



## حل عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه مربعی شکل همراه با گوشه‌های اصلاح شده پرشده از نانو سیال آب اکسید آلومینیوم

عبدالله رضوانی آلیله<sup>۱\*</sup>، مجتبی بیگلری<sup>۲</sup> و محمدصادق ولی پور<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

<sup>۲</sup> دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

<sup>۳</sup> دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

مقاله مستقل؛ تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۶/۱۸؛ تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۱۰/۱۲؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۹/۲۹

### چکیده

در این تحقیق، به مدل‌سازی محفظه‌ای با سطح مقطع مربعی شکل همراه با کنج‌های دایروی پرشده از نانو سیال و بررسی تغییرات الگوی جریان و عملکرد انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون آن پرداخته شده است. نانو سیال آب - اکسید آلومینیوم درون این محفظه، به عنوان سیال عامل در نظر گرفته شده است. ویسکوزیته دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی بر طبق مدل‌های خواص متغیر جدید وابسته به قطر نانو ذرات، غلظت آن‌ها و دما است. شرایط مرزی محفظه شامل، دو دیواره افقی آدیاباتیکی و دیواره‌های عمودی هم‌دما است. برای حل عددی معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی از روش حجم محدود با سیستم شبکه باسازمان، استفاده شده است؛ همچنین معادلات گسسته شده، توسط روش‌های گسسته سازی‌های زمانی و مکانی در زبان برنامه‌نویسی فترن نوشته شده است. اثر تغییر پارامترهای مانند، نانو ذرات غیریکنواخت، اندازه قطر متوسط نانو ذرات، کسر حجمی نانو ذرات، در اعداد گراشوف و پراتنل برای هندسه‌های مختلف، مورد بررسی قرار گرفته است. استفاده از نانو سیال، باعث افزایش نرخ انتقال حرارت و عدد نوسلت شده، به طوری که در  $R=0.001$  عدد گراشوف  $10^3$ ، عدد نوسلت  $25\%$ ، در عدد گراشوف  $10^4$ ،  $26\%$  و در عدد گراشوف  $10^5$ ،  $28\%$  افزایش می‌یابد. علاوه بر این، با افزایش پارامتر  $R$ ، مقدار  $(d_{p,max}/d_{p,min})$  کسر حجمی نانو ذرات و عدد نوسلت افزایش می‌یابد.

**کلمات کلیدی:** انتقال حرارت جابجایی طبیعی؛ محفظه مربعی؛ نانو سیال؛ آب-اکسید آلومینیوم؛ تقریب بوزینسک.

## Numerical Solution of Natural Convective Heat Transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Water Nanofluids in a Square Cavity with Modified Circular Corners

A. Rezvani<sup>1,\*</sup>, M. Biglari<sup>2</sup>, M. S. Valipour<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ph.D. Student, Mech. Eng. Semnan Univ. Semnan, Iran.

<sup>2</sup> Assoc. Prof. Mech. Eng. Semnan Univ. Semnan, Iran.

<sup>3</sup> Assoc. Prof. Mech. Eng. Semnan Univ. Semnan, Iran.

### Abstract

In this paper, Natural convection heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Water nanofluid in a square enclosure has been studied numerically. To do so, corners of square enclosure were modified by rounding its edges. According to the new variable properties model, dynamic viscosity and thermal conductivity depend on the diameter of the particles, concentration and temperature. Therefore, the enclosure has been bounded by adiabatic top and bottom horizontal walls and isothermal side walls. The governing equations of continuity, momentum and energy have been developed for nanofluid. Finite Volume Method (FVM) with structured grids has been applied to solve these equations. The discrete equations have been written by the discrete method in time and space using FORTRAN codes. The Grashof and Prandtl numbers have been studied by changing the parameters such as non-uniform distribution of nanoparticles, average diameter and volume fraction of nanoparticles in the various geometries. The results indicated that nanofluid has significant positive effect on convective heat transfer coefficient and the Nusselt number. Also, the Nusselt number for  $R=0.001$  increase  $25\%$ ,  $26\%$  and  $28\%$  for Grashof numbers of  $10^3$ ,  $10^4$  and  $10^5$ , respectively. Furthermore, by increasing  $R$  parameter  $(d_{p,max}/d_{p,min})$  and nano particle volume fraction, Nusselt number increased.

**Keywords:** Convective Heat Transfer; Square Cavity; Nanofluid; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Water; Boussinesq Approximation.

## ۱- مقدمه

امروز مبحث انرژی، تبدیل به محوری‌ترین مسئله اکثر کنفرانس‌ها و محافل علمی شده است و صاحبان صنایع بزرگ را برای یافتن راهی جهت کاهش مصرف انرژی و در کنار آن راندمان بالاتر، به تلاش و تکاپو انداخته است. سامانه‌های گرمایشی و سرمایشی و بازده آن، یکی از مهم‌ترین موارد در صنایع مختلف و کاربردهایی از مهندسی است که به نوعی با انتقال حرارت در ارتباط است و بر این اساس، بهینه کردن این سامانه‌ها در مسیر پیشرفته شدن کاربردها، امری اجتناب‌ناپذیر است. در بسیاری از موارد، در این سامانه‌ها انتقال حرارت با افزایش سطح و حجم آن‌ها صورت می‌پذیرد که سبب افزایش هزینه‌ها و اندازه دستگاه می‌شود و این مسئله، چندان مطلوب مهندسان و صنعت‌گران نیست [۱]. انتقال حرارت درون محفظه افقی، دارای کاربردهای متنوع مهندسی همچون، مبدل‌های حرارتی، کلکتورهای خورشیدی، سامانه‌های ذخیره‌سازی گرما و سرمایش اجزای الکترونیکی است [۲، ۳]. در برخی موارد، از جابجایی طبیعی به‌عنوان مکانیزم اصلی انتقال حرارت استفاده می‌شود؛ در نتیجه وقتی که تنها جابجایی طبیعی عامل اصلی است، مهم است که رفتارهای چنین سیستم‌هایی را بدانیم تا بتوانیم برای افزایش انتقال حرارت در چنین سیستم‌هایی، تدابیر لازم را اتخاذ کنیم. شکل هندسی محفظه، موجب ایجاد انتقال حرارت غیریکنواخت درون آن‌ها می‌شود. درک بهتر محدوده جریان، این امکان را به ما می‌دهد که روش‌های بهتری را برای افزایش انتقال حرارت برگزینیم. از سوی دیگر سیالات متداول مانند، آب، الکل و غیره دارای ضریب هدایت حرارتی محدود، مشخص و غیرقابل ارتقاء هستند. یک روش ابتکاری برای بهبود انتقال حرارت، استفاده از ذرات جامد بسیار ریز در سیالات پایه است که به‌طور گسترده‌ای در ۱۰ سال گذشته مورد استفاده قرار گرفته است [۴-۷]. نانو سیال در واقع به سیالاتی گفته می‌شود که ذرات به‌اندازه نانومتر در آن‌ها به‌صورت سوسپانسیون معلق هستند. تفاوت نانو ذرات و ذراتی که قبلاً مورد استفاده قرار می‌گرفت (ذرات میلی-متری و میکرومتری) در این است که نانو ذرات ماندگاری بیشتری به‌صورت معلق در سوسپانسیون داشته و ته‌نشین نمی‌شوند که موجب افزایش افت فشار در سیال شود. بهبود ویژگی‌های گرمایی در انتقال انرژی سیالات می‌تواند یک

افزایش ظاهری در انتقال حرارت ایجاد کند. انواع گوناگون پودرها اعم از فلزی و غیرفلزی و ذرات پلیمری می‌توانند به سیالات در جهت شکل‌گیری یک محصول سوسپانسیونی اضافه شوند. انتظار می‌رود هدایت حرارتی که با ذرات معلق مخلوط شده‌اند، دارای مقدار بالاتری نسبت به سیالات معمولی و رایج باشد [۸، ۹].

