته از دست خواهد رفت.
۳. روش طراحی کنترل پیشنهادی بسیار پیچیده است و یادگیری آن برای مهندسان کنترل دشوار است.

بنابراین زاویه چرخ با بدنه ثابت است؛ در نتیجه، با توجه به نحوه قرار گرفتن چرخ‌ها در شکل ۱، ربات قادر به حرکت در راستای عرض ربات یعنی محور  $y_r$ ، مقدار مطلوب  $y$  نمی‌باشد. این قید حرکتی را قید غیر هولونومیک ربات می‌نامند که تمام محدودیت‌های سینماتیکی، غلتشی بودن حرکت چرخ‌ها و عدم لغزش ربات را با معادله مستقل از زمان (۱)، بیان می‌نماید [۶]:

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (1)$$

در ادامه فرض می‌شود که ربات یک جسم صلب است که روی چرخ‌ها قرار گرفته و روی یک صفحه حرکت می‌نماید. موقعیت ربات را می‌توان با دو متغیر  $x$  و  $y$  در صفحه مختصات و یک متغیر  $\theta$  برای نمایش جهت آن، مشخص کرد. در واقع مطابق شکل ۱،  $\theta$  زاویه بین محور مختصات  $x$  و مقدار مطلوب آن  $x_r$  است؛ بنابراین بردار موقعیت  $q \in R^{3 \times 1}$ ، مشتق زمانی بردار موقعیت یا بردار سرعت در دستگاه مختصات کارترین  $\dot{q} \in R^{3 \times 1}$  و قید سینماتیکی ربات  $A(q) \in R^{1 \times 3}$  به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} q = [x \ y \ \theta]^T \\ \dot{q} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\theta}]^T \\ A(q) = [-\sin\theta \ \cos\theta \ 0] \end{cases} \quad (2)$$

در صورت عدم وجود لغزش، از طریق مدل سینماتیکی ربات متحرک چرخ دار، بردار سرعت  $v \in R^2$  را می‌توان به وسیله ماتریس انتقال  $J(q) \in R^{3 \times 2}$ ، به بردار سرعت  $\dot{q} \in R^{3 \times 1}$  در دستگاه مختصات کارترین تبدیل کرد:

$$\dot{q} = J(q)v \quad (3)$$

معادله (۳) را مدل سینماتیکی ربات متحرک چرخ دار می‌نامند. مقادیر ماتریس انتقال  $J(q)$  و بردار سرعت  $v$  به ترتیب، در معادلات (۴) و (۵) نشان داده شده است:

$$J(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$v = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (5)$$

در بردار  $v$ ،  $v$  اندازه سرعت خطی مرکز جرم ربات در دستگاه مبنا و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای در دستگاه مبنا است؛ بنابراین می‌توان قید غیرهولونومیک ربات را نیز به صورت رابطه (۶) بیان کرد:

$$y\cos\theta - x\sin\theta = 0 \quad (6)$$

معادله دینامیکی ربات متحرک چرخدار به صورت رابطه (۷) توصیف می‌شود [۶]:

ورودی کنترل<sup>۱</sup> است، در بخش ۵ با استفاده از منطق فازی، تقریبگر فازی تک ورودی و تک خروجی<sup>۲</sup> طراحی می‌شود که از بروز پدیده لرزش ورودی کنترل در ورودی کنترل جلوگیری نماید. از آنجایی که سیستم حلقه بسته با تقریبگر فازی ارایه شده فاقد اثبات پایداری است، در بخش ۶ برای دسترسی به کران عدم قطعیت‌ها، یک تقریبگر فازی تطبیقی به گونه‌ای طراحی می‌شود که از حجم محاسباتی بسیار پایینی برخوردار است. در طراحی کنترل پیشنهادی نوآوری‌هایی نهفته است که در بخش ۷ به مزایای کنترل مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی اشاره می‌شود. در ادامه برای بررسی عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی در بخش ۸، شبیه‌سازی‌هایی در ۵ مرحله روی ربات متحرک چرخ دار پیاده‌سازی می‌شود. سرانجام بخش ۹ این مقاله به نتیجه گیری اختصاص دارد.

## ۲- معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات متحرک

### چرخ دار در حضور معادلات دینامیکی محرکه‌ها

این بخش از مقاله به مدل‌سازی ربات متحرک غیر هولونومیک در حضور محرکه‌های موتور DC پرداخته، با بررسی محدودیت‌های موجود در حرکت، عوامل مخرب تاثیرگذار در آن بیان می‌شود. قابل ذکر است که این مدل‌سازی در سطح افق انجام می‌پذیرد. قدرت کشش، قدرت مانور و نحوه کنترل عوامل مهمی هستند که در ربات متحرک چرخ دار مطرح می‌شوند. برای فهم حرکت ربات باید نقش هر یک از چرخ‌ها و همچنین محدودیت‌هایی بررسی شود که هر یک از آن‌ها در حرکت ایجاد می‌کنند. چرخ‌های جلوی به کار رفته در این ربات متحرک چرخدار، از نوع کستور<sup>۳</sup> هرزگرد است. این چرخ می‌تواند حول یک محور عمودی چرخش نماید و این محور از نقطه برخورد با زمین عبور نمی‌کند. چرخ‌های عقب که نیروی گشتاور از طریق آن‌ها اعمال می‌شود، هر کدام توسط یک موتور DC تحریک می‌شوند که از نوع چرخ‌های استاندارد ثابت محسوب می‌شوند. در واقع مولفه عمودی موقعیت چرخ‌ها نسبت به صفحه چرخش صفر بوده،

<sup>1</sup> Chattering

<sup>2</sup> Chattering

<sup>3</sup> Castor

که  $\tau_s \in R^2$  بردار گشتاور موتور،  $K_T \in R^{2 \times 2}$  ماتریس قطری مثبت معین و ثابت گشتاور موتور،  $i_a \in R^2$  بردار جریان آرمیچر،  $L_a \in R^{2 \times 2}$ ،  $R_a \in R^{2 \times 2}$  و  $K_e \in R^{2 \times 2}$  به ترتیب، ماتریس‌های قطری اندوکتانس آرمیچر، مقاومت آرمیچر و ثابت نیروی القایی بازگشتی،  $u \in R^2$  بردار ولتاژ ورودی موتور و  $\dot{\phi}_e \in R^2$  بردار سرعت زاویه‌ای موتور می‌باشند. لازم به ذکر است که  $\tau_s$  گشتاور موتور و  $\tau$  گشتاور چرخ‌ها از طریق معادله (۱۲) به یکدیگر مرتبط می‌شوند:

$$\tau = N\tau_s \quad (12)$$

که  $N \in R^{2 \times 2}$  ماتریس قطری مثبت معین ضریب چرخ دنده‌ها است. رابطه  $\dot{\phi}_e$  سرعت زاویه‌ای عملگرها و  $v_w$  سرعت زاویه‌ای چرخ‌ها به صورت رابطه (۱۳) است:

$$v_w = N^{-1}\dot{\phi}_e \quad (13)$$

با صرف نظر از اندوکتانس آرمیچر و معادلات (۱۱)، (۱۲) و (۱۳)، معادله (۱۴) به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \tau = K_1 u - K_2 v_w \\ K_1 = (NK_T/R_a) \\ K_2 = NK_e K_1 \end{cases} \quad (14)$$

از طرف دیگر، رابطه بین سرعت زاویه‌های چرخ‌ها و  $v$  بردار سرعت ربات، به صورت رابطه (۱۵) است.

$$v_w = \begin{bmatrix} w_r \\ w_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{b}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{b}{r} \end{bmatrix} v \equiv \Sigma v \quad (15)$$

از معادلات (۱۶) و (۱۷)، معادله (۱۸) به صورت زیر به دست می‌آید [۱۷]:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) + \tau_d = B(q)(K_1 u - K_2 \Sigma v) - A^T(q)\lambda \quad (16)$$

با مشتق گرفتن از معادله (۳)، مدل سینماتیکی ربات متحرک چرخدار نتیجه می‌شود:

$$\ddot{q} = J(q)v + J(q)\dot{v} \quad (17)$$

با جایگذاری معادلات (۳) و (۱۷) در معادله (۱۶)، معادله (۱۸) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \bar{M}\dot{v} + \bar{C}v + \bar{F} + \bar{G} + \bar{\tau}_d &= K_1 \bar{B}u \\ \Rightarrow u &= -K_1^{-1} \bar{B}^{-1} [\bar{M}\dot{v} + \bar{C}v + \bar{F} + \bar{G} + \bar{\tau}_d] \\ \left\{ \begin{aligned} \bar{M} &= J^T M J \\ \bar{C} &= J^T M \dot{J} + J^T C J + K_2 \bar{B} \Sigma \\ \bar{F} &= J^T F \\ \bar{G} &= J^T G \\ \bar{\tau}_d &= J^T \tau_d \\ \bar{B} &= J^T B \\ u &= [u_1 \quad u_2]^T \end{aligned} \right. \quad (18) \end{aligned}$$

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) + \tau_d = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (7)$$

که  $M(q) \in R^{3 \times 3}$  ماتریس اینرسی مثبت معین و متقارن ربات،  $C(q, \dot{q}) \in R^{3 \times 3}$  ماتریس کوریولیس و نیروی جانب مرکز،  $G(q) \in R^3$  بردار نیروی گرانش،  $F(\dot{q}) \in R^3$  بردار اصطکاک ویسکوز<sup>۱</sup> و کولمب<sup>۲</sup>،  $\tau_d \in R^3$  بردار گشتاور ناشی از اغتشاشات خارجی وارد به چرخ‌های ربات و دینامیک‌های مدل نشده،  $B(q) \in R^{3 \times 2}$ ، ماتریس تبدیل بردار گشتاور از چرخ‌ها به دستگاه مبنا،  $\tau \in R^2$  بردار گشتاور شامل، گشتاور چرخ چپ  $\tau_1$  و گشتاور چرخ راست  $\tau_2$  و  $A^T(q)\lambda \in R^3$  بردار نیروی ناشی از قیدهای سینماتیکی ربات می‌باشند. بردار گشتاور  $\tau$  به صورت رابطه (۸) است:

$$\tau = [\tau_1 \quad \tau_2]^T \quad (8)$$

بردار اصطکاک ویسکوز و کولمب نیز به قرار رابطه (۹) است:

$$F(\dot{q}) = F_v \dot{q} + F_d \text{sign}(\dot{q}) \quad (9)$$

که  $F_v \in R^{3 \times 3}$  ماتریس قطری از ضرایب اصطکاک ویسکوز،  $F_d \in R^{3 \times 3}$  ماتریس قطری از ضرایب اصطکاک دینامیکی و  $\text{sign}(\cdot)$  تابع علامت هستند.  $B(q) \in R^{3 \times 2}$  ماتریس تبدیل بردار گشتاور از چرخ‌ها به دستگاه مبنا، مطابق معادله (۱۰) است:

$$B(q) = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ -b & b \end{bmatrix} \quad (10)$$

