



محله علمي بژومشي مكانيك سازه باو شاره ب



DOI: 10.22044/jsfm.2017.947

بررسی تاثیر پارامترها بر تنش گشودگی مثلثی در ورقهای همسانگرد محدود

محمد حسین بیاتی چالشتری^{۱.*} و محمد جعفری^۲ ۲ کارشناس ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود ۲ دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود مقاله مستقل؛ تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۷/۲۱ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۶/۱۲/۲۳ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۲/۲۹

چکیدہ

در این مقاله، با استفاده از روش بهینه سازی الگوریتم سنجاقک به بهینه سازی پارامترهای موثر در تحلیل تنش در اطراف گشودگی مثلثی واقع در یک ورق همسانگرد محدود تحت بارگذاری درون صفحه ای پرداخته شده است. در تحلیل ورق همسانگرد محدود حاوی گشودگی مثلثی پارامترهایی از قبیل، انحنای گوشه های گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، نسبت اضلاع ورق، نسبت اندازه گشودگی به ورق و نوع بارگذاری به عنوان پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش محسوب می شود. انحنای گوشه های گشودگی و زاویه چرخش گشودگی در نسبتها گوناگون اندازه گشودگی به ورق و اضلاع ورق بهیئه شده، مقدارهای هر پارامتر بهینه به دست آمد. در مطالعه حاضر، روش به کار گرفته شده برپایه ی حلّ تحلیلی متغیّر مختلط موشخیلشویلی و نگاشت همنوا با فرض تنش صفحه ای است. ورق محدود، همسانگرد و ورق نامحدود حاوی گشودگی به ورق و اضلاع ورق بهیئه شده، مقدارهای هر پارامتر بهینه به دست آمد. در مطالعه حاضر، روش به کار گرفته شده برپایه ی حلّ تحلیلی متغیّر مختلط موشخیلشویلی و نگاشت همنوا با فرض تنش صفحه ای است. ورق محدود، همسانگرد و ورق نامحدود حاوی همان گشودگی و تابع تنش یک ورق محدود بدون گشودگی استفاده شده است. خان خان می مثلژی ، از جمع تابع تنش یک استفاده از روش حداقل مرتعات مرزی و اعمال شرایط مرزی مناسب به دست می آیند. نتایج نشان می دهند، با انتخاب پارامترهای بهینه می توان قابلیت تحمل بار سازه را افزایش داد.

كلمات كليدى: ورق همسانگرد محدود؛ گشودگى مثلثى؛ حلّ تحليلى؛ ضريب تمركز تنش؛ الكوريتم سنجاقك.

Investigation of Effective Parameters on Triangular Cutout Stress in Finite Isotropic Plates

M. H. Bayati Chaleshtari ^{1,*}, M. Jafari ²

¹ MSc., Mech. Eng., Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran. ² Associate. Prof., Mech. Eng., Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

Abstract

This paper aims at optimizing the parameters involved in stress analysis around a triangular cutout located in a finite isotropic plate under in-plane loading using optimization technique called dragonfly algorithm. In analysis of finite isotropic plate, the effective parameters on stress distribution around triangular cutouts are include cutout bluntness, cutout orientation, plate's aspect ratio, cutout size and type of loading. The cutout bluntness and cutout orientation are optimizing in various cutout sizes and plate's aspect ratio, and then the values of each optimum parameter achieved. In this study, with the assumption of plane stress conditions, analytical solution of Muskhelishvili's complex variable method and conformal mapping is utilized. The plate is considered to be finite, isotropic and linearly elastic. To calculate the stress function of a finite plate with a triangular cutouts, the stress functions in finite plane are determined by superposition of the stress function in infinite plate containing triangular cutouts with stress function in finite plate without any cutout. Using least square boundary collocation method and applying appropriate boundary conditions, unknown coefficients of stress function are obtained. Results show that by selecting the aforementioned optimum parameters, less amounts of stress could be achieved around the cutout leading to an increase in load-bearing capacity of the structure.

Keywords: Finite Isotropic Plates; Triangular Cutout; Analytical Solution; Stress Concentration Factor; Dragonfly Algorithm.

* نویسنده مسئول؛ تلفن: ۹۳۸۴۴۰۹۳۹۲ ؛ فکس: ۲۱۵۵۶۶۶۵۷۰

آدرس پست الكترونيك: <u>mh.bayati@shahroodut.ac.ir</u>

شکل و دایرهای انجام داد. سپس حلّ ساوین برای بریدگی مثلثی، توسط دائوست و هووا [۶] بسط داده شد. به طوری که توسط آنها با تعریف نسبت اضلاع به عنوان یک پارامتر، علاوه بر مثلث متساوى الاضلاع، مثلث متساوى الساقين و مواد غیر همسانگرد با در نظر گرفتن انحنای گوشه بریدگی حل شد. ابوالفتوح [٧]، رابطه واحدى براى مولفه تنش مماس بر مرز بریدگی برای هندسههای دایره، بیضی، مثلث و مربع در ورق نامحدود از ماده غیر همسانگرد خاص تحت کشش بیان کرد. او توانست نقاط روی هر بریدگی با شکل خاص را به دایرهای به شعاع واحد تبدیل کند. یودکادگائونکر و رائو [۸]، توزيع تنش اطراف گشودگی مثلثی در ورق غیرهمسانگرد نامحدود را تحت بارگذاری درون صفحهای با استفاده از روش گائو و بدون استفاده از جمع آثار به دست آوردند. باتیستا [۹]، تمرکز تنش اطراف گشودگیهای چندضلعی با هندسههای نسبتاً پیچیده را مورد بررسی قرارداد. او از بسط روش متغیّر مختلط موشخلیشویلی [۳] و تابع نگاشت شوارتز- کریستفل استفاده کرد. لی و همکاران [۱۰]، با اعمال ضرایب تصحیح در تابع نگاشت همنوا، توانستند توزیع تنش و جابهجایی حول گشودگی مستطیلی شکل با ابعاد دلخواه در ورق نامحدود همسانگرد و تحت بار تک محوری را به دست آورند. رضایی پژند و جعفری [۱۱]، از روش متغيّر مختلط ساوين براى مطالعه تمركز تنش حول گشودگیهای مختلف در ورق نامحدود فلزی استفاده کردند و یک حلّ تحلیلی برای ورقهای حاوی گشودگیهای مختلف ارائه دادند. بنرجی و همکاران [۱۲]، با استفاده از روش عددی توزیع تنش اطراف گشودگی دایروی در ورقهای همسانگرد و اورتوتروپیک نامحدود را تحت بارگذاری عرضی مطالعه كردند. آنها تأثير ضخامت ورق و قطر گشودگی و جنس مواد را در ورقهای اورتوتروپیک بر میزان تمرکز تنش، مورد بررسی قرار دادند. شارما و همکاران[۱۳]، در مورد ورق ناهمسانگرد نامحدود نیز به بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی مثلّثی تحت بارگذاری درون صفحهای پرداختند و پارامترهای زاویهی بار، زاویهی الیاف، جنس و انحنای گوشه گشودگی را نیز در نظر گرفتند. وو و چن [۱۴]، به منظور حلّ مسألهی ورق همسانگرد محدود با تعداد و موقعیّت