نانو سیالات به علت افزایش قابل توجه خواص حرارتی، توجه بسیاری از دانشمندان را در سال‌های اخیر به خود جلب کرده است، آقای چاو [۱۰] اولین کسی بود که از نانو سیالات که از تعلیق نانو ذرات درون سیالات ایجاد می‌شود، استفاده کرد. نتایج برخی آزمایش‌ها در کارهای ایستمان و همکاران نشان داد که برای نانو سیالات شامل آب و نانو ذرات اکسید مس با درصد حجمی ۵ درصد، افزایشی حدود ۶۰ درصد در هدایت حرارتی قابل دستیابی است [۱۱]. نتایج برخی از آزمایش‌ها، به‌عنوان مثال، افزودن ذرات آب و اکسید آلومینیوم با قطر متوسط ۱۳ نانومتر و درصد حجمی ۴/۳ رسانایی گرمایی آب را در حدود ۳۰٪ افزایش نشان می‌دهد [۱۲]. هوانگ و همکاران، انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم در یک محفظه مستطیلی را بررسی کردند [۱۳]. آن‌ها نشان دادند با افزایش اندازه نانو ذرات، ضریب انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد. لای و پترسون با استفاده از روش آزمایشگاهی، به اثر غیریکنواخت نانو ذرات و میزان تأثیر قطر نانو ذرات در میزان تغییر هدایت حرارتی نانو سیال آب اکسید آلومینیوم در محفظه مربع شکل را مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که سوسپانسیون‌های دارای میزان کمی نانو ذرات، دارای هدایت حرارتی قابل توجه بالاتری هستند [۱۴]. آقایان لی و خوان طی یک مطالعه عددی، جریان نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم را مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که نرخ هدایت حرارتی نانو سیال به سیال پایه آن، نوسانی به ترتیب بین ۱/۲۴ تا ۱/۷۸ برای افزایش غلظت از ۲/۵ درصد حجمی دارند [۱۰]. ایمان زحمتکش با استفاده از روش عددی، تولید آنتروپی نانو سیالات در همرفت طبیعی در محفظه‌های متخلخل مستطیل شکل را مورد بررسی قرار داد. در این مطالعه، محاسبات برای نانو ذرات مس، اکسید آلومینیوم و اکسید تیتانیوم در سیال پایه آب انجام شده، نتایج باهم مقایسه شده‌اند. علاوه بر این، تأثیر کسر حجمی نانو ذرات، عدد رایلی، نسبت منظری

درون محفظه می‌شود؛ همچنین مشخص شد که میدان مغناطیسی، تأثیر چندانی در افزایش انتقال حرارت در نانو سیال ندارد [۱۸]. کارگر و فلسفی، افزایش انتقال حرارت جابجایی اجباری سیال با استفاده از اثر میدان مغناطیسی روی نانو ذرات داخل یک لوله مسی را با استفاده از روش عددی مورد بررسی قرار دادند، در این تحقیق، اثرات میدان مغناطیسی بر مقدار ضریب انتقال حرارت جابجایی در درصدهای حجمی و اعداد رینولدز مختلف در لوله‌ای شامل، قسمت‌هایی با عایق الکترومغناطیس مورد بررسی قرار گرفته، با حالت بدون عایق مقایسه شده است. نتایج حاصل از تحقیق، نشان می‌دهد که افزایش فرکانس زمانی، میدان مغناطیسی متناوب و کسر حجمی نانو ذرات، منجر به افزایش بهتر انتقال حرارت در محدوده مورد نظر می‌شود که نتایج تأثیر این پارامترها و تغییرات ناشی از آن‌ها نسبت به حالت بدون میدان مغناطیسی بیشتر می‌باشند؛ همچنین نتیجه بررسی در اعداد رینولدز مختلف نشان داده است که اثر میدان مغناطیسی در اعداد رینولدز کم و فرکانس‌های بزرگ‌تر، بیشتر بوده است [۱۹]. همت و همکاران، با استفاده از روش عددی، جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی ترکیبی در نانوسیال با ویسکوزیته دینامیکی و ضریب هدایت حرارتی وابسته به دما، اندازه قطر و غلظت نانوذرات در یک محفظه، مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله، برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی و ویسکوزیته دینامیکی به ترتیب از مدل‌های نوین ارائه شده توسط زو و جانگ استفاده شده است. در این تحقیق، تأثیر افزایش نیروی شناوری و تأثیر نیروی برشی، مورد تحلیل قرار گرفته است؛ همچنین تأثیرات مربوط به دما، قطر نانو ذرات در سیال پایه، کسر حجمی نانوذرات، عدد گراشف و رینولدز بر مشخصه‌های هیدرودینامیکی و حرارتی، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل نشان می‌دهد، انتقال حرارت با کاهش قطر نانوذرات برای رینولدزهای مشخص افزایش می‌یابد؛ همچنین افزایش مقادیر اعداد رینولدز و گراشف در قطر و کسر حجمی ثابت نیز، موجب بهبود نرخ انتقال حرارت می‌شود [۲۰].

بر اساس موارد ذکر شده بالا، تحقیق مشابهی برای بررسی انتقال حرارت داخل یک محفظه‌ای با سطح مقطع مربعی شکل همراه با کنج‌های دایروی پر شده از نانو سیال صورت نگرفته است، همچنین با توجه به اینکه در چنین

محفظه، تبادل تابش و اثرات غیرداری بر انتقال گرما و تولید آنتروپی در محفظه، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج ارائه شده، نشان می‌دهد که حضور تبادل تابش و اثرات غیرداری، نقش مهمی در انتقال گرما و تولید آنتروپی در محفظه دارند. در میان نانو سیالات مطالعه شده، بیشترین انتقال گرما و تولید آنتروپی، در نانو سیال آب مس رخ می‌دهد [۱۵]. عباسی و جمشید اصل، با استفاده از روش عددی انتقال حرارت جابجایی آرام در یک میکروکانال دوبعدی با صفحات موازی را مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه، محاسبات برای نانو ذرات اکسید آلومینیوم و اکسید تیتانیوم در سیال پایه آب انجام شده است. نتایج ارائه شده، نشان می‌دهد که انتقال حرارت نسبت به آب خالص، با افزایش عدد رینولدز، غلظت نانو ذرات، هدایت گرمایی چاه حرارتی و استفاده از نانو سیال آب - اکسید آلومینیوم و آب - اکسید تیتانیوم افزایش می‌یابد [۱۶]. دوستدار و میر کاظم یکانی، با استفاده از روش عددی جابجایی ترکیبی جریان سیال و انتقال حرارت در نانو سیال درون یک محفظه مربعی شکل زاویه‌دار که دو مانع درون آن وجود دارند، را مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه، تأثیر عدد رایلی، کسر حجمی نانو ذرات و ارتفاع مانع داغ، مورد مطالعه قرار گرفته است. در این تحقیق، نانو سیال آب - اکسید آلومینیوم با قطر نانو ذرات ۴۰ نانومتر و دمای ۳۰۰ کلوین، به‌عنوان سیال عامل مورد استفاده قرار گرفته است. آن‌ها نشان دادند که افزایش عدد رایلی و همچنین افزایش کسر حجمی نانو ذرات، سبب افزایش انتقال حرارت درون محفظه می‌شود؛ همچنین مشخص شد که افزایش ارتفاع مانع داغ، سبب کاهش مقادیر نوسلت متوسط می‌شود [۱۷]. زارع و ولی پور، با استفاده از روش عددی جابجایی ترکیبی جریان سیال و انتقال حرارت در نانو سیال درون یک محفظه مربعی شکل در حضور میدان مغناطیسی، را مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه، تأثیر عدد گراشف، عدد هارتمن و کسر حجمی نانو ذرات در عدد رینولدز ۱۰۰، مورد مطالعه قرار گرفته است. در این تحقیق، نانو سیال آب - مس، به‌عنوان سیال عامل مورد استفاده قرار گرفته است؛ همچنین از مدل همیلتون و بریکمن برای تعیین هدایت حرارتی ظاهری و ویسکوزیته مؤثر نانوسیال استفاده شده است. نتایج نشان دادند که افزایش عدد گراشف و افزایش کسر حجمی نانو ذرات، سبب افزایش انتقال حرارت

## ۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم برای بررسی جریان تراکم ناپذیر پایا، معادلات بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی می‌باشند. فرض می‌شود: نانو سیال مورد بررسی، نیوتنی و دارای خواص فیزیکی ثابت هستند، فاز مایع و نانو ذرات، در حالت تعادل گرمایی هستند، نانو ذرات کروی هستند، سهم انتقال حرارت تابشی بین دو طرف از دیواره محفظه ناچیز است؛ بنابراین با فرضیات فوق معادلات حاکم بر مسئله با در نظر گرفتن عبارت بوزینیسک به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۵].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله اندازه حرکت در جهت x.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

معادله اندازه حرکت در جهت y.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{[(1-\phi)\rho_f \beta_f + \phi\rho_s \beta_s] g (T - T_L)}{\rho_{nf}} \quad (3)$$

معادله انرژی.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

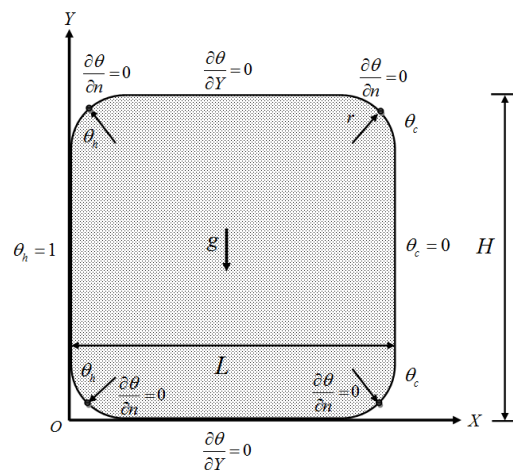
معادله گردابه جریان و خط جریان.

