



بررسی تاثیرات محیط حرارتی بر ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی مدرج دو بعدی مستقر بر بستر پسترناک

> **کوروش خورشیدی<sup>(.\*\*</sup>، علی بخششی<sup>۲</sup> و حسین قدیریان<sup>۳</sup>** <sup>۱</sup> استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک <sup>۲</sup> کارشناس ارشد، آزمایشگاه صوت و ارتعاش، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک ۲ دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۷/۱۲ ؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۱۲/۱۳ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۷/۱۲

#### چکیدہ

در این مقاله، تاثیرات محیط حرارتی بر ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی مدرج دو بعدی مستقر بر بستر دو پارامتری (بستر پسترناک)، مورد بررسی قرار گرفته است. برای تحلیل مسئله و محاسبه مقادیر فرکانس سازه، از روش ریلی ریتز بر مبنای روش حداقل انرژی کل، استفاده شده است. جهت تقریب جابجاییهای ورق با فرض تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم، از توابع آزمون هارمونیک مثلثاتی استفاده شده است که شرایط مرزی هندسی تکیهگاه ساده و تکیهگاه کاملاً گیردار ورق را ارضاء می نمایند. به منظور بررسی دقت روش بکاررفته، نتایج بدست آمده در این پژوهش با مراجع مقایسه شده است. مقایسه های مذکور نشان می دهند که انطباق خوبی میان نتایج حاصل از مطالعه حاضر با نتایج حل دقیق موجود در منابع وجود دارد. در انتها تأثیر پارامترهای ضرایب توانی، نسبت حجمی، نسبت ضخامت به طول ورق، نسبت طول به عرض ورق، پارامتر سفتی بستر، دما و شرایط مرزی روی فرکانسهای طبیعی سازه

كلمات كليدى: محيط حرارتى؛ ورق مستطيلى؛ بستر پسترناك؛ مواد تابعي مدرج دو بعدى.

#### The Study of the Effects of Thermal Environment on Free Vibration Analysis of Two Dimensional Functionally Graded Rectangular Plates on Pasternak Elastic Foundation

K. Khorshidi<sup>1,\*</sup>, A. Bakhsheshi<sup>2</sup>, H. Ghadirian<sup>3</sup>
 <sup>1</sup> Assis. Prof., Mech. Eng., Arak university., Arak, Iran
 <sup>2</sup> MSc., Mech. Eng., Arak university., Arak, Iran
 <sup>3</sup> Ph.D. Stu., Mech. Eng., P.G. university, Bushehr, Iran

#### Abstract

This paper is the study of the effects of thermal environment on vibration analysis of a two-dimensional functionally graded rectangular plate on Pasternak elastic foundation. The natural frequencies of the plate are calculated by using the Rayleigh–Ritz method based on minimizing the total energy of the plate. The transverse displacement of the plate based on the third-order shear deformation plate theory(TSDT) is approximated by a set of admissible trial functions which is required to satisfy the clamped (CL) and simply supported geometric boundary conditions. For verifying the accuracy of this method, results are compared with those reported in the literature. As it is shown a good conformance is derived from the obtained results and the exact solution. In the numerical results, the effects of volume fraction coefficients, thickness ratios ,aspect ratios of the FG plates, foundation stiffness parameters, temperature and boundary conditions on the natural frequencies are examined and discussed in detail.

**Keywords:** Thermal Environment; Rectangular Plate; Pasternak Elastic Foundation; Two-Dimensional Functionally Graded Material.

\* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۰۰۹۸۸۶۳۲۶۲۵۷۲۰؛ فکس: ۰۰۹۸۸۶۳۴۱۷۳۴۵۰

آدرس پست الكترونيك: k-khorshidi@araku.ac.ir

۱۳۸

خورشیدی و همکاران

## ۱– مقدمه

مواد تابعی مدرج، از مواد مرکب با ریزساختار ناهمگن می باشند که خواص مکانیکی آنها به طور یکنواخت و پیوسته از یک سطح به سطح دیگر جسم تغییر میکند. نوع رایج آن، ترکیب پیوستهای از سرامیک و فلز است. این مواد از اختلاط پودر فلز و سرامیک بدست میآیند؛ مزیت استفاده از این مواد، این است که قادر به تحمل درجات حرارت بسیار بالا و اختلاف درجه حرارت بسیار بالا بوده، مقاوم در مقابل خوردگی و سایش می باشند و مقاومت بالایی در مقابل شکست دارند. در حال حاضر از این مواد برای سازههایی استفاده می شود که در مقابل درجات حرارت بالا باید مقاوم باشند. با توجه به اهمیت مواد تابعی در صنایع، محققین زیادی به بررسی رفتار دینامیکی این نوع از مواد پرداختهاند. حسینی هاشمی و همکاران[۱]، به بررسی و تحلیل ارتعاش آزاد یک ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی نسبتاً ضخیم براساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی پرداختهاند. در مطالعه آنها فرکانس طبیعی ورق برای ۶ حالت از ترکیب شرایط مرزی مختلف ورق با دو لبه موازی ساده و سایر لبهها ترکیبی از شرایط مرزی ساده، آزاد و گیردار با استفاده از حل دقیق بدست آمده است. یکی از مزایای این تحقیق، دقت بسیار بالای روش پیشنهادی است. ژاو و همکاران [۲]، تحلیلی برای ارتعاش آزاد صفحات از جنس مواد تابعی ارائه دادند. ایشان همچنین از تئوری مرتبه اول برشی برای محاسبه کرنش برشی عرضی و اینرسی چرخشی استفاده کردند. معادلات ویژه بوسیله بکارگیری از روش ریتز به توابع انرژی تبدیل شده و سپس حل گردیده است. تالها و سینگ[۳]، به بررسی ارتعاش و تحلیل استاتیکی صفحات از جنس مواد تابعی با بکارگیری تئوری مرتبه سوم تغییر شکل برشی پرداختهاند، اما با این تفاوت که در این تئوری، اصلاحات كمي در جابجايي عرضي اين صفحات، به كمك روش المان محدود انجام شده است. حسینی هاشمی و همکاران[۴]، یک حل بسته دقیق بر پایه تحلیل ارتعاش آزاد صفحات ضخیم از جنس مواد تابعی براساس تئوری مرتبه سوم برشی ردی ارائه کردهاند. شرایط مرزی بکار رفته برای دو تکیهگاه موازی، ساده است. ژاو و همکاران[۵]، ارتعاش آزاد صفحات مستطیلی مستقر بر بستر پسترناک را مورد بررسی قرار دادند. کیم و همکاران[۶]، تاثیرات محیط حرارتی روی