که مطابق شکل ۱،  $b$  نصف فاصله دو چرخ و  $r$  شعاع چرخ می‌باشند. استفاده از محرکه‌ها برای اعمال گشتاور به دو چرخ انتهایی ربات و راه اندازی ربات در مسیر مطلوب، امری الزامی است. این عمل با اتصال سرو موتورهای DC به چرخ‌های انتهایی ربات انجام می‌پذیرد؛ بنابراین در ادامه به شرح معادلات دینامیکی سرو موتورهای DC و سپس معادلات دینامیکی ربات در حضور دینامیک سرو موتورهای DC، پرداخته می‌شود. معادله دینامیکی سرو موتور DC به صورت رابطه (۱۱) است:

$$\begin{cases} \tau_s = K_T i_a \\ L_a \dot{i}_a + R_a i_a + K_e \dot{\phi}_e = u \\ \dot{\phi}_e = [\dot{\phi}_1 \quad \dot{\phi}_2]^T \end{cases} \quad (11)$$

<sup>1</sup> Viscose  
<sup>2</sup> Coulomb

که  $v_r(t)$ ،  $J(q_r)$  و  $\dot{q}_r(t)$  به ترتیب، بردار سرعت مطلوب ربات، ماتریس انتقال مطلوب و بردار سرعت مطلوب در دستگاه مختصات کارتزین هستند. بردارهای سرعت مطلوب ربات، بردار سرعت مطلوب و موقعیت مطلوب در دستگاه مختصات کارتزین به قرار رابطه (۲۰) هستند:

$$\begin{cases} v_r = [v_r \ \omega_r]^T \\ \dot{q}_r = [\dot{x}_r \ \dot{y}_r \ \dot{\theta}_r]^T \\ q_r = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T \end{cases} \quad (20)$$

$v_r$  سرعت خطی مطلوب،  $\omega_r$  سرعت زاویه ای مطلوب،  $\dot{x}_r$ ،  $\dot{y}_r$ ،  $\dot{\theta}_r$  به ترتیب، مشتقات  $x_r$  موقعیت مطلوب نسبت به محور افقی مختصات،  $y_r$  موقعیت مطلوب نسبت به محور عمودی مختصات و  $\theta_r$  جهت مطلوب ربات می‌باشند؛ بنابراین بردار خطای سرعت و موقعیت مطابق معادله (۲۱) بیان می‌شود:

$$\begin{cases} E_v = [v_r - v \ \omega_r - \omega]^T = [e_{v_1} \ e_{v_2}]^T \\ \tilde{E}_q = [x_r - x \ y_r - y \ \theta_r - \theta]^T = \\ [\tilde{e}_x \ \tilde{e}_y \ \tilde{e}_\theta]^T \end{cases} \quad (21)$$

در ادامه برای رسیدن به معادلات روش پسگام، بردار خطای موقعیت مجدداً به صورت رابطه (۲۲) بازنویسی می‌شود [۱۹]:

$$\begin{cases} E_q = T_e(q)\tilde{E}_q = [e_x \ e_y \ e_\theta]^T \\ T_e(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (22)$$

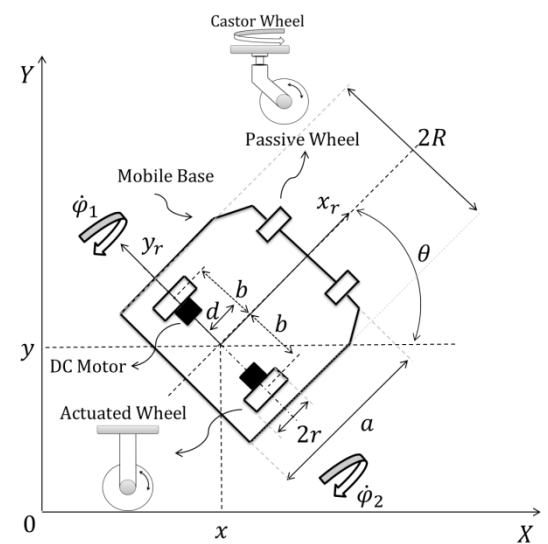
در ادامه، از معادله (۲۲) نسبت به زمان مشتق گرفته می‌شود:

$$\dot{E}_q = \begin{bmatrix} \omega e_y - v + v_r \cos\theta e_\theta \\ -\omega e_x + v_r \sin\theta e_\theta \\ \omega_r - \omega \end{bmatrix} \quad (23)$$

با توجه به معادلات فوق، ماتریس ورودی مکمل بردار سرعت  $v_c(t)$  به صورتی بیان می‌شود که مقادیر مطلوب ردیابی شوند. لازم به ذکر است که در صورتی سیستم به پایداری خواهد رسید که ضرایب  $k_x$ ،  $k_y$ ،  $k_\theta$  مقادیری ثابت و مثبت و همچنین  $v_r(t) > 0$  باشد [۱].

$$\begin{cases} v_c(t) = \begin{bmatrix} v_c(t) \\ \omega_c(t) \end{bmatrix} \\ v_c(t) = \begin{bmatrix} v_r(t) \cos(\theta) + k_x e_x \\ \omega_r(t) + k_y v_r(t) e_y + k_\theta v_r(t) \sin(\theta) \\ e_x = \tilde{e}_x \cos\theta + \tilde{e}_y \sin\theta \\ e_y = -\tilde{e}_x \sin\theta + \tilde{e}_y \cos\theta \\ e_\theta = \tilde{e}_\theta \end{bmatrix} \\ v_c = f_c(E_q, v_r, K), \quad K = [k_x \ k_y \ k_\theta]^T \end{cases} \quad (24)$$

که  $u_1$  و  $u_2$  به ترتیب، ولتاژهای ورودی موتور سمت چپ و سمت راست ربات می‌باشند.



شکل ۱- ربات متحرک چرخ دار در دستگاه مختصات

### ۳- کنترل سینماتیکی ربات متحرک چرخ دار

برای کنترل ربات متحرک چرخ دار، استفاده از معادله دینامیکی مناسب از الزامات است. برای طراحی کنترل ربات متحرک چرخدار در فضای گشتاور یا در فضای ولتاژ به ترتیب باید از معادله (۹) یا (۱۶) استفاده شود؛ اما به علت برابر نبودن تعداد سطر و ستون ماتریس ورودی با مقادیر بردار موقعیت  $q$  و مشتقات آن، در طراحی کنترل کننده به طور مستقیم نمی‌توان از این معادلات استفاده کرد از آنجایی که معادله (۱۸) فارغ از این گونه مشکلات است، بنابراین برای کنترل بردار سرعت  $v$  و مشتقات آن می‌توان از این معادله استفاده کرد. در این صورت نیز اگرچه کنترل بردار سرعت و مشتقات آن در دسترس است، اما کنترل مستقیم بردار موقعیت  $q$  و مشتقات آن از طریق معادله (۱۸) امکانپذیر نیست. به این منظور برای کنترل همزمان بردار  $v$  و  $q$  که شامل، مقادیر  $v$ ،  $\omega$ ،  $x$ ،  $y$  و  $\theta$  هستند، از روش کنترل پسگام استفاده می‌شود که از اولین کنترل کننده‌های حلقه بسته سینماتیکی پایدار است. برای اینکار در ابتدا مدل مسیر مطلوب ربات متحرک چرخ دار به صورت متغیر با زمان و با معادله (۱۹) بیان می‌شود [۱]:

$$\dot{q}_r(t) = J(q_r)v_r(t) \quad (19)$$

در معادله (۲۹)، بردار سطح لغزش یک جمع وزن‌دار از انتگرال مرتبه دوم خطای سرعت، انتگرال مرتبه اول خطای سرعت و خطای سرعت ربات است.  $\rho \in R^{2 \times 2}$  یک ماتریس قطری است که درایه‌های آن مقادیری ثابت و مثبت می‌باشند. در ادامه برای طراحی ورودی کنترل  $u_{eq}$ ، مشتق معادله (۳۱) برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{s} = \dot{E}_c + 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt = 0 \quad (30)$$

نکته: می‌خواهیم ورودی کنترل  $u_{eq}$  را به گونه‌ای طراحی نماییم که سطح لغزش را در مقدار صفر ثابت کند. به همین دلیل، معادله (۳۰) که بیانگر نرخ تغییرات سطح لغزش است را برابر صفر در نظر می‌گیریم.

از معادلات (۲۸)، (۲۹) و (۳۰) نتیجه می‌شود که می‌توان  $\dot{v}$  را به صورت رابطه (۳۱) بازنویسی کرد:

$$\dot{v} = \dot{v}_c + 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt \quad (31)$$

در ادامه، بر اساس معادله (۲۵)،  $\dot{v}$  به صورت رابطه (۳۲) است:

$$\dot{v} = \hat{H} + \hat{D}u_{eq} \quad (32)$$

نکته: در معادله فوق، به علت وجود عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری در معادلات دینامیکی ربات متحرک چرخدار،  $\hat{H}$  و  $\hat{D}$  به ترتیب، تخمینی از  $H$  و  $D$  هستند. به عبارت دیگر، اگر اطلاعات دقیقی از معادلات دینامیکی ربات متحرک چرخدار در دسترس باشند، آنگاه  $\hat{H} = H$  و  $\hat{D} = D$  است.