دلخواه از گشودگیهای دایروی، تابع تنشی را بر اساس روش

ورقهای ناهمسانگرد نامحدود فقط برای گشودگی بیضی

۱– مقدمه

در سالهای اخیر استفاده از ورقهای محدود در ساخت سازههای مکانیکی، فضایی، دریایی و خودروسازی افزایش یافته است. در عین حال، در بسیاری از صنایع با ورقهای محدود حاوی گشودگی مواجه هستند. این گشودگیها در ورقهای محدود، بیشتر برای کاهش وزن سازه و ایجاد راههای ورودی و خروجی در سازه ایجاد میشوند. تغییر هندسه ورق به دلیل وجود گشودگی، منجر به ایجاد تنش موضعی شدیدی در اطراف گشودگی می شود که به آن تمرکز تنش مى گويند. تمركز تنش، باعث كاهش استحكام، شکستهای زودرس در سازه و تغییر شکلهای پلاستیک در محل تمركز تنش مىشود. تجربه نشان داده است كه بيشتر شکستهای ایجاد شده در سازههای هوایی در محل بستها و اتصالات سازه رخ میدهند که ناشی از وجود تمرکز تنش در آن نقاط است؛ بنابراین، دانستن مقادیر تمرکز تنش در دستيابي به طراحي بهينه، بسيار مهم است. تعيين ضريب تمرکز تنش در سازههای گوناگون برای ناپیوستگیهای مختلف هندسی، به طور گسترده توسط افرادی همچون هوولند[1] و هيوود[7]، مورد بررسی قرار گرفته است. هوولند، روابطی برای صفحات نامحدود با گشودگی دایروی و عرض محدود ارائه کرد. هیوود نیز روابطی برای تصحیح ضریب تمرکز تنش در عرض محدود با استفاده از مقادیر ضريب تمركز تنش صفحات نامحدود استخراج كرد. هيوود این روابط را با استفاده از برآیند نیروهای تعادل برای صفحات دارای گشودگی تحت بار کششی تکجهته ارائه کرد که در آن تاثیر عرض محدود، به تنهایی اعمال شد. استفاده از روش متغیّر مختلط در حلّ مسائل مقدار مرزی در الاستیستیهی دوبعدی، اوّلین بار توسط موشخلیشویلی [۳] برای مواد الاستيك همسانكرد ارائه شد. لخنيتسكي [۴]، روش متغيّر مختلط موشخیلشویلی را برای مواد الاستیک غیر همسانگرد بسط داد و حلّ عمومی برای محاسبه مولفههای تنش و جابهجایی در حالت تنش صفحهای بهدست آورد. او از روش سرىها براى به دست آوردن ضرايب تابع تنش استفاده كرد و راه حلّ بررسی توزیع تنش اطراف گشودگیها با شکلهای مختلف را در ورق نامحدود غیرهمسانگرد ارائه کرد. ساوین [۵] با استفاده از روش متغیّر مختلط، مطالعاتی در زمینه ورقهای همسانگرد نامحدود حاوی گشودگیهای مختلف و

متغيّر مختلط موشخيلشويلي و روش حدّاقل مربّعات مرزى پیشنهاد کردند. زو و همکاران [۱۵]، با استفاده از بسط سری فابر ٰو روش حدّاقل مربّعات مرزی، توزیع تنش اطراف گشودگی بیضوی در چندلایه کامپوزیتی محدود را بهدست آوردند. بیشتر مطالعاتی که تاکنون روی ورقهای محدود حاوی گشودگی انجام شده است، محدود به گشودگی دایروی و بیضی شکل می شود. پن و همکاران [۱۶]، با استفاده از روش متغيّر مختلط و حدّاقل مربّعات مرزى و با اصلاح تابع تنش ارائهشده توسط موشخیلشویلی، به بررسی توزیع تنش ورق محدود حاوى گشودگى، تنها تحت بار كششى تکمحوری پرداختند. آنها از تابع نگاشتی استفاده کردند که توسط شارما بر اساس نگاشت شوارتز- کرستفل بهدست آمده بود و یک گشودگی مثلثی و دو گشودگی مستطیلی با نسبت ابعادی ۳/۲ به ۱ و ۵ به ۱ را بدون در نظر گرفتن پارامتر انحنا، تحت بار کششی تکمحوری بررسی کردند. آنها همچنین پارامتر چرخش گشودگی را برای گشودگی مثلثی در زوایای بسیار خاصی بررسی کردند. جعفری و اردلانی [۱۷]، به بررسی تمرکز تنش در ورقهای محدود فلزی دارای گشودگیهای منظّم پرداختند. آنها همانند کار پن و همکاران [18]، با استفاده از روش متغیّر مختلط و حدّاقل مربّعات مرزی، تنها اثر بار تک محوری روی گشودگیهای مختلف ایجاد شده روی ورق محدود را بررسی کردند.

شاخه دیگری از پژوهشهای صورت گرفته در زمینه سازههای مهندسی، مسائل مربوط به بهینهسازی و انتخاب مقادیر بهینه متغیّرهای طراحی حاکم بر مسأله است. از جمله تحقیقات صورت گرفته با استفاده از الگوریتمهای بهینهسازی را میتوان به کار آلانسو و همکارش [۱۸] اشاره کرد. آنها به بررسی استفاده از الگوریتم اجتماع ذرّات برپایه حرکت دسته پرندگان در غالب روشی مناسب برای بهینهسازی سازههای کامپوزیتی پرداختند. جعفری و روحانی [۱۹]، به تعیین پارامترهای بهینه مؤثر بر توزیع تنش ورقهای ارتوتروپیک نامحدود دارای گشودگی شبه مثلثی با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند. آنها مقادیر بهینه پارامترهای زاویه چرخش گشودگی، زاویه الیاف، زاویه بار، نرمینگی و کشیدگی

كردند و سپس با استفاده از روش الگوريتم ژنتيك، مقادير

بهینه پارامترهای فوق برای یک ورق ارتوتروپیک نامحدود

حاوی گشودگی معرفی نمودند. باربوسا و همکاران [۲۰]، به

[۱۶]، به گشودگی مثلثی واقع در مرکز ورق همسانگرد محدود سعی شده است تا برای بارگذاری درون صفحهای، مقادیر بهینه پارامترهای مورد استفاده جهت دستیابی به كمترين تنش بيبعد معرفي شود. هدف اصلى اين مقاله، بهینهسازی و معرفی هندسه گشودگی، تحلیل ورقهای محدود با گشودگی مثلثی، اعمال بارهای کششی تکمحوره، دومحوره و برشی در اطراف گشودگی مثلثی و درنهایت بررسی پارامترهای بهینه موثر هم چون انحنای گوشههای گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، نسبت اضلاع ورق و نسبت اندازه گشودگی به ورق است که از نوآوریهای این مقاله محسوب می شود و تا به حال تحلیلی جهت بهینه سازی پارامترهای مذکور در ورق محدود صورت نگرفته است. لازم به ذکر است که مقدار تنش بی بعد^۲ (.D.S) در اطراف گشودگی مثلثی برای الگوریتم بهینهسازی سنجاقک به عنوان تنش بهینه در نظر گرفته شده است. تنش بیبعد به صورت بیشترین تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی به تنش اعمالی تعريف مي شود.

۲- حلّ تحلیلی

هدف اصلی در این مقاله، بهینه سازی تنش و پارامترهای موثر بر توزیع تنش ورق همسانگرد محدود حاوی گشودگی مثلثی است. نسبت طول ضلع گشودگی به طول بزرگترین ضلع

طراحی یک سازه مشبّک کامپوزیتی تحت پیچش با بررسی تأثیر بسیاری از مواد و پارامترهای هندسی روی رفتار مکانیکی بهینهی سازه پرداختند. در این کار تکنیک بهینه-سازی اجتماع ذرآت برای بیشینهسازی ثابت پیچشی سازه، مورد استفاده قرار گرفته است. جعفری و محمودزاده [۲۱]، به بهینهسازی پارامترهای مؤثر بر ورق همسانگرد نامحدود حاوی گشودگیهای چندضلعی منتظم با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرآت پرداختند. در این مقاله، با تکیه بر حلّ تحلیلی متغیّر مختلط موشخیلشویلی و نگاشت همنوا و بسط حلّ پن و همکاران

² Dimensionless Stress

¹ Faber Series

ورق، بزرگتر از ۲/۲ است، بنابراین با اطمینان میتوان ورق را محدود در نظر گرفت. مسأله با فرض تنش صفحهای و در غیاب نیروهای حجمی، مورد بررسی قرار می گیرد؛ همچنین رفتار ورق در ناحیه الاستیک خطّی بررسی میشود. فرض میشود، گشودگی در مرکز ورق قرارگرفته و گشودگی عاری از هرگونه بار خارجی است؛ یعنی در مرز گشودگی $- = \sigma_{\rho} = \sigma_{\rho}$

در شکل ۱ زاویه چرخش گشودگی که نحوه قرارگیری آن نسبت به محور افق است، با β نمایش داده شده است. ورق تحت بار کششی تکمحوری، دومحوری و برش خالص قرار می گیرد. شکل گشودگی، شعاع انحنای گوشه گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، ابعاد ورق و نوع بارگذاری درون صفحهای از پارامترهایی هستند که تأثیر مقدار بهینه آنها بر توزیع تنش بهینه، مورد بررسی قرارگرفته است. لازم به ذکر است که در این مقاله، در بارگذاری دو محوری $\mathbf{r} = \mathbf{\Lambda}$ و در تک محوری $\mathbf{r} = \mathbf{\Lambda}$ در نظر گرفته شده است. $\mathbf{\Lambda}$ ضریب بار دو محوری نسبت بار افقی به عمودی است.