ارتعاش ورق تابعی را مورد بررسی قرار دادند. در همین راستا لی و همکاران [۷]، به تحلیل ارتعاشی ورق تابعی در محیط حرارتی پرداختند. کیان و همکاران [۸]، به تحلیل ارتعاشات آزاد و اجباری ورق ضخیم ساخته شده از مواد تابعی با استفاده از تئوریهای مرتبه بالای برشی پرداختند. ژانگ [۹] ورق تابعی را بر مبنای تئوری مرتبه بالای برشی و سطح خنثی فیزیکی مدلسازی نموده، رفتار کمانشی، خمشی و ارتعاشی آن را مورد مطالعه قرار داده است. شن و وانگ [۱۰]، رفتار ارتعاشی ورق تابعی روی بستر الاستیک دو پارامتری و در محیط حرارتی را با استفاده از مدل وویگت و موری تاناکا مورد مطالعه قرار داده.

اکثر تحقیقات انجام شده در زمینه تاثیر محیط حرارتی بر فرکانس طبیعی ورق، مربوط به ورقهای همگن و یا ورقهای تابعی تک بعدی است. در این مقاله، تاثیرات محیط حرارتی بر ارتعاش آزاد ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی دو بعدی مستقر بر بستر الاستیک دو پارامتری (بستر پسترناک)، مورد بررسی قرار گرفته است. تئوری مورد استفاده در این پژوهش، تئوری مرتبه سوم تغیر شکل برشی است. توابع آزمون، شرایط تکیهگاه ساده و کاملاً گیردار را ارضاء مینمایند. برای دستیابی به فرکانس طبیعی، از روش انرژی منظور بررسی دقت روش به کار رفته، نتایج عددی با نتایج دقیق موجود در مراجع مقایسه میشود. در نهایت تاثیر پارامترهای ضریب توانی نسبت حجمی، نسبت طول، نسبت ضخامت ورق، ضرایب سفتی بستر پسترناک و دما روی فرکانس طبیعی ورق، مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است.

#### ۲- توزیع مادی و هندسه مسئله

از آنجایی که سازههای از جنس مواد تابعی، عمدتاً در محیطهای با دمای بالا استفاده می شوند، خواص آنها با دما تغییرات زیادی می کند؛ لذا برای پیش بینی رفتار مکانیکی این سازهها، لازم است این تابعیت به دقت لحاظ شود. بدین سبب در حالت کلی، تابعیت دمایی خواص مواد تابعی طبق رابطه (۱) تعریف می شوند که  $P_f$ ، بیانگر خواص عمومی مؤثر مواد است. از جمله این خواص می توان چگالی  $\rho$ ، مدول الاستیسیته E، ضریب انبساط حرارتی  $\Omega$ ، رسانش حرارتی K

و نسبت پواسون v را نام برد. با استفاده از این رابطه، مقدار

عددی خواص مواد در دمای T قابل محاسبه است[۱۱].  $P_f = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3)$  (۱) که  $P_0, P_{-1}, P_1, P_2, P_3$  فرای هستند که برای هر ماده منحصر به فرد هستند. معمولاً چگالی جرمی  $\rho$ ، تابعیت ضعیفی نسبت به دما دارد و فرض می شود که تنها تابعی از z باشد.

در ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی مدرج دوبعدی ویژگیهای الاستیکی مواد در راستای z و x متغیر است و براساس قانون نسبت حجمی است[۱۲]. ورقی مستطیلی به طول a در راستای x و به پهنای b در راستای y و ضخامت در راستای z مانند شکل ۱ در نظر گرفته شده است. مواد hتابعی دو بعدی، معمولاً از تغییرات پیوسته سه یا چهار ماده مختلف تشکیل می شوند که یک یا دو ماده از جنس سرامیک و مابقی آنها آلیاژهای فلزی هستند. در اینجا سطح سمت چپ ورق(x = 0)، از دو نوع سرامیک متفاوت و سطح سمت راست آن (x = a)، از دو نوع فلز مختلف ساخته شده است؛ به طوریکه جنس ورق در نقطه (x=z=0) سرامیک نوع اول در نقطه (x=0,z=h) سرامیک نوع دوم، در نقطه فلز نوع اول و در نقطه (x=a,z=h) فلز نوع (x=a,z=0)دوم است. به ترتيب  $c_1$  و  $c_2$ ، معرف سراميک اول و دوم و و  $m_2$  و  $m_2$ ، معرف فلز اول و دوم هستند. تابع توزيع كسر  $m_1$ حجمي هر ماده را ميتوان به شكل زير بيان كرد[١٣]:

$$V_{c1} = \left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^{\alpha}\right] \left[1 - \left(\frac{z}{h}\right)^{\beta}\right]$$

$$V_{c2} = \left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^{\alpha}\right] \left[\left(\frac{z}{h}\right)^{\beta}\right]$$

$$V_{m1} = \left[\left(\frac{x}{a}\right)^{\alpha}\right] \left[1 - \left(\frac{z}{a}\right)^{\beta}\right]$$
(Y)

$$V_{m2} = \left[ \left(\frac{x}{a}\right)^{\alpha} \right] \left[ \left(\frac{z}{h}\right)^{\beta} \right]$$
(7)

که  $\Omega$  و  $\beta$ ، ضرایب نسبت حجمی توانی به ترتیب در راستای x و Z هستند. خواص مادی در هر نقطه را میتوان با استفاده از قانون خطی ترکیب مواد بدست آورد؛ لذا خاصیت مادی P مانند مدول الاستیسیته یا چگالی جرمی در ورق تابعی دو بعدی را میتوان با ترکیب خطی کسر حجمی و خاصیت مادی مربوط به ماده اصلی تعیین کرد:

$$P(x,z,T) = P_{m1}(T)V_{m1} + P_{m2}(T)V_{m2} + P_{c1}(T)V_{c1} + P_{c2}(T)V_{c2}$$
(f)