از معادلات (۳۱) و (۳۲)، ورودی کنترل  $u_{eq}$  به صورت رابطه (۳۳) نتیجه می‌شود:

$$u_{eq} = \hat{D}^{-1} \left[ \dot{v}_c + 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt - \hat{H} \right] \quad (33)$$

بنابراین با جایگذاری معادلات (۲۷) و (۳۳) در معادله (۲۶)، ورودی کنترل مد لغزشی انتگرالی به صورت رابطه (۳۴) تعریف می‌شود:

$$u = \hat{D}^{-1} \left[ \dot{v}_c + 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt - \hat{H} + \gamma s + \eta \operatorname{sign}(s) \right] \quad (34)$$

حال برای تنظیم ماتریس‌های قطری  $\gamma$ ،  $\eta$  و اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، معادله (۳۴) به صورت رابطه (۳۵) مرتب می‌شود:

$$\dot{v}_c = - \left[ 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt - \hat{H} + \gamma s + \eta \operatorname{sign}(s) \right] + \hat{D}u \quad (35)$$

از معادله (۲۹) نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

#### ۴- طراحی کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی ربات متحرک چرخ دار

این بخش از مقاله، به طراحی کنترل حلقه بسته دینامیکی ربات اختصاص دارد. در بخش قبل، کنترل حلقه بسته سینماتیکی بیان گردید و ماتریس مکمل بردار سرعت  $v_c(t)$  به دست آمد. از آنجاکه در ابتدای مسیر کنترلی، ورودی کنترل سینماتیکی مشخص است، بنابراین می‌توان مقدار  $v_c(t)$  را به صورت بردار سرعت مطلوب فرض کرد و با فیدبک گرفتن از مقادیر واقعی بردار سرعت ربات، مقادیر بردار سرعت مطلوب و موقعیت مطلوب را ردیابی و کنترل نمود. به این منظور معادله (۱۸) به صورت رابطه (۲۵) بازنویسی می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{v} = H + Du \\ H = -\bar{M}^{-1}[\bar{C}v + \bar{F} + \bar{G} + \bar{\tau}_d] \\ D = \bar{M}^{-1}K_1\bar{B} \end{cases} \quad (25)$$

برای طراحی کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی، معادله

(۲۶) تعریف می‌شود.

$$u = u_{eq} + u_s \quad (26)$$

در معادله (۲۶)، ورودی  $u_{eq}$  به گونه‌ای طراحی می‌شود که سطح لغزش را در مقدار صفر ثابت نگاه دارد؛ اما ورودی  $u_s$  که خود شامل ورودی سویچ کننده  $u_{s1}$  و مکمل پایدار ساز  $u_{s2}$  است، به گونه‌ای طراحی می‌شود که سطح لغزش را به سمت مقدار صفر همگرا نماید. به این منظور، ورودی  $u_s$  به صورت معادله (۲۷) انتخاب می‌شود.

$$\begin{cases} u_s = u_{s1} + u_{s2} \\ u_{s1} = D^{-1}\eta \operatorname{sign}(s) \\ u_{s2} = D^{-1}\gamma s \end{cases} \quad (27)$$

$SE R^2$  بردار سطح لغزش،  $\eta \in R^{2 \times 2}$  و  $\gamma \in R^{2 \times 2}$  ماتریس‌هایی قطری با درایه‌های ثابت و مثبتی هستند. در ادامه برای تعریف بردار سطح لغزش و کنترل سرعت و سرعت زاویه‌ای ربات متحرک چرخ دار، معادلات خطا به صورت رابطه (۲۸) تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} E_c = v_c - v = [e_{c1} \ e_{c2}]^T \\ e_{c1} = v_c - v \\ e_{c2} = \omega_c - \omega \end{cases} \quad (28)$$

با مشخص شدن بردار خطا، بردار سطح لغزش به صورت

انتگرالی به صورت رابطه (۲۹) تعریف می‌شود:

$$s = E_c + 2\rho \int_0^t E_c dt + \rho^2 \int_0^t \int_0^t E_c dt \quad (29)$$

معادله (۴۵) نشان می‌دهد که اگر  $s_i > 0$  باشد، با انتخاب  $\eta_{ii} \geq |\Omega_i|$  آنگاه  $s_i[\Omega_i - \eta_{ii} \text{sign}(s_i)] \leq 0$  خواهد بود. از طرف دیگر اگر  $s_i < 0$  باشد، با انتخاب  $\eta_{ii} \leq -|\Omega_i|$   $s_i[\Omega_i - \eta_{ii} \text{sign}(s_i)] \leq 0$  می‌شود؛ بنابراین با این انتخاب، معادله (۴۶) نتیجه می‌شود.

$$\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^2 (s_i[\Omega_i - \eta_{ii} \text{sign}(s_i)]) - s^T \gamma s - s^T \gamma s \leq 0 \quad (46)$$

در صورتی معادله (۴۶) برقرار است که ماتریس قطری  $\gamma$  مثبت معین انتخاب شود. در این صورت سیستم کنترل حلقه بسته دینامیکی در حضور تمامی عدم قطعیت‌ها، دارای پایداری مجانبی سراسری می‌شود؛ بنابراین طبق معادلات (۴۲) و (۴۶) می‌توان نتیجه گرفت  $\dot{V} \leq 0$  بوده، خطای ردگیری موقعیت و سرعت ربات به سمت صفر همگرا می‌شود و در نهایت سیستم حلقه بسته ربات متحرک چرخ دار، دارای پایداری مجانبی سراسری می‌شود.

## ۵- طراحی کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی

### ربات متحرک چرخ دار

در بخش پیشین، به علت وجود تابع علامت در ورودی کنترل، بروز پدیده نامطلوب لرزش ورودی کنترل امری اجتناب ناپذیر است و بروز لرزش ورودی کنترل، باعث تحریک فرکانس‌های طبیعی دینامیک ربات متحرک چرخ دار می‌شود. در این صورت، تضمین پایداری سیستم حلقه بسته امکان پذیر نخواهد بود. تا کنون راه کارهای متعددی برای حذف پدیده لرزش ورودی کنترل در ورودی کنترل سیستم‌های غیرخطی دارای عدم قطعیت، ارائه گردیده است [۲۰]. اما تمامی این راه کارها با مشکلات زیر روبرو هستند:

۱. در بسیاری از این مقالات، با ایجاد یک لایه مرزی در اطراف سطح لغزش صفر، از بروز پدیده لرزش ورودی کنترل در ورودی کنترل، جلوگیری نموده‌اند. در این روش، برای حذف کامل لرزش ورودی کنترل در ورودی کنترل، باید پهنای لایه مرزی را افزایش داد. در این صورت اگرچه پدیده لرزش ورودی کنترل به طور کلی در ورودی کنترل حذف می‌شود، اما بروز یک خطای ماندگار در کنترل سیستم حلقه بسته، گریز ناپذیر است که در بسیاری از مواقع دقت ردگیری را بسیار کاهش می‌دهد.

$$\dot{s} = \dot{v}_c - \dot{v} + 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt \quad (36)$$

با جایگذاری معادلات (۲۵) و (۳۵) در (۳۶)، رابطه (۳۷) نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{s} = \Delta H + \Delta Du - \gamma s - \eta \text{sign}(s) \\ \Delta H = \hat{H} - H \\ \Delta D = \hat{D} - D \end{cases} \quad (37)$$

در ادامه برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، تابع منتخب لیاپانوف رابطه (۳۸) ارایه می‌شود:

$$V = V_1(e_x, e_y, e_\theta) + V_2(s) \quad (38)$$

نکته: در معادله (۳۸)،  $V_1(e_x, e_y, e_\theta)$  تابع منتخب لیاپانوف حلقه کنترل سینماتیکی و  $V_2(s)$  تابع منتخب لیاپانوف حلقه کنترل دینامیکی ربات می‌باشند.

حال توابع  $V_1(e_x, e_y, e_\theta)$  و  $V_2(s)$  به صورت رابطه (۳۹)-(۴۰) انتخاب می‌شوند:

$$V_1(e_x, e_y, e_\theta) = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2) + \frac{1 - \cos(e_\theta)}{k_y} \quad (39)$$

$$V_2(s) = \frac{1}{2}(s^T s) \quad (40)$$

از معادله (۳۸) نسبت به زمان مشتق گرفته و پس از ساده‌سازی رابطه (۴۱) را داریم:

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (41)$$

در معادله (۴۱)، معادله  $\dot{V}_1$  به صورت رابطه (۴۲) به دست می‌آید [۱۵]:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = e_x \dot{e}_x + e_y \dot{e}_y + \frac{\sin(e_\theta)}{k_y} \dot{e}_\theta = \\ -k_x e_x^2 - \frac{k_\theta v_r \sin^2(e_\theta)}{k_y} \leq 0 \end{aligned} \quad (42)$$

از معادله (۴۲) نتیجه می‌شود که اگر  $k_x$ ،  $k_y$  و  $k_\theta$  مقادیر ثابت و مثبت انتخاب گردند، آنگاه  $\dot{V}_1 \leq 0$  می‌شود؛ بنابراین ربات متحرک چرخدار، دارای پایداری مجانبی سراسری در حلقه کنترل سینماتیکی می‌شود. در ادامه، مشتق تابع منتخب لیاپانوف حلقه کنترل دینامیکی ربات، طبق معادله (۴۳)-(۴۴) بیان می‌شود:

$$\dot{V}_2 = \frac{1}{2} \dot{s}^T s + \frac{1}{2} s^T \dot{s} = s^T \dot{s} \quad (43)$$

در (۳۷) جایگذاری می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{V}_2 = s^T [\Omega - \gamma s - \eta \text{sign}(s)] \\ \Omega = \Delta H + \Delta Du \end{cases} \quad (44)$$

در ادامه برای اثبات پایداری حلقه کنترل دینامیکی، معادله (۴۴) به صورت معادلات اسکالر به صورت رابطه (۴۵) نوشته می‌شود:

$$\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^2 (s_i[\Omega_i - \eta_{ii} \text{sign}(s_i)]) - s^T \gamma s \quad (45)$$

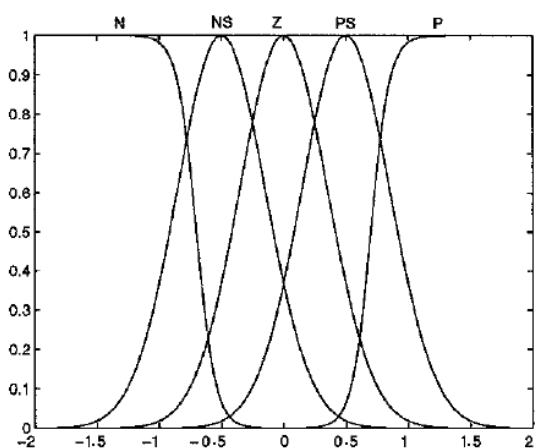


If  $s_i$  is  $A_i^m$ , then  $\eta_i$  is  $B_i^m$  (۵۳)

که  $A_i^m$  و  $B_i^m$  به ترتیب، توابع عضویت بخش فرض و نتیجه این قواعد فازی هستند. لازم به ذکر است که در طراحی تقریبگر فازی، متغیرهای زبانی و توابع عضویت متغیر ورودی  $s_i$  و متغیر خروجی  $\eta_i$  به صورت یکسان و مطابق جدول ۱ و شکل ۲ در نظر گرفته شدند.

