



بررسی پدیده کاهش نیروی پسا در یک جریان مغشوش سیال ویسکوالاستیک به روش شبیه-سازی عددی مستقیم DNS

احسان راستی^۱، فرهاد طالبی^{۲*} و کیومرث مظاهری^۳

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

^۳ استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

مقاله مستقل؛ تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۸/۱۹؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۰۳/۲۶؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۹/۱۱

چکیده

شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان متلاطم سیال ویسکوالاستیک، به دلیل اهمیت آن در پیش‌بینی پدیده کاهش پسا و ارائه مدل‌های تلاطم مخصوص جریان‌های ویسکوالاستیک، بخش قابل توجهی از مطالعات مرتبط با سیالات غیرنیوتنی را به خود اختصاص داده است. در این مطالعه، پس از معرفی پدیده کاهش پسا، معادلات حاکم در سه بعد و غیر دائم جهت شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان متلاطم در یک کانال با استفاده از مدل ویسکوالاستیک گزیکس بررسی و با توسعه یک حلگر جدید در محیط نرم‌افزار اوپن‌فوم و بر مبنای روش حجم محدود، نتایج مربوط استخراج شده است. پس از مقایسه مشخصات تلاطم جریان با نتایج مربوط به سیال نیوتنی، میزان کاهش پسا محاسبه گردیده است؛ همچنین نتایج موجود، با نتایج مربوط به مطالعه‌ای مشابه بر مبنای کد تفاضل محدود و به ازای پارامترهای رئولوژیک یکسان ($Re_\tau=150$ ، $We_\tau=30$ ، $\beta=0.9$ و $\alpha=0.001$) مقایسه و همخوانی خوبی مشاهده می‌شود. اثر تغییر ضرایب α و β روی مقدار کاهش پسا و مشخصات جریان بررسی شده است.

کلمات کلیدی: پدیده کاهش پسا؛ سیال ویسکوالاستیک؛ شبیه‌سازی عددی مستقیم؛ مدل گزیکس؛ نرم‌افزار اوپن‌فوم.

A DNS Investigation of Drag Reduction Phenomenon in Turbulent Flow of a Viscoelastic Fluid

E. Rasti¹, F. Talebi^{2*}, K. Mazaheri³

¹ Ph.D. Student, Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran.

² Assistant Prof., Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran.

³ Prof., Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran.

Abstract

Direct numerical simulation (DNS) of viscoelastic turbulent flow, due to its importance in predicting drag reduction and developing viscoelastic turbulent models has become as a considerable portion of non-Newtonian fluid flows studies. In the present work, after introducing the phenomenon of drag reduction, the unsteady 3-D governing equations of a duct flow required for DNS of viscoelastic turbulent flow using Giesekus model are employed. To obtain the numerical results, a new solver based on finite volume method is developed in OpenFOAM software. Comparing turbulent characteristics of viscoelastic flow with Newtonian one, the drag reduction value is calculated. The obtained results are compared with the corresponding values from a similar study based on finite difference method using the same rheological parameters ($Re_\tau=150$, $We_\tau=30$, $\beta=0.9$ and $\alpha=0.001$) and a good agreement is observed. The effect of varying the mobility factor α and viscosity ratio β on the drag reduction and flow characteristics is investigated.

Keywords: Drag Reduction; Viscoelastic Fluid; Direct Numerical Simulation; Giesekus Model; OpenFOAM Software.

۱- مقدمه

پدیده «کاهش نیروی پسا»^(۱) (DR)، پدیده‌ای است که در آن، اضافه کردن مقدار کمی از یک ماده افزودنی مانند پلیمر یا سورفکتانت (ماده فعال سطحی)^(۲)، به یک سیال معمولی مانند آب یا نفت خام، سبب کاهش قابل توجه ضریب اصطکاک در جریان‌های متلاطم می‌شود. این خاصیت، موجب کاهش چشمگیر توان پمپاژ مورد نیاز در کاربردهای متنوعی نظیر، انتقال نفت خام یا سیستم لوله‌کشی سرمایش و گرمایش ساختمان‌ها می‌شود؛ همچنین از این خاصیت، در سیستم‌های فاضلاب، آتش‌نشانی و زیست‌پزشکی استفاده می‌شود. پدیده کاهش پسا، برای اولین بار به صورت اتفاقی در جریان جنگ جهانی دوم و حین آزمایش روی بنزین ژلاتینی کشف گردید. به خاطر محرمانه بودن اطلاعات نظامی، این پدیده به صورت همگانی تا چندین سال بعد اعلام نشد، تا اینکه در سال ۱۹۴۹ توسط شیمیدان بریتانیایی، تامز^(۳) [۱] مجدداً کشف گردید. او دریافت که با اضافه کردن مقدار نسبتاً کمی (در مرتبه ۱۰۰ ppm^(۴) وزنی) از یک پلیمر با وزن مولکولی بالا به یک مایع حلال با وزن مولکولی پایین مانند آب یا نفت خام، میزان نیروی پسا مربوط به جریان متلاطم کاهش چشمگیری می‌یابد. این پدیده که سبب کاهش ضریب اصطکاک در جریان‌های متلاطم داخل لوله تا حدود ۷۰-۷۵٪ [۲] می‌شود، موجب به وجود آمدن زمینه تحقیقاتی جدید و وسیعی در مباحث مربوط به سیالات غیرنیوتنی شده است.

از اواسط دهه ۱۹۹۰ میلادی و با پدید آمدن کامپیوترهای با قابلیت بالای محاسباتی، انجام شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS)^(۵) مربوط به جریان سیال‌های کاهنده پسا، مورد توجه قرار گرفت. سورشکومار^(۶) و همکاران [۳]، اولین بررسی‌ها را در این زمینه با استفاده از مدل‌های سیال ویسکوالاستیک و بر اساس تکنیک عددی نیمه-ضمنی برای گسسته‌سازی زمان و تقریب طیفی^(۷) در مختصات فضایی انجام

دادند. آنها نشان دادند که برای مشاهده کاهش پسا در جریان متلاطم ویسکوالاستیک، زمان مشخصه کشسانی محلول باید از یک مقدار حداقل بیشتر باشد که به ازای مقادیر مختلف عدد رینولدز محاسبه شده است. در مطالعه‌ای دیگر [۴] توسط همان گروه تحقیقاتی، شبیه‌سازی جریان متلاطم محلول پلیمری داخل کانال با استفاده از مدل‌های ویسکوالاستیک (مدل‌های فنپ^(۸) و گزیکس^(۹)) و الگوریتم عددی یکسان نسبت به مطالعه قبلی انجام گرفت. برای رفع مشکل ناپایداری عددی روش طیفی که به خاطر از بین رفتن حالت مثبت معین^(۱۰) ماتریس ترکیب هنگام حل عددی معادله متشکله به وجود می‌آید، یک ترم پخش^(۱۱) مصنوعی (عددی) به معادله سیال ویسکوالاستیک اضافه شد.

یو^(۱۲) و کاواگوچی^(۱۳) [۵]، با به‌کارگیری روش تفاضل محدود مرتبه دوم، شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان ویسکوالاستیک محلول سورفکتانت را به منظور بررسی اثر تغییرات عدد وایزنبرگ روی ساختار جریان متلاطم انجام دادند. در کار ایشان، بر خلاف مطالعات مشابه، معادله متشکله بدون استفاده از ترم پخش گسسته‌سازی شده، از روش مینمد^(۱۴) برای تقریب ترم جابجایی در معادله تنش غیرنیوتنی استفاده شده است. محققان مذکور در تحقیقی مرتبط [۶] نشان دادند که مدل گزیکس، به خوبی مقادیر اندازه‌گیری شده لزجت برشی و انبساطی و مشخصات ساختاری جریان محلول‌های سورفکتانت را پیش‌بینی می‌کند، در حالی که مدل‌های ویسکوالاستیک فنپ و اولدروید-بی^(۱۵) برای بررسی رفتار محلول‌های پلیمری مناسب‌تر است؛ همچنین در مطالعه‌ای دیگر یو و همکاران [۷]، ضرایب رئولوژیک مورد نیاز در مدل گزیکس را، بر خلاف دیگر مطالعات، از طریق تطبیق با نتایج اندازه‌گیری شده برای یک نمونه محلول فعال سطحی (محلول CTAC^(۱۶) با غلظت ۷۵ppm) به دست آورده، در شبیه‌سازی اعمال کردند.

⁸ FENE-P (Finitely Extensible Nonlinear Elastic model with the Peterlin approximation)

⁹ Giesekus

¹⁰ positive-Definiteness

¹¹ Diffusion

¹² Yu

¹³ Kawaguchi

¹⁴ Minmod Scheme

¹⁵ Oldroyd-B

¹⁶ Cetyltrimethyl Ammonium Chloride

¹ Drag Reduction

² Surfactant (Surface Active Agent)

³ Toms

⁴ Parts Per Million

⁵ Direct Numerical Simulation

⁶ Sureshkumar

⁷ Spectral Approximation

[۱۴]، نشان دادند که با افزایش عدد رینولدز اصطکاکی تا مقدار ۱۰۰۰، به تدریج نواحی زیرلایه و بافر گسترش یافته، یک ناحیه لگاریتمی جدید برای منحنی سرعت متوسط در جریان ویسکوالاستیک به وجود می‌آید. گراهام^۹ [۱۵]، با شناسایی وجود بازه‌های زمانی و مکانی «بدون تلاطم» در نتایج DNS هر دو جریان نیوتنی و ویسکوالاستیک نشان داد که با افزایش عدد وایزنبِگ، این بازه‌ها گسترده‌تر شده تا به بیشترین مقدار خود یعنی «مجانب حداکثر کاهش پسا» برسد که این مقدار مستقل از هندسه جریان یا نوع سیال ویسکوالاستیک است. موسایی [۱۶]، روش میدان‌های تصادفی والینو که یک رهیافت مونت-کارلو اولبری است را در شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان آشفته محلول میکروفیبر بکار برد و نشان داد که حجم محاسبات عددی نسبت به روش متناظر لاگرانژی، به مراتب پایین‌تر است. این ویژگی باعث می‌شود، بتوان با سهولت به مراتب بیشتری از روش مذکور برای جریان‌های کاهنده نیروی پسا تا مقادیر بالای رینولدز اصطکاکی (حدود ۱۰۰۰) استفاده کرد.

تلاش‌های انجام شده در مطالعات DNS سیالات ویسکوالاستیک، عمدتاً روی انتخاب مناسب روش‌ها و الگوریتم‌های عددی استوار است، به گونه‌ای که بتوان مقادیر بالای کاهش پسا را پیش‌بینی کرد که در مشاهدات آزمایشگاهی به دست آمده است. با توجه به اضافه شدن یک معادله جدید (معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک) به معادلات بقای جرم و ممنتوم، مقادیر گام زمانی برای انجام شبیه‌سازی زمانمند، نسبت به سیال نیوتنی باید کوچکتر انتخاب شوند. در مطالعات انجام شده، مقدار گام زمانی بدون بعد از حدود 10^{-4} برای روش‌های مرتبه پایین‌تر تا 10^{-3} برای روش‌های مرتبه بالا انتخاب شده است. البته استفاده از روش‌های مرتبه بالا مثل روش طیفی، نیازمند اضافه کردن یک ترم پخش مصنوعی به معادله متشکله به منظور حفظ پایداری عددی است. نحوه انتخاب مقادیر پارامترهای رئولوژیک (ضرایب ثابت در معادله متشکله)، تاثیر قابل ملاحظه‌ای روی مقدار کاهش پسا دارد. در اکثر مطالعات انجام شده، مقادیر این پارامترها به صورت جداگانه تغییر داده

هوسیداس^۱ و بریس^۲ [۸]، یک الگوریتم عددی بهبود یافته به روش طیفی کاملاً ضمنی را برای مقایسه عملکرد مدل‌های ویسکوالاستیک با مقادیر یکسان عدد وایزنبِگ به کار بردند. آنها نشان دادند [۹] که این مدل جدید، پایداری عددی بیشتری را (حتی برای گام‌های زمانی بزرگتر) نشان می‌دهد. لی^۳ و همکاران [۱۰]، پدیده کاهش پسا را به صورت صورت دو گونه جریانی متمایز کاهش پسای کم (LDR^4) و زیاد (HDR^5)، تقسیم‌بندی کردند. برای محدوده کاهش کم پسا ($0 < DR < 0.30 - 0.40$)، مشخصات آماری جریان مانند، منحنی سرعت میانگین، شبیه به جریان سیال نیوتنی است، در حالی که برای رژیم جریان با کاهش پسای بالا ($0.40 < DR < 0.60$)، شیب منحنی سرعت به طور قابل ملاحظه‌ای نسبت به سیال نیوتنی تغییر می‌کند.