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -\left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

به خاطر وجود نانو ذرات در سیال، خصوصیات نانو سیال، به صورت روابطی که در زیر آورده شده است و با استفاده از جدول ۱ تغییر می‌کند و همین تغییر سبب تغییر در نیروی خارجی شده و توابع توزیع را نیز دستخوش تغییرات می‌کند؛ در نتیجه خواص ماکروسکوپی نیز تغییر می‌کند.

پارامترهای اصلی که در محاسبه نرخ انتقال حرارت نانو سیالات مهم‌اند شامل: ظرفیت حرارتی؛ گرانی و هدایت

فرآیندهایی و با پیچیده شدن شکل هندسی سیستم‌ها و شرایط مرزی آن حل تحلیلی مسئله تقریباً غیرممکن می‌شود. یکی از روش‌های مناسب برای حل چنین مسائلی، استفاده از روش‌های عددی است که اجازه می‌دهند، انواع پیچیدگی‌های هندسی و فیزیکی، با دقت مطلوب لحاظ شوند [۲۱-۲۴]؛ بنابراین به علت اهمیت موضوع و کمبود اطلاعات و تحقیق در این مورد، در این مقاله مدل‌سازی محفظه‌ای با سطح مقطع مربعی شکل همراه با کنج‌های دایروی (با نانو سیال) انجام گرفته و بررسی تغییرات الگوی جریان و عملکرد انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون آن مدل‌سازی شده است. معادلات ناویر استوکس و انرژی به صورت عددی حل شده، به زبان فرترن برنامه‌نویسی شده‌اند، برای گسسته‌سازی عبارات مکانی، از روش حجم محدود جیمسون و برای گسسته‌سازی ترم زمانی، از رانگ کوتای مرتبه ۴ استفاده شده است. برای کوپل معادله پیوستگی به معادلات اندازه حرکت، از روش تراکم‌پذیری مصنوعی استفاده شده است؛ تأثیر هندسه سیستم بر میزان افزایش انتقال حرارت، مورد بررسی قرار گرفته شده است. در این تحقیق، نانو سیال آب اکسید آلومینیوم، به عنوان سیال عامل مورد استفاده قرار گرفته است و از مدل همیلتون کروسر و جانگ به ترتیب، برای تعیین هدایت حرارتی ظاهری و ویسکوزیته مؤثر نانوسیال استفاده شده است. محفظه مورد مطالعه به همراه شرایط مرزی مسئله، در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱- شکل و شرایط مرزی مسئله

۲-۵- هدایت حرارتی ظاهری بی بعد

هدایت حرارتی نانو سیال، تابع هدایت حرارتی هر دو جزو سیال پایه و نانو ذرات، همچنین تراکم حجمی مساحت سطح و شکل نانو ذرات معلق در مایع و توزیع و پراکندگی ذرات است [۲۶].

$$\frac{k_{Stationary}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s)}$$

۲-۶- هدایت حرارتی ظاهری بی بعد کل

$$\begin{aligned} \frac{k_{nf}}{k_f} &= \frac{k_{Stationary}}{k_f} + \frac{k_c}{k_f} \\ &= \frac{k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s)} \\ &+ \frac{Nu_p d_f (2 - D_f) D_f}{Pr (1 - D_f)^2} \times \\ &\left[ \frac{\left( \frac{d_{max}}{d_{min}} \right)^{1-D} - 1}{\left( \frac{d_{max}}{d_{min}} \right)^{2-D} - 1} \right] \frac{1}{d_p} \end{aligned} \quad (10)$$

$$D_f = 2 - \frac{Ln \phi}{Ln(d_{max}/d_{min})} \quad (11)$$

جایی که در آن  $d_{p,max}$  و  $d_{p,min}$ ، حداقل و حداکثر قطر نانو ذرات می باشند. با توجه به نسبت اندازه گیری  $(d_{p,max}/d_{p,min})$ ، حداقل و حداکثر قطر از نانو ذرات داده پردازی را می توان با نانو ذرات با قطر متوسط تعیین کرد [۲۷].

$$d_{p,max} = d_p \frac{D_f - 1}{D_f} \left( \frac{d_{p,min}}{d_{p,max}} \right) \quad (12)$$

$$d_{p,min} = d_p \frac{D_f - 1}{D_f} \quad (13)$$

پارامترهای بی بعد عبارتند از [۲۵]:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{uH}{\alpha_f} \\ V &= \frac{vH}{\alpha_f}, \quad \Psi = \frac{\psi}{\alpha_f}, \quad \Omega = \frac{\omega H^2}{\alpha_f} \\ \xi &= \frac{t \alpha_f}{H^2}, \quad P = \frac{pH^2}{\rho_f \alpha_f^2}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \end{aligned} \quad (14)$$

حرارتی می باشند که ممکن است، کاملاً با سیال خالص اصلی متفاوت باشند. خواص فیزیکی مؤثر در معادلات ذکر شده نانو سیال به صورت زیر است.

۲-۱- ویسکوزیته

گرانروی اندازه مقاومت یک سیال در برابر تغییر شکل ناشی از تنش های طولی یا تنش برشی است.

$$\begin{aligned} \mu_{eff} &= \mu_f (1 + 2.5\phi) \times \\ &\left[ 1 + \eta \left( \frac{d_p}{H} \right)^{-2\epsilon} \phi^{2/3} (1 + \epsilon) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

این مدل توسط جانگ و همکاران [۱۳] برای محفظه های حاوی مایع رقیق تعلیق ذرات کوچک کروی سفت و سخت ارائه شده است. در رابطه فوق برای  $Al_2O_3$  به تجربه ثابت شده است که:  $\epsilon = -0.25$  و  $\eta = 280$ .

۲-۲- چگالی

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_s \quad (7)$$

۲-۳- ظرفیت گرمایی

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi) (\rho C_p)_f + \phi (\rho C_p)_s \quad (8)$$

۲-۴- پخش حرارتی

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (9)$$

جدول ۱- خصوصیات ترموفیزیکی فازهای مختلف

ویژگی ها	فاز مایع آب ۳۰۰ درجه کلوین	فاز جامد ( $Al_2O_3$ )
$C_p (J/kg.K)$	۴۱۷۹	۸۵۰
$\rho (kg/m^3)$	۹۹۷/۱	۳۹۰۰
$k (W/m.K)$	۰/۶۱	۴۶
$\beta (1/K)$	$2/1 \times 10^{-4}$	$1/67 \times 10^{-5}$
$\mu (kg/m.s)$	$8/9 \times 10^{-4}$	---

$$Nu_x = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left( \frac{\partial \theta}{\partial n} \right)_h \quad (22)$$

عدد نوسلت متوسط، از انتگرال‌گیری عدد نوسلت در طول دیواره تعیین می‌شود.

$$\overline{Nu} = \int_0^H Nu_x dy \quad (23)$$

### ۳- روش عددی

در این تحقیق جهت حل عددی، از روش حجم محدود برای مطالعه دوبعدی جابجایی طبیعی و تراکم ناپذیر جریان داخل محفظه‌ای با سطح مقطع مربعی شکل پر شده با نانو سیال آب،  $Al_2O_3$  تحت دیواره گرم متفاوت استفاده شده است. معادلات حاکم در این سیستم، در حالت نا پایا به کار رفته و با استفاده از روش تراکم‌پذیری مصنوعی چورین [۲۸]، معادله پیوستگی به معادلات اندازه حرکت کوپل شده است. جهت گسسته کردن معادلات حاکم بر جریان و جمله‌های جابجایی و لزجت، از روش حجم محدود استفاده شده است؛ به گونه‌ای که معادلات حاصل جبری صریح بوده، به صورت شبه زمانی ظاهر می‌شوند که با استفاده از روش رانگ‌کوتای مرتبه چهارم و با الگوی پیشرو زمانی حل شده است. برای تولید شبکه، از روش تولید شبکه‌های با سازمان به دلیل کاهش زمان محاسبات استفاده شده است. شبکه تولید شده در این مقاله، توسط روش تولید شبکه به روش جبری است، شبکه‌ها به شکل مربعی در دو جهت  $X$  و  $Y$  به یک نسبت تولید شده است. جهت استفاده از شبکه جبری تولید شده در نزدیکی مرزها به دلیل پیچیدگی فیزیکی جریان، از تراکم شبکه جبری در نزدیکی دیواره‌ها استفاده شده است. مسئله برای اعداد گراشف  $10^2$  تا  $10^5$  حل شده است. معادلات گسسته شده توسط روش‌های گسسته سازی‌های زمانی و مکانی در زبان برنامه‌نویسی فرترن نوشته شده است. برای بررسی همگرایی و خطای محاسباتی در محاسبه مشتقات مرتبه، مشتق تمامی عبارات را با هم جمع کرده به صورت زیر داریم.