جدول ۱- متغیرهای زبانی استفاده شده در متغیرهای

ورودی و خروجی تقریبگر فازی SISO		
N	Negative	منفی
NS	Negative Small	منفی کوچک
Z	Zero	صفر
PS	Positive Small	مثبت کوچک
P	Positive	مثبت



شکل ۲- توابع عضویت استفاده شده در متغیرهای ورودی و

خروجی تقریبگر فازی SISO

بر اساس جدول ۱ و شکل ۲، قواعد فازی موجود در پایگاه قواعد تقریبگر فازی به صورت رابطه (۵۴) تنظیم گردیدند:

If  $s_i$  is N, then  $\eta_i$  is N  
 If  $s_j$  is NS, then  $\eta_i$  is NS  
 If  $s_i$  is Z, then  $\eta_i$  is Z (۵۴)  
 If  $s_i$  is PS, then  $\eta_i$  is PS  
 If  $s_i$  is P, then  $\eta_i$  is P

مطابق شکل ۲، توابع عضویت مربوط به متغیرهای زبانی  $N$  و  $P$  به صورت رابطه (۵۵) انتخاب شدند:

$$\mu_{A_i^m}(s_i) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{s_i - \alpha_i^m}{\sigma_i^m}\right)^2} \quad (۵۵)$$

۲. ایجاد لایه مرزی در اطراف سطح لغزش صفر، اگرچه می‌تواند تا حدودی از بروز این پدیده مخرب جلوگیری نماید، اما استفاده از این راهکار، باعث تضعیف پایداری سیستم حلقه بسته می‌شود. با توجه به موارد فوق، در این بخش از مقاله با استفاده از نظریه فازی، راه کاری جهت کاهش و از بین بردن اثر مخرب لرزش ورودی کنترل ارایه می‌شود. به همین منظور، با استفاده از یک تقریبگر فازی تک ورودی و تک خروجی، بخش  $\eta sign(s)$  در ورودی کنترل معادل (۳۶)، را تقریب می‌زنیم. حال به تشریح سیستم فازی می‌پردازیم، در حالت کلی، سیستم فازی به چهار قسمت اصلی تقسیم بندی می‌شود که به ترتیب شامل قسمت‌های فازی ساز، موتور استنتاج فازی، پایگاه قواعد فازی و غیر فازی ساز است [۲۱]. در طراحی این سیستم فازی، از فازی ساز منفرد، موتور استنتاج فازی ممدانی، پایگاه قواعد فازی وضع مقدم و غیر فازی ساز میانگین مراکز استفاده شده است. با در نظر گرفتن شرایط بیان شده و تک ورودی و تک خروجی بودن تقریبگر فازی،  $\eta_i$  را می‌توان به صورت رابطه (۴۷) بیان کرد:

$$\eta_i = \frac{\sum_{m=1}^M \theta_{\eta_i}^m \mu_{A_i^m}(s_i)}{\sum_{m=1}^M \mu_{A_i^m}(s_i)} = \theta_{\eta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_j) \quad (۴۷)$$

,  $i = 1, 2$

در معادله (۴۷)،  $M$  تعداد قوانین فازی،  $\theta_{\eta_i}$  بردار مراکز توابع عضویت،  $\mu_{A_i^m}(s_i)$  درجه عضویت و  $\Psi_{\eta_i}(s_j)$  ارتفاع مراکز توابع عضویت این تقریبگر فازی هستند. پس می‌توان  $\theta_{\eta_i}^T$ ،  $\eta_i$  و  $\Psi_{\eta_i}(s_j)$  و  $\mu_{A_i^m}(s_i)$  را به صورت روابط (۴۸) - (۵۱) بیان کرد:

$$\theta_{\eta_i} = [\theta_{\eta_i}^1, \dots, \theta_{\eta_i}^m]^T \quad (۴۸)$$

$$\Psi_{\eta_i}(s_i) = [\Psi_{\eta_i}^1, \dots, \Psi_{\eta_i}^m]^T \quad (۴۹)$$

$$\Psi_{\eta_i}(s_i) = \frac{\mu_{A_i^m}(s_i)}{\sum_{m=1}^M \mu_{A_i^m}(s_i)} \quad (۵۰)$$

$$\eta_i = \theta_{\eta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) \Leftrightarrow \eta_i = \theta_{\eta_i}^T \frac{\mu_{A_i^m}(s_i)}{\sum_{m=1}^M \mu_{A_i^m}(s_i)} \quad (۵۱)$$

در طراحی این تقریبگر فازی از توابع عضویت گوسی استفاده می‌شود تا ورودی کنترل را مشتق پذیر کند:

$$\mu_{A_i^m}(s_i) = \exp\left[-\left(\frac{s_i - \alpha_i^m}{\sigma_i^m}\right)^2\right] \quad (۵۲)$$

که  $\sigma_i^m$  و  $\alpha_i^m$  به ترتیب، مراکز و ارتفاع توابع عضویت  $A_i^m$  هستند. در طراحی تقریبگر فازی از قواعد فازی به شکل رابطه (۵۳) استفاده شد:

$$\dot{v}_c = - \left[ 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt - \hat{H} + \gamma s + \beta \right] + \bar{D}u \quad (58)$$

از معادله (۲۹) نسبت به زمان مشتق گرفته، به صورت رابطه (۵۹) بیان می‌شود:

$$\dot{s} = \dot{v}_c - \dot{v} + 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt \quad (59)$$

معادلات (۲۵) و (۵۸) در (۵۹) جایگذاری می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{s} = \Omega - \gamma s - \beta \\ \Omega = \Delta H + \Delta D u \\ \Delta H = \hat{H} - H \\ \Delta D = \bar{D} - D \end{cases} \quad (60)$$

در معادله (۵۷)، درایه‌های بردار  $\beta$  مطابق معادله (۵۱) است، در نتیجه درایه‌های بردار  $\beta$  به صورت معادله (۶۱) تعریف می‌شود:

$$\beta_i = \theta_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) \Rightarrow \beta_i = \theta_{\beta_i}^T \frac{\mu_{A_i^m}(s_i)}{\sum_{m=1}^M \mu_{A_i^m}(s_i)} \quad (61)$$

در ادامه فرض می‌شود که  $\theta_{\beta_{id}}$  مقدار مطلوبی است که سبب می‌شود  $\beta_i = \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)$  به گونه‌ای  $\Omega_i$  را تقریب بزند که مطابق تئوری Wang [۱۹]،  $\delta_i > 0$  وجود داشته باشد که شرط رابطه (۶۲) را ارضاء نماید:

$$\left| \Omega_i - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) \right| \leq \delta_i \quad (62)$$

که برای افزایش دقت تقریبگر، ثابت مثبت  $\delta_i$ ، تا جاییکه امکان دارد، باید کوچک انتخاب شود. معادله خطای تقریبگر فازی تطبیقی به صورت رابطه (۶۳) تعیین می‌شود:

$$\bar{\theta}_{\beta_i} = \theta_{\beta_i} - \theta_{\beta_{id}} \quad (63)$$

(۶۳) در (۶۱) جایگذاری می‌شود:

$$\beta_i = \bar{\theta}_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) + \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) \quad (64)$$

در ادامه برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، با در نظر گرفتن حلقه کنترل سینماتیکی تابع منتخب لیاپانوف زیر ارایه می‌شود:

$$V = V_1(e_x, e_y, e_\theta) + V_2(s, \beta) \quad (65)$$

در معادله (۶۵)،  $V_1(e_1, e_2, e_3)$  تابع منتخب لیاپانوف حلقه کنترل سینماتیکی و  $V_2(s, \beta)$  تابع منتخب لیاپانوف حلقه کنترل دینامیکی ربات است. در ادامه، تابع منتخب لیاپانوف حلقه کنترل سینماتیکی و دینامیکی به صورت روابط (۶۶-۶۷) هستند:

$$V_1(e_x, e_y, e_\theta) = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2) + \frac{1 - \cos(e_\theta)}{k_y} \quad (66)$$

$$V_2(s) = \frac{1}{2}(s^T s) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \bar{\theta}_{\beta_i}^T \bar{\theta}_{\beta_i} \quad (67)$$

با تقریب بخش  $\eta \text{sign}(s)$  توسط سیستم فازی پیشنهادی، معادله (۳۴) را می‌توان به صورت رابطه (۵۶) بیان کرد:

$$u = \bar{D}^{-1} \left[ \dot{v}_c + 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt - \hat{H} + \gamma s + \eta \right] \quad (56)$$

در مقایسه با راه کارها موجود، روش پیشنهادی دارای مزایای زیر است:

۱. راه کار پیشنهادی از بروز پدیده لرزش ورودی کنترل در ورودی کنترل جلوگیری می‌نماید.
۲. در طراحی تقریبگر فازی پیشنهادی، تنها از ۵ قاعده فازی استفاده شده است؛ بنابراین ورودی کنترل از حجم محاسباتی بسیار پایینی برخوردار است.
۳. برای افزایش دقت ردگیری، می‌توان تعداد قواعد فازی را به ۷ قاعده افزایش داد، بدون اینکه حجم محاسباتی ورودی کنترل افزایش یابد.
۴. پیاده‌سازی عملی تقریبگر فازی پیشنهادی، بسیار ساده است.

با وجود تمامی مزایای فوق، اثبات پایداری سیستم حلقه بسته از طریق روش پیشنهادی امکانپذیر نمی‌باشد؛ بنابراین در بخش بعدی مقاله، برای رفع این مشکل و برای تقریب کران عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری، از یک تقریبگر فازی تطبیقی استفاده می‌شود که تمامی مزایای فوق را با خود به همراه دارد و علاوه بر آن، سیستم حلقه بسته در حضور این تقریبگر فازی تطبیقی، دارای پایداری مجانبی سراسری است.

## ۶- طراحی کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی

### تطبیقی ربات متحرک چرخ دار

برای طراحی تقریبگر فازی تطبیقی، ورودی کنترل مد لغزشی انتگرالی فازی تطبیقی به صورت رابطه (۵۷) انتخاب می‌شود.

$$u = \bar{D}^{-1} \left[ \dot{v}_c + 2\rho E_c + \rho^2 \int_0^t E_c dt - \hat{H} + \gamma s + \beta \right] \quad (57)$$

که  $\beta$  کران عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری است که تقریب آن از طریق تقریبگر فازی تطبیقی مهیا می‌شود. برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، معادله (۵۷) به صورت رابطه (۵۸) مرتب می‌شود:

از معادله (۷۳) نتیجه می‌شود، در صورتی  $\dot{V}_2 \leq 0$  خواهد شد که درایه‌های ماتریس قطری  $\gamma$  به گونه‌ای انتخاب شوند که در معادله (۷۴) صدق نمایند:

$$\gamma_{ii}|s_i| \geq \delta_i \quad (74)$$

بنابراین اگر معادله (۷۴) برقرار شود، سیستم کنترل حلقه بسته دینامیکی در حضور تمامی عدم قطعیت‌های ساختاری، غیرساختاری و اغتشاشات، دارای پایداری مجانبی سراسری می‌شود و خطای ردگیری موقعیت و سرعت ربات به سمت صفر همگرا می‌شود.

برای روشن تر گردیدن جزئیات راه کار پیشنهادی، نمودار بلوک دیاگرام کنترل پیشنهادی برای کنترل ربات متحرک چرخدار در شکل ۳ آمده است.

### ۷- مزایای کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی

در طراحی کنترل پیشنهادی، نوآوری‌هایی نهفته است که به طور خلاصه در زیر به آنها اشاره می‌شود:

۱. در طراحی کنترل پیشنهادی، از روش دینامیک وارون استفاده شده است؛ بنابراین در صورتی که اطلاعات بیشتری از دینامیک‌های ربات متحرک و محرک‌های مربوط به آن در دسترس باشد، می‌توان از طریق روش دینامیک وارون کران عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری را کاهش داد [۲۲-۲۵].