یو و کاواگوچی [۱۱]، به کمک الگوریتم عددی تفاضل محدود (مورد استفاده در مطالعه قبلی‌شان [۶]) توانستند حداکثر کاهش پسای ۷۲٪ را در نتایج خود به دست آورده، نشان دادند که مدل گزیکس از بین مدل‌های مورد استفاده، بیشترین قابلیت را جهت پیش‌بینی مقادیر بالای کاهش پسا به خصوص برای محلول‌های غلیظ ویسکوالاستیک دارد. هوسیداس و همکاران [۱۲]، با به‌کارگیری مدل فنپ و استفاده از نگاشت تنسوری، الگوریتمی را به دست آوردند که دارای پایداری عددی و دقت بالایی بوده، به همین دلیل مقادیر گام زمانی در شبیه‌سازی عددی را در مقایسه با الگوریتم‌های قبلی تا حدود ۵ برابر بزرگتر انتخاب کردند که سبب کاهش مدت زمان مورد نیاز برای انجام شبیه‌سازی شد. اوها^۶ و همکاران [۱۳]، با اعمال «مدل اصلاح شده برد-کارا^۷» برای جریان سورفکتانت، نشان دادند که در صورت نرمالیزه کردن مشخصات تلاطم جریان ویسکوالاستیک با مقدار لزجت برشی موضعی، رفتار این مشخصات مشابه حالت نیوتنی خواهد شد که سبب تسهیل در تهیه مدل‌های تلاطم مربوطه می‌شود. تائیز^۸ و همکاران

¹ Housiadas

² Beris

³ Li

⁴ Low Drag Reduction

⁵ High Drag Reduction

⁶ Ohta

⁷ modified Bird-Carreau model

⁸ Thais

⁹ Graham

جهت استفاده در توسعه مدل‌های جریان متلاطم ویسکوالاستیک در مطالعات بعدی، مورد استفاده قرار گیرد.

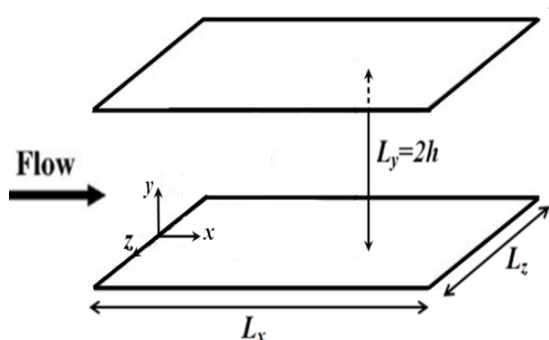
۲- معادلات حاکم

جریان سیال تراکم‌ناپذیر ویسکوالاستیک درون یک کانال با ارتفاع $2h$ ، طبق هندسه نشان داده شده در شکل ۱ و با ابعاد دامنه محاسباتی به صورت $L_x \times L_y \times L_z$ در نظر گرفته می‌شود. x ، y و z ، به ترتیب، جهت جریان، جهت عمود و جهت عرضی (خنثی) را نشان می‌دهند. جریان سیال در جهت عمود (y)، محدود به دو سطح جامد (با شرط مرزی عدم لغزش در $y=0$ و $y=2h$) و در دو جهت دیگر (x و z)، با شرط مرزی متناوب (پریودیک) همراه است. معادلات بقای جرم و ممنتوم به ترتیب عبارت از رابطه (۱-۲) است:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\mathbf{U}\mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\eta_s \nabla \mathbf{U}) + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_a \quad (2)$$

در این روابط، \mathbf{U} و p ، به ترتیب، مقادیر لحظه‌ای بردار سرعت و فشار و ρ ، چگالی سیال است.



شکل ۱- هندسه جریان

جمله آخر در رابطه ۲، نشان‌دهنده تنش غیرنیوتنی مربوط به ماده افزودنی است. در برخی از مطالعات گذشته [۱۸ و ۱۹]، جهت محاسبه تنسور تنش مربوط به محلول پلیمری یا سورفکتانت، از اصلاح مدل سیال نیوتنی تعمیم یافته^۲ استفاده شده است، به گونه‌ای که اثر لزجت انبساطی^۳ انبساطی^۳ را نیز شامل شود. این مدل‌ها هر چند مقادیر

شده، اثر آن روی مشخصات جریان و میزان کاهش پسا به دست آمده است.

در مطالعه حاضر، پدیده کاهش پسا به کمک شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان متلاطم ویسکوالاستیک درون یک کانال بررسی شده است. به این منظور، از نرم‌افزار اوپن‌فوم^۱ بر مبنای روش حجم محدود استفاده شده، یک حلگر جدید مختص حل معادلات مربوط به جریان متلاطم توسعه یافته سیال ویسکوالاستیک تهیه شده است. با توجه به مزایای استفاده از مدل گزیکس (به خصوص برای محلولهای با غلظت بالا)، از این مدل برای پیش‌بینی میزان کاهش پسا نسبت به جریان نیوتنی در شرایط مشابه استفاده شده است. جهت اطمینان از درستی نتایج، این کد عددی یک بار بدون در نظر گرفتن جمله تنش ویسکوالاستیک در معادله ممنتوم (متناظر با DNS نیوتنی) و بار دیگر با در نظر گرفتن تنش ویسکوالاستیک (متناظر با DNS غیرنیوتنی) اجرا شده، نتایج هر کدام به طور جداگانه با نتایج مطالعات مشابه مربوط به DNS نیوتنی [۱۷] و ویسکوالاستیک [۵] (به ازای ضرایب رئولوژیک یکسان) مقایسه و همخوانی خوبی مشاهده شده است؛ همچنین اثر تغییر تعداد نقاط شبکه، به کمک اجرای کد عددی برای دو شبکه درشت‌تر ($64 \times 64 \times 64$) و ریزتر ($96 \times 96 \times 96$) بررسی شده است. پس از اطمینان از صحت نتایج حل عددی، می‌توان با تغییر ضرایب رئولوژیک، به مقادیر متنوعی از مقدار کاهش پسا دست یافت. در مطالعات قبلی [۵، ۶، ۸ و ۱۰]، این کار عمدتاً از طریق تغییر ضرایب رینولدز و وایزبرگ در معادلات حاکم انجام گرفته است که به کمک نتایج به دست آمده می‌توان اثر کمیت‌هایی مانند اندازه هندسه و سرعت جریان، جنس محلول ویسکوالاستیک و زمان مشخصه کشسانی آن (ضریب λ در عدد وایزبرگ) را مورد بررسی قرار داد. در مطالعه حاضر، اثر میزان غلظت محلول ویسکوالاستیک از طریق تغییر ضریب نسبت لزجت (β) و اثر مقدار لزجت انبساطی در مدل گزیکس به کمک تغییر ضریب قابلیت جابجایی α بررسی شده است. نتایج مربوط به منحنی‌های سرعت میانگین و مشخصات آماری حل DNS، علاوه بر بررسی پدیده کاهش پسا، می‌توانند

² Generalized Newtonian Fluid (GNF) Model

³ Extensional Viscosity

¹ OpenFOAM

دیفرانسیلی گزیکس در پیش‌بینی مناسب میزان کاهش پسا و همچنین به منظور امکان مقایسه نتایج به دست آمده با مطالعات قبلی، مدل مذکور جهت نوشتن معادله متشکله ویسکوالاستیک مورد استفاده قرار گرفته که عبارتست از [۲۰]:

$$\tau_a + \lambda \left[\frac{\partial \tau_a}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \tau_a - \tau_a \cdot \nabla \mathbf{U} - (\nabla \mathbf{U})^T \cdot \tau_a \right] + \frac{\alpha \lambda}{\eta_a} (\tau_a \cdot \tau_a) = 2\eta_a \mathbf{D} \quad (7)$$

η_0 ، سهم ماده افزودنی در مقدار کل لزجت محلول η_0 است، به گونه‌ای که $\eta_0 = \eta_s + \eta_a$ بوده، η_0 لزجت برشی محلول ویسکوالاستیک به ازای نرخ کرنش صفر خوانده می‌شود. λ زمان مشخصه (زمان آرامش) محلول ویسکوالاستیک و α قابلیت جابجایی^۵، جزء خواص رئولوژیک به حساب می‌آیند. \mathbf{D} ، بخش متقارن ماتریس گرادیان سرعت است.

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T] \quad (8)$$

معادله ۷، یک معادله تنسوری متقارن است که شامل، ۶ معادله اسکالر جهت تعیین مولفه‌های تنسور تنش ویسکوالاستیک است. این معادله به همراه معادلات پیوستگی و ممتنم (معادلات ۱ و ۶)، جمعاً ۱۰ معادله دیفرانسیلی مستقل در فضای سه بعدی را تشکیل می‌دهند که جهت شبیه‌سازی عددی مستقیم باید حل شوند. همانطور که قبلاً اشاره شد، شرایط مرزی مورد نیاز به صورت $\mathbf{U}(y=0, 2h) = 0$ و شرط تناوب برای همه کمیت‌های \mathbf{U} ، p^* و τ_a در دو جهت x و z در نظر گرفته می‌شود. برای آسان‌تر شدن مقایسه نتایج حل جریان متلاطم ویسکوالاستیک، معمولاً معادلات بالا به شکل بدون بعد نوشته می‌شوند. ابتدا کمیت‌های بدون بعد رابطه (۹) تعریف می‌گردند:

$$\hat{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{h}, \quad \hat{t} = \frac{t}{h/u_\tau}, \quad \hat{\mathbf{U}} = \frac{\mathbf{U}}{u_\tau}, \quad \hat{p} = \frac{p^*}{\rho u_\tau^2}, \quad \hat{\tau}_a = \frac{\tau_a}{\eta_a u_\tau / h}, \quad \beta = \frac{\eta_s}{\eta_0} = \frac{\eta_s}{\eta_s + \eta_a}, \quad \text{Re}_\tau = \frac{\rho u_\tau h}{\eta_0} \quad (9)$$

نسبتاً بالایی از کاهش ضریب اصطکاک را پیش‌بینی می‌کنند، اما ضرایب رئولوژیک در آن‌ها به خوبی با نتایج متناظر آزمایشگاهی همخوانی ندارد. در مطالعات جدیدتر، از مدل‌های غیرنیوتنی مخصوص سیالات ویسکوالاستیک برای بررسی کاهش پسا استفاده شده است که انطباق بهتری با داده‌های آزمایشگاهی دارند [۷]. با در نظر گرفتن تنسور تنش محلول ویسکوالاستیک به صورت مجموع تنش نیوتنی حلال^۱ و تنش غیرنیوتنی ماده افزودنی^۲ می‌توان رابطه (۳) را نوشت [۲۰]:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_a = \eta_s \dot{\boldsymbol{\gamma}} + \boldsymbol{\tau}_a \quad (3)$$

در رابطه اخیر، η_s بخش نیوتنی لزجت (مربوط به حلال) و $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ تنسور نرخ کرنش است. با در نظر گرفتن فشار لحظه‌ای جریان به صورت مجموع فشار میانگین جریان سیال (P) و بخش پریودیک فشار p^* ، جمله گرادیان فشار در معادله ممتنم (معادله ۲)، به صورت رابطه (۴) نوشته می‌شود:

$$-\nabla p = -\nabla P - \nabla p^* \quad (4)$$

برای جریان توسعه یافته تحت اعمال گرادیان فشار ثابت در جهت x ، مقدار گرادیان فشار میانگین به صورت $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{-\Delta P}{L_x} = \frac{-\tau_w}{h} = \frac{-\rho u_\tau^2}{h}$ در جهت x و در دو جهت دیگر صفر است که در آن، τ_w میزان تنش برشی روی دیواره بوده، سرعت اصطکاک‌کی به صورت $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ تعریف می‌شود؛ بنابراین می‌توان رابطه (۵) را نوشت:

$$-\nabla p = \frac{\rho u_\tau^2}{h} \mathbf{e}_x - \nabla p^* \quad (5)$$

در آن، \mathbf{e}_x بردار یکه در جهت x است. با جایگذاری رابطه فوق در معادله ۲ و تقسیم آن بر ρ ، معادله ممتنم به فرم رابطه (۶) در می‌آید:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}\mathbf{U}) - \nabla \cdot (\nu_s \nabla \mathbf{U}) - \nabla \cdot \left(\frac{\boldsymbol{\tau}_a}{\rho} \right) = \frac{u_\tau^2}{h} \mathbf{e}_x - \nabla \left(\frac{p^*}{\rho} \right) \quad (6)$$

تنسور تنش اضافی (ویسکوالاستیک) $\boldsymbol{\tau}_a$ ، به کمک معادله متشکله مربوط به مدل رئولوژیک انتخابی محاسبه می‌شود. با توجه به مطالب بخش قبل در مورد قابلیت‌های مدل

³ Zero-Shear-Rate Viscosity of the Viscoelastic Solution

⁴ Relaxation Time

⁵ Mobility Factor

¹ Solvent

² Additive

کانال در شکل (۱) به صورت $L_x \times L_y \times L_z = 10h \times 2h \times 5h$ است. برای بررسی میزان وابستگی جواب شبیه‌سازی عددی به تعداد نقاط شبکه، هندسه جریان با دو شبکه‌بندی $۶۴ \times ۶۴ \times ۶۴ = ۲۶۲۱۴۴$ و $۹۶ \times ۹۶ \times ۹۶ = ۸۸۴۷۳۶$ در نظر گرفته شده است. توزیع نقاط در دو جهت x و z به صورت یکنواخت و در جهت y ، به صورت غیریکنواخت با نسبت افزایش ۲۰ انجام شده است؛ به گونه‌ای که برای شبکه درشت‌تر (با تعداد نقاط ۲۶۲۱۴۴)، فاصله دو نقطه متوالی شبکه در دو جهت x و z به صورت یکنواخت به ترتیب برابر با $\Delta x^+ = 23/44$ و $\Delta z^+ = 11/72$ بوده، اما در جهت y مقدار Δy^+ در نزدیکی دیواره برابر با 0.724 و در مرکز کانال $14/47$ است. برای شبکه ریزتر، فواصل شبکه با تقسیم اعداد بالا بر ضریب $1/5$ به دست می‌آید. در کمیت‌های فوق، بالانویس $+$ ، نشان‌دهنده جهت‌های بدون بعد بر اساس واحدهای دیواره^۲ است، به طوری که رابطه (۱۳) را داریم:

$$x^+ = \frac{xu_\tau}{V_0}, y^+ = \frac{yu_\tau}{V_0}, z^+ = \frac{zu_\tau}{V_0} \quad (13)$$

گسسته‌سازی معادلات حاکم در نرم افزار اوپن‌فوم، بر مبنای روش حجم محدود^۳ و آرایش متغیر هم‌مکان^۴ انجام می‌گیرد. از آنجا که در روش مذکور، تمامی کمیت‌های میدان برای هر سلول شبکه، در یک نقطه ذخیره می‌شوند، برای محاسبه کمیت‌های مبتنی بر شار (مثل سرعت) روی وجوه هر سلول، نیاز به انجام میانبایی است. در این مطالعه، از روش میانبایی خطی تفاضل مرکزی استفاده شده است که دارای دقت مرتبه دوم است. در اوپن‌فوم، روش‌های میانبایی دیگری مثل، مکعبی^۵ و نقطه میانی^۶ نیز در این قسمت موجود است.