روش تحلیلی ارائه شده در این مقاله، برگرفته از روش متغیّر مختلط موشخیلشویلی [۳] و نگاشت همنوا است. بهمنظور تحلیل تنش گشودگی مثلثی، ابتدا میبایست ورق جاوی گشودگی مثلثی در صفحه مختلط z به ورق حاوی \mathcal{L} شودگی دایروی به شعاع واحد در صفحه نگاشت \mathcal{L} تبدیل -شود. شکل ۲، این تبدیل را نشان میدهد. این عمل با استفاده از معادله (۱) صورت می پذیرد که در آن، R اندازهی گشودگی، n نوع گشودگی و m مقدار انحنای گوشهی گشودگی را مشخص میکند. در این مقاله، I = R در نظر گرفته شده است.

$$z = x + iy = w(\zeta) = R(\zeta + \frac{m}{\zeta^n}) \tag{1}$$

در گشودگیهای لبهدار m، معیار تیزی یا نرمی و انحنای گشودگی است($\cdot \leq m$). با تغییر این پارامتر (m) میتوان برای هر گشودگی خاص، شعاع انحناهای متفاوتی ایجاد کرد و در هر مورد تنش در جهتهای مختلف را مورد بررسی قرار داد. برای هر گشودگی وقتی m کاهش مییابد، گشودگی ملایمتر میشود تا اینکه m به کمترین مقدار خود یعنی -m میرسد. در این حالت گشودگی به دایره تبدیل

می شود. در شکل ۳ برای گشودگی مثلثی تغییرات *m* و روند میل کردن گشودگی مثلثی به دایره نشان داده شده است. همچنین *x* و *y* نقاط در صفحه *z*، برحسب ρ و θ نقاط در صفحهی ک به صورت معادلات (۳) و (۴) به دست می آید: $\tau = \rho e^{i\theta} = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$ (۲)



شکل ۱- ورق محدود حاوی گشودگی مثلثی تحت بارگذاری



شکل۲- نگاشت ورق حاوی گشودگی مثلّثی به ورق حاوی گشودگی دایروی[۱۷]



$$x = Re[w(\zeta)] = R\left(\rho\cos(\theta) + \frac{m\cos(n\theta)}{\rho^n}\right) \qquad (\texttt{``)}$$

$$y = Img[w(\zeta)] = R\left(\rho \sin(\theta) + \frac{m \sin(n\theta)}{\rho^n}\right) \tag{(f)}$$

مسأله حاضر بر پایه تئوری الاستیسیته صفحهای، تحلیل و بررسی خواهد شد. در مسائل دوبعدی تحت بار درون صفحهای، ماتریس تنش در هر نقطه از مادّهی الاستیک، دارای سه تنش σ_x , σ_y و π_{xy} است. این تنشها، در غیاب نیروهای خارجی معادلات تعادل را به صورت رابطه (۵) ارضا میکنند:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} = 0 \tag{(a)}$$

همچنین معادله سازگاری برحسب مؤلفههای تنش به-صورت رابطه (۶) است:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(\sigma_x + \sigma_y) = 0 \tag{(?)}$$

سادهسازی مسأله، با ادغام این معادلات، از طریق روابط حاکم بین آنها صورت می گیرد. با معرفی تابع تنش U(x,y)، رابطه مؤلفههای تنش با تابع تنش به صورت رابطه (۷) خواهند بود:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \tag{Y}$$

با ترکیب معادلات (۵)، (۶) و (۷) معادله ی سازگاری، برحسب تابع تنش *U* به شکل رابطه (۸) بهدست می آید: $\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \qquad (\Lambda)$

حلّ مسائل صفحهای تئوری الاستیسیته، به تعیین تابع بایهارمونیک^۱ (U(x,y خلاصه میشود که شرایط مرزی معادلات را ارضا میکند. به این منظور موشخیلیشویلی حلّ زیر را برای رابطه (۸) پیشنهاد کرد:

$$U(x,y) = Re[\bar{z}\varphi(z) + \theta(z)]$$
⁽⁹⁾

در معادلهی فوق، Re نشاندهنده قسمت حقیقی یک عبارت مختلط و (z) و (z) توابعی تحلیلی از متغیّر مختلط z میباشند؛ بنابراین حلّ مسائل تنش صفحهای به تعیین دو تابع تحلیلی هولومورفیک $(z) \varphi \ (z) = \Theta'(z)$ محدود میشود که روی کانتور \hat{L} شرایط مرزی تعیینشده را

ارضا میکنند. با مشخص شدن تابع تنش U(x,y) برحسب توابع $(z) = \theta'(z)$ و $\psi(z) = \theta'(z)$ مؤلفههای تنش در حالت دوبعدی و برای ناحیهی همبند ساده به صورت روابط (۱۰) و (۱۱) محاسبه می شوند [۳].

$$\sigma_x + \sigma_y = 4Re[\varphi'(z)] \tag{(1)}$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2(\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)) \tag{11}$$

که در آن $(z) \psi(z) \psi(z)$ توابع مختلط برحسب متغیّر z می-باشند. مؤلفههای تنش در سیستم مختصات قطبی و با استفاده از نگاشت همنوا، برحسب متغیّر ζ بهصورت روابط (۱۲) و (۱۳) تعریف می گردند[۳].

$$\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta} = \sigma_{x} + \sigma_{y} = 4Re\left[\frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}\right]$$
(17)

$$\sigma_{\theta} - \sigma_{\rho} + 2i\tau_{\rho\theta} = (\sigma_{y} - \sigma_{x} + 2i\tau_{xy})e^{2i\alpha}$$
$$= \frac{2\zeta^{2}}{\rho^{2}\overline{\omega'(\zeta)}} \Big(\overline{\omega(\zeta)}\Phi'(\zeta) + \omega'(\zeta)\Psi(\zeta)\Big) \tag{17}$$

که در آن،

$$e^{2i\alpha} = \frac{\zeta^2 \omega'(\zeta)}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \quad , \quad \Phi(\zeta) = \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}$$
$$\Psi(\zeta) = \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \quad , \quad \Phi'(\zeta) = \varphi''(\zeta)\omega'(\zeta) \quad (1f)$$

 $(\zeta) \varphi$ و $(\zeta) \psi$ دو تابع تحلیلی هولومورفیک میباشند که شرایط مرزی مسأله را ارضا میکنند. با مشخص شدن $(\zeta) \varphi$ و $(\zeta) \psi$ ، مؤلفههای تنش محاسبه و مسألهی تنش صفحهای نیز حل می گردد. ساوین [۵]، به منظور حلّ مسأله توزیع تنش اطراف گشودگیهای مختلف در ورق نامحدود تحت بارگذاری درون صفحهای، از تابع نگاشت همنوا استفاده کرد. او توابع $(\zeta) \varphi$ و $(\zeta) \psi$ را برحسب متغیّر ζ به شکل رابطه (۱۵) و (۱۶) معرفی کرد:

$$\varphi(\zeta) = -\frac{X + iY}{2\pi(1+\chi)} ln\,\zeta + a_1\omega(\zeta) + \varphi_0(\zeta) \qquad (1\Delta)$$

$$\psi(\zeta) = \frac{\chi(X - iY)}{2\pi(1 + \chi)} ln\,\zeta + b_1\omega(\zeta) + \psi_0(\zeta) \tag{19}$$

$$\varphi_0(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} a'_n \zeta^{-n}$$
, $\psi_0(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} b'_n \zeta^{-n}$ (۱۷)
و a'_n ثابتها مجهول میباشند. X و Y مؤلفههای تنش

در مرز گشودگی هستند که به دلیل آزاد بودن مرز گشودگی

¹ Biharmonic

که در آن ضرایب A_n A_n و D_n اعدادی مختلط هستند که به صورت رابطه (۲۰) درنظر گرفته می شوند:

 $A_n = a_{n1} + ia_{n2}$, $B_n = b_{n1} + ib_{n2}$ (Y•)