کسر حجمی در معادلات (۲) و (۳) به ازای  $0 = \alpha$  به فرم متداول آن برای مواد تابعی یک بعدی در می آید و در این حالت، خواص مادی تنها در راستای ضخامت تغییر می کنند. توجه شود که ضریب پواسون نسبت به ابعاد فضایی ورق ثابت درنظر گرفته شده است. این فرض با توجه به اینکه تغییرات نسبت پواسون مواد پایه خیلی کوچک است، منطقی است. طبق رابطه (۴)، مدول الاستیسیته و چگالی جرمی به صورت روابط (۵-۶) بدست می آیند:

$$E(x, z, T) = E_{m1}(T)V_{m1} + E_{m2}(T)V_{m2} + E_{c1}(T)V_{c1} + E_{c2}(T)V_{c2}$$
 ( $\Delta$ )

$$\rho(x,z) = \rho_{m1}V_{m1} + \rho_{m2}V_{m2} + \rho_{c1}V_{c1} + \rho_{c2}V_{c2}$$
(\$)

در معادلات (۵) و (۶)،  $\rho_{m2}, \rho_{m1}$  به ترتیب، بیانگر چگالی فلز نوع اول و دوم،  $\rho_{c2}, \rho_{c1}$  چگالی سرامیک نوع اول و دوم،  $E_{m2}, E_{m1}$  مدول الاستیسیته فلز نوع اول و دوم  $E_{c2}, E_{c1}$  مدول الاستیسیته سرامیک نوع اول و دوم می باشند. V، ضریب نسبت حجمی و مبدا مختصات با توجه به شکل ۱ در قسمت پایین از سمت چپ در نظر گرفته شده است.



#### ۳– مدلسازی ورق

با فرض تئوری مرتبه سوم، تغییر شکل برشی روابط جابجایی ورق در دستگاه مختصات کارتزین به صورت روابط (۷-۹) بیان میشوند[۴].

$$U_{p} = \frac{1}{2} \int_{V} \left( \sigma_{x} \varepsilon_{x} + \sigma_{y} \varepsilon_{y} + \sigma_{xy} \varepsilon_{xy} + \sigma_{xz} \varepsilon_{xz} + \sigma_{yz} \varepsilon_{yz} \right) dV$$
(17)

که در آن V معرف حجم کل ورق است. انرژی پتانسیل ناشی از استقرار ورق بر پایه الاستیک پسترناک نیز، به صورت رابطه (۱۴) بدست میآید.

$$U_{f} = \frac{1}{2} \int_{A} \left\{ K_{w}(w)^{2} + K_{p} \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^{2} \right] \right\} dA \qquad (1\%)$$

 $K_{s}$  که در آن  $K_{w}$  ضریب سفتی وینکلر بستر پسترناک و ضریب سفتی برشی بستر پسترناک و A نیز، معرف سطح خنثای ورق هستند. انرژی پتانسیل کل ورق، از مجموع انرژی پتانسیل ورق و انرژی پتانسیل ناشی از بستر بدست میآید. انرژی جنبشی نیز برای ورق، ازجنس مواد تابعی با در نظر گرفتن اینرسی دورانی به صورت رابطه (۱۵) بدست خواهد آمد. رابطه انرژی جنبشی برای ورق، تابعی مدرج از رابطه زیر، قابل محاسبه است.

$$T_{\rho} = \frac{1}{2} \int_{V} \rho(x, z) \left[ \dot{u}_{1}^{2} + \dot{u}_{2}^{2} + \dot{u}_{3}^{2} \right] dV \qquad (10)$$

که نقطه بالای هر متغیر، نمایانگر مشتق جزئی آن متغیر نسبت به زمان t است. همانطور که قبلاً نیز اشاره شد، در رابطه (۱۵)، چگالی جرمی ho مستقل از دما در نظرگرفته شده است.

#### ۳–۱– شرایط مرزی ورق

شرایط مرزی کلاسیک ورق عبارتند از: شرط مرزی ساده، گیردار و آزاد که هر کدام بر مبنای شرایط مرزی هندسی و طبيعي يا نيرويي قابل بيان هستند. شرايط مرزى ساده كه مرکب از شرایط مرزی هندسی و شرایط مرزی طبیعی در هرلبه از ورق است، به صورت روابط(۱۶–۱۷) معرفی مىشوند:

- $v = w = \phi_v = N_x = M_x = 0$  at x = 0, a(18)
- $u = w = \phi_x = N_y = M_y = 0$  at y = 0, b(17)

$$u_{1}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + (z - \frac{h}{2})\phi_{x}$$
$$-\frac{4}{3h^{2}}(z - \frac{h}{2})^{3}\left(\phi_{x} + \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x}\right) \qquad (Y)$$

$$u_{2}(x,y,z,t) = v(x,y,t) + (z - \frac{h}{2})\phi_{y}$$

$$-\frac{4}{3h^{2}}(z - \frac{h}{2})^{3}\left(\phi_{y} + \frac{\partial w(x,y,t)}{\partial y}\right) \qquad (\lambda)$$

(٩)

 $u_3(x, y, z, t) = w(x, y, t)$ در معادلات (۷–۹)، (*x,y,t*) و *v(x,y,t*) جابجاییهای صفحه میانی ورق به ترتیب در راستاهای x و y و z جابجایی عرضی صفحه میانی در راستای w(x,y,t)هستند.  $u_2 \cdot u_2$  و  $u_3$  نیز به ترتیب، نشان دهنده جابجاییهای  $u_2$ هر نقطه دلخواه از ورق در راستای محورهای y ،x و z می باشند. با توجه به مؤلفه های جابجایی (۷) تا (۹) و فرض کرنش خطی روابط بین کرنشها و جابجاییهای ورق به قرار زیر است.