۲. در طراحی کنترل پیشنهادی، دینامیک محرک‌های ربات متحرک چرخدار لحاظ گردیده است؛ بنابراین ورودی کنترل پیشنهادی مبتنی بر ولتاژ است و در صورت بروز عدم قطعیت در معادلات دینامیکی محرک‌ها، پایداری سیستم حلقه بسته حفظ می‌شود [۲۲].

۳. در طراحی تقریبگر فازی تطبیقی، تنها از ۵ قانون فازی یک ورودی- یک خروجی استفاده شده است. از طرف دیگر، تنها یک قانون تطبیقی، مرکز مجموعه فازی بخش نتیجه قوانین فازی را به صورت روی خط تنظیم می‌کند. بنابراین کنترل کننده پیشنهادی، از حجم محاسباتی بسیار پایینی برخوردار است.

که  $Z_{s_i}$  ثابتی مثبت است. در ادامه، از تابع منتخب لیاپانف نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (68)$$

در معادله (۶۸)، معادله  $\dot{V}_1$  به صورت رابطه (۶۹) به دست می‌آید [۱۵]:

$$\dot{V}_1 = e_x \dot{e}_x + e_y \dot{e}_y + \frac{\sin(e_\theta)}{k_y} \dot{e}_\theta = -k_x e_x^2 - \frac{k_\theta v_r \sin^2(e_\theta)}{k_y} \leq 0 \quad (69)$$

مطابق معادله (۶۹)، اگر ضرایب  $k_x$ ،  $k_y$  و  $k_\theta$  مقادیر ثابت و مثبت انتخاب شوند، آنگاه سیستم حلقه بسته دارای پایداری مجانبی سراسری در حلقه کنترل سینماتیک ربات می‌شود. در ادامه، مشتق تابع منتخب لیاپانوف حلقه کنترل دینامیکی ربات به صورت رابطه (۷۰) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{1}{2} \dot{s}^T s + \frac{1}{2} s^T \dot{s} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left( \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\theta}_{\beta_i} + \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\theta}_{\beta_i} \right) \\ &= s^T \dot{s} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{z_{s_j}} \tilde{\theta}_{\beta_j}^T \dot{\theta}_{\beta_j} \\ &= s^T (\Omega - \gamma s - \beta) + \sum_{j=1}^n \frac{1}{z_{s_j}} \tilde{\theta}_{\beta_j}^T \dot{\theta}_{\beta_j} \\ &= \sum_{i=1}^2 s_i (\Omega_i - \beta_i) + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\theta}_{\beta_i} - s^T \gamma s \\ &= \sum_{i=1}^2 s_i (\Omega_i - \theta_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)) \\ &+ \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\theta}_{\beta_i} - s^T \gamma s \\ &= \sum_{i=1}^2 s_i (\Omega_i - \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \Psi_{\eta_i}(s_i) - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)) \\ &+ \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T \dot{\theta}_{\beta_i} - s^T \gamma s \\ &= \sum_{i=1}^2 s_i (\Omega_i - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)) \\ &+ \sum_{i=1}^2 \frac{1}{z_{s_i}} \tilde{\theta}_{\beta_i}^T (\dot{\theta}_{\beta_i} - s_i z_{s_i} \Psi_{\eta_i}(s_i)) \\ &- s^T \gamma s \quad (70) \end{aligned}$$

از معادله (۷۰) می‌توان نتیجه گرفت که قانون تطبیقی را می‌توان به صورت زیر انتخاب نمود:

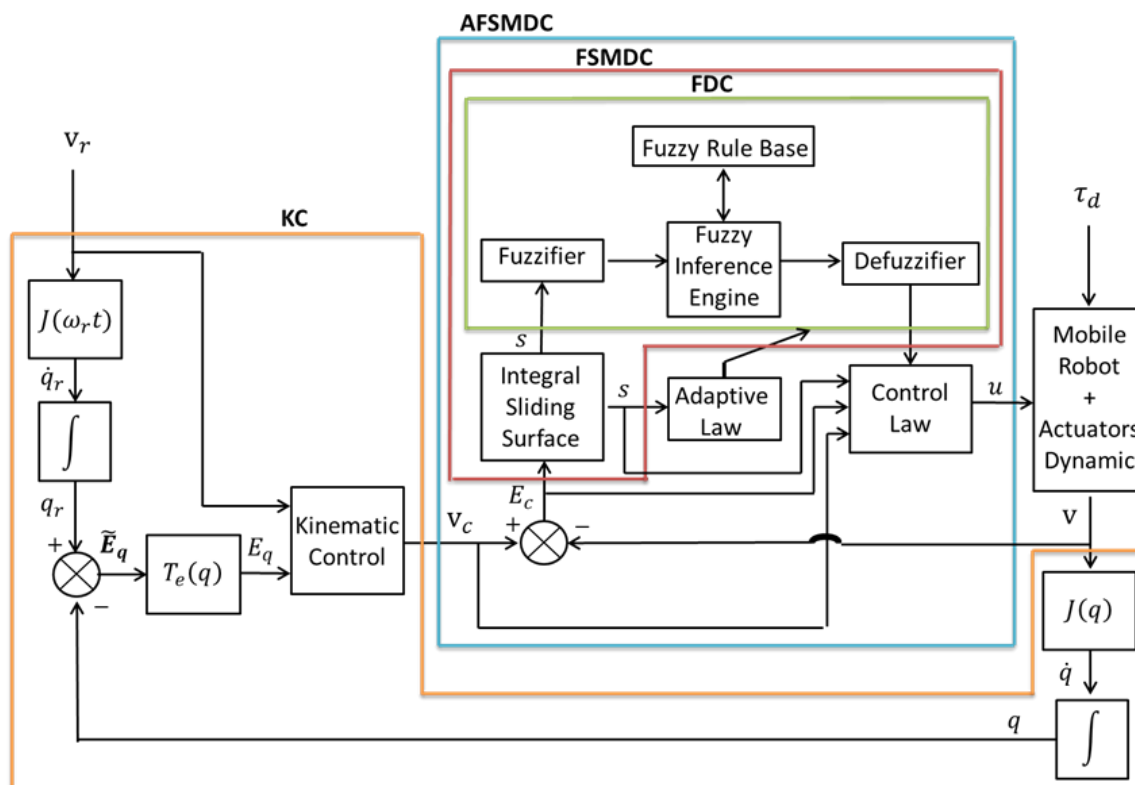
$$\dot{\theta}_{\beta_i} = s_i z_{s_i} \Psi_{\eta_i}(s_i) \quad (71)$$

با جایگذاری (۷۱) در (۷۰) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^2 s_i (\Omega_i - \theta_{\beta_{id}}^T \Psi_{\eta_i}(s_i)) - s^T \gamma s \quad (72)$$

از (۶۲) و (۷۲) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq \sum_{i=1}^2 |s_i| \delta_i - s^T \gamma s \leq \sum_{i=1}^2 (|s_i| \delta_i - \gamma_{ii} s_i^2) \\ &\leq \sum_{i=1}^2 |s_i| (\delta_i - \gamma_{ii} |s_i|) \quad (73) \end{aligned}$$



شکل ۳- نمودار بلوک دیاگرام کنترل پیشنهادی برای کنترل ربات متحرک چرخ دار

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} \frac{2K_2}{r^2} & m_c d \dot{\theta} \\ -m_c d \dot{\theta} & \frac{2b^2 K_2}{r^2} \end{bmatrix}$$

$$m = m_c + 2m_\omega$$

$$I = I_c + 2I_m + m_c d^2 + 2m_\omega b^2$$

$$\bar{B} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ b & -b \end{bmatrix}, \bar{G}(q) = 0$$

$$\bar{\tau}_d = \begin{bmatrix} \tau_{d1} \cos\theta + \tau_{d2} \sin\theta \\ \tau_{d3} \end{bmatrix}$$

$$F_v = \begin{bmatrix} F_{v1} & 0 & 0 \\ 0 & F_{v2} & 0 \\ 0 & 0 & F_{v3} \end{bmatrix}$$

$$F_d = \begin{bmatrix} F_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & F_{d2} & 0 \\ 0 & 0 & F_{d3} \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}_1 = F_{v1} x + F_{d1} \text{sign}(\dot{x})$$

$$\bar{F}_2 = F_{v2} y + F_{d2} \text{sign}(\dot{y})$$

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} \bar{F}_1 \cos\theta + \bar{F}_2 \sin\theta \\ F_{v3} \theta + F_{d3} \text{sign}(\dot{\theta}) \end{bmatrix}$$

(۷۵)

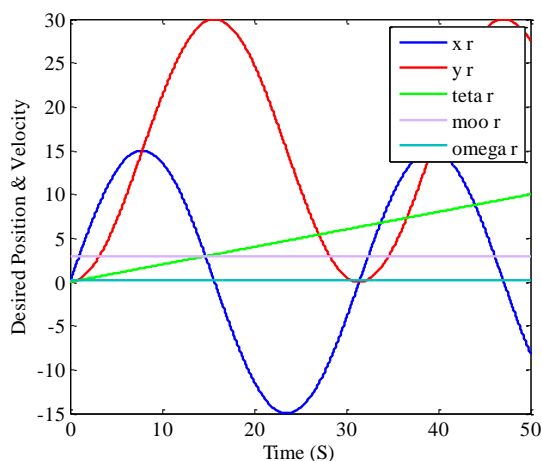
۴. تقریبگر فازی تطبیقی به گونه‌ای طراحی شده است که می‌تواند کران عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری موجود در معادلات دینامیکی ربات متحرک چرخدار و محرک‌های مربوط به آنرا به صورت روی خط تقریب نماید. بنابراین این تقریبگر از بروز لرزش ورودی کنترل در ورودی کنترل‌کننده جلوگیری می‌کند.

۵. کنترل پیشنهادی به گونه‌ای طراحی شده است که سیستم حلقه بسته را در حضور تمامی عدم قطعیت‌ها، دارای پایداری مجانبی سراسری است.

#### ۸- مطالعه موردی

در این بخش، برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، از ربات متحرک چرخ دار غیر هولونومیک شکل ۲، به عنوان مطالعه موردی استفاده شده است. در این ربات متحرک چرخ دار، از سروو موتورهای DC به عنوان محرکه استفاده گردیده است. ماتریس‌های سینماتیکی و دینامیکی این ربات به صورت رابطه (۷۵) انتخاب شده‌اند.

عملکرد کنترل کننده ردگیری موقعیت مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی، مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. قابل ذکر است که در شبیه‌سازی‌های ارائه شده، عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری موجود در معادلات دینامیکی ربات متحرک چرخدار و دینامیک موتورهای آن مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. در این شبیه‌سازی‌ها، فرض بر آن است که اطلاعات دقیقی از مدل سینماتیک و دینامیکی ربات در دسترس نیست و معادلات دینامیکی ربات متحرک چرخ دار و محرک‌های مربوط به آن، دارای عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری هستند. در طراحی کنترل‌کننده، برای اعمال عدم قطعیت ساختاری، پارامترهای ربات متحرک چرخ دار برابر با ۹۰ درصد مقادیر جدول (۲) تنظیم شدند و برای اعمال عدم قطعیت غیرساختاری، فرض بر آن است که اطلاعاتی از اصطکاک دینامیکی و اغتشاشات در دسترس نیست.