 $C_n = c_{n1} + i c_{n2}$, $D_n = d_{n1} + i d_{n2}$

 $d_{n2} = d_{n1} \cdot c_{n2} \cdot c_{n1} \cdot b_{n2} \cdot b_{n1} \cdot a_{n2} \cdot a_{n1}$ و $d_{n2} \cdot d_{n2} \cdot c_{n1} \cdot b_{n2} \cdot b_{n1} \cdot a_{n2} \cdot a_{n1}$ حقیقی مجهول میباشند و M در آن تعداد جملات مربوط به بخشهای مختلف سری لورنت است. محاسبه مشتقات توابع تنش به صورت روابط (۲۱) تا (۲۳) میباشند:

$$\varphi'(\zeta) = \sum_{n=1}^{M} -nA_n \,\zeta^{-n-1} + \sum_{n=0}^{M} nB_n \zeta^{n-1} \tag{(1)}$$

$$\varphi''(\zeta) = \sum_{n=1}^{M} n(n+1)A_n \zeta^{-n-2} + \sum_{n=0}^{M} n(n-1)B_n \zeta^{n-2}$$
(YY)

$$\psi'(\zeta) = \sum_{n=1}^{M} \frac{C_n (-n\zeta^{-n-1}\omega'(\zeta) - \omega''(\zeta)\zeta^{-n})}{(\omega'(\zeta))^2} + \sum_{n=0}^{M} nD_n\zeta^{n-1}$$
(YT)

با جای گذاری معادلات فوق در معادلات (۱۸) و (۱۹) و حلَّ دستگاه معادلات (۱۲) و (۱۳)، مؤلفههای تنش به شکل نهایی (۲۴–۲۶) بهدست میآیند:

از تنش صفر میباشند. از معادلات (۱۵) و (۱۶) میتوان در تحليل تنش ورق هاى نامحدود حاوى گشودگى هاى مختلف استفاده کرد؛ امّا در ورقهای محدود علاوه بر هندسه گشودگی، شرایط مرز خارجی تأثیر بسزایی در توزیع تنش ورق دارد؛ بنابراین از معادلات (۱۵) و (۱۶) به شکلی که در بالا ارائه شده است، نمی توان استفاده کرد. همان طور که در شکل ۴ مشاهده می شود، تابع تنش ورق محدود حاوی گشودگی دایروی در صفحه ζ ، از جمع تابع تنش ورق نامحدود حاوی گشودگی دایروی با تابع تنش ورق محدود بدون گشودگی در صفحه ی کم بهدست می آید؛ لذا با استفاده از سری لورنت در یک ناحیه غیر ساده، جملاتی با توانهای منفی که روی مرز گشودگی دایروی و ناحیه یخارج آن تحلیلی است، تابع تنش ورق نامحدود حاوی گشودگی دايروى را تشكيل مىدهد. همچنين سرى لورنت شامل، جملاتی با توانهای مثبت ζ که روی مرز خارجی ورق تحلیلی است، تابع تنش ورق محدود بدون گشودگی را تشکیل می- ζ دهد؛ بنابراین با جمع جملههایی با توان مثبت و منفی سری لورنت، توابع تنش (ζ) و $\psi(\zeta)$ با جملات محدود مطابق روابط (۱۸) و (۱۹) بدست می آیند [۱۶].

$$\varphi(\zeta) = \sum_{n=1}^{M} A_n \zeta^{-n} + \sum_{n=0}^{M} B_n \zeta^n \tag{1A}$$

$$\psi(\zeta) = \sum_{n=1}^{M} \frac{C_n \zeta^{-n}}{\omega'(\zeta)} + \sum_{n=0}^{M} D_n \zeta^n$$
(19)



شکل ۴- نمایی از روش حل پن و همکاران [۱۶]

مرتبعات مرزی استفاده شده است [۱۷]. برای استفاده از روش حدّاقل مرتبعات مرزی، مطابق شکل ۵ به نقاط منتخب روی مرز داخلی و خارجی در صفحه ζ نیاز است مختصات نقاط در صفحهی ζ ، بهصورت (θ, θ) و در صفحهی z بهصورت (x,y) میباشند. نقاط منتخب روی مرز داخلی دایره واحد در صفحهی ζ ، بهصورت رابطه (۲۷) تعریف می-شوند:

$$\rho = 1, \quad \theta = \frac{2\pi}{N_{in}}(j-1) \quad (j = 1, ..., N_{in}) \quad (\Upsilon Y)$$

در معادلهی (۲۷)، N_{in} تعداد نقاط منتخب روی مرز داخلی دایره واحد است. با جای گذاری مؤلفههای x و y نقاط منتخب در صفحه z در سمت چپ معادلات (۳) و (۴)، با استفاده از حلّ عددی، مؤلفههای q و θ نقاط متناظر در صفحهی ζ محاسبه میشوند. در استفاده از روش حداقل مربعات مرزی، برای شرایط مرزی داخلی از شرایط مرزی دایره واحد در صفحهی ζ و در مختصات قطبی استفاده شده است. شرایط مرزی روی مرز گشودگی، به صورت رابطه (۲۸)

$$\sigma_{
ho} = \tau_{
ho\theta} = 0$$
 , $|\zeta| = 1$ (۲۸)
این در حالی است که برای شرایط مرزی خارجی ورق از
شرایط مرزی ورق در صفحه z و مختصات کارتزین استفاده

شرایط مرزی ورق در صفحه z و محتصات کارتزین استفاده می شود. شرایط مرزی خارجی ورق محدود حاوی گشودگی به صورت روابط (۲۹) و (۳۰) است:

$$\sigma_x \cos^2 \gamma + \sigma_y \sin^2 \gamma + 2\tau_{xy} \sin \gamma \cos \gamma = \sigma_n \tag{79}$$

$$(\sigma_y - \sigma_x)\sin\gamma\cos\gamma + \tau_{xy}(\cos^2\gamma - \sin^2\gamma) = \tau_n \qquad (\Upsilon \cdot)$$

در معادلات فوق، γ زاویه بین بردار عمود بر مرز خارجی ورق و محور x است؛ همچنین σ_n و π به ترتیب، تنش نرمال و تنش برشی در مرز خارجی میباشند. σ_0 تنش کششی واردشده بر مرز خارجی ورق است و در این مقاله MP*a* درنظر گرفته شده است؛ همچنین در بارگذاری کششی دومحوری X = X و در بارگذاری برشی تنش τ_0 برابر M*Pa* است. بر اساس روش حداقل مرتعات مرزی، مجذور باقیمانده مرزی به صورت رابطه (۳۱) بیان می شود:

$$\Delta^2 = \sum_{j=1}^{N_{in}+N_{ot}} r^2(\rho_j, \theta_j)$$
(٣١)

$$\begin{split} \sigma_{\rho} &= Re\left[\left[\frac{\sum_{n=1}^{M}-2n\,\zeta^{-n-1}}{\omega'(\zeta)}\right] - \left(\frac{\overline{\omega(\zeta)}\omega'(\zeta)}{\rho^{2}\overline{\omega'(\zeta)}}\sum_{n=1}^{M}n(n+1)\,\zeta^{-n}\right)\right] A_{n} \\ &+ \left[\frac{\sum_{n=0}^{M}2n\zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)}\right] - \frac{\overline{\omega(\zeta)}\omega'(\zeta)}{\rho^{2}\overline{\omega'(\zeta)}}\sum_{n=0}^{M}n(n-1)\zeta^{n}\right] B_{n} \\ &- \left[\sum_{n=1}^{M}\frac{-\omega'(\zeta)n\zeta^{-n+1}-\omega''(\zeta)\zeta^{-n+2}}{\rho^{2}(\omega'(\zeta))^{2}\overline{\omega'(\zeta)}}\right] C_{n} \\ &- \left[\frac{\sum_{n=0}^{M}n\zeta^{n+1}}{\rho^{2}\overline{\omega'(\zeta)}}\right] D_{n}\right] \qquad (\Upsilon \mathfrak{f}) \\ \sigma_{\theta} &= Re\left[\left[\frac{\sum_{n=1}^{M}-2n\zeta^{-n-1}}{\omega'(\zeta)}\right] + \left(\frac{\overline{\omega(\zeta)}\omega'(\zeta)}{\rho^{2}\overline{\omega'(\zeta)}}\sum_{n=1}^{M}n(n+1)\,\zeta^{-n}\right)\right] A_{n} \\ &+ \left[\frac{\sum_{n=0}^{M}2n\zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)}\right] + \left[\frac{\sum_{n=0}^{M}2n\zeta^{n-1}}{\rho^{2}(\omega'(\zeta))}\sum_{n=0}^{M}n(n-1)\zeta^{n}\right] B_{n} \\ &+ \left[\sum_{n=1}^{M}\frac{-\omega'(\zeta)n\zeta^{-n+1}-\omega''(\zeta)\zeta^{-n+2}}{\rho^{2}(\omega'(\zeta))^{2}\overline{\omega'(\zeta)}}\right] C_{n} \\ &+ \left[\frac{\sum_{n=1}^{M}n\zeta^{n+1}}{\rho^{2}\overline{\omega'(\zeta)}}\right] D_{n}\right] \qquad (\Upsilon \mathfrak{h}) \\ \pi_{\rho\theta} &= Re\left[\left[\left(\frac{\overline{\omega(\zeta)}\omega'(\zeta)}{\rho^{2}\overline{\omega'(\zeta)}}\sum_{n=1}^{M}n(n+1)\,\zeta^{-n}\right)\right] A_{n} \\ &+ \left[\frac{\omega(\zeta)}{\rho^{2}\overline{\omega'(\zeta)}}\sum_{n=1}^{M}n(n+1)\,\zeta^{-n}\right] A_{n} \\ &+ \left[\frac{\omega(\zeta)}{\rho^{2$$