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{xx} \\ \mathcal{E}_{yy} \\ \mathcal{E}_{xy} \end{cases} = \begin{cases} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ u_{0,y} + v_{0,x} \end{cases} + (z - h/2) \begin{cases} \phi_{x,x} \\ \phi_{y,y} \\ \phi_{x,x} + \phi_{y,y} \end{cases} \\ -\frac{4}{3h^2} (z - h/2)^3 \begin{cases} \phi_{x,x} + w_{0,xx} \\ \phi_{y,y} + w_{0,yy} \\ \phi_{x,y} + 2w_{0,xy} + \phi_{y,x} \end{cases} \end{cases}$$
(1.)

$$\begin{cases} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{cases} = \begin{cases} w_{0,x} + \phi_{x} \\ w_{0,y} + \phi_{y} \end{cases} \\ -\frac{4}{h^{2}} (z - h/2)^{2} \begin{cases} w_{0,x} + \phi_{x} \\ w_{0,y} + \phi_{y} \end{cases}$$
(11)

که کاما (,) بکار رفته در روابط ایندکسی، به معنای مشتق جزئی نسبت به مؤلفههای دستگاه مختصات تعریف شده است. با توجه به قانون هوک روابط ساختاری ورق برای تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم به شکل زیر است:  $\left(\sigma_{x}\right) \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \end{bmatrix}$ 0  $0 \left( \left( \varepsilon_{x} \right) \right)$  $[\alpha]$  $Q_{12} \quad Q_{11}$ 0 0 0  $\mathcal{E}_{v}$ α  $\sigma_v$  $\sigma_{xy} = 0$ 0  $Q_{33}$ 0 0  $\mathcal{E}_{xy}$  $0 \Delta T$ 0 0 0  $Q_{33}$ 0 0  $\sigma_{_{xz}}$  $\mathcal{E}_{xz}$  $\left(\sigma_{yz}\right) \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$ 0 0 0 0  $Q_{33} \left[ \left( \varepsilon_{yz} \right) \right]$ (17) $0 = \frac{E(z)}{1 + 1} + 0 = v0 + 0 = \frac{E(z)}{1 + 1} (15)$ 

در رابطه (۲۱) 
$$\frac{1}{2(1+v)} = \frac{1}{2}$$
و  $\frac{1}{2}$ و  $\frac{1}{2(1+v)} = \frac{1}{2}$ و  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ 

$$\Pi = \sum U_{\max} - \sum T_{\max}$$
(۲۸)  $T_{\max}$ 

با مینیمم کردن معادله (۲۸)، یک دستگاه معادلات جبری حاصل میشود که از حل آن ضرایب مجهول در توابع آزمون بدست میآیند.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_{m,n}} = 0 \tag{(19)}$$

در این رابطه (۲۹) *q* بردار ثوابت مجهول توابع آزمون است. با توجه به شرایط مرزی معرفی شده توابع آزمون که شرایط مرزی هندسی ورق را ارضاء مینمایند، با استفاده از توابع مثلثاتی به صورت زیر معرفی میگردند:

۴-۱- شرایط مرزی ساده

$$u(x, y, t) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} u_{m,n}(t) \cos(\frac{m\pi x}{a}) \sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (\forall \cdot)$$

$$v(x, y, t) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} v_{m,n}(t) \sin(\frac{m\pi x}{a}) \cos(\frac{n\pi y}{b}) \quad (\forall 1)$$

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}} \sum_{n=1}^{\hat{N}} w_{m,n}(t) \sin(\frac{m\pi x}{a}) \sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (\Im\Upsilon)$$

$$\phi_{x}(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}} \sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{m,n}^{1}(t) \cos(\frac{m\pi x}{a}) \sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (\Im\%)$$

$$\phi_{y}(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}} \sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{m,n}^{2}(t) \sin(\frac{m\pi x}{a}) \cos(\frac{n\pi y}{b}) \quad (\text{Tf})$$

در این روابط m , m به ترتیب، تعداد نیم موجها در راستاهای x و y میباشند، t بیانگر زمان و توابع  $(t_{m,n}(t), w_{m,n}(t))$ آرمون هستند که با کمینهسازی اختلاف ما بین انرژیهای پتانسیل و کرنشی بدست میآیند.  $\hat{M}$ ،  $\hat{M}$  ، N و  $\hat{N}$ ، تعداد جملات مورد نیاز توابع آزمون هستند که تقریب مناسبی از رفتار ورق را بیان مینمایند.

$$u(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} u_{m,n}(t) \sin\left(\frac{2m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\texttt{``}\Delta)$$

$$v(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} v_{m,n}(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{2n\pi y}{b}\right) \quad (\Upsilon \mathcal{P})$$

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}} \sum_{n=1}^{\hat{N}} w_{m,n}(t) \sin(\frac{m\pi x}{a}) \sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (\Upsilon Y)$$

$$\phi_x(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}} \sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{m,n}^1(t) \sin(\frac{m\pi x}{a}) \sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (\Upsilon \wedge)$$

در این روابط  $N_x$  یا  $N_y$  و  $M_x$  یا  $M_y$  به ترتیب، نیروی عمودی و گشتاور خمشی بر واحد طول میباشند. که با جایگزینی معادلات ساختاری در روابط زیر و سپس انتگرال گیری در راستای ضخامت بدست میآیند:

$$(N_x, M_x, P_x) = \int_0^h \sigma_x (1, z, z^3) dz \qquad (1 \wedge)$$

$$\left(N_{y},M_{y},P_{y}\right) = \int_{0}^{h} \sigma_{y}\left(1,z,z^{3}\right) dz \tag{19}$$

$$N_{xy} = \int_{0}^{h} \sigma_{xy} dz \tag{(\cap(\cap(t)))}$$

$$\left(Q_{x},R_{x}\right) = \int_{0}^{n} \sigma_{xz}\left(1,z^{2}\right) dz \tag{(1)}$$

$$\left(Q_{y},R_{y}\right) = \int_{0}^{h} \sigma_{yz}\left(1,z^{2}\right) dz \tag{(YY)}$$

فرم دیگر شرایط مرزی ساده را با توجه به حرکت درون صفحه خنثای ورق را می توان به شکل زیر بیان کرد:

$$u = w = \phi_y = N_{xy} = M_x = 0$$
 at  $x = 0, a$  (YY)

$$v = w = \varphi_x = N_{xy} = M_y = 0 \quad \text{at } y = 0, b \tag{(11)}$$

شرایط مرزی گیردار نیز که تنها شامل، شرایط مرزی هندسی در هر لبه هستند، به صورت رابطه (۲۵) معرفی میشوند:

 $u=v=w=\phi_{\rm x}=\phi_{\rm y}=0,$  at x=0, a, g و at y=0, b (۲۵) شرایط مرزی آزاد در هر لبه، فقط شرایط مرزی نیرویی

یا طبیعی را شامل میشوند:  $N_x = N_{xy} = P_x = Q_x = M_x = 0$  at x = 0, a (۲۶)  $N_y = N_{xy} = P_y = Q_y = M_y = 0$  at y = 0, b (۲۷)

# ۴– روش انرژی ریلی– ریتز

در این روش که در واقع یک روش نیمه تحلیلی است، توابع مجهول با توجه به شرایط مرزی برحسب حاصلضرب یک سری توابع معلوم با ضرایب مجهول در نظر گرفته میشوند که این توابع، به عنوان توابع آزمون شناخته میشوند. سپس بر اساس روش انرژی ریلی- ریتز، تفاضل انرژیهای جنبشی و پتانسیل سیستم(معادلات لاگرانژ) بدست آمده و با مینیمم کردن این تفاضل، ثوابت مجهول توابع آزمون بدست میآیند که با کمک این روش، فرکانسهای طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی ورق حاصل میشوند. برای ورق ساخته شده از مواد تابعی معادلات لاگرانژ به صورت زیر تعریف میگردند[۱۴]:

# $\phi_{y}(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}} \sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{m,n}^{2}(t) \sin(\frac{m\pi x}{a}) \sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (\text{T9})$

شرایط مرزی گشتاور خمشی در ورق با مرزهای گیردار با فرض فنرهای پیچشی با سختی زیاد K که در امتداد مرز توزیع گردیده است، به عنوان انرژی پتانسیل اضافی لحاظ میشود که تقریب مناسبی از شرایط مرزی گیردار ایجاد مینماید. این انرژی پتانسیل  $U_R$  به صورت رابطه (۴۰) تعریف میشود.

$$U_{R} = \frac{1}{2} \int_{0}^{b} \kappa \left\{ \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=0} \right]^{2} + \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=a} \right]^{2} \right\} dy + \frac{1}{2} \int_{0}^{a} \kappa \left\{ \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=0} \right]^{2} + \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=b} \right]^{2} \right\} dx \qquad (\pounds \cdot)$$

جهت استخراج نتایج عددی مقدار ضریب سفتی پیچشی فنر برابر k=10<sup>8</sup> درنظر گرفته شده است.

## ۵- بحث و بررسی نتایج عددی

در جدول ۱، ضرایب وابسته دمایی برای چگالی و مدول الاستیسیته مواد تابعی دو بعدی بکار رفته در این پژوهش ارائه شده است[۶]. همچنین با توجه به تأثیر ناچیز تغییرات نسبت پواسون و ضریب انبساط حرارتی بر مقدار عددی فركانس ورق، اين مقادير ثابت فرض شدهاند ). به علت اینکه اکثر (, v = 0.24  $\xi = 12^* 10^{-6} 1/k$  ) تحقیقاتی که در این زمینه انجام گرفته است مربوط به ارتعاش ورق مستطیلی از جنس ماده تابعی مدرج یک بعدی است، لذا جهت صحه گذاری نتایج در این بخش، نتایج حاصل از ارتعاش ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی مدرج در حالت یک بعدی در نظر گرفته شده و با نتایج بدست آمده توسط سایر محققان، مقایسه گردیده است. در جدول ۲، فرکانس های طبیعی بدون بعد  $\widetilde{\omega} = \omega h \sqrt{\rho_c/E_c}$  برای ورق از جنس مواد تابعی مدرج یک بعدی با نسبت ضخامت به طول h/a = 0.1، نسبت اضلاع a/b = 1 و  $\Delta T = 0$  برای  $\dot{}$  ضریب توانی نسبت حجمی  $(\beta)$  مختلف با مراجع مختلف مقايسه شده است. همانطور كه قابل مشاهده است، تطابق خوبی میان نتایج حاصله در این پژوهش و سایر مراجع وجود دارد. در جدول ۳، فرکانس.های بیبعد  $Al_2O_3$  ورق ایزوتروپیک از جنس  $\tilde{\beta} = \omega b^2 \sqrt{\rho h/A} / \pi^2$ 

 $\nu = 0.3$  باچگالی  $\rho = 3800 \, \text{Kg/m}^3$  ، ضریب پواسان  $\nu = 0.3$  و مدول الاستيسيته E=380 GPa مستقر بر بستر پسترناک برای نسبت اضلاع a/b=1 و نسبت ضخامت h/a=0.05 با شرایط مرزی ساده برای ضرایب بستر مختلف بدست آمده است. نتایج بدست آمده در این قسمت، با مراجع [۱, ۵, ۱۵] مقایسه شده است. مقادیر  $\overline{k}_{s} = k_{s}/A$  از روابط  $\overline{k}_{s} = k_{s}/A$  و قابل محاسبه میباشند و نیز  $\overline{k}_w = k_w/A$ ،۳ است. با توجه به نتایج جدول  $A = Eh^3/12(1-v^2)$ ملاحظه می شود که با افزایش ضریب سختی بستر پسترناک مقادیر فرکانس پایه ورق افزایش مییابد. در شکل ۳ وشکل ۲ به ترتیب، نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق مستقر بر بستر پسترناک واقع در محیطی با دمای  $\Delta T = 500 K$  بر حسب تغییرات نسبت اضلاع و ضرایب نسبت حجمی توانی برای شرایط مرزی ساده و شرایط مرزی گیردار نمایش داده شده است. نسبت ضخامت برای ورق h/a=0.15 و ضرایب بستر و شدهاند.  $k_w = 1000 \,\mathrm{M}\,\mathrm{N/m}$  و  $k_s = 1000 \,\mathrm{M}\,\mathrm{N/m}$ در این شکلها همان طور که قابل مشاهده است، با افزایش نسبت طول به عرض ورق مقدار فركانس پايه ارتعاش ورق کمتر خواهد شد که این کاهش فرکانس رفته رفته با شیب a/b > 5 کمتری صورت می گیرد؛ به طوری که تقریبا برای تغییرات فرکانسی نزدیک به صفر است؛ همچنین تغییرات فركانس پايه ارتعاشى به نسبت اضلاع براى شرايط مرزى گیردار و شرایط مرزی ساده، شبیه به هم است که به دلیل افزایش سفتی سیستم به دلیل افزایش قیود هندسی در مرزهای ورق برای شرایط هندسی و فیزیکی یکسان، فرکانس پایه ورق با شرایط مرزی گیردار به مراتب بیشتر از فرکانس ورق با شرایط مرزی ساده است. در شکل ۴۴-۷، توزیع کسر حجمی به ترتیب، برای فلز نوع دوم، سرامیک نوع اول، سرامیک نوع دوم و فلز نوع اول برای ضرایب نسبت حجمی توانی مختلف نمایش داده شده است که در این شکلها تاثیرات ضخامت ورق، طول ورق و ضرایب نسبت حجمی توانی برکسرهای حجمی قابل مشاهده است.