$$\begin{aligned} res(Total) = & res\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) + res\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right) \\ & + res\left(\frac{\partial V}{\partial X}\right) + res\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right) \\ & + res\left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right) + res\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right) \end{aligned} \quad (24)$$

پارامترهای بی بعد به صورت رابطه (۱۵) تعریف می‌شوند [۶].

$$\begin{aligned} Pr &= \frac{V_{nf}}{\alpha_{nf}} \\ Gr &= \frac{g \beta_f (T_h - T_L) H^3}{\nu_f^2} \end{aligned} \quad (15)$$

با بی‌بعدسازی معادلات (۱) تا (۵)، عبارت نهایی بی‌بعد برای حل عددی به صورت زیر است [۲۵]. معادله پیوستگی.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (16)$$

معادله اندازه حرکت در جهت  $X$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \zeta} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = & -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\partial P}{\partial X} \\ & + \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

معادله اندازه حرکت در جهت  $Y$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \zeta} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = & -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\partial P}{\partial Y} \\ & + \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \\ & + \frac{1}{\rho_{nf} \beta_f} \left[ (1-\Phi) \rho_f \beta_f + \Phi \rho_s \beta_s \right] \\ & \times Pr^2 Gr \theta \end{aligned} \quad (18)$$

معادله انرژی.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \\ = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

معادله گردابه جریان و خط جریان.

$$\Omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} = -\left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right) \quad (20)$$

### ۲-۷- عدد نوسلت

عدد نوسلت توسط رابطه (۲۱) تعیین می‌شود [۲۵].

$$Nu = -\frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial n} \quad (21)$$

در آن  $n$  معرف جهت عمود بر سطح است. عدد نوسلت محلی برای دیواره گرم از رابطه (۲۲) تعیین می‌شود.

### ۳-۲- روش حجم محدود

برای به دست آوردن حوزه سرعت و دما، بایستی معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی برای محیط داخل محفظه حل شوند. در این مقاله، برای حل معادلات ناویر-استوکس و انرژی از روش حجم محدود استفاده شده است. با اعمال قضیه گرین روی معادلات (۱۶) تا (۱۹) روی یک حجم محدود، قضیه گرین انتگرال‌های سطحی را به انتگرال‌های خطی تبدیل می‌کند [۳].

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\beta} \frac{\partial P}{\partial \zeta} dS = - \iint_{\partial \Omega} (U dY - V dX) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \frac{\partial U}{\partial \zeta} dS &= - \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \iint_{\partial \Omega} P dY \\ &- \iint_{\partial \Omega} (U^2 dY - UV dX) \\ &+ \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\nu_f} \iint_{\partial \Omega} \left( \frac{\partial U}{\partial X} dY - \frac{\partial U}{\partial Y} dX \right) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} dS &= \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \iint_{\partial \Omega} \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} dY - \frac{\partial \theta}{\partial Y} dX \right) \\ &- \iint_{\partial \Omega} (U \theta dY - V \theta dX) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \frac{\partial V}{\partial \zeta} dS &= \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \iint_{\partial \Omega} P dX \\ &- \iint_{\partial \Omega} (UV dY - V^2 dX) \\ &+ \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{\nu_f} \iint_{\partial \Omega} \left( \frac{\partial V}{\partial X} dY - \frac{\partial V}{\partial Y} dX \right) \\ &+ [(1-\Phi)\rho_f\beta_f + \Phi\rho_s\beta_s] \\ &\times \frac{Pr^2 Gr \theta}{\rho_{nf} \beta_f} \iint_{\partial \Omega} dS \end{aligned} \quad (31)$$

در نهایت شکل برداری معادلات ناویر-استوکس به صورت زیر مرتب می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \zeta} \iint_{\Omega} Q dS &= - \iint_{\partial \Omega} (F dY - G dX) \\ &+ \iint_{\partial \Omega} (R dY - W dX) + \iint_{\Omega} Z dS \end{aligned} \quad (32)$$

که در آن:

$$Q = \begin{pmatrix} P \\ U \\ V \\ \theta \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \beta U \\ U^2 + P \\ UV \\ U\theta \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} \beta V \\ UV \\ V^2 + P \\ V\theta \end{pmatrix} \quad (33)$$

به عنوان مثال منظور از  $res\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)$  قدر مطلق تفاوت آن در دو تکرار متوالی است.

$$res\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) = \left| \left( \frac{\partial U^{n+1}}{\partial X} - \frac{\partial U^n}{\partial X} \right) \right| \quad (25)$$

در نهایت برای رسیدن به حالت پایدار از خطای رابطه (۲۶) استفاده شده است.

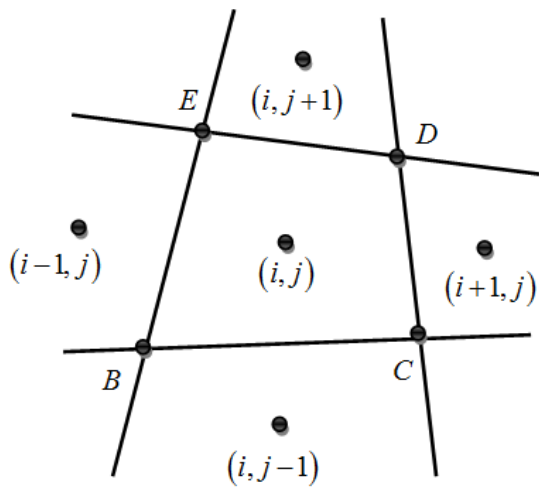
$$Error = |res(Total)| < 10^{-8} \quad (26)$$

### ۳-۱- روش تراکم پذیری مصنوعی

با پیشرفت ابزارهای محاسباتی، دینامیک سیالات محاسباتی، نقش مهم‌تری در طراحی و تحلیل سیستم‌ها پیدا می‌کند. در این راستا، ابداع روش‌هایی مورد توجه قرار گرفته‌اند که دارای آهنگ همگرایی بهتری باشند. به طور کلی روش‌های تراکم پذیر دارای آهنگ همگرایی بهتر بوده، حجم محاسباتی کمتری را نسبت به روش‌های تراکم ناپذیر دارند. این امر تا حدی بوده است که روش‌های تراکم پذیر در بسیاری از موارد تنها با کاهش عدد ماخ، برای تحلیل جریان‌های تراکم ناپذیر به کار برده شده‌اند. کاهش عدد ماخ، به دلیل کمینه کردن اثرات تراکم‌پذیری بوده است. متأسفانه با کاهش عدد ماخ، این روش‌ها با افت شدیدی از نظر آهنگ همگرایی و دقت مواجه می‌شوند. برای حل این مشکل، روش تراکم‌پذیری مصنوعی معرفی شد. روش تراکم‌پذیری مصنوعی، با تغییر ماهیت معادلات از بیضوی - سهموی به معادلات هذلولوی - سهموی، استفاده از روش تراکم پذیر را برای روش تراکم ناپذیر امکان‌پذیر می‌سازد؛ بنابراین یکی از روش‌های موفق در شبیه‌سازی جریان تراکم ناپذیر، روش تراکم‌پذیری مصنوعی است که توسط چورین معرفی شده است [۲۹][۲۸]. در این روش، یک جمله فشار مجازی به معادله پیوستگی اضافه می‌شود و در نتیجه این تغییر سیستم، معادلات حاکم بر جریان سیال تراکم ناپذیر به صورت هذلولوی درآمده، برای حل آن می‌توان از روش‌های معمول حل جریان‌های تراکم‌پذیر استفاده کرد. معادله پیوستگی را با درج یک عبارت تابع زمانی به صورت رابطه (۲۷) می‌نویسیم.

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (27)$$

که در آن  $\beta$  را تراکم‌پذیری مصنوعی سیال تلقی می‌کنیم.



