

## مدل‌سازی و تحلیل دینامیکی واگن مسافری سرعت بالا در سامانه ریلی ایران

جواد علیزاده کاکلر (مسئول مکاتبات)، دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

رحمت الله قاجار، استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

حمید توکلی، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

E-mail: j\_alizadeh@dena.kntu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۱۱/۰۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۰۶/۲۶

### چکیده

واگن هنگام حرکت بر روی ریل، ارتعاشاتی را تجربه می‌کند که از جمله مهم‌ترین آنها ارتعاشات عرضی است. ارتعاشات عرضی واگن در سرعت‌های بالا موجب بروز نوعی ناپایداری به نام هانتینگ می‌شوند. در این مقاله، با استفاده از استخراج معادلات حرکت غیرخطی یک واگن مسافری سرعت بالا، ارتعاشات عرضی آن در مسیر مستقیم مورد بررسی قرار گرفته است. عوامل غیر خطی مدل واگن، هندسه پروفیل چرخ و نیروهای خزشی در تماس چرخ و ریل هستند. در مدل‌سازی واگن، از تئوری خزش غیرخطی هیوربستیک استفاده شده و پروفیل چرخ نیز به کمک یک تابع غیرخطی چندضابطه‌ای در معادلات وارد شده است. افزون بر این، هر دو نوع تماس تک نقطه‌ای و دو نقطه‌ای چرخ و ریل در مدل‌سازی واگن در نظر گرفته شده‌اند. ۲۱ درجه آزادی برای واگن در نظر گرفته شده که عبارتند از: جابجایی جانبی و تغییر زاویه یابو برای هر چرخ و محور، جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول و تغییر زاویه یابو برای هر قاب بوژی و جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول، تغییر زاویه پیچ و تغییر زاویه یابو برای بدنه واگن. معادلات حرکت پس از استخراج با استفاده از نرم‌افزار MATLAB حل شده و با بررسی نتایج، سرعت بحرانی واگن ۸۳ m/s تعیین شده است.

واژه‌های کلیدی: مدل‌سازی دینامیکی، هانتینگ، تئوری تماس غیرخطی، تماس تک نقطه‌ای، تماس دو نقطه‌ای

## ۱. مقدمه

امروزه حمل و نقل ریلی یکی از اقتصادی‌ترین روشهای انتقال مسافر و بار در بیشتر کشورهاست. تماس چرخ و ریل، تماس فلز با فلز بوده و در نتیجه، اتلاف انرژی، کم و تغییر شکلهای محل تماس، بسیار ناچیزاند. با ظهور قطارهای مسافری سرعت بالا، تعیین محدوده کاری آنها در سرعت بالا و به دور از ناپایداری هانتینگ<sup>۱</sup> به عنوان یکی از مسائل مهم مطرح شده است. هانتینگ در حالت بحرانی در کنار سایش چرخ [Asadi Lari and Alizadeh, 2009] و خستگی آن [Alizadeh and Jafari, 2010] می‌تواند موجب خروج از خط و بروز سوانح شود. دانستن رفتار دینامیکی وسیله نقلیه ریلی نه تنها برای طراح ضروری است بلکه می‌تواند معرف عملکرد وسیله نقلیه ریلی و نیروهای اعمالی به ریل باشد. پدیده هانتینگ زمانی اتفاق می‌افتد که وسیله نقلیه ریلی در سرعت بالا حرکت می‌کند و به صورت یک حرکت نوسانی کوپله بین جابجایی جانبی و یا چرخ و محور نمایان می‌شود [Lee and Cheng, 2003].

مقالات متعددی در بررسی پایداری دینامیکی وسیله نقلیه ریلی ارائه شده اند. اغلب با در نظر گرفتن چهار یا شش درجه آزادی شامل درجه آزادی جانبی و یاو برای چرخ و محور و قاب بوژی صورت گرفته است [Lee and Cheng, 2003]. یکی از مطالعات پایه‌ای در این زمینه توسط Law and Wickens, 1965, Cooperrider, 1974] است. [Cooperrider انجام شده است.