$$+ \left[\sum_{n=1}^{M} \frac{-\omega'(\zeta)n\zeta^{-n+1} - \omega''(\zeta)\zeta^{-n+2}}{\rho^2(\omega'(\zeta))^2\overline{\omega'(\zeta)}}\right]C_n$$
$$+ \left[\frac{\sum_{n=0}^{M}n\zeta^{n+1}}{\rho^2\overline{\omega'(\zeta)}}\right]D_n\right]$$
(79)

با توجّه به روابط ذکرشده برای بررسی توزیع تنش اطراف D_n و $C_n \cdot B_n \cdot A_n$ و D_n و $c_n \cdot B_n \cdot A_n$ و معادلات (۲۴) تا (۲۶) است. به این منظور از روش حدّاقل



شکل ۵- موقعیّت نقاط منتخب بر روی مرز داخلی در صفحه کر و مرز خارجی در صفحهی z [۱۷]

که در آن N_{in} تعداد نقاط منتخب روی مرز داخلی دایره واحد، N_{ot} تعداد نقاط منتخب روی مرز خارجی ورق در محل اعمال بار، اندیس j نشاندهنده تعداد نقاط منتخب و r^2 به صورت رابطه (۳۲) تعریف می شود:

$$r^{2}(\rho_{j},\theta_{j}) = r_{1}^{2}(\rho_{j},\theta_{j}) + r_{2}^{2}(\rho_{j},\theta_{j})$$
(°Y)

تعداد نقاط منتخب روی مرز داخلی در این مقاله پس از همگرا شدن جوابها، ۸۰ عدد و روی مرز خارجی، ۱۲۰ عدد است. در رابطهی فوق، $(r_1(\rho_j, \theta_j) e \ (r_2(\rho_j, \theta_j) اختلاف دو$ تنش، یکی تنش حاصل از شرایط مرزی و دیگری تنشحاصل از حلّ تحلیلی ارائه شده در نقاط منتخب روی مرزها $هستند، پس از بهدست آوردن <math>\Delta$ برای هر نوع بارگذاری، بهمنظور کمینه کردن تابع اختلاف حاصل شده، از روابط (۳۴) و (۳۴) استفاده میشود:

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial a_{n1}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial a_{n2}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial b_{n1}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial b_{n2}} = 0$$
 (TT)

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial c_{n1}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial c_{n2}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial d_{n1}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial d_{n2}} = 0$$
 (TF)

از روابط فوق، دستگاه معادلاتی خطّی تشکیل می شود که از حلّ آن ثابتها مجهول بهدست می آیند. با جای گذاری این ثابتها در معادلات (۲۴) تا (۲۶)، مؤلفههای تنش بهدست آمده و مسأله موردنظر حل می شود.

٣- الگوريتم سنجاقك

در سراسر دنیا تقریباً سه هزار گونه مختلف از سنجاقکها در طبیعت وجود دارند. چرخه زندگی سنجاقکها شامل، دو مرحلهی نابالغی (که بیشتر عمر خود را در آن سپری می-کنند) و بزرگسالی است. الگوریتم سنجاقک برای اوّلین بار توسط میرجلیلی [۲۲] در سال ۲۰۱۶ مطرح شد. میرجلیلی با ۱۹ تابع أزمون، عملكرد و كارايي مناسب اين الگوريتم را اثبات نمود. الهام گیری اصلی از الگوریتم سنجاقک، سرچشمه از رفتارهای استاتیکی و دینامیکی سنجاقکها در طبیعت دارد. می توان گفت این دو رفتار بسیار مشابه دو مرحله مقم در بهینهسازی، یعنی جست و جوی شکار (اکتشاف) و حمله به شکار (بهره برداری) است. در رفتار استاتیکی، سنجاقکها گروههای کوچک ایجاد میکنند و به منظور شکار حشرات بر فراز نواحی مختلف پرواز میکنند. هدف اصلی در این مرحله، جست و جوی شکار (اکتشاف) است. در رفتار دینامیکی، سنجاقکها در دستههای بزرگ و در یک مسیر پرواز می-کنند. هدف اصلی در این مرحله، حمله به شکار (بهره برداری) است. هدف نهایی موجودات در طبیعت، بقا است. بدین منظور برای دستیابی به منبع غذا و فرار از دشمن تلاش می کنند. با توجّه به این دو رفتار می توان نتیجه گرفت که پنج عامل اصلی در به روز رسانی موقعیّت نمونه در رفتار ازدحامي وجود دارد. اين پنج عامل عبارتند از: استقلال (مجزا

¹ Dragonfly Algorithm

$$\begin{split} \Delta X_{t+1} &= (sS_i + aA_i + cC_i + fF_i + eE_i) \\ &+ w' \Delta X_t \end{split} \tag{f.}$$

s نشان دهنده ضریب مجزا بودن، S_i نشان دهنده مجزا بودن i امین سنجاقک، a نشان دهنده ضریب حرکت اصولی (همترازی)، A_i نشان دهنده حرکت اصولی i امین سنجاقک، c نشان دهنده ضریب انسجام، G_i نشان دهنده انسجام امین سنجاقک، f نشان دهنده ضریب منبع غذا، F_i نشان دهنده منبع غذای i امین سنجاقک، s نشان دهنده ضریب دشمن، E_i نشان دهنده موقعیّت دشمن از i امین سنجاقک، W نشان دهنده ضریب اینرسی و t شماره تکرار است. با توجه به ضرایب معادله (۴۰)، میتوان در طول بهینهسازی رفتارهای مختلف اکتشافی و بهره برداری را به دست آورد. پس از محاسبه بردار گام، بردار موقعیّت نیز به صورت رابطه (۴۱) محاسبه میشود.

(۴۱) $X_{t+1} = X_t + \Delta X_{t+1}$ (۴۱) که t نشان دهنده شماره تکرار است. نکته مهّم دیگر در این مقاله، این است که در زمان جست و جو برای شکار، ضرایب همترازی افزایش و انسجام کاهش و در زمان حمله به شکار، ضرایب همترازی کاهش و انسجام افزایش داده می شود. برای بهبود بیشتر رفتار تصادفی و اکتشافی سنجاقکها، فرض می- شود، همسایه ای وجود ندارد. پس لازم است، پرواز آنها در اطراف فضای جست و جو با استفاده از یک گردش تصادفی انجام گیرد. با توجّه به این فرض روابط (۴۲) تا (۴۲) حاصل می شود (۴۲).

$$X_{t+1} = X_t + Levy(d) \times X_t$$
(FT)
$$r_t \times \sigma^{t}$$
(FT)

$$Levy(x) = 0.01 \times \frac{r_1 \times c}{|r_2|^{\frac{1}{\beta'}}}$$

$$\sigma' = \left(\frac{\Gamma(1+\beta') \times \sin(\frac{\pi\beta'}{2})}{\Gamma(\frac{1+\beta'}{2}) \times \beta' \times 2^{\left(\frac{\beta'-1}{2}\right)}}\right)^{\frac{1}{\beta'}}$$
$$\Gamma(x) = (x-1)! \qquad (ff)$$

با توجّه به روابط (۴۲) تا (۴۴)، t تکرار فعلی، d بعد بردار مکانی جسم، r_1, r_2 دو عدد تصادفی در بازه [۰,۱] و β مقدار ثابت (که در این مقاله برابر ۱/۵) است. در هر تکرار، موقعیّت و گام هر سنجاقک با استفاده از معادلات (۴۰)،

بودن)، حرکت اصولی (همترازی)، انسجام، دستیابی به منبع غذایی و دوری از دشمن که مدل ریاضی هریک از رفتارها ارائه شده است. مرحله استقلال به صورت معادله (۳۵) است [۲۲].

$$S_i = -\sum_{j=1}^N X - X_j \tag{7}$$

X موقعیّت فعلی سنجاقک و _i X موقعیّت j امین همسایه سنجاقک و N تعداد سنجاقکهای همسایه را نشان میدهد. مدل ریاضی حرکت اصولی نیز، به صورت رابطه (۳۶) است [۲۲].