در جدول ۴، تغییرات فرکانس پایه ورق بر حسب پارامترهای مختلف برای شرایط مرزی گیردار نمایش داده شده است. نسبت ضخامت به طول h/a=0.2 و نسبت طول به عرض ورق 1=a/b فرض شدهاند. در این جدول، با افزایش

شارهها/ سال ۱۳۹۵/ دوره 6/ شماره ۳	مکانیک سازهها و
-----------------------------------	-----------------

خورشیدی و همکاران ۱۴۳

$P_{3}$	$P_{2}$	$P_{1}$	$P_{_0}$	$P_{-1}$	مادہ	موقعيت	
•	-8/084×1·	٣/•٧٩×١• <sup>-۴</sup>	7.1/.4	•	SUS304	$E_{_{M_1}}$	Ε
-٣/۶٨١×١٠ <sup>-1.</sup>	1/814×10-8	-1/WY1×1・ <sup>-</sup>	744/27	•	$ZrO_2$	$E_{c_1}$	
•	•	-۴/۵۸۶ <b>×</b> ۱・ <sup>-۴</sup>	177/08	•	Ti-6Al-4V	$E_{_{M2}}$	
-X/945×1.	۲/۱۶•×۱۰ <sup>-۲</sup>	-٣/• <b>Υ·×</b> ١• <sup>-۴</sup>	364/42	•	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	$E_{C_2}$	
•	•	•	٨١۶۶	•	SUS304	$ ho_{_{M_1}}$	ρ
•		•	۳۰۰۰	•	$ZrO_2$	$ ho_{_{\mathcal{C}_1}}$	
•	•	•	4429	•	Ti-6Al-4V	$ ho_{_{M2}}$	
•	•		۲۳۷۰	•	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	$ ho_{_{\mathcal{C}_2}}$	
•	•	٨/• ٨۶× ١ • <sup>-۶</sup>	17/TT×1. <sup>-9</sup>	•	SUS304	$\xi_{\scriptscriptstyle M_1}$	ξ
•	٩/۵۴٩×١٠ <sup>-٧</sup>	-1/481×1. <sup>-4</sup>	۱۳/۳ <b>۰×۱۰</b> <sup>-۶</sup>	•	$ZrO_2$	$\xi_{c_1}$	
•	٣/881×1.	٧/۴ <b>٨</b> ٣×١. <sup>-۴</sup>	۲/44×۱۰-۶	•	Ti-6Al-4V	$\xi_{M2}$	
•	•	۹/•۹۵×۱۰ <sup>-۶</sup>	۵/۸۷۲۳×۱۰ <sup>-۶</sup>	•	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	$\xi_{c_2}$	

جدول ۱- ضرایب وابسته دمایی چگالی (p(Kg/m³) ، مدول الاستیسیته (E(Gpa و ضریب انبساط حرار تی (1/k) عواد

جدول ۲- مقایسه فرکانسهای طبیعی بی بعد برای ورق مستطیلی تابعی با شرایط مرزی ساده

α							I
١.	٨	۵	٢	١	•/۵	•	ئايج
۳/۶۲۷۷	۳/۶۸۳۰	٣/٧٨٣٧	41	4/4949	4/92.1	۵/۷۶۹۳	مرجع[١]
34400	۳/۶۴۱۰	3/17V/	3446/2	*/3*74	۴/۸۲۰۹	۵/۶۷۶۳	مرجع[٢]
36624	36484	37/78822	41	4/41922	4/9.140	۵/۷۶۹۴۲	نتايج حاضر







<b>، ۱۳۹۵/ دوره ۶/ شماره ۳</b>	مکانیک سازهها و شارهها/ سال
--------------------------------	-----------------------------

خورشیدی و همکاران ۱۴۴

	k <sub>w</sub> ,k <sub>s</sub> (M N/m)				
(۱۰ و ۵۰۰)	(۱۰ <sub>و</sub> ۰۰۰)	(۰۰و۰۰۵)	(۰۰ و ۱۰۰)	مراجع	h / a
۳/۳۴۰۰	۲/۶۵۵۱	٣/•٢١۵	٢/٢٤١٣	مرجع[١]	
٣/٣۴	۲/۶۵۵۱	٣/• ٢ ١ ۵	2/2412	مرجع[١۵]	
٣/٣٣٩٨	۲/۶۵۵۱	5/1516	2/2414	مرجع[۵]	•/• )
۳/۳۴۰ ۰	۲/۶۵۵۲	٣/• ٢ ١ ۵	2/2616	نتايج حاضر	
(۱۰ و ۱۰۰ )	(۱۰ و ۲۰۰)	(۱۰ و ۱۰۰ )	(۰۰ و۲۰۰		
۳/۹۸۰۵	۲/۷۸۴۲	r/vr1r	٢/٣٩٨٩	مرجع[١]	
۳/۹۸۰۵	۲/۷۸۴۲	r/vr 1 r	<b>٢/</b> ٣٩ <b>λ</b> ٩	مرجع[10]	1
٣/٩۵۶۶	۲/۷۷۵۶	۳/۲۰۰۸	۲/۳۹۵۱	مرجع[۵]	•/1
۳/۹۸۰۵۳	2/2242	۳/۷۲۱۲۶	2/29892	نتايج حاضر	
(۱۰ و ۱۰۰ )	(۱۰و۱۰۰)	(۱۰و۱۰)	( • ۱۰ و • )		
۲/۸۵۶۷	۲/۴۵۹۰	7/7777	۲/۲۵۰۵	مرجع[١]	
37/2087	٢/۴۵٩١	7/7777	۲/۲۵۰۵	مرجع[10]	
٣/٧١١١	7/42	٢/٢۵٣٩	۲/۲۳۳۴	مرجع[۵]	•/1
3/10212	٢/۴۵٩٢٩	۲/۲۷۲۵	٢/٢۵٠٧٩	نتايج حاضر	