شکل ۴- موقعیت و سرعت مطلوب ربات متحرک چرخ دار

#### ۸-۱- بررسی عملکرد کنترل کننده ردگیری موقعیت مدلغزشی انتگرالی در حضور عدم قطعیت

شبیه‌سازی ۱: برای اعمال این کنترل‌کننده به ربات متحرک چرخدار، از ضرایب موجود در جدول ۳ استفاده گردید. پس از اجرای شبیه‌سازی، مطابق شکل‌های ۵-a و ۵-b، خطاهای ردگیری موقعیت، بردارهای  $\vec{E}_q$  و  $\vec{E}_q$  در زمانی کمتر از ۳ ثانیه به سمت صفر همگرا شده‌اند. در شکل‌های ۶-a و ۶-b نیز، خطاهای ردگیری سرعت، بردارهای  $E_v$  و  $E_c$  در

جدول ۲- پارامترهای ربات متحرک چرخ دار

Parameter	Value	Parameter	Value
$r$	0.15 m	$F_{v_1}$	2
$b$	0.75 m	$F_{v_2}$	3
$d$	0.3 m	$F_{v_3}$	4
$L_a$	0.1 mH	$F_{d_1}$	1
$m_w$	1 kg	$F_{d_2}$	1
$m_c$	36 kg	$F_{d_3}$	1
$I_m$	0.0025 kgm <sup>2</sup>	$\tau_{d_1}$	3
$I_c$	15.625 kgm <sup>2</sup>	$\tau_{d_2}$	2
$K_1$	7.2	$\tau_{d_3}$	5
$K_2$	2.592		

در جدول ۲،  $m$  جرم کلی سیستم ربات،  $I$  مماس اینرسی سیستم حول مرکز ربات،  $2b$  فاصله بین دو چرخ ربات،  $d$  فاصله مرکز جرم ربات تا چرخ‌های ربات و  $m_c$  جرم ربات بدون چرخ‌ها،  $\tau_{d_1}$ ،  $\tau_{d_2}$  و  $\tau_{d_3}$  اغتشاش‌های خارجی وارد شده بر ربات می‌باشند. پایگاه قواعد سیستم‌های فازی، مطابق معادله (۳۲) و توابع عضویت این قواعد، مطابق شکل ۲ تنظیم گردیدند. شرایط اولیه موقعیت ربات برابر  $q(0) = [2 \ 0.2 \ 0.2]^T$  و شرایط اولیه سرعت ربات برابر  $v(0) = [0 \ 0]^T$  در نظر گرفته شده است. موقعیت و سرعت مطلوب ربات در شکل ۴ آمده است. مقادیر سرعت مطلوب ربات، سرعت و موقعیت مطلوب ربات در دستگاه کارتزین به ترتیب به صورت روابط (۷۶-۷۸) انتخاب گردیدند:

$$v_r(t) = [v_r(t) \ \omega_r(t)]^T = [3 \ 0.2]^T \quad (76)$$

$$\dot{q}_r(t) = J(\omega_r t) v_r(t)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_r(t) \\ \dot{y}_r(t) \\ \dot{\theta}_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_r t) & 0 \\ \sin(\omega_r t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r(t) \\ \omega_r(t) \end{bmatrix} \quad (77)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = v_r(t) \cos(\omega_r t) \\ \dot{y}_r(t) = v_r(t) \sin(\omega_r t) \\ \dot{\theta}_r(t) = \omega_r(t) \end{cases}$$

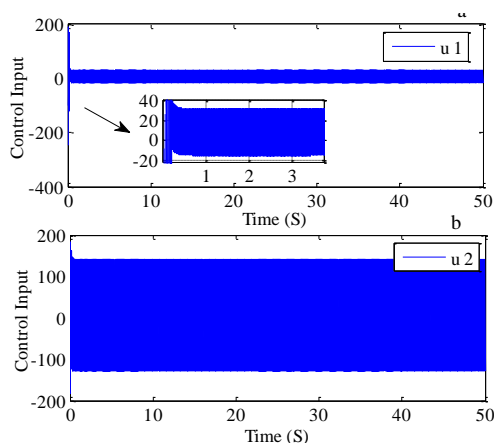
$$\begin{cases} x_r(t) = \int_0^t v_r(t) \cos(\omega_r t) dt \\ y_r(t) = \int_0^t v_r(t) \sin(\omega_r t) dt \\ \theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(t) dt \end{cases} \quad (78)$$

در این بخش از مقاله برای روشن‌تر شدن مزایا و معایب عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، شبیه‌سازی‌هایی در ۳ مرحله ارائه و بررسی می‌شود. در مرحله ۱ شبیه‌سازی، عملکرد کنترل کننده ردگیری موقعیت مدلغزشی انتگرالی، در مرحله ۲ شبیه‌سازی، عملکرد کنترل کننده ردگیری موقعیت مدلغزشی انتگرالی فازی و در مرحله ۳ شبیه‌سازی،

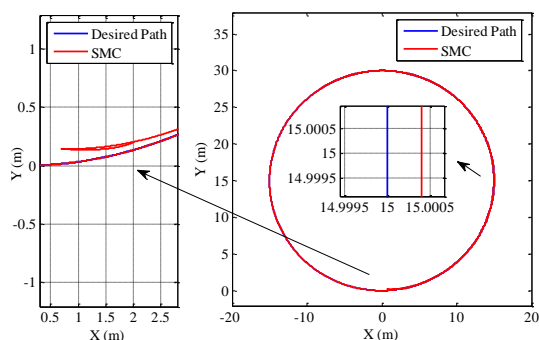
جدول ۳- ضرایب کنترل کننده ردگیری

موقعیت مدلغزشی انتگرالی

Parameter	Value	Parameter	Value
$k_x$	12.5	$\gamma_1$	8
$k_y$	5	$\gamma_2$	8
$k_\theta$	10	$\eta_{11}$	200
$\rho_1$	2	$\eta_{22}$	200
$\rho_2$	2		



شکل ۷- ولتاژ ورودی موتور اول و دوم ناشی از اعمال کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی در حضور عدم قطعیت



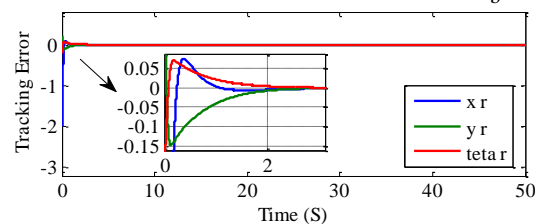
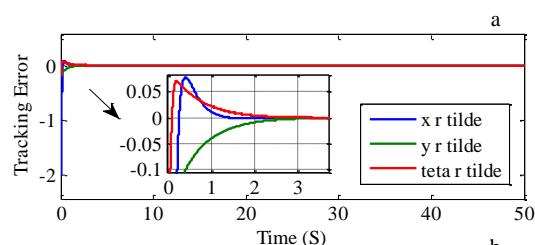
شکل ۸- ردگیری مسیر مطلوب ناشی از اعمال کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی در حضور عدم قطعیت

۸-۲- بررسی عملکرد کنترل کننده ردگیری موقعیت

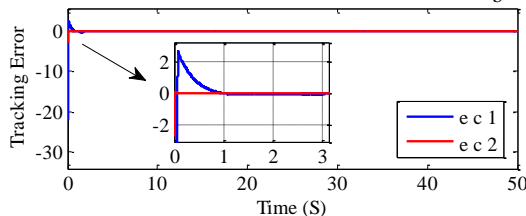
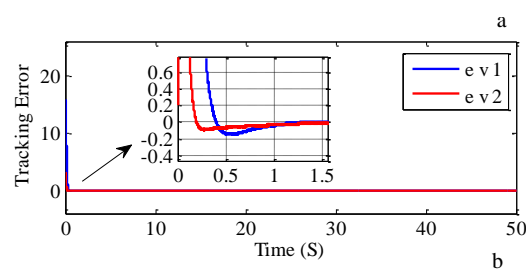
مدلغزشی انتگرالی فازی در حضور عدم قطعیت

شبهه سازی ۲: در این شبهه‌سازی، کنترل کننده ردگیری موقعیت مدلغزشی انتگرالی فازی به ربات متحرک چرخ دار در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیر ساختاری اعمال

زمان‌هایی کمتر از ۱ و ۲ ثانیه به سمت صفر همگرا گردیده‌اند. دامنه ولتاژهای ورودی موتور سمت چپ و راست ربات، در شکل ۷ نیز به ترتیب در نمودارهای  $a$  و  $b$  نشان داده شده‌اند. از شکل ۷ نتیجه می‌شود که دامنه ورودی‌های کنترل در محدوده مجازی قرار دارند؛ اما به دلیل بروز پدیده نامطلوب لرزش ورودی کنترل در آن‌ها، پیاده‌سازی عملی این کنترل کننده با مشکل مواجه است. در شکل ۸ مشاهده می‌شود که ردگیری مسیر مطلوب با دقت بسیار زیادی انجام پذیرفته است و مسیر واقعی در زمانی بسیار کوتاه به سمت مسیر مطلوب همگرا شده است.