شکل ۲- شبکه و موقعیت ذخیره‌سازی متغیرهای جریان

اگر میانگین  $\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)$  در مرکز سلول‌ها را در نظر بگیریم، به عنوان مثال  $\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_{BC}$  را روی سلول نشان داده شده داریم.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_{BC} = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_{i,j} + \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_{i,j-1} \right] \quad (38)$$

#### ۴- نتایج

برای بررسی استقلال حل از شبکه‌بندی، مسئله مورد نظر در یک وضعیت یکسان برای سه شبکه‌بندی متفاوت با ابعاد  $50 \times 50$ ،  $100 \times 100$ ،  $150 \times 100$ ،  $150 \times 150$  تست شده است، اختلاف مقادیر به دست آمده از شبکه‌بندی‌های ذکر شده برای عدد بی-بعد نوسلت، کمتر از ۱٪ است. برای صرفه‌جویی در زمان و حفظ دقت لازم شبکه‌بندی  $100 \times 100$  برای مسئله حاضر مناسب تشخیص داده شد.

برای مقایسه کد حاضر با کار دیگران، مسئله مذکور را برای سیال خالص برای محفظه مربعی اجرا کرده، نتایج حاصل را برای عدد بی‌بعد نوسلت با نتایج حاصل از کارهای ارائه شده توسط کوانگ [۲۵] و خانافر [۳۰] در  $Pr = 6.2$ ،  $d_p = 10nm$ ،  $\phi = 0$ ،  $Gr = 10^3$ ،  $Gr = 10^4$  و  $Gr = 10^5$ ، مورد مقایسه قرار گرفته است. ارزیابی برای عدد بی‌بعد نوسلت، در نمودار شکل ۳ نشان داده شده است؛ همچنین برای ارزیابی عدد نوسلت برای حالت سیال خالص، از نتایج ارائه شده در کارهای رجان [۳۱] و

$$R = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{v_f} \frac{\partial U}{\partial X} \\ \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{v_f} \frac{\partial V}{\partial X} \\ \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\partial \theta}{\partial X} \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{v_f} \frac{\partial U}{\partial Y} \\ \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf}} \frac{Pr}{v_f} \frac{\partial V}{\partial Y} \\ \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{Pr^2 Gr \theta}{\rho_{nf} \beta_f} [(1-\Phi)\rho_f \beta_f + \Phi \rho_s \beta_s] \\ 0 \end{pmatrix} \quad (34)$$

فضای محاسباتی مطابق شکل ۲، به صورت سلول‌های مستطیلی تقسیم شده‌اند که معادلات دیفرانسیل معمولی سیستم با اعمال رابطه **Error! Reference source not found.** (۳۶) برای هر سلول تعیین می‌شود.

برای گسسته‌سازی عبارت‌های مربوط به همرفت روی مرزها، از روش میانگین‌گیری استفاده می‌کنیم؛ به عنوان مثال، برای انتگرال خطی  $\int_{\partial\Omega} U dY$  روی سلول نشان داده شده در شکل ۲ داریم.

$$\int_{\partial\Omega} U dY = \int_{BC} U dY + \int_{CD} U dY + \int_{DE} U dY + \int_{EB} U dY \quad (35)$$

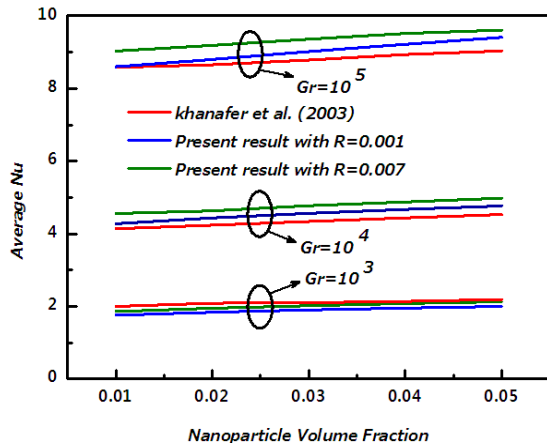
اگر میانگین  $U$  در مرکز سلول‌ها را در نظر بگیریم، به عنوان مثال  $U_{BC}$  را روی سلول نشان داده شده داریم.

$$U_{BC} = \frac{1}{2} (U_{i,j} + U_{i,j-1}) \quad (36)$$

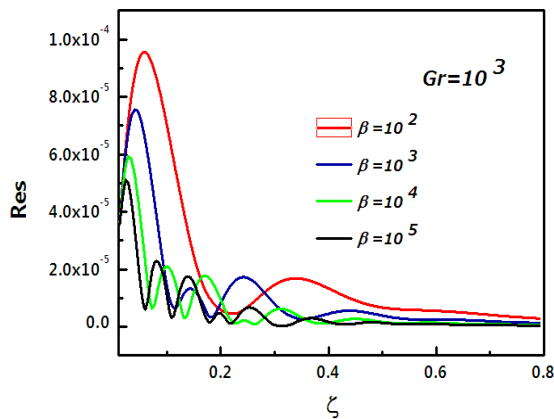
برای گسسته‌سازی عبارت‌های مربوط به لزجت، ابتدا مشتق اول تمامی کمیت‌ها در مرکز سلول محاسبه شده، سپس با میانگین‌گیری مشتق تمامی کمیت‌ها روی مرزهای سلول به دست می‌آید؛ به عنوان مثال، برای انتگرال خطی  $\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) dY$  روی سلول نشان داده شده در شکل ۲ داریم.

$$\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) dY = \int_{BC} \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) dY + \int_{CD} \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) dY + \int_{DE} \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) dY + \int_{EB} \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) dY \quad (37)$$

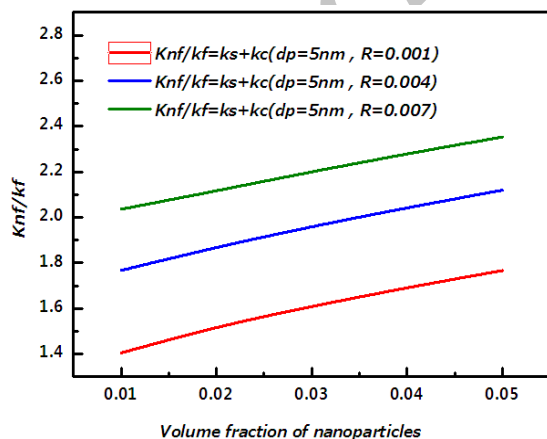




شکل ۳- نمودار مقایسه کار حاضر با کار دیگران



شکل ۴- نمودار مانده برحسب تعداد تکرار برای ضریب تراکم پذیری مختلف



شکل ۵- منحنی‌های هدایت حرارتی نانو سیال برحسب کسر حجمی

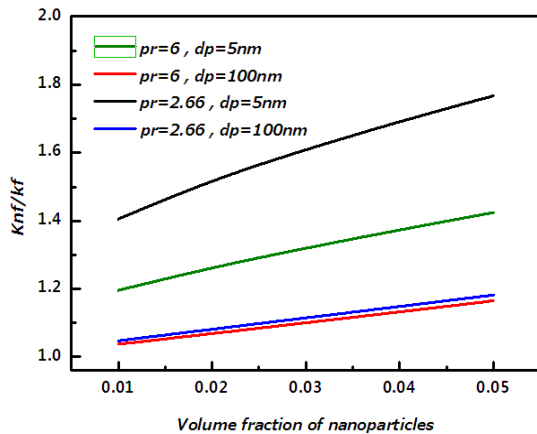
دیویس [۳۲] برای عدد پرانتل  $Pr=0.7$  استفاده شده است، این ارزیابی در جدول ۲ نشان داده شده است. این مقایسه‌ها نشان می‌دهند که نتایج حاصل از کد حاضر، همخوانی خوبی با نتایج به‌دست‌آمده از کارهای دیگران دارد.

جدول ۲- مقایسه کار حاضر با کار دیگران از نظر میزان عدد نوسلت

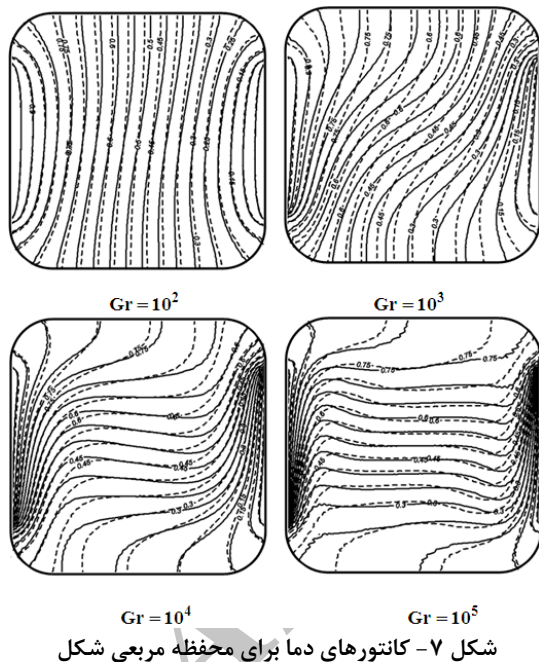
$\overline{Nu}(Ra=10^5)$	$\overline{Nu}(Ra=10^4)$	$\overline{Nu}(Ra=10^3)$	
۸/۷۲۱	۴/۵۳۱	۱/۱۱۶	مرجع [۳۱]
۸/۸۰۰	۴/۵۱۹	۱/۱۱۸	مرجع [۳۲]
۸/۸۳۰	۴/۵۲۲	۱/۱۱۷	کار حاضر

شکل ۴ تأثیر ضریب تراکم‌پذیری مصنوعی در سرعت همگرایی را نشان می‌دهد. با توجه به نمودار می‌توان دید که مقدار  $\beta$  برای همگرا شدن هرچه سریع‌تر به جواب تأثیر بسزایی دارد.