جدول ۳- مقایسه فرکانسهای بیبعد ورق ایزوتروپیک مستقر بر بستر پسترناک برای ضرایب سختی بستر متفاوت و شرایط مرزی ساده

توان حجمی در شکل ۸ نیز، همین امر است. در شکل ۹، تغییرات فرکانس پایه ورق برحسب دما برای ضرایب بستر مختلف با ضرایب نسبت حجمی توانی $\alpha \! = \! 1, \beta \! = \! 0$ ، نسبت ضخامت به طول h/a = 0.2 و شرایط مرزی ساده نمایش داده شده است. با توجه به شکل ملاحظه می شود که با افزایش ضریب سختی وینکلر و ضریب سختی برشی، مقادیر فركانسى ورق افزايش مىيابد؛ همانگونه كه قابل مشاهده است، تاثیر افزایش ضریب سختی برشی روی فرکانس پایه ورق، به مراتب بیشتر از تاثیر ضریب سختی وینکلر است. در جدول ۵، تغییرات فرکانس پایه ورق برحسب پارامترهای مختلف برای شرایط مرزی ساده نمایش داده شده است که ضرايب نسبت حجمي تواني  $\alpha = 1, \beta = 0$  و نسبت طول به عرض ورق a/b=1 در نظر گرفته شده است. در این جدول مشاهده می شود که با افزایش نسبت ضخامت به طول ورق فركانس، پايه ورق به شدت با افزايش روبرو مى شود كه اين امر نیز، ناشی از افزایش سفتی ورق است.

ضرایب توانی نسبت حجمی و ضرایب بستر، مقدار فرکانس پایه ورق افزایش و با افزایش درجه حرارت،فرکانس کاهش مییابد. در شکل ۸، تغییرات فرکانس پایه ورق مستقر بر بستر پسترناک بر حسب دما برای ضرایب نسبت حجمی توانی مختلف برای نسبت ضخامت به طول h/a=0.2 و  $k_w = 1000 \text{ N/m}, k_s = 100 \text{ N/m}$  ضرایب بستر بستر نمایش داده شده است که در این حالت، شرایط مرزی ساده در نظر گرفته شده است. در این شکل، افزایش دما سبب کاهش فرکانس پایه ورق میشود که تغییرات فرکانس برای تغییرات دمایی، کمتر از ۵۰ درجه کلوین ناچیز است. در این شکل نیز مشاهده می شود که هر چه مقدار ضریب توانی نسبت حجمي افزايش مييابد، مقدار فركانس سيستم نيز افزایش می یابد. با افزایش نسبت توان حجمی، به سفتی ورق افزوده می شود و در واقع سیستم در حالی که جرم ثابتی دارد، سختتر گشته و به همین علت فرکانسهای ورق افزایش می یابند و علت رابطه مستقیم بین فرکانس و نسبت

Archive of SID

$(\alpha, \beta)$						AT(K)	k k (MN/m)
(۵و۵)	(۵و۲)	(۲و۲)	(۱و۱)	(۰و۱)	(۰و۰)		κ <sub>w</sub> ,κ <sub>s</sub> (10110/11)
۲۵۰۵/۳۹	۲۰۸۸/۲۹	T • T ۵/T I	1421/20	1044/10	۱۲۹۶/۷۵	٣٠٠	
2482/22	۲۰۵۱/۸۹	1986/20	1888/4.	۱۴۸۰/۸۰	۱۳۳۵/۳۷	۵۰۰	( • و • )
2400/·V	T • TT/VS	۱۹۳۶/۹۵	18+4/+8	1840/00	1177/11	٨٠٠	
۲۵۰۷/۹۳	7.9./54	۲۰۲۷/۵۹	1722/82	129./21	1899/98	٣٠٠	
2488/11	5.04/1V	<b>١٩٢</b> ٨/۶٩	۱۶۶۸/۸۵	1484/14	1828/18	۵۰۰	(۱۰ و ۱۰۰)
T40V/88	۲ • ۲۶/ • ۸	1989/44	18.8/81	1874/16	۱۱۴۰/۷۵	٨٠٠	
2010/90	<b>T • 9V/8T</b>	۲۰۳۵/۰۹	1441/11	18/.8	۱۳۰۹/۹۸	٣٠٠	
2616/28	۲۰۶۱/۳۸	۱۹ <i>۸۶/</i> ۳۷	1878/01	1494/88	1849/80	۵۰۰	(۵۰ و ۲۵۰)
2480/84	7•77/77	1947/77	1814/88	189./62	1107/18	٨٠٠	
۲۵۳۰/۷۰	5111/80	۲۰۴۸/۸۷	1766/70	۱۶۱۸/۰۱	1878/66	٣٠٠	
244/18	<b>۲・YF</b> / <b>ST</b>	۲۰۰۰/۴۹	189+/V8	1017/87	1888/49	۵۰۰	(۱۰۰ و ۱۰۰ )
۲۴۸۰/۸۹	۲•۴۶/۸۱	1981/8V	1889/88	1411/08	1114.1	٨٠٠	

جدول ۴- تغییرات فرکانس پایه ی ورق بر حسب پارامترهای مختلف برای شرایط مرزی مرزی گیردار

مختلف برای شرایط مرزی ساده	حسب پارامترهای	ئانس پايه ورق بر	جدول ۵- تغییرات فرآ
----------------------------	----------------	------------------	---------------------