طراحی اوپن‌فوم، به گونه‌ای است که حلگرهای نوشته شده در این نرم‌افزار، به معادلات دیفرانسیل جزئی مورد نظر شباهت ظاهری زیادی دارند. قابلیت فوق سبب شده است که کاربران اوپن‌فوم، بتوانند حلگرهای استاندارد موجود در این نرم افزار را ویرایش کرده، کدهای متنوع جدیدی را برای حل

در روابط (۹)، β برابر با نسبت لزجت حلال نیوتنی η_s به مقدار کل لزجت محلول η_0 است. مقدار β برای یک سیال نیوتنی برابر با یک بوده، با افزایش غلظت ماده افزودنی ویسکوالاستیک، β کاهش می‌یابد. Re_τ ، عدد رینولدز اصطکاکی نامیده می‌شود که بر اساس مقدار سرعت اصطکاکی u_τ تعریف می‌شود. به کمک تعاریف فوق، فرم بدون بعد معادلات حاکم به صورت روابط (۱۰-۱۲) نوشته می‌شود:

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{U}} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{U}}) - \nabla \cdot \left(\frac{\beta}{Re_\tau} \nabla \hat{\mathbf{U}} \right) - \nabla \cdot \left(\frac{1-\beta}{Re_\tau} \hat{\boldsymbol{\tau}}_a \right) = \mathbf{e}_x - \nabla \hat{p} \quad (11)$$

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}_a + \frac{We_\tau}{Re_\tau} \left[\frac{\partial \hat{\boldsymbol{\tau}}_a}{\partial t} + \hat{\mathbf{U}} \cdot \nabla \hat{\boldsymbol{\tau}}_a - \hat{\boldsymbol{\tau}}_a \cdot \nabla \hat{\mathbf{U}} - (\nabla \hat{\mathbf{U}})^T \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}}_a \right] + \alpha (\hat{\boldsymbol{\tau}}_a \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}}_a) = 2\hat{\mathbf{D}} \quad (12)$$

معادله ۱۱، به ازای $\beta=1$ به معادله مربوط به جریان نیوتنی تبدیل می‌شود. عدد وایزنبرگ اصطکاکی، به صورت $We_\tau = \frac{\lambda \rho u_\tau^2}{\eta_0}$ تعریف می‌شود که فرم بدون بعد زمان مشخصه (λ) و بیانگر میزان خاصیت کشسانی محلول است.

۳- الگوریتم عددی و نحوه مدل‌سازی

برای انجام شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان متلاطم سیال ویسکوالاستیک تحت شرایطی که در بخش قبل توضیح داده شد، از نرم‌افزار اوپن‌فوم استفاده شده است. این بسته نرم‌افزاری دینامیک سیالات محاسباتی که به صورت متن‌باز^۱ و رایگان است، بر مبنای زبان برنامه‌نویسی ++C نوشته شده، قابلیت‌های فراوانی جهت حل عددی جریان‌های متنوع همراه با شبکه‌بندی و شرایط مرزی پیچیده دارد. این نرم افزار، در سیستم عامل لینوکس قابل اجرا است.

ابتدا در محیط نرم‌افزار، هندسه جریان تولید و شبکه‌بندی انجام می‌شود. ابعاد دامنه محاسباتی (هندسه

² Wall Units

³ Finite Volume Method

⁴ Collocated Variable Arrangement

⁵ Cubic Scheme

⁶ Midpoint (Linear Interpolation with Symmetric Weighting)

¹ Open Source

بتوان نتایج با دقت بالا را به همراه پایداری عددی به دست آورد. ترم جابجایی در معادله ممنتم به کمک روش تفاضل مرکزی مرتبه دوم تقریب زده شده است. حلگرهای PCG، PBICG و BICCG به ترتیب برای حل سیستم خطی گسسته شده میدان‌های فشار، سرعت و تنش ویسکوالاستیک مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

برای تعیین مقادیر اولیه میدان‌های سرعت و فشار، از جواب حل DNS سیال نیوتنی [۲۲] استفاده شده، مقدار اولیه میدان تنش ویسکوالاستیک به صورت یکنواخت صفر در نظر گرفته شده است؛ همچنین ضرایب ثابت بدون بعد موجود در معادلات ممنتم و تنش ویسکوالاستیک، به صورت $We_\tau=30$ ، $Re_\tau=150$ ، $\beta=0/9$ و $\alpha=0/01$ اعمال شده‌اند که امکان مقایسه با نتایج مطالعات قبلی [۵] و [۶] در شرایط یکسان را فراهم می‌کند.

با توجه به هندسه و ابعاد دامنه محاسباتی و توضیحات قبلی، شرایط مرزی متناظر با معادلات حاکم ۱۰ تا ۱۲، به فرم ریاضی زیر در حل مسئله اعمال شده است:

در $\hat{x}=0$ و $\hat{x}=10$ (شرط مرزی متناوب):

$$\begin{aligned} (\hat{U}_i)_{\hat{x}=0} &= (\hat{U}_i)_{\hat{x}=10} \\ (\hat{p})_{\hat{x}=0} &= (\hat{p})_{\hat{x}=10} \\ (\hat{\tau}_{a,i})_{\hat{x}=0} &= (\hat{\tau}_{a,i})_{\hat{x}=10} \end{aligned} \quad (14)$$

در $\hat{y}=0$ و $\hat{y}=2$:

$$\hat{U}_i = 0, \quad \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{y}} = 0, \quad \frac{\partial \hat{\tau}_{a,i}}{\partial \hat{y}} = 0 \quad (15)$$

در $\hat{z}=0$ و $\hat{z}=5$ (شرط مرزی متناوب):

$$\begin{aligned} (\hat{U}_i)_{\hat{z}=0} &= (\hat{U}_i)_{\hat{z}=5} \\ (\hat{p})_{\hat{z}=0} &= (\hat{p})_{\hat{z}=5} \\ (\hat{\tau}_{a,i})_{\hat{z}=0} &= (\hat{\tau}_{a,i})_{\hat{z}=5} \end{aligned} \quad (16)$$

اندیس i در روابط فوق، برای بردار سرعت از ۱ تا ۳ و برای تنسور متقارن تنش اضافی از ۱ تا ۶ مقدار می‌گیرد.

۴- نتایج و تحلیل آن

با انجام شبیه‌سازی عددی زمانمند معادلات جریان، می‌توان مقدار سرعت متوسط و در نتیجه عدد رینولدز متوسط (بالک)

انواع مسائل دینامیک سیالات محاسباتی نوشته و توسعه دهند. از بین حلگرهای مرتبط با مطالعه موجود، می‌توان به مطالعات فاورو^۱ و همکاران [۲۱] و ون هارن^۲ [۲۲]، اشاره کرد. حلگر به دست آمده در مطالعه اول، مربوط به حل جریان آرام سیال ویسکوالاستیک و حلگر مطالعه دوم، مختص شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان متلاطم سیال نیوتنی است. در مطالعه حاضر، با ترکیب قابلیت‌های دو حلگر مذکور، یک حلگر جدید تهیه و جهت حل DNS، جریان متلاطم ویسکوالاستیک داخل کانال و پیش‌بینی میزان کاهش پسا نسبت به جریان نیوتنی در شرایط مشابه استفاده شده است.

در این حلگر، جهت ارتباط بین سرعت و فشار و محاسبه میدان فشار، از الگوریتم PISO^۳ و برای گسسته‌سازی ترم مشتق زمان، از روش کرانک-نیکلسون^۴ با ضریب $\nu=0/75$ استفاده شده است. روش مدل‌سازی عددی ترم جابجایی در معادله متشکله (معادله تنش ویسکوالاستیک)، از اهمیت زیادی برخوردار است. یو و کاواگوچی [۶] نشان دادند که استفاده از روش عددی مینمُد در گسسته‌سازی ترم مذکور، میزان کاهش پسا را با دقت بالایی پیش‌بینی می‌کند. روش مینمُد، جزء روش‌های با دقت بالا^۵ است که به همراه روش‌های دیگر با دقت بالا مانند وان‌لیر^۶ و سوپربی^۷، جهت مجزاسازی ترم جابجایی در نرم‌افزار اوپن‌فوم استفاده می‌شوند و به عنوان روش‌های محدود کننده شار^۸، دارای خاصیت کاهش تغییرات کل (TVD^۹) می‌باشند. با توجه به ماهیت هذلولوی معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک، معمولاً در روش‌های مرتبه بالا، نیاز به اضافه کردن یک جمله پخش مصنوعی به معادله متشکله جهت پایدار ماندن حل است که خود سبب افزایش خطای عددی می‌شود. استفاده از روش مینمُد در مطالعه حاضر، سبب شده است که بدون نیاز به اضافه کردن جمله مذکور یا استفاده از شبکه‌های بسیار ریز،

¹ Favero

² Van Haren

³ Pressure Implicit Splitting of Operators

⁴ Crank-Nicolson

⁵ High Resolution

⁶ Van Leer

⁷ Super Bee

⁸ Flux Limiter Schemes

⁹ Total Variation Diminishing

با زمان متغیر می‌مانند، اما به تدریج در هر نقطه از میدان حول مقدار ثابتی نوسان می‌کنند. این حالت، اصطلاحاً «حالت پایای آماری»^۳ نامیده می‌شود. در شکل ۲، عدد رینولدز در شرایط مذکور، مقدار تقریبی ۶۲۳۷ به دست آمده است. حل DNS حاضر نشان می‌دهد که بعد از رسیدن به این حالت، با انتخاب بازه زمانی بدون بعد حدود ۳۰ یا بیشتر، مقادیر میانگین زمانی کمیت‌های جریان ثابت مانده، می‌توان مشخصات جریان متلاطم مثل، منحنی‌های توزیع سرعت و تنسور تنش رینولدز را در این بازه زمانی محاسبه کرد.

پس از محاسبه رینولدز متوسط، می‌توان مقدار کاهش پسا نسبت به جریان نیوتنی را به دست آورد. کاهش پسا به صورت میزان کاهش ضریب اصطکاک جریان ویسکوالاستیک در مقایسه با جریان نیوتنی به ازای مقدار یکسان عدد رینولدز متوسط تعریف می‌شود؛ بنابراین می‌توان رابطه (۱۸) را نوشت:

$$DR\% = \frac{C_f^N - C_f^v}{C_f^N} \times 100\% \quad (18)$$

C_f ضریب اصطکاک فانیگ و بالانویس‌های N و v به ترتیب، بیانگر حالت جریان نیوتنی و ویسکوالاستیک است.