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^{N} V_j}{N} \tag{(77)}$$

نشان دهنده سرعت j امین همسایه سنجاقک است. V_j

مرحله انسجام به صورت معادله (۳۷) است[۲۲].

$$C_i = \frac{\sum_{j=1}^{N} X_j}{N} - X \tag{(YY)}$$

در رابطه (۳۷)، X موقعیّت فعلی سنجاقک و \overline{X}_{j} موقعیّت j معداد سنجاقک و N موقعیّت j میداقد سنجاقک و N معداد سنجاقکهای همسایه را نشان میدهد. مرحله چهارم، حرکت به سوی یک منبع غذایی است که رابطه آن به صورت (۳۸) ارائه می شود [۲۲].

$$F_i = X^+ - X \tag{(\%)}$$

در رابطه (۳۸)، X موقعیّت فعلی سنجاقک و ⁺X موقعیّت منبع غذا را نشان میدهد و در نهایت مدل ریاضی دوری از دشمن، به صورت معادله (۳۹) است [۲۲].

$$E_i = X^- + X \tag{(49)}$$

که X موقعیّت فعلی سنجاقک و \overline{X} موقعیّت دشمن را نشان می دهد. رفتار سنجاقکها ترکیبی از این پنج گروه است که در این مقاله به آنها پرداخته شده است. برای به روز رسانی موقعیّت سنجاقکها در یک فضای جست و جو و شبیهسازی حرکتهای آنها، بردار گام(ΔL) و بردار موقعیّت مکانی (X) مورد نظر قرار می گیرد. بردار گام، مشابه بردار سرعت در الگوریتم اجتماع ذرّات (PSO) است که جهت حرکت سنجاقکها را نشان می دهد و به صورت رابطه (۴۰) تعریف می شود [۲۲].

(۴۱) و (۴۲) به روز می شوند. برای به روز رسانی موقعیّت Xو ΔX در همسایگی هر سنجاقک، با استفاده از روش فاصله اقلیدسی که فاصله بین دو نقطه را بر اساس قضیه فیثاغورس بین تمام سنجاقکها محاسبه و N تا از آنها را انتخاب می-نماید، روند موقعیّت به روز رسانی پیوسته تا معیار نهایی ادامه مییابد. شایان ذکر است که تفاوتهای اصلی بین الگوریتم DA وPSO وجود عامل استقلال، حرکت اصولی، انسجام، دستیابی به منبع غذایی، دوری از دشمن و گردش تصادفی است [۲۲]؛ همچنین مفاهیم ازدحام استاتیکی و دینامیکی در الگوریتم سنجاقک، از مفاهیم جدید هستند که در این الگوریتم به کار گرفته شدهاند.



شکل ۶- نمودار همگرایی برای بارگذاری تکمحوری



۴– بررسی نمودارهای همگرایی

در شکل ۶ تا ۸، نمودارهای همگرایی الگوریتم سنجاقک برای ورق همسانگرد محدود حاوی گشودگی مثلثی در حالتهای بهینه تحت بارگذاری درون صفحهای (۲/۰ = $\frac{L}{a}$ ، ۲= $\frac{b}{a}$) نشان داده شده است. دیده میشود، به ازای حالتهای در نظر گرفته شده، الگوریتم سنجاقک در حال بررسی نقاط بهینه محلّی برای بدست آوردن مقدار مناسب است.

۵- نتایج

همانطور که میدانیم، تمرکز تنش در ورقهای همسانگرد حاوی گشودگی مستقل از جنس و خواص مکانیکی مادّه است؛ بنابراین نتایج این مقاله را میتوان برای ورقهای همسانگرد از سایر جنسها نیز تعمیم داد. براین اساس، مشخصات مادّه همسانگرد به کار رفته در این مقاله مطابق جدول ۱ است. در این بخش، نتایج تنش بهینه ورق مسانگرد محدود حاوی گشودگی مثلثی تحت بارگذاری تکمحوری، دومحوری و برشی ارائه میشود. از آنجایی که اندازه گشودگی به ورق مقداری ثابت و برابر $+1 = \frac{L}{a}$ در نظر باشد که در این صورت، دو ضلع ورق مماس بر گشودگی می-شوند. این امر در کاربردهای عملی معقول بهنظر نمی رسد، بانابراین در این پژوهش سعی میشود، با استفاده از الگوریتم بهینهسازی سنجاقک برای یک ورق همسانگرد محدود حاوی

گشودگی، در هر نسبت اضلاع ورق (^ba) و هر نسبت اندازه گشودگی به ورق (^La) مقادیر بهینه دیگر متغیّرهای طراحی و کمترین مقدار توزیع تنش اطراف گشودگی، مورد بررسی قرار گیرد.

۵-۱- تاثیر نسبت ابعاد ورق

تأثیر نسبت ابعاد ورق بر مقدار تنش بیبعد با در نظر گرفتن همزمان زوایه چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشهی گشودگی به عنوان متغیّرهای طراحی برای مادّه همسانگرد فولاد تحت بارگذاریهای درون صفحهای در شکلهای ۹ تا ۱۱، نشان داد شده است. مقادیر بهینه چرخش گشودگی، شعاع انحنای گوشه گشودگی و تنش بیبعد کمینه، مقادیر بهینه حاصل از الگوریتم سنجاقک هستند. همان طور که مشاهده می گردد، با افزایش نسبت $\frac{b}{a}$ مقدار تنش بیبعد حول گشودگی در سه حالت بارگذاری کاهش مییابد و اختلاف توزيع تنش با افزايش اين نسبت، كاهش پيدا مىكند. علّت این امر این است، ورق در صورتی محدود میباشد که نسبت طول ضلع گشودگی به طول بزرگترین ضلع ورق بزرگتر از $\frac{L}{a} = \cdot/4$ باشد. برای نسبت $\frac{b}{a}$ های کوچکتر از ۱، شرایط $\cdot/7$ (نسبت طول ضلع گشودگی به بزرگترین طول ورق بزرگتر از ۰/۲) برقرار است و با کوچک شدن ابعاد، مقدار تنش افزایش مییابد. برای نسبتهای $rac{b}{a}$ بزرگتر از یک، b ضلع بزرگتر ورق می شود و در صورتی که شرایط ورق محدود برای آن صدق نکند، تغییر چندانی در مقدار تنش همانند ورقهای نامحدود بهوجود نمی آید. به همین خاطر مشاهده می شود که در نسبت $\frac{b}{a}$ برابر با ۱/۷۵ و بیشتر از آن تغییر چندانی در مقدار تنش ایجاد نمی شود؛ همچنین در جدول ۲ نیز مشاهده می کنید، برای حالت $m = \cdot$ که بیان کننده گشودگی دایروی است، کمترین مقدار تنش بیبعد را به ازای تمامی حالتهای بارگذاری خواهیم داشت. شکل ۱۲، ماکزیمم تنش بهینه را برحسب نسبت $\frac{b}{a}$ در سه نوع بارگذاری مورد بحث نشان میدهد. در اینجا نیز مشاهده می گردد، با افزایش نسبت $\frac{b}{a}$ مقدار ماکزیمم تنش بیبعد در سه حالت بارگذاری کاهش می یابد و در نسبتهای بزرگتر از ۱/۷۵ م مقدار تنش به حالت پایدار رسیده با افزایش این نسبت، تغییر چندانی در مقدار تنش ماکزیمم بیبعد ایجاد نمیشود.