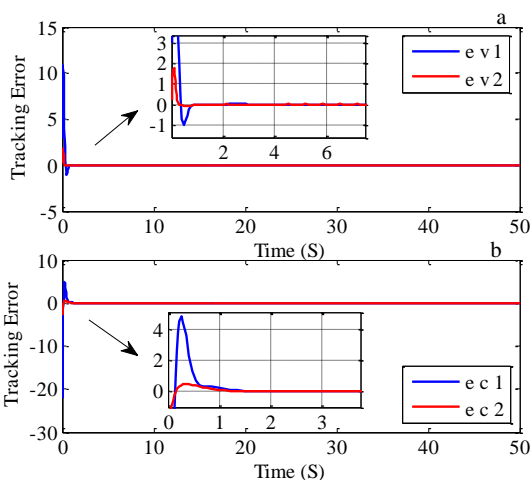
شکل ۹- خطاهای ردگیری موقعیت ناشی از اعمال کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی در حضور عدم قطعیت



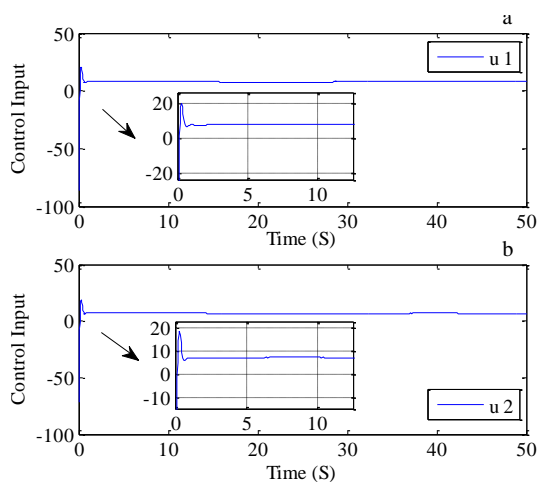
شکل ۱۰- خطاهای ردگیری سرعت ناشی از اعمال کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی در حضور عدم قطعیت

جدول ۴- ضرایب کنترل کننده ردگیری موقعیت مد لغزشی انتگرالی فازی

Parameter	Value	Parameter	Value
$k_x$	12.5	$\rho_2$	2
$k_y$	5	$\gamma_1$	8
$k_\theta$	10	$\gamma_2$	8
$\rho_1$	2		

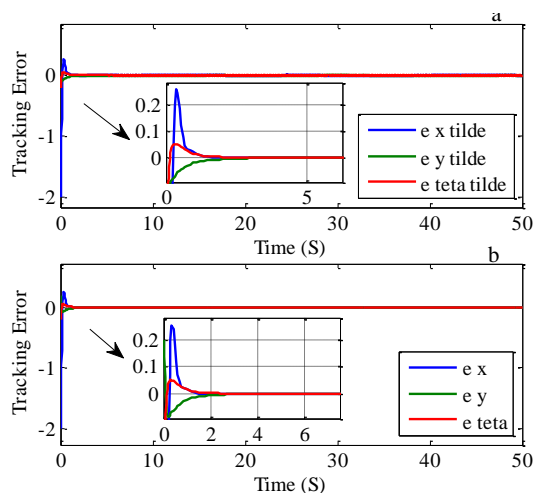


شکل ۱۰- خطاهای ردگیری سرعت ناشی از اعمال کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی در حضور عدم قطعیت



شکل ۱۱- ولتاژ ورودی موتور اول و دوم ناشی از اعمال کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی در حضور عدم قطعیت

گردید. برای تنظیم ضرایب کنترل کننده، از مقادیر جدول ۴ استفاده می شود. پس از اجرای شبیه سازی، مطابق شکل ۹، خطاهای ردگیری موقعیت، بردارهای  $E_q$  و  $\tilde{E}_q$  به ترتیب در نمودارهای a و b در زمانی کمتر از ۳ ثانیه به سمت صفر همگرا شده اند، ولی به واسطه تقریب صورت گرفته، خطای ردگیری قبل از ثانیه ۳ افزایش یافته، سبب افزایش بالازدگی نسبت به شبیه سازی ۱ گردیده است. همچنین مطابق شکل های ۱۰-a و ۱۰-b، خطاهای ردگیری سرعت بردارهای  $E_c$  و  $E_v$  در زمانی کمتر از ۲ ثانیه به سمت صفر همگرا شده اند. با دقت در این اشکال نتیجه می شود که زمان همگرایی بردار  $E_v$  افزایش یافته، در مقایسه با شبیه سازی ۱، خطای ردگیری  $e_{v1}$  دچار افزایش پایین زدگی و  $e_{c1}$  با افزایش بالا زدگی مواجه هستند. دامنه ولتاژهای ورودی موتورهای سمت چپ و راست ربات در شکل ۱۱ نیز به ترتیب در نمودارهای a و b نشان داده شده اند. از شکل ۱۱ نتیجه می شود که پدیده نامطلوب لرزش ورودی کنترل از بین رفته و دامنه این ورودی های کنترل در محدوده مجازی قرار دارند. لازم به ذکر است که در مقایسه با شبیه سازی ۱، دامنه ولتاژهای ورودی موتورها کاهش چشمگیری یافته است. در شکل ۱۲، ردگیری مسیر مطلوب با دقت خوبی انجام گردیده است.



شکل ۹- خطاهای ردگیری موقعیت ناشی از اعمال کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی در حضور عدم قطعیت

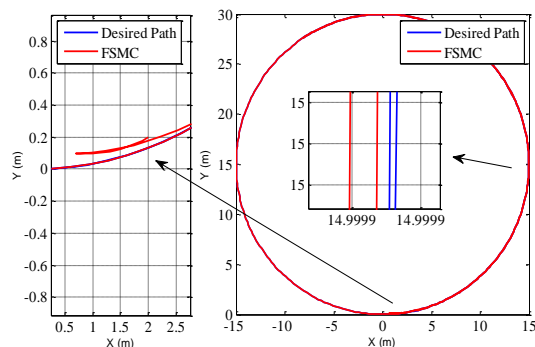
ساختاری و غیر ساختاری به خوبی صورت پذیرفته و حرکت ربات روی مسیر مطلوب قابل مشاهده است.

جدول ۵- ضرایب کنترل کننده ردگیری موقعیت مد لغزشی انتگرالی فازی

Parameter	Value	Parameter	Value
$k_x$	12.5	$\gamma_1$	8
$k_y$	5	$\gamma_2$	8
$k_\theta$	10	$z_1$	$1 \times 10^3$
$\rho_1$	2	$z_2$	$1 \times 10^3$
$\rho_2$	2		

اگر بخواهیم عملکرد کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی تطبیقی پیشنهادی را با کنترل کننده مشابهی نظیر [۱۵]، بررسی نماییم، می توان به نکات زیر اشاره کنیم:

- در کنترل پیشنهادی [۱۵]، به دلیل استفاده از سیستم فازی نوع ۲، حجم محاسبات ورودی کنترل کننده بسیار بالا بوده، پیاده سازی عملی آن با پردازشگرهای موجود امکان پذیر نمی باشد.
- کنترل پیشنهادی [۱۵]، در فضای گشتاور طراحی شده است؛ بنابراین در طراحی آن، نقش معادلات دینامیکی موتورهای لحاظ نشده است. به عبارت دیگر برای پیاده سازی عملی این کنترل کننده، باید فضای ورودی کنترل، از گشتاور به ولتاژ تبدیل شود.
- در مقاله [۱۵]، مسیر مطلوب به گونه ای انتخاب گردیده است که چالش زیادی برای کنترل کننده ایجاد نکند، اما با این حال نتایج شبیه سازی های ارائه شده نشان می دهد که کنترل خطای زاویه ای موقعیت  $\theta_e$  در زمانی برابر با ۲۲ ثانیه انجام می شود و در نهایت این کنترل خطا با خطای حالت ماندگار همراه است؛ بنابراین سیستم حلقه بسته در حضور این کنترل کننده، نهایتاً دارای پایداری محدود یکنواخت خواهد بود.

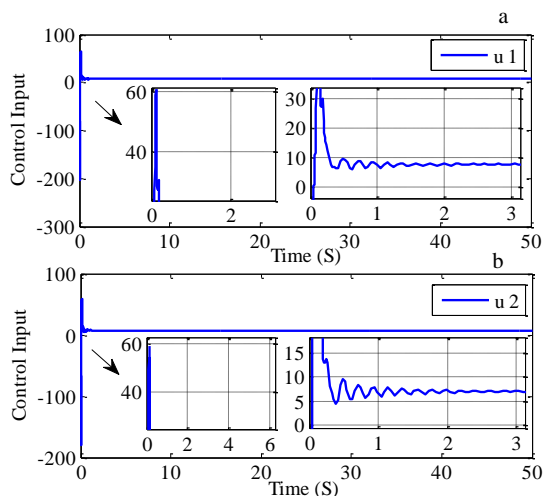


شکل ۱۲- ردگیری مسیر مطلوب ناشی از اعمال کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی در حضور عدم قطعیت

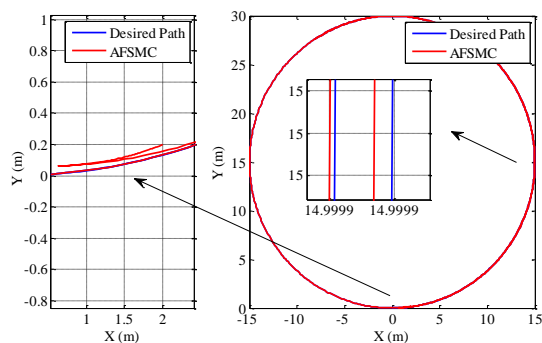
### ۸-۳- بررسی عملکرد کنترل کننده ردگیری موقعیت مد لغزشی انتگرالی فازی تطبیقی در حضور عدم قطعیت

شبیه سازی ۳: در این شبیه سازی کنترل کننده ردگیری موقعیت مد لغزشی انتگرالی فازی تطبیقی به ربات متحرک چرخ دار در حضور عدم قطعیت های ساختاری و غیر ساختاری اعمال گردید. در این بخش برای تنظیم ضرایب کنترل کننده از مقادیر جدول ۵ استفاده گردید. پس از اجرای شبیه سازی مطابق با شکل ۱۳، خطاهای ردگیری موقعیت بردارهای  $E_q$  و  $\dot{E}_q$  به ترتیب در نمودارهای a و b در زمانی کمتر از ۲ ثانیه به سمت صفر همگرا شده اند. در مقایسه با شبیه سازی های ۱ و ۲ نتیجه می شود که زمان همگرایی و میزان خطا به واسطه تقریبگر فازی تطبیقی کاهش یافته است. همچنین مطابق شکل های a-۱۴ و b-۱۴، خطاهای ردگیری سرعت بردارهای  $E_v$  و  $\dot{E}_v$  به ترتیب در زمانی کمتر از ۲ ثانیه به سمت صفر همگرا گردیده اند که در مقایسه با شبیه سازی ۲، زمان همگرایی کاهش یافته است. دامنه ولتاژهای ورودی موتورهای سمت چپ و راست ربات، به ترتیب در شکل های a-۱۵ و b-۱۵ نشان داده شده اند. از شکل ۱۵ نتیجه می شود که پدیده نامطلوب لرزش ورودی کنترل در ورودی کنترل مشاهده نمی شود و دامنه ورودی کنترل در محدوده مجازی قرار دارند. لازم به ذکر است که در مقایسه با شبیه سازی ۲، تا حدودی دامنه ولتاژ ورودی موتورها افزایش یافته است. در شکل ۱۶، مشاهده می شود که ردگیری مسیر مطلوب، در حضور عدم قطعیت های



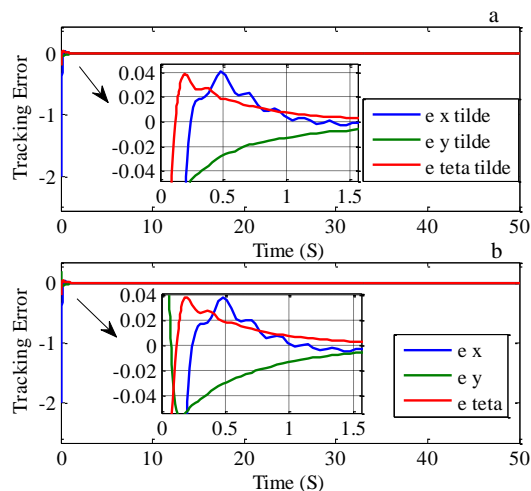


شکل ۱۵- ولتاژ ورودی موتور اول و دوم ناشی از اعمال کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی در حضور عدم قطعیت