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_b^2} \quad (19)$$

می‌توان در رابطه اخیر، مقادیر τ_w و U_b را به ترتیب بر حسب Re_b و Re_τ (به کمک روابط ۹ و ۱۷) جایگذاری کرده، رابطه (۲۰) را برای محاسبه ضریب اصطکاک جریان ویسکوالاستیک به دست آورد.

$$C_f^v = \frac{8Re_\tau^2}{Re_b^2} \quad (20)$$

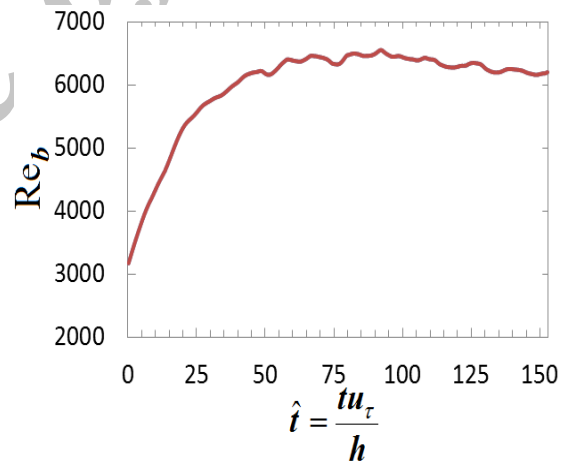
در رابطه (۲۰)، مقدار Re_τ قبل از حل DNS تعیین می‌شود (در این مطالعه $Re_\tau=150$) و Re_b پس از حل DNS محاسبه می‌شود. برای تعیین مقدار ضریب اصطکاک جریان متلاطم نیوتنی به ازای مقدار یکسان Re_b ، از رابطه ارائه شده توسط دین^۴ جهت محاسبه C_f^N استفاده شده است است [۲۳]:

$$C_f^N = 0.073Re_b^{-0.25} \quad (21)$$

را که به صورت رابطه (۱۷) تعریف می‌شود، در هر لحظه زمانی محاسبه کرد.

$$Re_b = \frac{2\rho U_b h}{\eta_0} \quad (17)$$

شکل ۲، نحوه تغییرات Re_b را بر حسب زمان بدون بعد نشان می‌دهد. جهت انجام شبیه‌سازی عددی، مقدار گام زمانی بدون بعد برابر با 10^{-3} اعمال شده است. با انتخاب گام زمانی مذکور، مقدار عدد کورانت^۱ به طور میانگین در کل شبکه، حدود 0.12 و حداکثر مقدار آن حدود 0.30 است که سبب دقت و پایداری مناسب حل عددی می‌شود؛ همچنین با توجه به مقدار $Re_\tau=150$ ، گام زمانی استفاده شده معادل $0.15u_\tau^2/v$ است که در مقایسه با حداقل زمان کولموگروف محاسبه شده در شبیه‌سازی عددی جریان ویسکوالاستیک که مقدار $10/43u_\tau^2/v$ به دست آمده است، به مراتب کوچکتر بوده، به خوبی نوسانات مربوط به آشفتگی جریان محاسبه می‌شود. جزئیات محاسبه زمان کولموگروف در صفحه ۱۴ آمده است.



شکل ۲- نمودار تغییرات رینولدز متوسط بر حسب زمان بدون بعد برای شبکه با ابعاد $64 \times 64 \times 64$

در انجام DNS مسائل پایا^۲ (بر خلاف شبیه‌سازی جریان‌های آرام)، هیچگاه کمیت‌های جریان به مقدار ثابتی همگرا نمی‌شوند و با توجه به ماهیت جریان متلاطم، همواره

³ Statistically Steady State

⁴ Dean

¹ Courant Number

² Steady

جدول ۱، خلاصه نتایج مربوط به محاسبه ضرایب اصطکاک و میزان کاهش پسا را نشان می‌دهد؛ همچنین نتایج مطالعه حاضر که به کمک نرم‌افزار اوپن‌فوم و بر مبنای روش حجم محدود محاسبه شده است، با نتایج مطالعه یو و کاواگوچی [۵] که بر اساس روش تفاضل محدود محاسبه گردیده، مقایسه شده‌اند. نتایج هر دو مطالعه به ازای مقادیر یکسان ضرایب رئولوژیک ($We_r=30, Re_r=150, \beta=0/9$) و

جدول ۱- رینولدز متوسط، ضرایب اصطکاک و میزان کاهش پسا

روش حل عددی	Re_r	Re_b	C_f^v	C_f^N	کاهش پسا (%)
حجم محدود (اوپن‌فوم)	۱۵۰	۶۲۳۷	۰/۰۰۴۶۲۷	۰/۰۰۸۲۱۵	۴۳/۷
تفاضل محدود [۵]	۱۵۰	۶۱۸۰	۰/۰۰۴۷۱۳	۰/۰۰۸۲۳۳	۴۲/۸

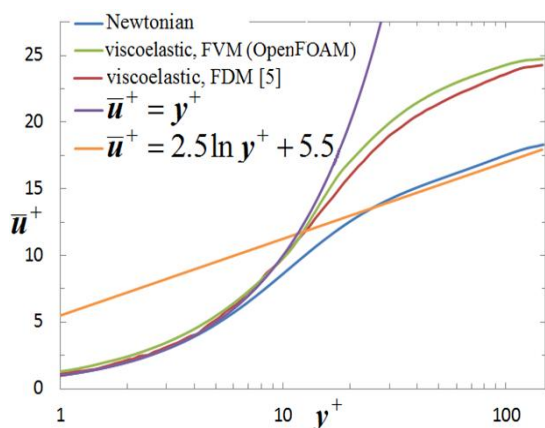
نتایج حل عددی حاضر با نتایج حل عددی به روش تفاضل محدود [۵] مقایسه شده است. نزدیکی جواب‌های به دست آمده نشان می‌دهد که می‌توان از نتایج مربوط به شبکه درشت‌تر ($64 \times 64 \times 64$) با دقت خوبی در هر دو حالت سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک استفاده کرد. به همین خاطر، در سایر نتایج این مطالعه (به جز مواردی که ذکر شده، از جواب‌های حل DNS شبکه $64 \times 64 \times 64$ استفاده شده است. شکل ۵، منحنی‌های سرعت متوسط زمانی را برای جریان‌های متلاطم نیوتنی و ویسکوالاستیک به ازای مقدار یکسان $Re_r=150$ نشان می‌دهد؛ همچنین روابط منحنی‌های سرعت جریان نیوتنی برای زیر لایه آرام (متناظر با رابطه خطی $\bar{u}^+ = y^+$) و ناحیه متلاطم خارجی (متناظر با رابطه لگاریتمی $\bar{u}^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5$) نمایش داده شده‌اند. نتایج این شکل نشان می‌دهد که در زیر لایه آرام ($y^+ < 5$)، نحوه توزیع سرعت جریان‌های نیوتنی و ویسکوالاستیک، تقریباً بر هم منطبق می‌باشند، اما با شروع لایه بافر، شیب منحنی‌های مربوط به جریان ویسکوالاستیک افزایش یافته، مقدار بیشتر سرعت را روی مقطع کانال نشان می‌دهند که بیانگر دبی جریان و عدد رینولدز بزرگتر به ازای مقدار افت فشار یکسان است. این افزایش برای مدل‌سازی حاضر، اندکی بیشتر از مقدار پیش‌بینی شده در مطالعه مشابه [۵] است که با

برای بررسی میزان وابستگی حل به تعداد نقاط شبکه و به دست آوردن تعداد نقاط مورد نیاز جهت رسیدن به جواب‌های با دقت کافی، منحنی‌های سرعت متوسط برای شبکه‌بندی هندسه جریان در دو حالت $64 \times 64 \times 64$ (شبکه درشت‌تر) و $96 \times 96 \times 96$ (شبکه ریزتر)، برای دو جریان نیوتنی و ویسکوالاستیک با یکدیگر مقایسه شده‌اند. قبل از بررسی نتایج مربوط به منحنی‌های سرعت، مولفه‌های سرعت بدون بعد شده، توسط سرعت اصطکاک به صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شوند:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, v^+ = \frac{v}{u_\tau}, w^+ = \frac{w}{u_\tau} \quad (22)$$

شکل ۳، منحنی‌های سرعت متوسط زمانی بدون بعد در جهت جریان (\bar{u}^+) را بر حسب فاصله بدون بعد از دیواره y^+ (رابطه ۱۳) مربوط به حل DNS جریان سیال نیوتنی با $Re_r=150$ نشان می‌دهد. در این شکل، منحنی‌های سرعت برای حل جریان به روش عددی حجم محدود به ازای دو اندازه متفاوت شبکه و نتایج مربوط به روش عددی تفاضل محدود [۱۷] مقایسه شده است که تطابق قابل قبولی مشاهده می‌شود.

در شکل ۴، منحنی‌های سرعت مشابه شکل ۳ برای جریان سیال ویسکوالاستیک رسم شده‌اند. در این شکل نیز،

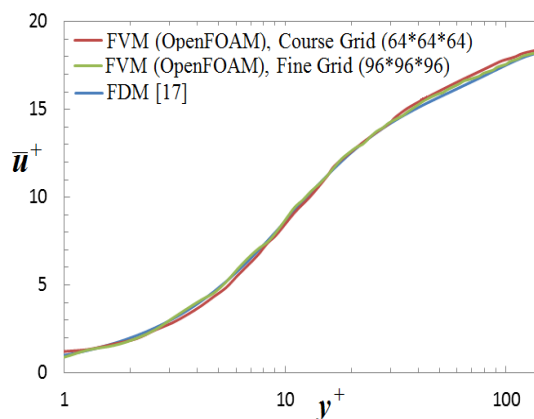


شکل ۵- منحنی‌های سرعت میانگین جریان‌های متلاطم نیوتنی و ویسکوالاستیک

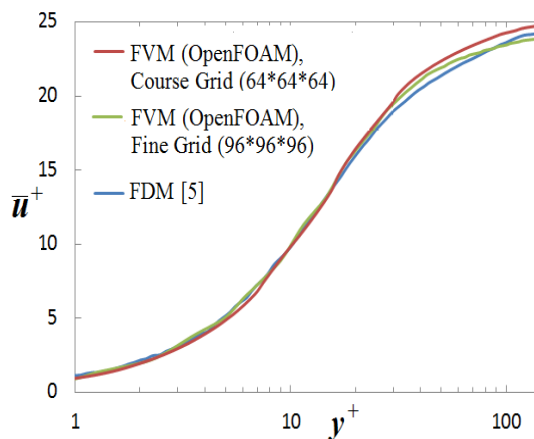
^۱(rms) مربوط به نوسانات مولفه‌های سرعت نشان می‌دهند که مقدار نوسانات مولفه x سرعت (در جهت جریان) نسبت به جریان نیوتنی افزایش یافته، در حالی که نوسانات مولفه‌های y و z (در جهت‌های عمود بر مسیر جریان) کاهش یافته است. علت بروز این پدیده، به تغییر ساختار جریان متلاطم در اثر اضافه شدن ماده افزودنی ویسکوالاستیک برمی‌گردد. به دلیل وجود ماکرومولکول‌های زنجیره‌ای در ساختار سیال ویسکوالاستیک، این ماکرومولکول‌ها در جهت اصلی جریان هم‌خط شده و سبب می‌شوند که انتقال ممتم در جهت جریان افزایش یابد، اما در جهت‌های عمود بر مسیر جریان (y و z)، انتقال ممتم بین لایه‌های سیال و در نتیجه مولفه‌های تنش برشی نسبت به جریان نیوتنی کاهش یافته، سبب ایجاد پدیده کاهش پسا می‌شود. شکل ۶-۵، اندازه تنش برشی رینولدز را بر حسب y نشان می‌دهد. علیرغم افزایش نوسانات مولفه x سرعت نسبت به جریان نیوتنی، کاهش بیشتر مولفه y نوسانات، سبب کاهش حاصل‌ضرب دو مولفه سرعت می‌شود. کاهش تنش برشی رینولدز، اثر اضافه شدن ترم تنش ویسکوالاستیک را خنثی کرده، سبب کاهش تنش برشی کل نسبت به جریان نیوتنی می‌شود. شکل ۷، مقادیر لحظه‌ای سرعت بدون بعد در جهت جریان (u^+) را در صفحه عمودی x - y واقع در مرکز کانال نشان می‌دهد. در شکل ۸، مقادیر لحظه‌ای بخش اختلاقی (نوسانی) سرعت

^۱ Root Mean Square

مقدار بیشتر میزان کاهش پسا به دست آمده همخوانی دارد. همزمان با افزایش شیب منحنی سرعت در جریان ویسکوالاستیک نسبت به نیوتنی در شکل ۵، ضخامت ناحیه کاملاً متلاطم (با معادله لگاریتمی) کاهش یافته، در عوض ضخامت زیرلایه آرام و لایه بافر بیشتر می‌شود که نشان می‌دهد با افزودن ماده کاهنده پسا، مقدار بیشتری از مقطع کانال، شبیه جریان آرام عمل می‌کند.