همچنین تأثیر نسبت ابعاد ورق برای دو بارگذاری برشی و تکمحوری، بیشتر از بارگذاری دومحوری است و این کاهش مقدار تنش در این دو بارگذاری با شیب بیشتری اتفاق می-افتد. لازم به اشاره است، به علت تقارن موجود در توزیع تنش حول گشودگی مثلثی، در همه بارگذاریهای مورد بحث، نتایج تا $-1 \Lambda - 0$ ارائه شده است.

جدول ۱- خواص مكانيكي مادّه [۱۱]



بارگذاری برشی	بارگذاری دو محوری	بارگذاری تک محوری	
D.S.	D.S.	D.S.	b/a
۴/۰۱۷۶	۳/۸۰۱۸	٤/٨٧٣٢	• /Y۵
37/3222	٣/٧١٩٣	4/24	١
3/1889	3/8022	r/rradius	١/٢۵
3001/1004	٣/۵۶۴۴	٣/۶٣۶	١/۵
٣/١۵١١	٣/۵٠٢۴	٣/۵۶١	١/٧۵
٣/١۵٠۴	r/frv 1	r/fvfr	٢
31144	r/rr8f	٣/٣۵٩۵	٣

جدول۲- نتایج بهینه گشودگی مثلثی در نسبت ابعاد مختلف ورق (حالت بهینه m = 0







۵-۲- تاثیر نسبت اندازهی گشودگی به ورق

تأثیر نسبت اندازه گشودگی به ورق، بر مقدار تنش بیبعد با در نظر گرفتن همزمان زوایه چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشه گشودگی به عنوان متغیّرهای طراحی برای مادهی همسانگرد فولاد تحت بارگذاریهای درون صفحهای در شکلهای ۱۳ تا ۱۵ نشان داده شده است. ملاحظه می-شود، با افزایش نسبت اندازه گشودگی به ورق تنش در هر سه حالت، بارگذاری افزایش می یابد. در محدودهی اندازه گشودگی به ورق بزرگتر از ۰/۲ این افزایش به میزان بیشتری است؛ درحالی که در محدوده کوچکتر از ۰/۲، افزایش مقدار تنش بهينه ناچيز و تقريباً مقدار تنش بهينه حول گشودگی ثابت است. این امر نشاندهنده تأثیر بسیار زیاد اندازه گشودگی به ورق در ورقهای محدود است. جدول ۳، مقادیر بهینه پارامترهای اثرگذار، تنش بهینه و مقایسه مقادیر به دست آمده با حلّ ورق نامحدود (۱۰. $= \frac{L}{a}$) را در سه حالت بارگذاری ($\frac{b}{a} = 1$) نشان میدهد. در این حالت ابتدا فرآیند بهینهسازی به ازای سه متغیّر طراحی یعنی نسبت اندازه گشودگی به ورق، شعاع انحنای گوشه گشودگی و زاویه چرخش صورت می گیرد تا مقدار تنش بهینه بیبعد در انحنای گشودگی و زوایه چرخش بهینه مشخص شود. ملاحظه می شود، در نسبت های ^ل کوچکتر از ۰/۲، اختلاف ماکزیمم تنش از دو روش، کمتر از ۱۰٪ است، بنابراین در کاربردهای عملی مهندسی، ورقهای محدود با نسبت 🛓 کوچکتر ۲/۰٫۲ می توان نامحدود در نظر گرفت. این در حالی است که در نسبتهای بزرگتر از ۰/۲، اختلاف توزیع تنش با حالت نامحدود تا ۱۲۹/۴۳٪ هم میرسد و این نشان میدهد که در این نسبتها نمی توان از حلّ نامحدود ورق استفاده کرد. شکل ۱۶، ماکزیمم تنش بهینه حول گشودگی مثلثی

برحسب نسبتهای مختلف $\frac{L}{a}$ را در سه حالت بارگذاری نشان می دهد. با افزایش نسبت اندازه گشودگی به ورق، در محدوده اندازه گشودگی به ورق کمتر از ۲/۰، مقدار تنش تقریباً ثابت و در محدوده بزرگتر از ۲/۰، با افزایش این نسبت مقدار تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می یابد و در بارگذاری تک محوری، بیشتر از دو بارگذاری دیگر است و این افزایش مقدار تنش بهینه در بارگذاری اشاره شده با شیب بیشتری اتّفاق می افتد.





۶- نتیجهگیری

در این مقاله، با استفاده از الگوریتم سنجاقک (DA) به تعیین پارامترهای بهینه مؤثر بر تنش بی بعد اطراف گشودگی مثلثی واقع در ورق همسانگرد محدود پرداخته شد. الگوریتم سنجاقک، گونهای دیگر از الگوریتمهای فرا ابتکاری بر مبنای هوش از دحامی (SI) است که از رفتار استاتیکی و دینامیکی

ں برشی	بارگذاری	دو محوری	بار گذاری	بارگذاری تک محوری		
درصداختلاف	D.S.	درصداختلاف	D.S.	درصداختلاف	D.S.	L/a
•	۲/۳・٩٩	•	۲/۸۸۷۱	•	٣/٠٠٠۶	۰/۰۱
$\chi/\chi\chi$	۲/۳۶۵	1/24	۲/۹۳۱۶	۲/۱۲	31.084	• / 1
٩/٩	۲/۵۳۸۶	8/88	۳/•٧•٨	γ//۲	٣/٢۶۶	٠ /٢
۲۳/۴	۲/۸۵ • ۲	۱۵/۰۲	٣/٣٢ • ٧	51/10	31/836	۰ /٣
44/20	377777	$\chi \gamma \chi / \chi \chi$	٣/٧١٩٣	41/20	4/24	٠/۴
۲۲/۲۲	41.244	۵ • <i>/۶</i> ۱	۴/۳۴۸۵	۲۴/۰ ۱	0/2216	• /۵
۱۱۴/۳۱	4/90.4	٨۶/۵۵	۵/۳۸۵۹	189/48	۶/۸۸۴۳	• /۶

جدولm- نتایج بهینه گشودگی مثلثی در نسبتهای مختلف اندازه گشودگی به ورق (حالت بهینه m=

سنجاقکها به منظور جست و جوی شکار (اکتشاف) و حمله به شکار (بهره برداری) در فضای جست و جو استفاده میکند. این الگوریتم به پنج عامل، انسجام، استقلال، حرکت اصولی، دستیابی به منبع غذایی و دوری از دشمن مجهز شده است. فرآیند اکتشاف و بهرهبرداری، از دیگر مزایای الگوریتم سنجاقک است. همچنین اجنتاب از بهینه محلّی و نتایج رقابتی این الگوریتم دلالت بر مناسب بودن این الگوریتم در بهینهسازی ورقهای محدود دارای گشودگی دارد. انحنای گوشههای گشودگی، زاویه چرخش گشودگی، نسبت اضلاع ورق، نسبت اندازهی گشودگی به ورق و نوع بارگذاری متغیّرهای طراحی در این مقاله میباشند. تنش بیبعد مورد نظر این مقاله، بر پایهی حلّ تحلیلی متغیّر مختلط ِ موشخیلشویلی و نگاشت همنوا با فرض تنش صفحهای است. برای محاسبه تابع تنش مربوط به ورق محدود حاوی گشودگی مثلثی، از جمع تابع تنش یک ورق نامحدود حاوی همان گشودگی و تابع تنش یک ورق محدود بدون گشودگی استفاده شده است. ضرایب مجهول در تابع تنش، با استفاده از روش حدّاقل مربّعات مرزی و اعمال شرایط مرزی مناسب بهدست می آیند. نتایج نشان داد که انحنای گوشههای گشودگی تنها پارامتر موثّر بر کاهش تمرکز تنش نیست، بلکه زاویهی چرخش گشودگی، نسبت اضلاع ورق و نسبت اندازهی گشودگی به ورق، سهم به سزایی در کاهش مقدار تنش دارد.