شکل ۵ هدایت حرارتی نانو سیال برحسب کسرهای حجمی متفاوت از نانو ذرات در  $\phi=0.05$  و  $Pr=2.6$  نشان می‌دهد،  $D_f$  که به‌وسیله حرکت براونی در نانو سیال از رابطه (۱۰) به دست می‌آید، رابطه عکس با  $R$  دارد؛ بنابراین مقادیر  $R$ ، یک معیار از اهمیت ساختارهای غیریکنواخت نانو ذرات را به دست می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که انتقال حرارت نانو سیال با افزایش انرژی انتقال در سیال به‌طور قابل‌توجه به‌وسیله مقدار  $R$  افزایش می‌یابد. این پدیده به‌وسیله تئوری حرکت براونی که ذرات را به‌سرعت بالا مرتبط می‌کند، قابل‌توجه است. با افزایش مقدار  $R$  از  $0.001$  به  $0.007$  الگوهای جریان بدون تغییر باقی می‌ماند، درحالی‌که مقدار نیرو جریان به دلیل نرخ بالا نسبت جریان سیال، افزایش می‌یابد. به‌منظور توضیح این پدیده، ماکزیمم مینیمم قطر به‌وسیله روابط (۱۲) و (۱۳) محاسبه شده است قابل‌توجه است که برای یک قطر ثابت نانو ذرات ماکزیمم مینیمم قطر نانو ذرات در مقادیر بالای  $R$  به‌وسیله نانو ذرات نسبتاً کوچک‌تر با اندازه یکنواخت‌تر ارتقا بهتری می‌یابد؛ بنابراین با استفاده از ساختار نانو ذرات، مقدار بدون بعد  $k_{nf}/k_f$  به‌اندازه  $24\%$  از  $0.001$  به  $0.007$  افزایش می‌یابد.



شکل ۶- منحنی‌های هدایت حرارتی نانو سیال بر حسب کسر حجمی



شکل ۷- کانتورهای دما برای محفظه مربعی شکل

شکل ۹ خطوط جریان را برای عددهای مختلف گراشوف در  $\phi = 0.05$ ،  $d_p = 10\text{nm}$ ،  $R = 0.007$  و  $Pr = 6$  را نشان می‌دهد. سیال در اثر گرم شدن به صورت فشار ثابت منبسط می‌شود، بنابراین لایه‌ای از سیال که در مجاورت دیواره گرم قرار دارد، منبسط شده و به طرف بالا حرکت می‌کند؛ در همین حال، سیال اطراف دیواره سرد متراکم شده، به طرف پایین حرکت می‌کند. نتایج حاصل از این شکل‌ها، نشان‌دهنده این است برای عدد  $Gr = 10^3$ ، خطوط سرعت

شکل ۶ هدایت حرارتی نانو سیال بر حسب کسرهای حجمی متفاوت از نانو ذرات در  $\phi = 0.05$  نشان می‌دهد، به‌وضوح مشخص است که مقدار به‌دست‌آمده برای  $k_{nf}/k_f$  برای قطر ذره  $5\text{nm}$  به‌طور قابل‌توجهی نسبت به نظیر آن با قطر  $100\text{nm}$  در عدد پرانتل ثابت، بالاتر است. برای یک غلظت حجمی ثابت، نانو سیالی با قطر کوچک‌تر، دارای سطح تماس کلی بیشتری است که این خود سبب مبادله بیشتر گرما بین نانو ذرات و سیال مایع می‌شود؛ همچنین با افزایش عدد پرانتل برای یک قطر ثابت نانو ذرات، نرخ هدایت حرارتی نانو سیال کاهش می‌یابد.

شکل ۷ خطوط هم‌دما در محفظه مربعی شکل برای سیال حاوی نانو ذرات (۰۰۰) و سیال خالص (-) در  $\phi = 0.05$  و عددهای گراشوف مختلف نشان می‌دهد. نتایج حاصل از شکل نشان‌دهنده این است که برای عدد گراشوف  $Gr = 10^3$  خطوط هم‌دما، خطوطی تقریباً عمودی و صاف را تشکیل می‌دهند، این در حالی است که برای عدد گراشوف  $Gr = 10^4$  خطوط هم‌دما با فشردگی زیاد در نزدیکی دیواره‌های هم‌دما جمع می‌شوند که به دلیل افزایش گرادیان دما در نزدیکی دیواره‌ها است؛ همچنین از کانتورهای دما ثابت مشخص است که نانو ذرات، سهم بسزایی در افزایش انتقال حرارت از طریق هدایت دارد. در عددهای گراشوف بالاتر، انتقال گرما بین دیواره گرم و سرد بیشتر از طریق جابجایی انجام می‌شود. نتایج بررسی، نشانگر بهبود خواص گرمایی سیالات در صورت استفاده از ذرات نانو در ساختار آن‌ها است که این بهبود، بیشترین تأثیر خود را از افزایش رسانش گرمایی به عنوان مهم‌ترین پارامتر نانو سیال می‌گیرد.

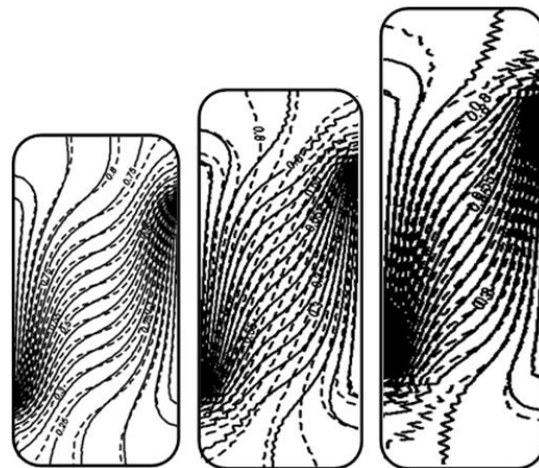
شکل ۸ خطوط هم‌دما در محفظه مستطیلی شکل برای سیال حاوی نانو ذرات (۰۰۰) و سیال خالص (-) در نسبت اندازه‌های مختلف برای  $Gr = 10^3$  در  $\phi = 0.05$  نشان می‌دهد. نتایج حاصل از شکل، نشان‌دهنده این است که با افزایش نسبت اندازه خطوط هم‌دما، خطوطی تقریباً عمودی و صاف را تشکیل می‌دهند، این در حالی است که در نسبت اندازه پایین، این خطوط با مقداری خمیدگی در مرکز شکل همراه است. از کانتورهای دما ثابت مشخص است که نانو ذرات، سهم بسزایی در افزایش انتقال حرارت از طریق هدایت دارد.

شکل ۱۰ خطوط گرما ثابت برای همرفت طبیعی در محفظه مربع شکل برای سیال حاوی نانو ذرات (۰۰۰) و سیال خالص (-) برای  $Gr = 10^3$  در  $\phi = 0.05$ ،  $d_p = 10nm$ ،  $R = 0.007$  و  $Pr = 6$  را نشان می‌دهد. عدد گراشف، به‌اندازه کافی زیاد هست تا همرفت بر انتقال گرمای بین دو دیواره جانبی حاکم باشد. خطوط گرما ثابت، به‌وضوح نشان می‌دهد که گرما بالا می‌رود و راهرو واقعی انرژی از لایه‌مرزی عمودی و یک کانال انرژی در راستای دیواره بالایی تشکیل شده است که این را به هم متصل می‌کند. خطوط گرما ثابت، همچنین موازی دیواره‌های عایق بالایی و پایینی هستند. این خطوط همچنین بر دو دیواره دما ثابت جانبی عمود هستند؛ زیرا در نواحی نزدیک این دیواره‌ها سازوکار غالب در انتقال گرما، رسانش است. الگوی خطوط گرما ثابت، به‌صورت هندسی، بزرگی عدد نوسلت بر اساس رسانش را نشان می‌دهد. عدد نوسلت بر اساس رسانش در شکل به‌عنوان مقدار بیشینه در بالاترین خط گرما ثابت ظاهر شده است؛ همچنین الگوی خطوط گرما ثابت به‌صورت هندسی، شار انرژی را در هسته به‌طرف پایین نشان می‌دهد؛ همچنین با مقایسه منحنی خطوط گرما ثابت برای نانو سیال و سیال خالص می‌توان به‌وضوح تأثیر نانو ذرات را در انتقال گرما به روش رسانش را دید.