شکل ۳- مقایسه منحنی‌های سرعت میانگین به دست آمده از حل DNS جریان سیال نیوتنی



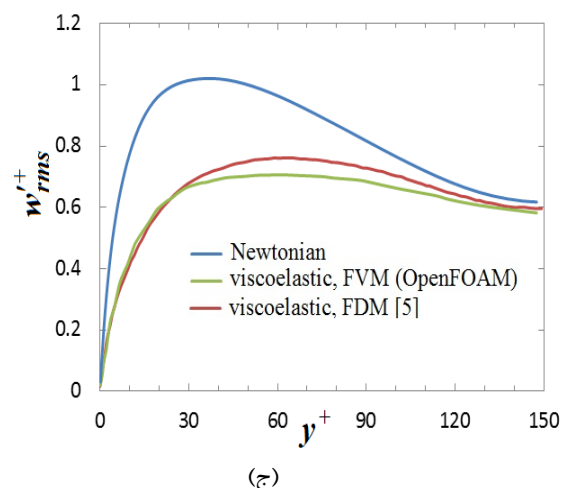
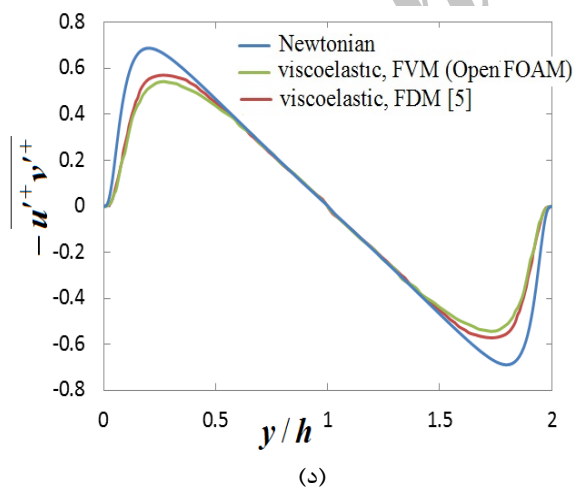
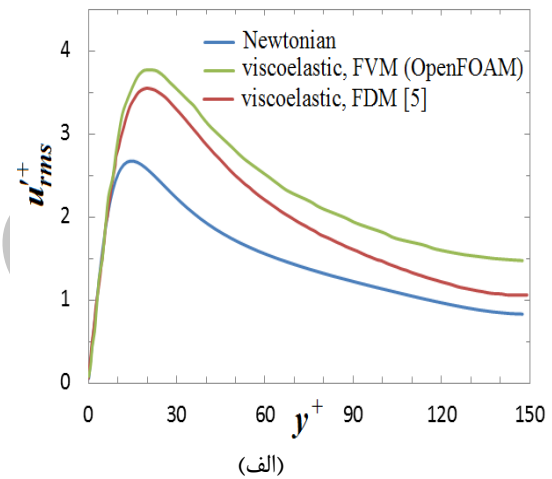
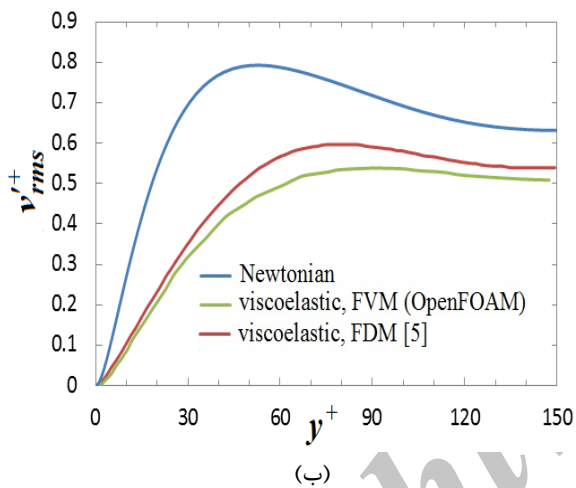
شکل ۴- مقایسه منحنی‌های سرعت میانگین به دست آمده از حل DNS جریان سیال ویسکوالاستیک

مقایسه نتایج آماری حل DNS سیال نیوتنی با سیال ویسکوالاستیک در شکل ۶ نشان داده شده است. در شکل‌های ۶-الف تا ۶-ج، مقادیر ریشه میانگین مربعات

به کمک نتایج به دست آمده، امکان محاسبه میزان تنش برشی کل و مقایسه سهم هر یک از قسمت‌های آن فراهم می‌شود. برای این منظور، تنش کل که به صورت خطی در جهت y تغییر می‌کند، به صورت رابطه (۲۳) قابل محاسبه است:

$$\frac{\tau_{tot}}{\tau_w} = 1 - \frac{y}{h} = \underbrace{-\overline{u'^+v'^+}}_{\text{Reynolds shear stress}} + \underbrace{\frac{\beta}{\text{Re}_\tau} \frac{d\bar{u}}{dy}}_{\text{viscous shear stress}} + \underbrace{\frac{1-\beta}{\text{Re}_\tau} \bar{\tau}_{a,xy}^+}_{\text{viscoelastic shear stress}} \quad (23)$$

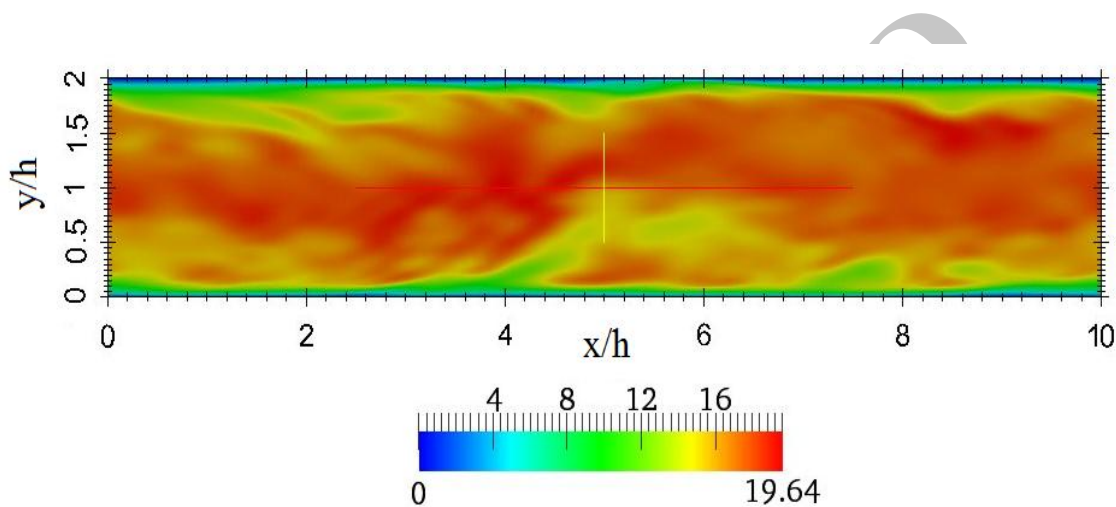
بدون بعد (u'^+) در صفحه افقی $x-z$ در فاصله $y/h=0.1$ از دیواره کانال (معادل $y^+=15$) نشان داده شده است. نتایج شکل‌های ۷ و ۸ نشان می‌دهد که با اضافه شدن افزودنی ویسکوالاستیک با ساختار ماکرومولکول‌های زنجیره‌ای، گردابه‌های تلاطمی نسبت به حالت نیوتنی در جهت جریان کشیده شده، ساختار جریان از حالت متلاطم به حالت آرام نزدیک می‌شود. این تغییر، نتایج مربوط به شکل‌های ۵ و ۶ کاهش تنش‌های تلاطم را تایید می‌کند.



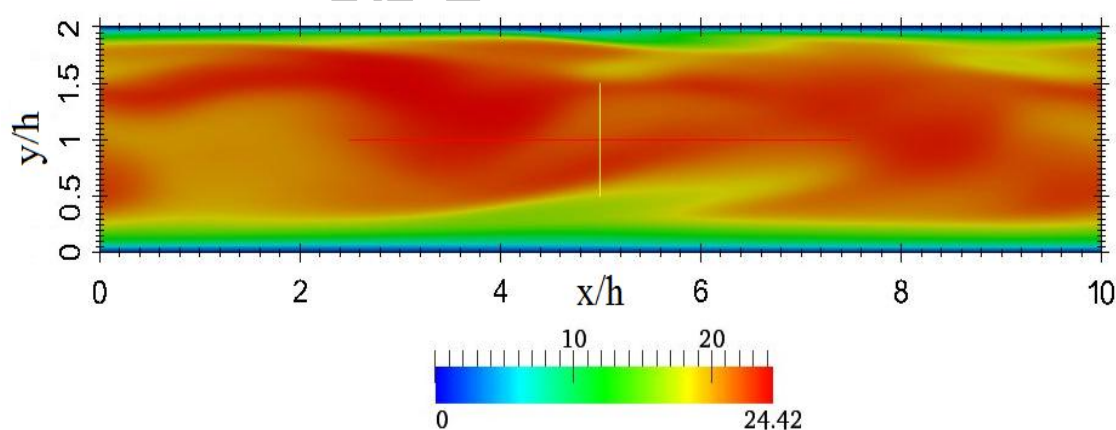
شکل ۶- مقایسه نتایج حل DNS سیال نیوتنی به ازای $\text{Re}_\tau=150$ با سیال ویسکوالاستیک در دو حالت کد تفاضل محدود [۵] و حجم محدود (مطالعه حاضر)؛ (الف) تا (ج) ریشه میانگین مربعات (rms) نوسانات مولفه‌های سرعت؛ (د) تنش برشی رینولدز

همچنین مقایسه سهم هر یک از اجزای تنش نشان می‌دهد که با اضافه شدن ماده ویسکوالاستیک به حلال نیوتنی، تنش ویسکوالاستیک به تنش کل افزوده می‌شود؛ اما در عوض، مقدار تنش رینولدز (تلاطم) در مقایسه با جریان نیوتنی به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد (مطابق شکل ۶-د). به گونه‌ای که تنش برشی کل و در نتیجه افت فشار نسبت به جریان نیوتنی کمتر می‌شود که با میزان کاهش پسای محاسبه شده همخوانی دارد.

جملات موجود در سمت راست رابطه ۲۳، به ترتیب تنش رینولدز (تلاطم)، تنش لزج (لایه‌ای) و تنش ویسکوالاستیک نامیده می‌شوند. هر یک از سه بخش تنش برشی در رابطه بالا، پس از استخراج از حل DNS، به همراه مجموع آن‌ها (تنش کل)، در شکل ۹ نشان داده شده است. طبق نتایج این شکل، میزان تنش برشی محاسبه شده کل، رابطه خطی $1-y/h$ را با تقریب خوبی پیش‌بینی می‌کند که نشان‌دهنده همگرایی حل شبیه‌سازی عددی مستقیم است؛

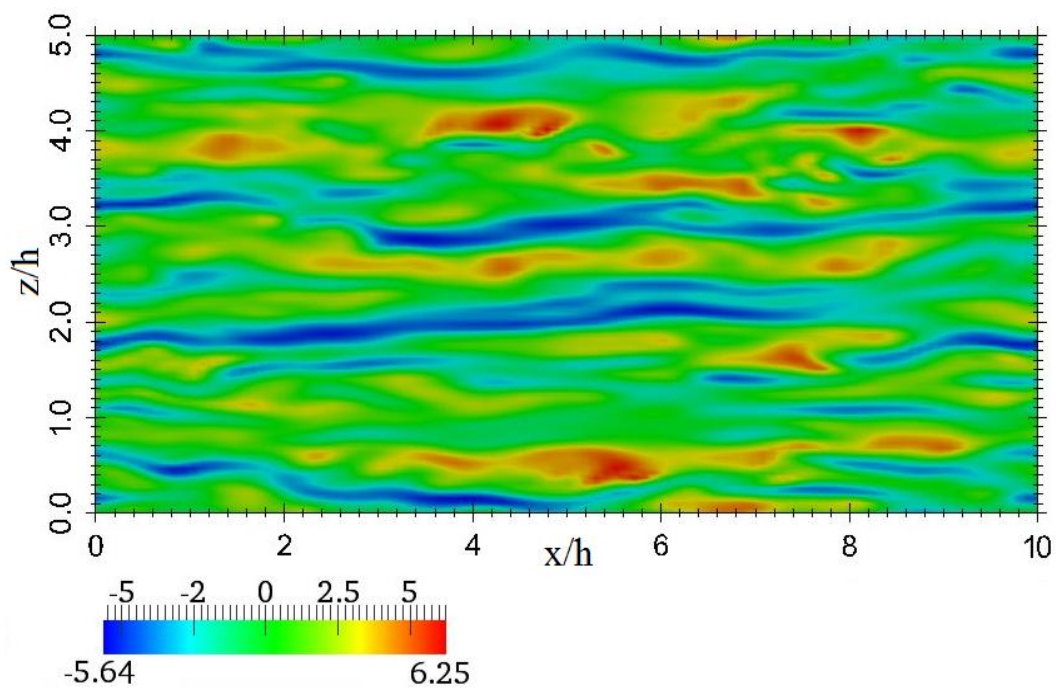


(الف)

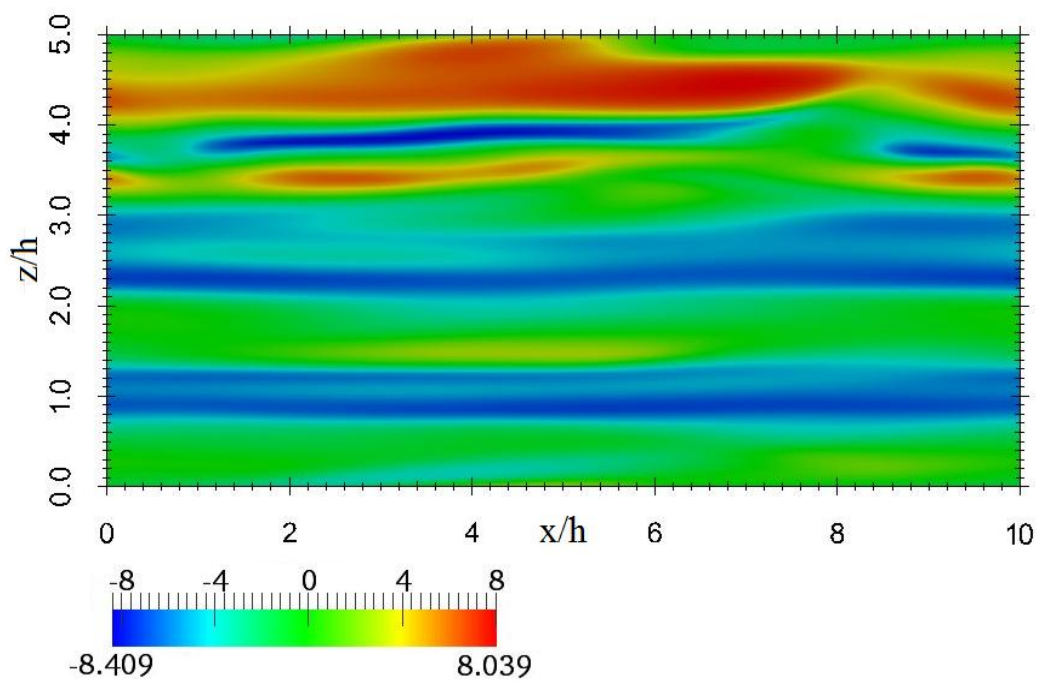


(ب)