۷- علائم و نشانهها

ثابت مختلط مجهول در محاسبهی
$$(\zeta) arphi$$
و A_n
 $\psi(\zeta)$
ثابتهای حقیقی مجهول در محاسبهی $(\varphi(\zeta) arphi e$
 a_{n1} ع a_{n2}
 $\psi(\zeta)$

а	طول ضلع افقی ورق، (m)
$a_n a'_n$	ثابتهای حقیقی مجهول
В.,	ثابت مختلط مجهول در محاسبه $(\zeta) arphi$ و
27	$\psi(\zeta)$
b_{n1} , b_{n2}	ثابتهای حقیقی مجهول در محاسبه(ζ) <i>φ و</i> (۲۰۱۰
h	$\psi(\zeta)$
b '	
$D_n \circ n$	نابتهای حقیقی مجهول شارت ختابا میدارد. ما در (7)»
C_n	تابت محتلط مجهول در محاسبه (۶) <i>۹ و</i> (1)(7)
	$\varphi(\zeta)$ ثابتهای حقیقی محہول در محاسبه $(\zeta) \varphi_{\theta}$
c_{n1} , c_{n2}	$\psi(\zeta)$
$c_2 e_1$	ثابتهاى حقيقى دلخواه
D_n	ثابت مختلط مجهول در محاسبه (ζ) و
n	$\psi(\zeta)$
d_{n1} , d_{n2}	تابتهای حقیقی مجهول در محاسبه(۶) <i>φ و</i> (۵)/۱/
i	$\psi(\varsigma)$ اندیس نشان دهنده تعداد نقاط منتخب
)	طول ضلع گشودگی مرتعی و مثلثی و
L	طول قطر دارد و محیط بر n ضلعہ ها، (m)
ľ	کانتور محدود کننده ناچیهی ک
M	تعداد حملات مربط به سرى امرنت
<i>m</i>	
ni N	تدراد نقاما منتخر مرم مرتد داخا مرت
N _{in} N _{in}	تعداد تقاط منتخب روی مرز داختی ورق
1.01	تعداد نفاط منتخب روی مرز خارجی ورق
n	پارامتر تعیین کننده هندسه کشود کی
R	پارامتر تعیین کننده اندازه کشودکی
$r_1(\rho_j, \theta_j)$	اختلاف تنش حاصل از شرایط مرزی و
و (م م) ا	تنش حاصل از حل تحلیلی روی مرز ورق و
$r_2(\rho_j, \theta_j)$	گشودگی

$$f$$
 ضریب منبع غذا
 f_i نشان دهنده منبع غذای i امین سنجاقک
 e ضریب دشمن
 i نشان دهنده موقعیّت دشمن از i امین
 E_i
سنجاقک
 w ضریب اینرسی
 w
 t شماره تکرار
 d
بعد بردار مکانی، (m)
عدد تصادفی
 r_1, r_2

۸- مراجع

- Howland RCJ (1929) On the stresses in the neighborhood of circular hole in a strip under tension. Philos Trans Roy Soci 229: 49-86.
- [2] Heywood RB (1952) Designing by Photoelasticity. Chapman and Hall, London.
- [3] Muskhelishvili NI (1962) Some basic problems of mathematical theory of elasticity. 2rd edn. Netherlands, Noordhooff.
- [4] Lekhnitskii SG (1968) Anisotropic plates. 2rd edn. Gordon and Breach Science Publishers, NewYork.
- [5] Savin GN (1961) Stress concentration around holes. Pergamon Press, NewYork.
- [6] Daoust J, Hoa SV (1991) An analytical solution for anisotropic plates containing triangular holes. Com Str 19:107-130.
- [7] Abuelfoutouh NM (1993) Preliminary design of unstiffend composite shells. Symposium of 7th technical Conference of ASC 693-786.
- [8] Ukadgaonker VG, Rao DKN (1999) Stress distribution around triangular holes in anisotropic plates. Com Str 45:171-183.
- [9] Batista M (2011) On the stress concentration around hole in an infinite plate subject to uniform load at infinity. Int J Mech Sci 53:254-261.
- [10] Lei GH, Ng CWW, Rigby DB (2001) Stress and displacement around an elastic artificial rectangular hole. J Eng Mech 127: 880-890.
- [11] Rezaeepazhand J, Jafari M (2010) Stress concentration in metallic plates with special shaped cutout. Int J Mech Sci 96-102.
- [12] Banerjee M , Jain NK, Sanyal S (2013) Stress concentration in isotropic and orthotropic composite plates with center circular hole subjected to transverse static loading. Int J Mech Ind Eng 3: 109-113.
- [13] Sharma DS, Patel NP, Panchal KC (2010) Stress distribution around triangular holes in orthrotropic plate. Nirm Uun J ENG TECH 1:56-63.

$$U(x, y)$$
 تابعی از نسبت پواسون
 χ تابعی از نسبت پواسون
 $\chi_{g} X$ نیروهای خارجی وارد بر مرز گشودگی، ($^{(n)}$)
 $\chi_{g} X$ متغیّر مختلط
 α زاویه بین افق و عمود بر مرز گشودگی، ($^{(o)}$)
 β زاویه بین بردار عمود بر مرز خارجی ورق و
 γ زاویه بین بردار عمود مرز خارجی ورق و
 χ متغیّر مختلط
 Λ باقی مانده مرزی
 η مختصات عمودی و افقی در صفحه ی γ
 η مختصات عمودی و افقی در صفحه ی γ
 η مختصات عمودی و افقی در صفحه ی γ
 η مختصات عمودی و افقی در مفحه ی γ
 η مختصات عمودی و افقی در مفحه ی γ
 η مختصات عمودی و افقی در مفحه ی γ
 η مختصات عمودی در مفحه ی ($^{(n)}$)
 η مختصات شعاعی
 η مختصات شعاعی
 η (Pa) تنش عمودی در صفحه γ . (Pa)
 η مختصات شعاعی
 η (Pa) تنش عمودی در صفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش برشی در صفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش عمودی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش عمودی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش برشی در صفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش عمودی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش عمودی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش عمودی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش عمودی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش برشی در صفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش عمودی در مفتاط γ
 (Pa) تنش برشی در مفتاط γ
 (Pa) تنش برشی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش برشی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش برشی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش برشی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تنش برشی در مفحه γ . (Pa)
 (Pa) تابع تحلیلی از متغیّر مختلط γ
 (Pa) تابع تحلیلی از مینیّر مختلط γ
 (Pa) تابع تحلیلی از متغیّر مختلط γ
 (Pa) تابع تحلیلی از مینیّر مختلط γ
 (Pa) تابع تحلیلی از مینیّر مختلط γ

- ΔΧ بردار گام، (m)
 - β′ مقدار ثابت
- s ضريب استقلال (مجزا بودن)
- نشان دهنده مجزا بودن i امین سنجاقک S_i
 - a ضریب حرکت اصولی(هم ترازی)
- نشان دهنده حركت اصولى i امين سنجاقک A_i
 - ضريب انسجام

С

نشان دهندهی انسجام *i* امین سنجاقک C_i

- [19] Jafari M, Rohani A (2014) Stress distribution parameters optimization of orthotropic plates quasisquare cut out using genetic algorithm. J So Flu Mech 4(4): 87-99. (In Persian)
- [20] Ines Barbosa CJ, Maria Amélia R (2014) Design of a laminated composite multi-c structure subjected to torsion. 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, St. Petersburg, Russia, September 7-12.
- [21] Mahmodzade SA, Jafari M (2015) Optimization of Influence parameter on isotropic plates regular polygonal cutouts using particle swarm algorithm. Modares Mech Eng 15(12):243-253. (in Persian)
- [22] Mirjalili S (2016) Dragonfly algorithm: a new meta-heuristic optimization technique for solving single-objective, discrete, and multi-objective problems. Neural Comput Appl.27(4):1053-1073.

- [14] Woo CW, Chan LW (1992) Boundary collocation method for analyzing perforated plate problems. Eng Fract Mech 43(5):757-768.
- [15] Xu X, Sun L, Fan X (1995) Stress concentration of finite composite laminates with elliptical hole. Comput Struct 57(1):29-35
- [16] Pan Z, Cheng Y, Liu J (2013) Stress analysis of finite plate with a rectangular hole subjected to uniaxial tension using modified stress functions. Int J Mech Sci 75:265-277.
- [17] Jafari M, Ardalani E (2016) Stress concentration in finite metallic plates with regular holes. Int J Mech Sci 106:220-230.
- [18] Alonso MG, Duysinx p (2013) Particle swarm optimization (PSO): An alternative method for composite optimization, 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization. Orlando. Florida. USA. May 19-24.