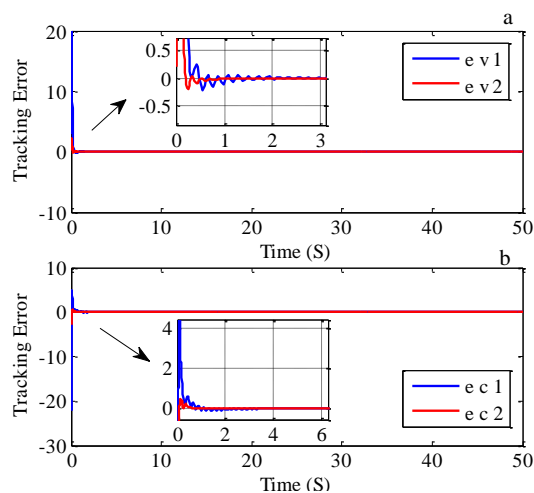


شکل ۱۶- ردگیری مسیر دایره در دستگاه مختصات، ناشی از اعمال کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی در حضور عدم قطعیت

۱. در صورت حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و غیرساختاری در معادلات دینامیکی ربات متحرک چرخدار، عملکرد کنترل مدلغزشی انتگرالی فازی و کنترل مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی در ردگیری موقعیت بسیار مطلوب است. با دقت در نتایج شبیه‌سازی ها می‌توان نتیجه گرفت که تقریبگر فازی تطبیقی در مقایسه با تقریبگر فازی، در تقریب نمودن کران عدم قطعیت‌ها از عملکرد مطلوب تری برخوردار است. تقریبگر فازی تطبیقی، سیستم حلقه بسته را



شکل ۱۳- خطاهای ردگیری موقعیت ناشی از اعمال کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی در حضور عدم قطعیت



شکل ۱۴- خطاهای ردگیری سرعت ناشی از اعمال کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی در حضور عدم قطعیت

#### ۴-۸- بررسی نتایج عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی

در این بخش از مقاله، نتایج عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی بررسی می‌شود. با مشاهده نتایج شبیه‌سازی‌های بخشهای ۱-۸، ۲-۸ و ۳-۸، می‌توان عملکرد کنترل کننده‌های پیشنهادی را به صورت زیر بیان نمود:

کنترل مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی در برخورد با عدم-قطعیت‌های موجود در دینامیک‌های ربات متحرک چرخ دار انعطاف پذیر بوده، عملکرد مطلوبی را نشان می‌دهد. در طراحی کنترل پیشنهادی، نکاتی لحاظ گردید تا پیاده‌سازی کنترل‌کننده عملی شود. اثبات ریاضی نشان می‌دهد که سیستم حلقه بسته با کنترل پیشنهادی و در حضور تمامی عدم‌قطعیت‌ها، دارای پایدار مجانبی سراسری است. نتایج شبیه‌سازی، عملکرد مطلوب کنترل پیشنهادی را تایید می‌کند.

#### ۱۰- مراجع

- [1] Jiang ZP, Nijmeijer H (1997) Tracking control of mobile robots: a case study in backstepping. *Automatica* 33(7): 1393–1399.
- [2] Shojaei K, Mohammad-Shahri A, Tarakameh A (2011) Adaptive feedback linearizing control of nonholonomic wheeled mobile robots in presence of parametric and nonparametric uncertainties. *Robot Cim-Int Manuf* 27(1): 194–204.
- [3] Fierro R, Lewis FL (1998) Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks. *IEEE Trans Neural Networks* 9(4): 589–600.
- [4] Wong CC, Wang HY, Li SA (2008) PSO-based motion fuzzy controller design for mobile robots. *Int J Fuzzy Syst* 10(1): 284–292.
- [5] Su KH, Chen YY, Su SF (2010) Design of neural-fuzzy-based controller for two autonomously driven wheeled robot. *Neurocomputing* 73(13-15): 2478–2488.
- [6] Fukao T, Nakagawa H, Adachi N (2000) Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot. *IEEE Trans Neural Network* 16(5): 609–615.
- [7] Mohareri O, Dhaouadi R, Rad AB (2012) Indirect adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot via neural networks. *Neurocomputing* 88: 54–66.
- [8] Sharma KD, Chatterjee A, Rakshit A (2012) A PSO–Lyapunov hybrid stable adaptive fuzzy tracking control approach for vision-based robot navigation. *IEEE T Instrum Meas* 61(7): 1908–1914.
- [9] Martiacute R, nezSoto O Castillo, Aguilar LT (2009) Optimization of interval type-2 fuzzy logic controllers for a perturbed autonomous wheeled mobile robot using genetic algorithms. *J Int Sci* 179(13): 2158–2174.
- [10] Yang JM, Kim JH (1999) Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots. *IEEE Trans Robot* 15(3): 578–587.
- [11] Keighobadi J, Mohamadi Y (2011) Fuzzy sliding mode control of a non-holonomic wheeled mobile

دارای پایداری مجانبی سراسری می‌کند و زمان همگرایی و نوسانات خطای ردگیری را کاهش می‌دهد.

۲. دامنه ورودی کنترل‌کننده‌ها در حضور تمامی عدم-قطعیت‌ها، در محدوده مجازی قرار دارند؛ بنابراین پیاده-سازی عملی کنترل‌کننده‌های پیشنهادی امکانپذیر است. لازم به ذکر است که دامنه ورودی کنترل‌کننده مدلغزشی انتگرالی فازی در مقایسه با کنترل‌کننده مدلغزشی انتگرالی فازی تطبیقی، کوچکتر است؛ بنابراین در پیاده‌سازی عملی کنترل‌کننده مدلغزشی انتگرالی فازی، می‌توان از محرک‌هایی با توان پایین استفاده کرد؛ بنابراین هزینه‌های پیاده‌سازی عملی این کنترل‌کننده کمتر است.

۳. بردار خطای کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، فاقد خطای حالت ماندگار است. این امر در مقایسه با عملکرد کنترل‌کننده‌های مشابهی نظیر [۱۵]، مسئله قابل ملاحظه‌ای است.

#### ۹- نتیجه گیری

در این مقاله، با استفاده از کنترل حلقه بسته سینماتیکی روش پسگام و تکنیک دینامیک وارون، کنترل‌کننده مدلغزشی انتگرالی برای ردگیری موقعیت ربات متحرک چرخدار طراحی گردید. در طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی، علاوه بر دینامیک‌های ربات متحرک چرخ دار، دینامیک موتورها نیز لحاظ گردید. ترکیب کنترل مدلغزشی انتگرالی و تکنیک دینامیک وارون، باعث کاهش کران عدم‌قطعیت‌ها و در نتیجه کاهش دامنه ورودی کنترل می‌شود؛ اگر چه کنترل‌کننده پیشنهادی در برخورد با تمامی عدم‌قطعیت‌ها دارای عملکرد مطلوبی است، اما ورودی کنترل با پدیده نامطلوب لرزش ورودی کنترل همراه است. برای غلبه بر این پدیده نامطلوب، با استفاده از نظریه فازی یک تقریبگر فازی طراحی گردید تا کران عدم‌قطعیت‌ها را تقریب بزند. ترکیب کنترل مدلغزشی انتگرالی و نظریه فازی سبب حذف پدیده نامطلوب لرزش ورودی کنترل می‌شود. در ادامه برای افزایش پایداری سیستم حلقه بسته و جهت کاهش خطای تقریب و جلوگیری از ازدیاد بار محاسباتی سیستم فازی هنگام مواجهه با عدم قطعیت‌ها، با استفاده از مفاهیم تکنیک کنترل تطبیقی، یک تقریبگر فازی تطبیقی طراحی گردیده است.

- [۱۸] فاتح م م، عرب ع الف (۱۳۹۲) کنترل مد لغزشی تطبیقی ربات متحرک. مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها، دوره ۳، شماره ۲، صفحه ۱۱-۱۲.
- [19] Kanayama Y, Kimura Y, Miyazaki F, Noguchi T (1990) A stable tracking control method for an autonomous mobile robot. In Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation 384–389, Cincinnati, OH.
- [20] Veysi M, Soltanpour MR (2012) Eliminating chattering phenomenon in sliding mode control of robot manipulators in the joint space using fuzzy logic. *J Solid Fluid Mech* 2(3): 45-54.
- [21] Wang LX (1997) A course in fuzzy systems and control. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [22] Soltanpour MR, Otadolajam P, Khooban MH (2014) A new and robust control strategy for electrically driven robot manipulators: adaptive fuzzy sliding mode. *Iet Sci Meas Technol* 9(3): 322-334.
- [23] Khooban MH, Soltanpour MR (2013) Swarm optimization tuned fuzzy sliding mode control design for a class of nonlinear systems in presence of uncertainties. *J Intell Fuzzy Syst* 24(2): 383-394.
- [24] Shafiei SE, Soltanpour MR (2011) Neural network sliding-model-pid controller design for electrically driven robot manipulators. *Int J Innov Comput I* 5(12): 3949-3960.
- [25] Soltanpour MR, Siah M (2009) Robust control of robot manipulator in task space. *Appl Comput Math-Bak* 8(2): 227-238.
- robot. *International Multi Conference of Engineers and Computer Scientists Vol 2*.
- [12] Chen C, Li TS, Yeh Y, Chang CC (2009) Design and implementation of an adaptive sliding-mode dynamic controller for wheeled mobile robots. *Mechatronics* 19: 156–166.
- [13] Chen N, Song F, li G, Sun X, Ai C (2013) An adaptive sliding mode backstepping control for mobile manipulator with nonholonomic constraints. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul* 18(10): 2885-2899.
- [14] Koubaa Y, Boukattaya M, Dammak T (2015) Adaptive sliding-mode dynamic control for path tracking of nonholonomic wheeled mobile robot. *JASE* 9(2): 119-131.
- [15] Hsiao MY, Chen CY, Li THS (2008) Interval type-2 adaptive fuzzy sliding-mode dynamic control design for wheeled mobile robots. *Int J Fuzzy Syst* 10(4).
- [16] Hou ZG, Zou AM, Cheng L, Tan M (2009) Adaptive control of an electrically driven nonholonomic mobile robot via backstepping and fuzzy approach, control systems technology. *IEEE T Contr Syst T* 17(4): 803-815.
- [17] Sinaeefar Z, Farrokhi M (2012) Adaptive fuzzy model-based predictive control of nonholonomic wheeled mobile robots including actuator dynamics. *IJSER* 3(9):305-313.