شکل ۷- مقادیر لحظه‌ای سرعت بدون بعد در جهت جریان (u^+) در صفحه $x-y$ واقع در مرکز کانال، (الف) نیوتنی و (ب) ویسکوالاستیک



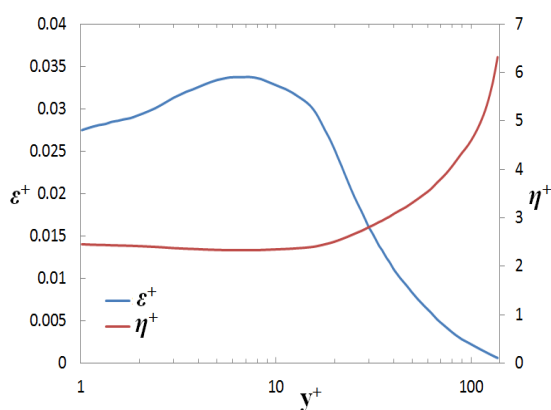
(الف)



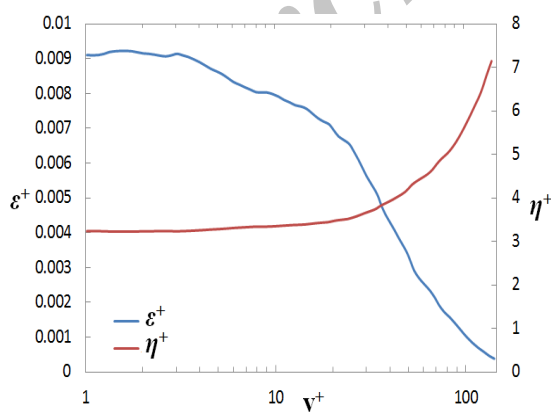
(ب)

شکل ۸- مقادیر لحظه‌ای بخش نوسانی سرعت بدون بعد u^+ در صفحه افقی $x-z$ در فاصله $y/h=0/1$ از دیواره کانال، الف) نیوتنی و ب) ویسکوالاستیک

نتایج محاسبه نرخ استهلاک و طول کولموگروف در جریان نیوتنی و ویسکوالاستیک، در شکل ۱۰ نشان داده شده است. این نتایج نشان می‌دهد که در نزدیکی دیواره (محدوده $y^+ < 10$)، مقدار نرخ استهلاک حداکثر بوده، به تدریج با افزایش فاصله از دیواره و کاهش مقادیر مولفه‌های گرادیان سرعت، نرخ استهلاک نیز کاهش و برعکس، طول کولموگروف افزایش می‌یابد؛ همچنین با کاهش تلاطم جریان ویسکوالاستیک نسبت به جریان نیوتنی، مقدار نرخ استهلاک نیز کمتر است. در عوض، مقدار طول کولموگروف در جریان نیوتنی نسبت به جریان ویسکوالاستیک کمتر است که نشان می‌دهد برای آنکه بتوان کوچکترین گردابه‌های موجود در جریان را مورد محاسبه قرار داد، سائز شبکه ریزتری در جریان نیوتنی مورد نیاز است.

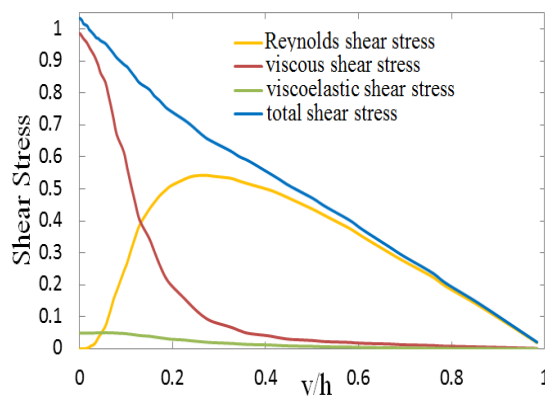


(الف)



(ب)

شکل ۱۰- نتایج مقدار بدون بعد نرخ استهلاک (ε^+) و طول مقیاس کولموگروف (η^+)، (الف) نیوتنی و (ب) ویسکوالاستیک



شکل ۹- نمایش اجزای تنش برشی در جریان متلاطم ویسکوالاستیک

برای انتخاب اندازه مناسب شبکه در انجام مطالعات DNS، علاوه بر بررسی میزان وابستگی جواب‌های حل عددی به سائز شبکه (که نتایج آن در شکل‌های ۳ و ۴ ارائه شد)، اندازه شبکه و گام زمانی انتخاب شده باید با کوچکترین مقیاس‌های مربوط به گردابه‌های موجود در جریان آشفته مقایسه شود. برای این منظور، از مقیاس‌های طول و زمان کولموگروف استفاده می‌شود. مقیاس طول کولموگروف به صورت رابطه (۲۴) تعریف می‌شود [۲۴]:

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (24)$$

در این رابطه، ν لزجت سینماتیکی و ε نرخ استهلاک انرژی جنبشی تلاطم است. مقدار ε به کمک نتایج حل جریان مربوط به نوسانات گرادیان سرعت از طریق رابطه (۲۵) قابل محاسبه است:

$$\varepsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)} \quad (25)$$

فرم بدون بعد کمیت‌های بالا بر حسب واحدهای دیواره به صورت رابطه (۲۶) تعریف می‌شود:

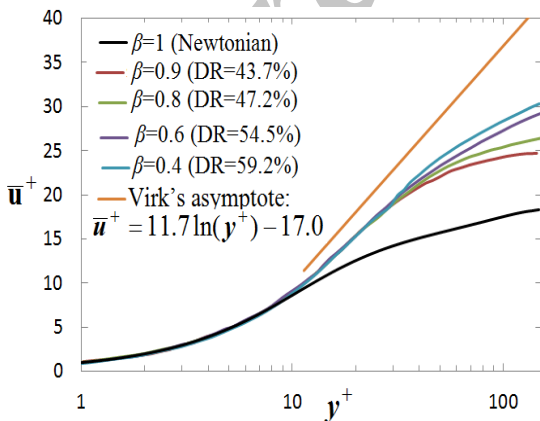
$$\eta^+ = \frac{\eta u_\tau}{\nu}, \quad \varepsilon^+ = \frac{\varepsilon \nu}{u_\tau^4} \quad (26)$$

به کمک این روابط می‌توان معادله (۲۱) را به فرم بدون بعد (۲۷) نوشت:

$$\eta^+ = \frac{1}{(\varepsilon^+)^{1/4}} \quad (27)$$

ویسکوالاستیک به دست آمده است که نشان می‌دهد، حداقل مقدار زمان کولموگروف به ترتیب برابر، $5/439 u_r^2 / \nu$ و $10/43 u_r^2 / \nu$ است. در مطالعه حاضر، گام زمانی انتخاب شده جهت انجام شبیه‌سازی عددی مستقیم، $0/01 u_r / h$ بوده که معادل $0/15 u_r^2 / \nu$ است؛ بنابراین گام زمانی مورد استفاده به مراتب کمتر از زمان کولموگروف بوده، نوسانات مربوط به آشفتگی جریان را به خوبی مورد محاسبه قرار می‌دهد.

پس از اطمینان از صحت نتایج حل عددی جریان متلاطم ویسکوالاستیک، می‌توان با تغییر ضرایب رئولوژیک، به مقادیر متنوعی از مقدار کاهش پسا دست یافت. بررسی اثر تغییر غلظت محلول ویسکوالاستیک از طریق تغییر ضریب نسبت لزجت (β) انجام شده است. شکل ۱۱، نحوه تغییرات نمودار سرعت متوسط بدون بعد برحسب فاصله از دیواره کانال را نشان می‌دهد. در حالت $\beta=1$ ، جمله تنش ویسکوالاستیک از معادله منتهی حذف می‌شود که معادل حل جریان نیوتنی است. با افزودن ماده کاهنده پسا و افزایش غلظت محلول ویسکوالاستیک، نسبت لزجت نیوتنی به لزجت کل (ضریب β) کاهش می‌یابد که با افزایش مساحت زیر منحنی سرعت-مکان همراه است. این افزایش، به معنای افزایش دبی جریان به ازای افت فشار ثابت بوده که معادل کاهش ضریب اصطکاک است. به ازای ضریب β برابر $0/9$ ، $0/8$ ، $0/6$ و $0/4$ ، مقدار کاهش پسا به ترتیب برابر $43/7\%$ ، $47/2\%$ ، $54/5\%$ و $59/2\%$ درصد محاسبه شده است. منحنی



شکل ۱۱- تاثیر تغییر پارامتر β بر روی توزیع سرعت متوسط در مقطع کانال

جدول ۲- مقایسه طول کولموگروف و اندازه شبکه در نزدیک دیواره و مرکز کانال برای دو شبکه درشت ($64 \times 64 \times 64$) و ریز ($96 \times 96 \times 96$)

جریان ویسکوالاستیک		جریان نیوتنی		
۳/۲۲۶		۲/۳۳۲		η_{wall}^+
۷/۱۴۷		۶/۳۱۸		η_{center}^+
۰/۱۵۰	۰/۲۲۴	۰/۲۰۷	۰/۳۱۰	$\left(\frac{\Delta y^+}{\eta^+}\right)_{wall}$
۱/۳۵۰	۲/۰۲۵	۱/۵۲۷	۲/۲۹۰	$\left(\frac{\Delta y^+}{\eta^+}\right)_{center}$
شبکه ریز	شبکه درشت	شبکه ریز	شبکه درشت	

در جدول ۲، مقادیر طول کولموگروف و اندازه شبکه در نزدیک دیواره و در مرکز کانال با یکدیگر مقایسه شده‌اند. با توجه به کمتر بودن مقدار طول کولموگروف در نزدیکی دیواره، سایز شبکه نیز در این منطقه کوچکتر انتخاب شده تا نوسانات جریان آشفته بهتر رصد شوند. در مرکز کانال، بزرگتر بودن اندازه شبکه، خطای محاسباتی چندانی ایجاد نمی‌کند؛ زیرا باز هم اندازه شبکه در مرتبه طول کولموگروف و اندازه کوچکترین گردابه‌های جریان باقی می‌ماند.

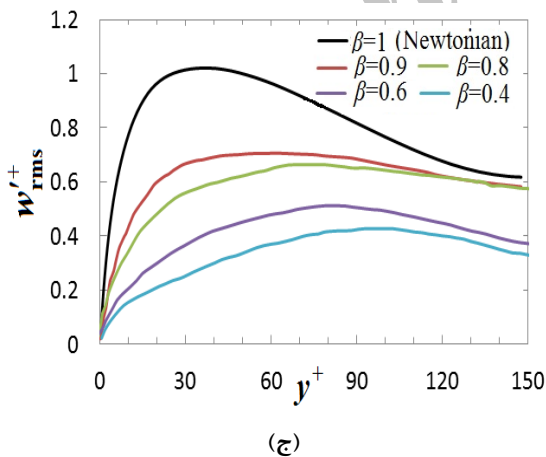
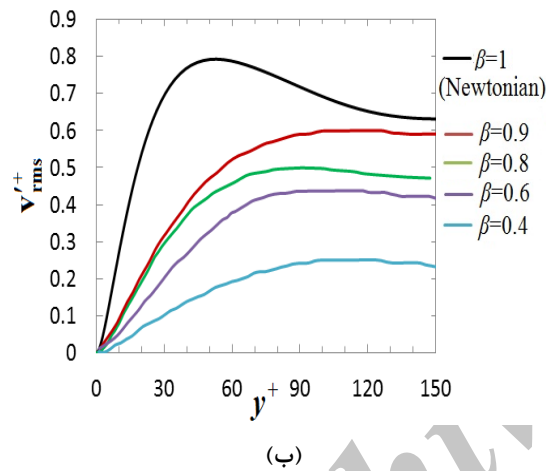
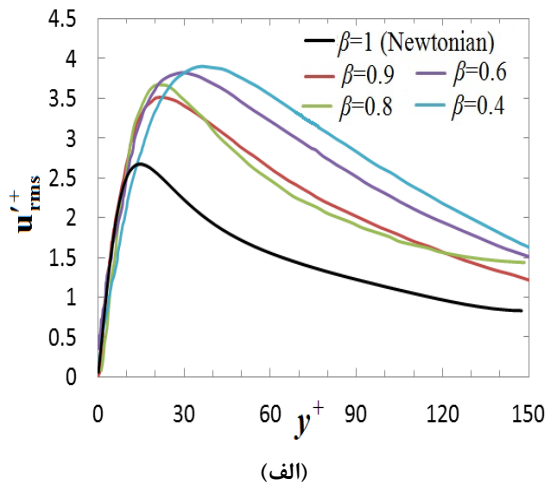
به کمک نتایج مربوط به نرخ استهلاك، می‌توان مقدار مقیاس زمان کولموگروف را از طریق رابطه (۲۸) به دست آورد [۲۴]:

$$t_{\eta} = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/2} \quad (28)$$