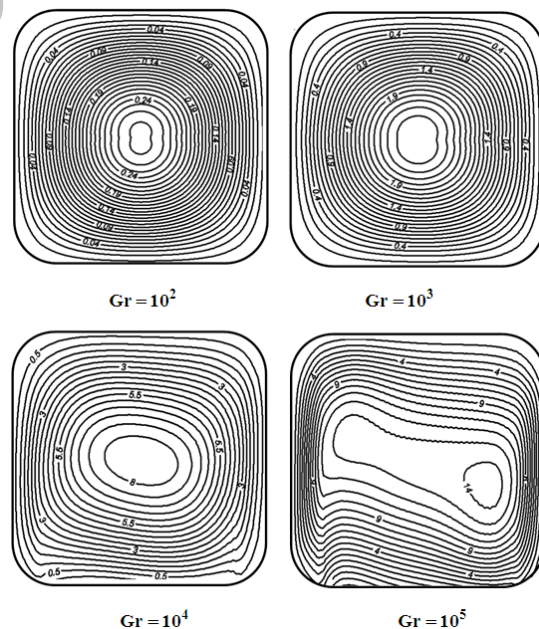


شکل ۱۰- کانتورهای گرما ثابت برای محفظه مربعی شکل

در نزدیک دیواره‌ها، خطوطی تقریباً صاف و عمودی را شکل می‌دهد؛ درحالی‌که با افزایش عدد گراشف، رفته‌رفته اثرات لزجت نسبت به اثرات نیروی شناوری کاهش یافته، خطوط جریان به سمت بی‌نظم شدن حرکت می‌کند.

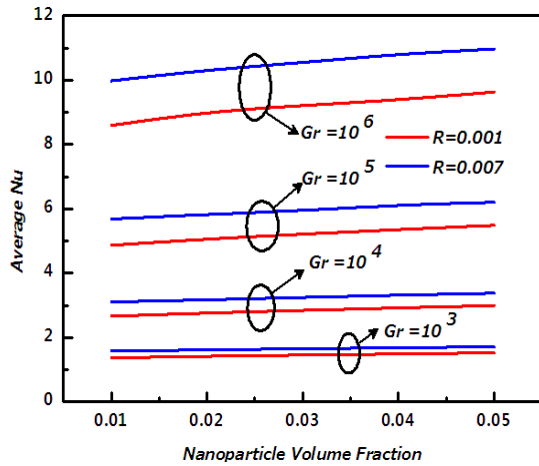


شکل ۸- کانتورهای دما برای محفظه در نسبت اندازه‌های مختلف

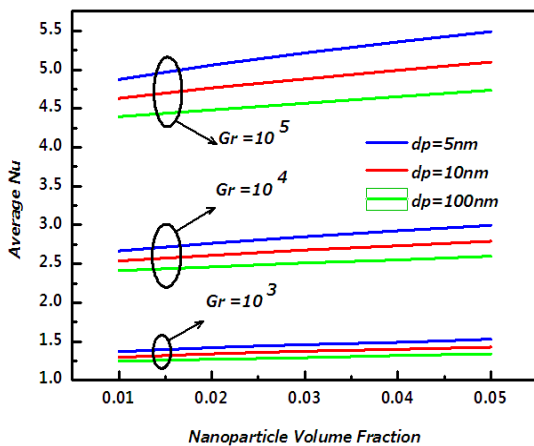


شکل ۹- خطوط جریان برای محفظه مربعی شکل

سایز متوسط ذرات، می‌تواند مزایای نانو سیالات را کاهش دهد.



شکل ۱۱- منحنی تغییر عدد نوسلت بر حسب کسر حجمی نانو ذرات



شکل ۱۲- منحنی تغییر عدد نوسلت بر حسب کسر حجمی نانو ذرات

##### ۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

تحقیقات اخیر روی نانو سیالات، افزایش قابل‌توجهی را در هدایت حرارتی آن‌ها نسبت به سیالات خالص نشان می‌دهد. نانو ذرات، سرعت انتقال گرما را در نانو سیال با افزایش هدایت حرارتی نانو سیال و تحمیل پراکندگی گرمایی در سیال، افزایش می‌دهد. خواص نانو لایه‌هایی که روی سطح نانو ذرات معلق تشکیل می‌شوند، عاملی برای افزایش بیشتر

شکل ۱۱ منحنی‌های تغییر عدد نوسلت بر حسب کسر حجمی نانو ذرات برای  $d_p = 5\text{nm}$  نشان می‌دهد. عدد نوسلت، به‌عنوان یک شاخص برای افزایش انتقال حرارت به کار می‌رود که افزایش عدد نوسلت، به معنای افزایش میزان انتقال حرارت است. با توجه به شکل با افزایش مقدار  $R$  از ۰/۰۰۱ تا ۰/۰۰۷، عدد نوسلت متوسط به‌سرعت برای عدد گراش‌های مختلف افزایش می‌یابد. با افزایش کسر حجمی نانو سیال در عددهای گراش پایین، میزان افزایش عدد نوسلت کم بوده، با افزایش عدد گراش، عدد نوسلت افزایش بیشتری دارد؛ همچنین در تمامی عددهای گراش افزایش قطر نانو ذرات، سبب کاهش میزان عدد نوسلت شده، هدایت حرارتی را کاهش می‌دهد. عدد نوسلت متوسط برای نانو سیال در مقایسه با سیال خالص در عددهای گراش مختلف پایین است. این کاهش در انتقال حرارت، بیشتر به دلیل تأثیر ویسکوزیته دینامیکی است، به‌طوری‌که این فاکتور در انتقال حرارت طبیعی نانو سیال با هدایت حرارتی پایین غالب است.

شکل ۱۲، منحنی‌های تغییر عدد نوسلت بر حسب کسر حجمی نانو ذرات برای  $R = 0.001$  نشان می‌دهد. وابستگی عدد نوسلت روی غلظت حجمی نانو ذرات را می‌توان با توجه به رابطه (۲۲)، بیشتر تفسیر کرد. این معادله بیان می‌کند که عدد نوسلت تحت تأثیر دو عامل یعنی، گرادیان دمایی در سطح محفظه و نرخ هدایت حرارتی است. با توجه به اینکه درصد افزایش نانو ذرات نسبت عکس با گرادیان دمایی دارد. این کاهش در گرادیان دمایی، به علت افزایش هدایت حرارتی مؤثر نانو سیال که همراه با افزایش در ضریب پخش گرمایی به وجود می‌آید. افزایش ضریب پخش حرارتی، موجب افت گرادیان دمایی می‌شود. با توجه به شکل با افزایش تراکم حجمی نانو ذرات گرادیان دمایی کاهش می‌یابد و نرخ هدایت حرارتی افزایش می‌یابد. بر این اساس، عدد نوسلت با افزایش غلظت حجمی نانو ذرات افزایش می‌یابد؛ همچنین با افزایش قطر نانو ذرات به دلیل کاهش شدید نرخ هدایت حرارتی در اعداد گراش مختلف، میزان عدد نوسلت کاهش می‌یابد. برهمکنش داخلی ذرات، نقش مهمی در سوسپانسیون‌های غلظت بالا بازی می‌کند. بدون کمک پایدار کننده‌های الکترواستاتیکی، ذرات هنگامی که در حرکت براونی قرار می‌گیرند، یا انباشته شده و یا لخته می‌گردند. امکان افزایش در