## فهرست علائم

a: نصف فاصله مسیر ریل

$I_{cy}$ : ممان اینرسی پیچ بدنه واگن

$b_1$ : نصف فاصله میان فنر یاو اولیه و دمپر یاو اولیه

$I_{cz}$ : ممان اینرسی یاو بدنه واگن

$b_2$ : نصف فاصله میان فنر طولی ثانویه و فنر عمودی ثانویه

$I_{cx}$ : ممان اینرسی رول بدنه قاب بوژی

$b_3$ : نصف فاصله میان دمپر طولی ثانویه و دمپر عمودی ثانویه

$I_{tz}$ : ممان اینرسی یاو بدنه قاب بوژی

$C_{px}$ : دمپینگ یاو سیستم تعلیق اولیه

$I_{wx}$ : ممان اینرسی رول چرخ و محور

$C_{py}$ : دمپینگ جانبی سیستم تعلیق اولیه

$I_{wy}$ : ممان اینرسی چرخشی چرخ و محور

$C_{pz}$ : دمپینگ عمودی سیستم تعلیق اولیه

$I_{wz}$ : ممان اینرسی یاو چرخ و محور

$C_{sx}$ : دمپینگ یاو سیستم تعلیق ثانویه

$j=1,2$ : به ترتیب معرف چرخ و محور جلویی و عقبی

$C_{sy}$ : دمپینگ جانبی سیستم تعلیق ثانویه

$K_{px}$ : سختی طولی سیستم تعلیق اولیه

$C_{sz}$ : دمپینگ عمودی سیستم تعلیق ثانویه

$K_{py}$ : سختی جانبی سیستم تعلیق اولیه

$f_{11}$ : ضریب نیروی خزشی جانبی

$K_{pz}$ : سختی عمودی سیستم تعلیق اولیه

$f_{12}$ : ضریب نیروی خزشی جانبی / چرخشی

$K_{sx}$ : سختی طولی سیستم تعلیق ثانویه

$f_{22}$ : ضریب نیروی خزشی جانبی چرخشی

$K_{sy}$ : سختی جانبی سیستم تعلیق ثانویه

$f_{33}$ : ضریب نیروی خزشی طولی

$K_{sz}$ : سختی عمودی سیستم تعلیق ثانویه

$F_{kxij}$ : نیروی خطی خزش در جهت طولی اعمالی بر چرخ چپ

و راست

$L_1$ : نصف بازو فنر جانبی سیستم تعلیق اولیه

$F_{kxij}^*$ : نیروی خطی خزش در جهت طولی اعمالی بر چرخ چپ

و راست با استفاده از تئوری خطی کالکر

$L_2$ : نصف بازو دمپر جانبی سیستم تعلیق اولیه

$L_c$ : فاصله طولی مرکز چرخ و محور تا بدنه واگن

$F_{kxij}^n$ : نیروی غیر خطی خزش در جهت طولی اعمالی بر چرخ

چپ و راست

$m_c$ : جرم بدنه واگن

## مدل‌سازی و تحلیل دینامیکی واگن مسافری سرعت بالا در سامانه ریلی ایران

$M_{szij}$ : ممان ناشی از سیستم تعلیق اعمالی بر چرخ و محور در

جهت عمودی

$h_T$ : فاصله عمودی مرکز چرخ و محور تا مرکز ثقل سیستم تعلیق

ثانویه

$M_{szti}$ : ممان ناشی از سیستم تعلیق اعمالی بر بدنه بوژی در

جهت عمودی

$i=1,2$ : به ترتیب معرف بوژی جلویی و عقبی

$N$ : نیروی نرمال اعمالی بر چرخ و محور در حالت تعادل

$I_{cx}$ : ممان اینرسی رول بدنه واگن

$V$ : سرعت حرکت واگن

$N_{L,yij}$ : نیروی نرمال اعمالی بر چرخ چپ در جهت جانبی