با تعریف مقدار بدون بعد زمان کولموگروف به صورت $t_{\eta}^+ = t_{\eta} u_r^2 / \nu$ ، رابطه (۲۸) به شکل بدون بعد (۲۹) نوشته می‌شود:

$$t_{\eta}^+ = \frac{1}{(\varepsilon^+)^{1/2}} \quad (29)$$

مطابق نتایج شکل ۱۰، حداکثر مقدار ε^+ در نزدیک دیواره، $0/0338$ و $0/0092$ به ترتیب برای جریان نیوتنی و

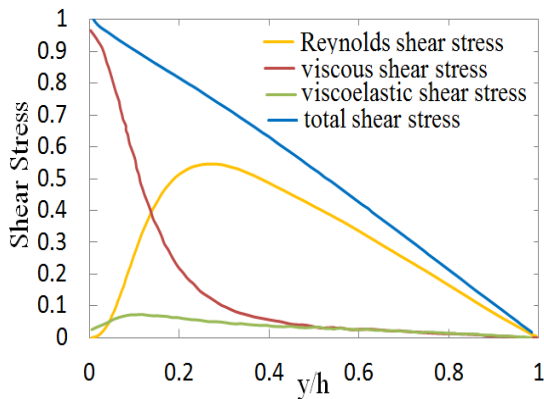


شکل ۱۲- تاثیر تغییر پارامتر β روی نوسانات مولفه‌های سرعت در سه جهت الف) x ، ب) y و ج) z

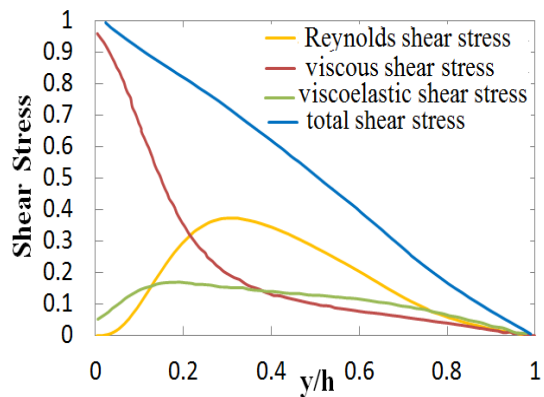
مجانِب ویرک^۱ در شکل ۱۱، متناظر با حداکثر کاهش پسای قابل دسترسی است که توسط ویرک ارائه شده است [۲۵]. نتایج شکل ۱۱ نشان می‌دهد که علیرغم افزایش قابل ملاحظه غلظت محلول ویسکوالاستیک، باز هم تا رسیدن به مقدار حداکثر کاهش پسا فاصله وجود دارد، در حالی که در کاربردهای عملی، به ازای محلول‌های رقیق ویسکوالاستیک نیز نزدیک شدن به حداکثر میزان کاهش پسا امکان‌پذیر است. دلیل این مسئله آن است که علاوه بر غلظت، میزان خاصیت کشسانی و تغییر طول‌پذیری ماکرومولکول‌های محلول غیرنیوتنی (وابسته به جنس محلول) نیز موثر است که به ازای مقادیر بزرگتر ضریب وایزبرگ (We_p)، مقادیر بالاتر کاهش پسا قابل حصول است.

شکل ۱۲، نحوه تغییر نوسانات مولفه‌های سرعت نسبت به تغییر ضریب β را نشان می‌دهد؛ در حالی که با افزایش غلظت محلول ویسکوالاستیک (کاهش ضریب β)، مقدار نوسانات سرعت در جهت جریان افزایش می‌یابد، در جهت‌های عمود بر جریان، میزان نوسانات و در نتیجه انتقال ممتد کاهش می‌یابد که با کاهش پسای بیشتر به دست آمده همخوانی دارد؛ همچنین محل نقطه بیشینه نمودارهای فوق نسبت به جریان نیوتنی به سمت داخل کانال جابجا شده است. این پدیده که با تغییر منحنی سرعت متوسط (شکل‌های ۵ و ۱۱) نیز همخوانی دارد، بیانگر افزایش ضخامت ناحیه زیرلایه آرام و لایه بافر است. به طور کلی در مدل‌های غیر نیوتنی همراه با کاهش برش^۲، ضخامت زیرلایه آرام نسبت به جریان نیوتنی افزایش می‌یابد [۲۶]. این پدیده به طور فزاینده‌ای در جریان‌های متلاطم ویسکوالاستیک همراه با کاهش پسا مشاهده می‌شود و ضخامت ناحیه لگاریتمی کمتر است. افزایش اندازه نواحی زیر لایه آرام و لایه بافر، سبب می‌شود که زبری سطح در این دو ناحیه محدود شده، در ناحیه لگاریتمی (متلاطم) موثر نباشد؛ بنابراین اثر زبری در جریان مورد مطالعه ناچیز بوده، می‌توان نتایج مربوط به کاهش پسا برای یک سطح صاف را برای جریان‌های با سطح زبر نیز مورد استفاده قرار داد.

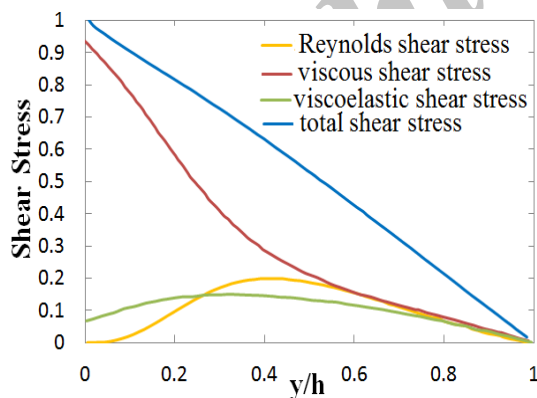
¹ Virk's Asymptote
² Shear Thinning



شکل ۱۳- نمایش اجزای تنش برشی به ازای $\beta=0.8$



شکل ۱۴- نمایش اجزای تنش برشی به ازای $\beta=0.6$



شکل ۱۵- نمایش اجزای تنش برشی به ازای $\beta=0.4$

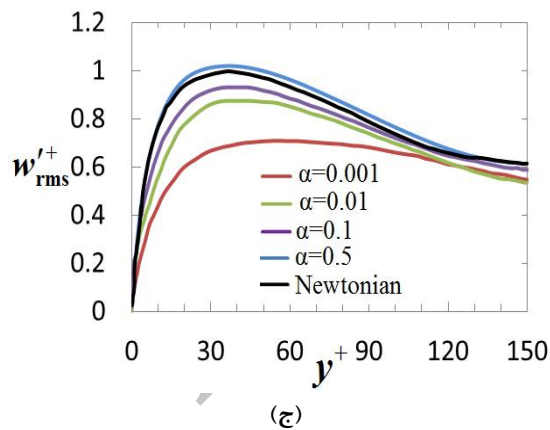
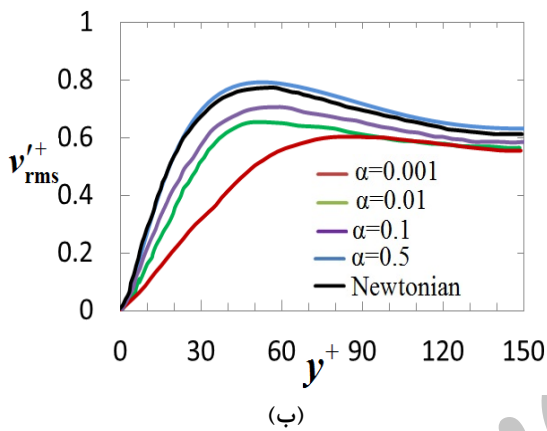
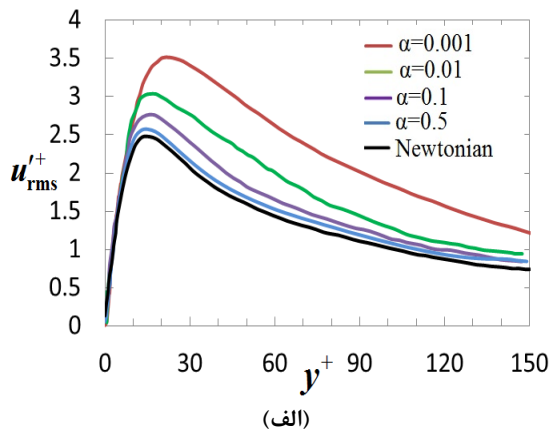
نزدیک می‌شود. مقدار محاسبه شده عدد رینولدز متوسط (Re_b) برای مقادیر α برابر 0.001 ، 0.01 و 0.1 به ترتیب، 6237 ، 5190 و 4766 به دست آمده است که متناظر با کاهش پسا به ترتیب برابر با $43/7$ ، $22/3$ و $9/8$ درصد است.

نتایج مربوط به مقادیر اجزای تنش برشی در مقطع کانال به ازای مقادیر مختلف ضریب β در شکل‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است. با توجه به نتایج این شکل‌ها برای مقادیر β برابر 0.8 ، 0.6 و 0.4 به همراه شکل ۹ (مربوط به $\beta=0.9$)، مشاهده می‌شود که با کاهش ضریب β ، جمله تنش ویسکوالاستیک افزایش می‌یابد و در عوض، تنش تلاطم (رینولدز) که سهم اصلی در تنش کل را برای جریان‌های آشفته دارد، به صورت قابل ملاحظه‌ای کم می‌شود که سبب کاهش ضریب اصطکاک نسبت به جریان نیوتنی می‌شود.

در بخش پایانی این مطالعه، نتایج مربوط به اثر تغییر ضریب α (قابلیت جابجایی) ارائه می‌شود. محدوده تغییرات این ضریب در مدل گزیکس، بین صفر تا 0.5 است که به ازای $\alpha = 0$ ، مدل گزیکس به مدل اولدرود-بی تبدیل می‌شود. از آنجا که در نتایج قبلی، $\alpha = 0.001$ انتخاب شده بود، مشخصات جریان ویسکوالاستیک شبیه نتایج مدل اولدرود-بی است. به همین دلیل، اثر افزایش ضریب α تا مقدار 0.5 مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به نقش لزجت انبساطی در میزان کاهش پسا، ارتباط آن با ضریب α ، اهمیت زیادی در پیش‌بینی اثر تغییرات α روی مشخصات جریان متلاطم ویسکوالاستیک دارد. در مدل گزیکس افزایش مقدار α ، سبب کاهش لزجت انبساطی جریان می‌شود که برای مقادیر بالای نرخ کرنش، مقدار لزجت انبساطی به فرم ساده شده $\frac{2\eta_0}{\alpha}$ در می‌آید [۲۰]؛ بنابراین می‌توان پیش‌بینی کرد که با کاهش α ، مقدار لزجت انبساطی افزایش یابد که با افزایش مقاومت سیال نسبت به تغییر فرم انبساطی جریان همراه است؛ در نتیجه گردابه‌های نزدیک دیواره با شدت و فرکانس کمتری قادر به نوسان بوده، مقدار کمتری از انرژی تلاطم را برای لایه لگاریتمی مهیا می‌سازد که سبب کاهش تلاطم جریان و ضریب اصطکاک می‌شود (کاهش پسا). با افزایش ضریب α ، عکس فرآیند فوق اتفاق می‌افتد و مشخصات جریان به سمت جریان نیوتنی نزدیک می‌شود. نتایج به دست آمده در شکل‌های ۱۶ و ۱۷، پیش‌بینی بالا را تایید می‌کند. در این نتایج، سایر ضرایب رئولوژیک $Re_b=150$ ، $We_b=30$ و $\beta=0.9$ ثابت نگه داشته شده‌اند.

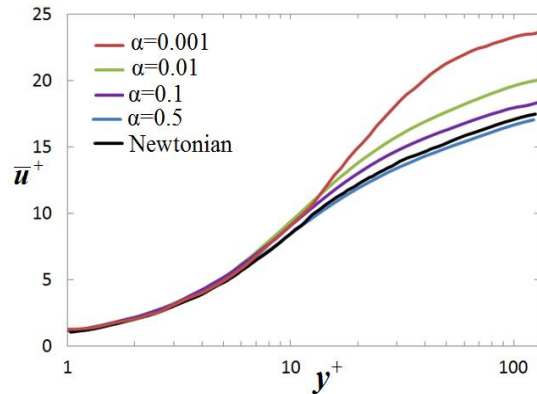
نتایج شکل ۱۶ نشان می‌دهد که منحنی سرعت میانگین با افزایش ضریب α به سمت منحنی متناظر با جریان نیوتنی



شکل ۱۷- تاثیر تغییر پارامتر α بر روی نوسانات مولفه‌های سرعت در سه جهت الف) x ، ب) y و ج) z

آن نقش مهمی در پایداری عددی شبیه‌سازی جریان غیرنیوتنی دارد، مخالف صفر است و مقدار آن نیز، متناسب با ضریب α است (برای مقادیر بالای نرخ کرنش می‌توان نوشت $\psi_1 \cong \frac{-\alpha}{2}$ که ψ_1 و ψ_2 به ترتیب تفاضل اول و

در حالت $\alpha = 0/5$ ، منحنی‌های مربوط به جریان نیوتنی و ویسکوالاستیک تقریباً بر هم منطبق بوده، کاهش پسا مشاهده نمی‌شود. در این حالت، منحنی سرعت متوسط جریان ویسکوالاستیک، حتی کمی پایین‌تر از حالت نیوتنی است که نشان‌دهنده افزایش اندک ضریب اصطکاک است.