نسبت حداقل به حداکثر نانو ذرات

ضریب لزجت دینامیکی،  $kg/m.s$

چگالی،  $kg/m^3$

نفوذ حرارتی،  $m^2/s$

ضریب انبساط حرارتی،  $1/k$

کسر حجمی ذرات

ضریب لزجت سینماتیکی،  $m^2/s$

ثابت تجربی

گردابه،  $1/s$

گردابه بی بعد

تابع جریان بی بعد

نانو سیال

جامد

مؤثر

نانو ذرات

گرم

سرد

$R$   
علائم یونانی

$\mu$

$\rho$

$\alpha$

$\beta$

$\phi$

$V_f$

$\varepsilon, \eta$

$\omega$

$\Omega$

$\Psi$

زیر نویس ها

$nf$

$s$

$eff$

$p$

$h$

$L$

هدایت گرمایی نانو سیالات است. در این تحقیق، نشان داده شده است که مشخصه‌های انتقال گرمای نانو سیال با افزایش نرخ ماکزیمم و مینیمم قطر نانو ذرات  $R$ ، از  $0.01$  به  $0.07$  افزایش و یا قطر متوسط نانو ذرات  $d_p$ ، از  $10$  به  $5$  کاهش می‌یابد. این افزایش موجب تأثیر عمده حرکت برآونی ناشی از انتقال حرارت می‌شود؛ درحالی‌که کارایی انتقال حرارت نانو سیال در مقایسه با سیال خالص، به دلیل کامل بودن هدایت گرمایی نانو سیال و همچنین افزایش اندازه نانو ذرات، از اهمیت کمتری برخوردار است. تأثیر معکوس نانو ذرات، عمدتاً به دلیل تأثیر پویای ویسکوزیته مؤثر است. افزایش دمای نانو سیال، منجر به افزایش تأثیر قطر نانو ذرات غیریکنواخت و قطر متوسط نانو ذرات در محفظه می‌شود. برای مقادیر کوچک و بزرگ عدد گراشف، به دلیل تحت شعاع قرار گرفتن هدایت گرمایی محفظه به وسیله هدایت گرمایی نانو سیال، افزایش انتقال گرما در سیستم‌های مختلف مشابه است. نتایج حاصل از تحقیق نشان می‌دهد که استفاده از نانو سیال، سبب افزایش نرخ انتقال حرارت و عدد نوسلت می‌شود. علاوه بر این با کاهش میانگین قطر نانو ذرات، عدد نوسلت افزایش می‌یابد. دو مکانیزم کلیدی حرکت براونی و نانو لایه‌ها، توأم از مهم‌ترین عوامل افزایش هدایت گرمایی سیالات انتقال دهنده گرما می‌باشند.

## ۷- مراجع

- [1] Choi SU, Zhang ZG, Keblinski P (2004) Nanofluids in encyclopedia of nanoscience and nanotechnology. American Scientific Publishers 6: 757-773.
- [2] Taheri Y, Ziapour BM, Alimardani K (2013) Study of an efficient compact solar water heater. *Energ Convers Manage* 70: 187-193.
- [3] Rezvani A, Valipour MS, Biglari M (2015) Numerical study of entropy generation for natural convection in cylindrical cavities. *Int J Heat Mass Tran* 3(2): 89-99.
- [4] Ziapour BM, Dehnavi R (2012) A numerical study of the arc-roof and the one-sided roof enclosures based on the entropy generation minimization. *Comput Math Appl* 64(6): 1636-1648.
- [5] Ziapour BM, Dehnavi R (2011) Finite-volume method for solving the entropy generation due to air natural convection in  $\Gamma$ -shaped enclosure with circular corners. *Math Comput Model* 54: 1286-1299.
- [6] Dehnavi R, Rezvani A (2012) Numerical investigation of natural convection heat transfer of nanofluids in a  $\Gamma$  shaped cavity. *Superlattice Microst* 52: 312-325.

## ۶- فهرست علائم

$x, y$	مؤلفه‌های مختصات کارتزین، $m$
$u, v$	مؤلفه‌های سرعت در راستای $(x, y)$
$T$	دما، $K$
$C_p$	ظرفیت گرمایی ویژه، $kJ/kg.k$
$g$	شتاب گرانشی، $m/s^2$
$P$	فشار، $Pa$
$Nu$	عدد بی بعد نوسلت
$d_f$	قطر ملکولی مایع، $m$
$d_p$	متوسط قطر نانو ذرات، $m$
$K$	رسانایی حرارتی، $W/m.k$
$\zeta$	زمان بی بعد
$Pr$	عدد بی بعد پرانتل
$Gr$	عدد بی بعد گراشف

مغناطیسی منقطع و فرکانس‌های زمانی متفاوت. مجله مهندسی مکانیک مدرس ۹۸-۹۱: ۱۵.

- [20] Hemmat Esfe SSM, Mir-Talebi SS (2014) Influence of Variable properties nanofluid on combined convection heat transfer in a two sided lid-driven enclosure with sinusoidal temperature profile. *Aerospace Mechanics Journal* 10: 51-63.
- [21] Chen W, Liu W, Liu B (2006) Numerical and experimental analysis of heat and moisture content transfer in a lean-to greenhouse. *Energ Build* 38: 99-104.
- [22] Chen W, Liu W (2006) Numerical simulation of the airflow and temperature distribution in a lean-to greenhouse. *Renew Energ* 31: 517-535.
- [23] Sharma P, Tiwari G, Sorayan V (1999) Temperature distribution in different zones of the micro-climate of a greenhouse: a dynamic model. *Energy Convers Manage* 40: 335-348.
- [24] Impron I, Hemming S, Bot G (2007) Simple greenhouse climate model as a design tool for greenhouses in tropical lowland. *Biosystems Eng* 98: 79-89.
- [25] Lin KC, Violi A (2010) Natural convection heat transfer of nanofluids in a vertical cavity: Effects of non-uniform particle diameter and temperature on thermal conductivity. *Int J Heat Fluid Flow* 31: 236-245.
- [26] Hamilton R, Crosser O (1962) Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems. *Ind Eng Chem Fund* 1: 187-191.
- [27] Xu J, Yu B, Zou M, Xu P (2006) A new model for heat conduction of nanofluids based on fractal distributions of nanoparticles. *J Phys Appl Phys* 39: 4486.
- [28] Chorin AJ (1967) A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. *J Comput Phys* 2: 12-26.
- [29] Chorin AJ (1997) A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. *J Comput Phys* 135: 118-125.
- [30] Khanafer K, Vafai K, Lightstone M (2003) Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids. *Int J Heat Mass Tran* 46: 3639-3653.
- [31] Oliveski RDC, Macagnan MH, Copetti JB (2009) Entropy generation and natural convection in rectangular cavities. *Appl Therm Eng* 29: 1417-1425.
- [32] Vahl Davis G de (1983) Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution. *Int J Numer Meth Fluid* 3: 249-264.

- [7] Salari M, Rezvani A, Mohammadtabar A, Mohammadtabar M (2015) Numerical study of entropy generation for natural convection in rectangular cavity with circular corners. *Heat Tran Eng* 36: 186-199.
- [8] Behseresht A, Noghrehabadi A, Ghalambaz M (2014) Natural-convection heat and mass transfer from a vertical cone in porous media filled with nanofluids using the practical ranges of nanofluids thermo-physical properties. *Chem Eng Res Des* 92: 447-452.
- [9] Haddad Z, Abu-Nada E, Oztop HF, Mataoui A (2012) Natural convection in nanofluids: Are the thermophoresis and Brownian motion effects significant in nanofluid heat transfer enhancement. *Int J Therm Sci* 57: 152-162.
- [10] Xuan Y, Li Q (2000) Heat transfer enhancement of nanofluids. *Int J Heat Fluid Flow* 21: 58-64.
- [11] Eastman J, Choi U, Li S, Thompson L, Lee S (1996) Enhanced thermal conductivity through the development of nanofluids. in MRS proceedings.
- [12] Lai FH, Yang YT (2011) Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluids in a square enclosure. *Int J Therm Sci* 5: 1930-1941.
- [13] Hwang KS, Lee JH, Jang SP (2007) Buoyancy-driven heat transfer of water-based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluids in a rectangular cavity. *Int J Heat Mass Tran* 50: 4003-4010.
- [14] Li CH, Peterson G (2006) Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids). *J Appl Phys* 99: 084314.

[۱۵] زحمتکش الف (۲۰۱۴) تولید آنتروپی نانو سیالات در همرفت طبیعی در محفظه‌های متخلخل مستطیل شکل. *مجله مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها* ۱۸۴-۱۷۱: ۴.

[۱۶] جمشید اصلی د، عباسی ع (۲۰۱۳) شبیه‌سازی عددی دوفازی جریان و انتقال حرارت نانو سیال‌ها در میکرو چاه حرارتی با استفاده از مدل مخلوط همگن. *مجله مکانیک سازه‌ها و شماره‌ها* ۶۳-۵۱: ۳.

- [17] Dostdar MM, Yekani M (2017) Numerical study of mixed convection of nano fluid in a lid-driven cavity containing hot obstacles. *Aerospace Mechanics Journal* 12: 67-78.
- [18] Zare Ghadi A, Sadegh Valipour M (2014) Numerical study of hydro-magnetic nanofluid mixed convection in a square lid-driven cavity heated from top and cooled from bottom. *Transp Phenom Nano Micro Scales* 2: 29-42.

[۱۹] کارگر شریف آباد هب فلسفی م (۲۰۱۵) مدل سازی عددی انتقال حرارت جابجایی داخلی سیال مغناطیسی تحت میدان