	$\Delta T(\mathrm{K})$					1 (	lt lt (MN/m)
٨٠٠	γ	۶	۵۰۰	۴	۳۰۰	n / a	κ <sub>w</sub> ,κ <sub>s</sub> (Μ Ν/Π)
۲۳۸/۹۳۶	744/80	201/188	۲۶۰/۰۴۵	789/1.4	221/188	•/•۵	
488/421	411/222	F91/FVF	۵۰۷/۶۳۵	578/885	547/785	•/1	
874/1.8	89.1857	۷۱۰/۳۰۵	VTT/881	V&1/19W	V93/7F9	•/10	(٠و٠)
۸۵۷/۸۹	۸۷۸/۹۴۷	٩•٣/٩۵٨	۹۳۲/۶۸۲	۹ <i>۶</i> ۸/۷۲۱	۱۰۰۹/۵۲	• /٢	
FVF/F89	411/441	۴۸۱/۰۵۸	429/442	F9./VT9	49V/+V8	•/•۵	
547/22	۵۵۸/۱۰۵	۵۶٩/V٩	۵۸۳/۷۸۷	8/478	११९/९४४	•/1	
V17/FDV	VT9/11	141/122	VS9/9VF	V98/TBT	۸۲۶/۹۵	٠/١۵	(۵۰ و ۲۵۰)
۸۸۱/•YY	٩٠١/۵٩٣	980/998	٩۵۵/•٣	٩٨٩/٣١٣	1• ۲٩/۲٩	• /٢	



شکل ۸- تغییرات فرکانس پایه ی ورق بر حسب دما برای ضرایب نسبت حجمی توانی مختلف و شرایط مرزی ساده

<sup>دما(کلوین)</sup> شکل ۹- تغییرات فرکانس پایه ی ورق بر حسب دما برای ضرایب بستر مختلف و شرایط مرزی ساده

#### خورشیدی و همکاران ۱۴۷

- [4] Hosseini-Hashemi S, Fadaee M, Atashipour SR (2011) Study on the free vibration of thick functionally graded rectangular plates according to a new exact closed-form procedure. Compos Struct 93(2): 722-735.
- [5] Zhou D, Cheung Y, Lo S, Au F (2004) Three dimensional vibration analysis of rectangular thick plates on Pasternak foundation. Int J Numer Meth Eng 59(10): 1313-1334.
- [6] Kim YW (2005) Temperature dependent vibration analysis of functionally graded rectangular plates. J Sound Vib 284(3): 531-549.
- [7] Li Q, Iu V, Kou K (2009) Three-dimensional vibration analysis of functionally graded material plates in thermal environment. J Sound Vib 324(3): 733-750.
- [8] Qian L, Batra R, Chen L (2004) Static and dynamic deformations of thick functionally graded elastic plates by using higher-order shear and normal deformable plate theory and meshless local Petrov– Galerkin method. Compos Part B-Eng 35(6): 685-697.
- [9] Zhang DG (2013) Modeling and analysis of FGM rectangular plates based on physical neutral surface and high order shear deformation theory. Int J Mech Sci 68: 92-104.
- [10] Shen HS, Wang ZX (2012) Assessment of Voigt and Mori–Tanaka models for vibration analysis of functionally graded plates. Compos Struct 94(7): 2197-2208.
- [11] HS Shen (2016) Functionally graded materials: nonlinear analysis of plates and shells. CRC press.
- [12] Hosseini-Hashemi S, Fadaee M, Atashipour SR (2011) A new exact analytical approach for free vibration of Reissner–Mindlin functionally graded rectangular plates. Int J Mech Sci 53(1): 11-22.
- [13] Asemi K, Salehi M, Akhlaghi M (2013) Three dimensional static analysis of two dimensional functionally graded plates. IJMECH 2(2): 21-32.
- [14] Amabili M, Karazis K, Khorshidi K (2011) Nonlinear vibrations of rectangular laminated composite plates with different boundary conditions. Int J Struct Stab Dy 11(4): 673-695.
- [15] Xiang Y, Wang C, Kitipornchai S (1994) Exact vibration solution for initially stressed Mindlin plates on Pasternak foundations. Int J Mech Sci 36(4): 311-316.

۶- نتیجهگیری

در تحقیق حاضر، به بررسی تأثیرات محیط حرارتی بر ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی از جنس مواد تابعی مدرج دو بعدی مستقر بر بستر پسترناک پرداخته شد. جهت تحلیل ارتعاش ورق، از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم استفاده شده است. شرایط مرزی مورد استفاده، برای حالتهای ساده شده است. با بررسی نتایج عددی به طور خلاصه نتایج زیر بدست آمدند:

با افزایش نسبت اضلاع ورق، مقدار فرکانس پایه ارتعاش کم خواهد شد.

با افزایش ضخامت ورق، مقدار فرکانس پایه ورق نیز افزایش مییابد.

با افزایش ضریب سختی وینکلر و ضریب سختی برشی، مقادیر فرکانس افزایش مییابد.

تأثیر ضریب سختی برشی روی فرکانس پایه ورق، به مراتب بیشتر از تأثیر ضریب سختی وینکلر است.

هر چه مقدار ضرایب توانی نسبت حجمی افزایش یابد، مقدار فرکانس پایه ورق نیز افزایش مییابد.

با افزایش دما، فرکانس پایه ورق با کاهش روبرو میشود. همچنین مشاهده میشود، فرکانس ارتعاشی برای حالت

گیردار، بیشتر از حالت ساده است.

#### ۷- مراجع

- Hosseini-Hashemi S, Taher HRD, Akhavan H, Omidi M (2010) Free vibration of functionally graded rectangular plates using first-order shear deformation plate theory. Appl Math Model 34(5): 1276-1291.
- [2] Zhao X, Lee Y, Liew KM (2009) Free vibration analysis of functionally graded plates using the element-free kp-Ritz method. J Sound Vib 319(3): 918-939.
- [3] Talha M, Singh B (2010) Static response and free vibration analysis of FGM plates using higher order shear deformation theory. Appl Math Model 34(12): 3991-4011.