شکل ۱۶- تاثیر تغییر پارامتر α روی توزیع سرعت متوسط به ازای $Re_\tau = 150$ ، $We_\tau = 30$ و $\beta = 0/9$

اثر تغییر پارامتر α روی نوسانات مولفه‌های سرعت، در شکل ۱۷ نشان داده شده است. با افزایش مقدار α ، متوسط نوسانات مولفه x سرعت کاهش می‌یابد؛ در حالی که در دو جهت عمود بر جهت اصلی جریان (جهت‌های y و z)، نوسانات سرعت افزایش یافته و برای هر سه مولفه، نوسانات به حالت نیوتنی نزدیک می‌شوند. در حالت $\alpha = 0/5$ ، نوسانات سرعت در هر سه جهت، اندکی بیشتر از مقدار متناظر آن در جریان نیوتنی است که نشان می‌دهد در این حالت، همچنان خاصیت کاهش لزجت برشی در جریان ویسکوالاستیک وجود دارد، اما از آنجا که مقدار لزجت انبساطی ناچیز است که عامل اصلی پدیده کاهش پسا است، تنش تلاطم اندکی بیشتر از جریان نیوتنی به دست می‌آید که با نتیجه شکل ۱۶ همخوانی دارد.

نتایج بالا نشان می‌دهد که در مدل گزیکس، تنها برای مقادیر کوچک α ، امکان پیش‌بینی کاهش قابل ملاحظه پسا وجود دارد. البته در مدل مذکور، بر خلاف مدل‌های مشابه مثل فنپ و اولدریوید-بی، تفاضل دوم تنش نرمال^۱ که وجود

^۱ Second Normal Stress Difference

مزایای استفاده از این نرم افزار در مقایسه با سایر کدهای حل DNS است. در کنار مزایای مذکور، استفاده از این نرم افزار معایبی نیز دارد که یکی از آن‌ها، به‌کارگیری روش‌های ضمنی جهت حل عددی ترم مشتق زمانی است. این موضوع، سبب بالا رفتن حافظه محاسباتی مورد نیاز و کند شدن سرعت حل جریان می‌شود؛ همچنین در این نرم افزار، از شبکه هم‌مکان استفاده می‌شود، در حالی که در اغلب کدهای DNS، جهت جلوگیری از ایجاد میدان نوسانی (زیگزاگ) و واگرایی حل عددی، از آرایش جابه‌جا^۱ استفاده می‌شود. این ایراد می‌تواند از طریق استفاده از شبکه ریزتر، بالا بردن تعداد دفعات تصحیح در الگوریتم محاسبه فشار (در اینجا الگوریتم PISO) و استفاده از ضرایب آرامش^۲ حل شود. در مطالعه حاضر، در گام‌های زمانی ابتدایی حل DNS، از ضرایب آرامش استفاده شده و به تدریج حذف شده‌اند. این کار هر چند سبب افزایش زمان همگرایی حل شبیه‌سازی نسبت به مطالعات مشابه شده، اما موجب پایداری روش عددی مورد استفاده گردیده است.

با تغییر ضرایب رئولوژیک در معادله متشکله ویسکوالاستیک و تکرار شبیه‌سازی عددی مستقیم به ازای ضرایب جدید، می‌توان مقادیر متنوعی از میزان کاهش پسا را به دست آورد. در مطالعه حاضر، اثر تغییر غلظت محلول از طریق تغییر ضریب نسبت لزجت (β) و اثر تغییر مقدار لزجت انبساطی از طریق تغییر ضریب جابجایی (α) مورد بررسی قرار گرفت. با کاهش ضریب β از مقدار اولیه ۰/۹ به مقادیر ۰/۸، ۰/۶ و ۰/۴، که بیانگر افزایش غلظت محلول ویسکوالاستیک است، ضمن افزایش شیب منحنی سرعت متوسط، ضخامت ناحیه لگاریتمی (متلاطم) کاهش یافته، بخش بزرگتری از مقطع جریان شبیه جریان آرام عمل می‌کند که به کاهش پسا برابر ۵۹/۲٪ به ازای $\beta=0/4$ منجر شد؛ همچنین افزایش ضریب α از مقدار اولیه ۰/۰۰۱ به مقادیر ۰/۰۱، ۰/۱ و ۰/۵ که با کاهش مقدار لزجت انبساطی جریان همراه است، سبب کم شدن مقدار کاهش پسا و نزدیک شدن مشخصات جریان به نتایج متناظر حالت نیوتنی گردید.

دوم تنش نرمال می‌باشند [۲۰]. این خاصیت مدل گزیکس، سبب کاربرد بهتر آن در امکان پیش‌بینی مقادیر بالای کاهش پسا به خصوص برای اعداد وایزبرگ بزرگ (که به ازای آن، ناپایداری عددی معادله متشکله بیشتر است) است.

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

به منظور شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان متلاطم ویسکوالاستیک همراه با بررسی پدیده کاهش پسا، از نرم‌افزار اوپن‌فوم به عنوان یک نرم‌افزار دینامیک سیالات محاسباتی مبتنی بر کد عددی حجم محدود استفاده شده است. به کمک تلفیق قابلیت‌های حلگرهای موجود، یک حلگر جدید بر مبنای مدل ویسکوالاستیک گزیکس، تهیه و جهت حل DNS جریان متلاطم ویسکوالاستیک داخل کانال و اندازه‌گیری میزان کاهش پسا نسبت به جریان نیوتنی در شرایط مشابه، مورد استفاده قرار گرفته است. جهت مقایسه و آزمون درستی نتایج، مطالعه اخیر در شرایطی مشابه با مطالعه‌ای مبتنی بر کد تفاضل محدود [۵] و به ازای ضرایب رئولوژیک یکسان ($We_r=30$, $Re_r=150$ و $\beta=0/9$ و $\alpha=0/001$) و روش‌های گسسته‌سازی عددی نزدیک به هم انجام شده است. نتایج شبیه‌سازی عددی، پدیده کاهش پسا و مشخصات آماری تلاطم جریان ویسکوالاستیک را به خوبی پیش‌بینی کرده، تفاوت‌های به دست آمده نسبت به ویژگی‌های جریان متلاطم نیوتنی، میزان کاهش پسا به دست آمده (۴۳/۷٪) را توجیه می‌کند. برای بررسی درستی عملکرد کد عددی مورد استفاده، این کد در دو حالت جریان نیوتنی (بدون در نظر گرفتن جمله تنش ویسکوالاستیک در معادله ممنت) و جریان غیرنیوتنی (با در نظر گرفتن تنش ویسکوالاستیک) حل شده و نتایج آن با نتایج مطالعات مشابه به طور جداگانه مقایسه و همخوانی مناسبی مشاهده شده است؛ همچنین اثر ریز کردن شبکه دامنه محاسباتی نشان می‌دهد که تغییر چندانی بین نتایج شبکه درشت‌تر و ریزتر وجود ندارد و استفاده از شبکه درشت‌تر ($64 \times 64 \times 64$)، برای رسیدن به نتایج با دقت بالا کفایت می‌کند.

استفاده از نرم افزار اوپن‌فوم، امکان دسترسی و انتخاب هر یک از روش‌های متعدد گسسته‌سازی عددی موجود در نرم افزار را جهت انجام شبیه‌سازی عددی مستقیم فراهم می‌کند؛ همچنین امکان شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده، شرایط مرزی متنوع یا انواع مدل‌های ویسکوالاستیک، از دیگر

¹ Staggered

² Relaxation Factors

- with application to viscoelastic turbulence. *Comput Fluid* 39: 225-241.
- [13] Ohta T, Usui Y, Yasoshima H (2012) Predicting drag-reducing wall turbulence of surfactant solution by direct numerical simulation. *JFST* 7(3): 259-274.
- [14] Thais L, Gatski TB, Mompean G (2012) Some dynamical features of the turbulent flow of a viscoelastic fluid for reduced drag. *J Turbul* 13(19): 1-26.
- [15] Graham MD (2014) Drag reduction and the dynamics of turbulence in simple and complex fluids. *Physic Fluid* 26: 101301.
- [۱۶] موسائی الف (۱۳۹۳) توسعه روش میدان‌های تصادفی برای شبیه‌سازی عددی مستقیم کاهش درگ با میکروفیبر در جریان کانال آشفته. ماهنامه علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس ۸۲-۷۵ (۴): ۱۴.
- [17] Kawamura H (2010) DNS database of wall turbulence and heat transfer. Tokyo University of Science. <http://murasun.me.noda.tus.ac.jp/turbulence/>.
- [18] Pinho FT (2003) A GNF framework for turbulent flow models of drag reducing fluids and proposal for a $k-\epsilon$ type closure. *J Non-Newton Fluid* 114: 149-184.
- [19] Cruz DOA, Pinho FT, Resende PR (2004) Modelling the new stress for improved drag reduction predictions of viscoelastic pipe flow. *J Non-Newton Fluid* 121: 127-141.
- [20] Bird RB, Curtiss CF, Armstrong RC, Hassager O (1987) *Dynamics of Polymeric Liquids*. 2nd edn. John Wiley & Sons Inc., New York.
- [21] Favero JL, Secchi AR, Cardozo NSM, Jasak H (2010) Viscoelastic flow analysis using software OpenFOAM and differential constitutive equations. *J Non-Newton Fluid* 165: 1625-1636.
- [22] Van Haren SW (2011) Testing DNS capability of OpenFOAM and STAR-CCM+. M.Sc. Thesis, Delft University of Technology.
- [23] Dean RB (1978) Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow. *J Fluid Eng-T Asme* 100: 215-223.
- [24] Jiang X, Lai CH (2009) *Numerical Techniques for Direct and Large-Eddy Simulations*. CRC Press/Taylor & Francis Ltd., Boca Raton.
- [25] Virk PS (1971) An elastic sublayer model for drag reduction by dilute solutions of linear macromolecules. *J Fluid Mech* 45: 417-440.
- [26] Chhabra RP, Richardson JF (2008) *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology*. 2nd edn. IChemE., New York.
- مجموعه نتایج به دست آمده مربوط به منحنی‌های سرعت میانگین و مشخصات آماری حل DNS، می‌تواند برای توسعه مدل‌های تلاطم جریان ویسکوالاستیک در مطالعات آینده مورد استفاده قرار گیرند.

۶- مراجع

- [1] Toms BA (1949) Observations on the flow of linear polymer solutions through straight tubes at large Reynolds numbers. *Proceedings of the International Rheological Congress (General and Physical Chemistry)* 2: 135-141.
- [2] Housiadas KD, Beris AN (2005) Direct numerical simulations of viscoelastic turbulent channel flows at high drag reduction. *Korea-Aust Rheol J* 17(3): 131-140.
- [3] Sureshkumar R, Beris AN, Handler RA (1997) Direct numerical simulation of the turbulent channel flow of a polymer solution. *Phys Fluids* 9: 743-755.
- [4] Beris AN, Dimitropoulos CD (1999) Pseudospectral simulation of turbulent viscoelastic channel flow. *Comput. Methods Appl Mech Engrg* 180: 365-392.
- [5] Yu B, Kawaguchi Y (2003) Effect of Weissenberg number on the flow structure: DNS study of drag-reducing fluid with surfactant additives. *Int J Heat Fluid Fl* 24: 491-499.
- [6] Yu B, Kawaguchi Y (2004) Direct numerical simulation of viscoelastic drag-reducing flow: a faithful finite difference method. *J Non-Newton Fluid* 116: 431-466.
- [7] Yu B, Li F, Kawaguchi Y (2004) Numerical and experimental investigation of turbulent characteristics in a drag-reducing flow with surfactant additives. *Int J Heat Fluid Fl* 25: 961-974.
- [8] Housiadas KD, Beris AN (2004) An efficient fully implicit spectral scheme for DNS of turbulent viscoelastic channel flow. *J Non-Newton Fluid* 122: 243-262.
- [9] Housiadas KD, Beris AN (2006) Extensional behavior influence on viscoelastic turbulent channel flow. *J Non-Newton Fluid* 140: 41-56.
- [10] Li CF, Sureshkumar R, Khomami B (2006) Influence of rheological parameters on polymer induced turbulent drag reduction. *J Non-Newton Fluid* 140: 23-40.
- [11] Yu B, Kawaguchi Y (2006) Parametric study of surfactant-induced drag-reduction by DNS. *Int J Heat Fluid Fl* 27: 887-894.
- [12] Housiadas KD, Wang L, Beris AN (2010) A new method preserving the positive definiteness of a second order tensor variable in flow simulations