$W_{ext}$ : نیروی خارجی

$N_{L,zij}$ : نیروی نرمال اعمالی بر چرخ چپ در جهت عمودی

$Y_c$ : جابه‌جایی جانبی بدنه واگن

$N_{R,yij}$ : نیروی نرمال اعمالی بر چرخ راست در جهت جانبی

$Y_{ti}$ : جابه‌جایی جانبی بدنه بوژی جلویی و عقبی

$N_{R,zij}$ : نیروی نرمال اعمالی بر چرخ راست در جهت عمودی

$Y_{wij}$ : جابه‌جایی جانبی بدنه چرخ و محور جلویی و عقبی

$r_L$ : شعاع غلتش چرخ چپ

$Z_c$ : جابه‌جایی عمودی بدنه واگن

$r_R$ : شعاع غلتش چرخ راست

$Z_{ti}$ : جابه‌جایی عمودی بدنه بوژی جلویی و عقبی

$r_0$ : شعاع غلتش نامی چرخ و محور

$\alpha_{ij}$ : ثابت اشباع در مدل نیروی خزش غیرخطی برای چرخ و محور

$R_{L,yij}$ : مولفه  $Y$  بردار موقعیت چرخ چپ از چرخ و محور جلویی

و عقبی

$\beta_{ij}$ : ثابت غیرخطی در مدل نیروی خزش غیرخطی برای

چرخ و محور

$R_{L,zij}$ : مولفه  $Z$  بردار موقعیت چرخ چپ از چرخ و محور جلویی و

عقبی

$\beta_{kij}$ : ثابت غیرخطی در مدل نیروی خزش غیرخطی چرخ چپ

و راست

$F_{kyij}$ : نیروی خطی خزش در جهت جانبی اعمالی بر چرخ چپ

و راست

$m_t$ : جرم قاب بوژی

$F_{kyij}^*$ : نیروی خطی خزش در جهت جانبی اعمالی بر چرخ چپ

و راست با استفاده از تئوری خطی کالکر

$m_w$ : جرم چرخ و محور

$M_{kxij}$ : ممان خطی خزش در جهت طولی اعمالی بر چرخ چپ

و راست

$F_{kyij}^n$ : نیروی غیر خطی خزش در جهت جانبی اعمالی بر چرخ

چپ و راست

$M_{kzij}$ : ممان خطی خزش در جهت عمودی اعمالی بر چرخ

چپ و راست

$F_{syc}$ : نیروی سیستم تعلیق اعمالی بر بدنه واگن در جهت جانبی

$M_{kzij}^*$ : ممان خطی خزش در جهت عمودی اعمالی بر چرخ

چپ و راست با استفاده از تئوری خطی کالکر

$F_{syij}$ : نیروی سیستم تعلیق اعمالی بر بدنه چرخ و محورها در

جهت جانبی

$M_{kzij}^n$ : ممان غیر خطی خزش در جهت عمودی اعمالی بر چرخ

چپ و راست

$F_{syti}$ : نیروی سیستم تعلیق اعمالی بر بدنه بوژی در جهت جانبی

$F_{szc}$ : نیروی سیستم تعلیق اعمالی بر بدنه واگن در جهت عمودی

$M_{sxc}$ : ممان ناشی از سیستم تعلیق اعمالی بر بدنه واگن در جهت

طولی

$F_{szti}$ : نیروی سیستم تعلیق اعمالی بر بدنه بوژی در جهت

عمودی

$M_{sxti}$ : ممان ناشی از سیستم تعلیق اعمالی بر بدنه بوژی در

جهت طولی

$h$ : فاصله عمودی محل اعمال نیروی خارجی تا مرکز ثقل چرخ

و محور

$M_{syc}$ : ممان ناشی از سیستم تعلیق اعمالی بر بدنه واگن در جهت

جانبی

$h_c$ : فاصله عمودی مرکز چرخ و محور تا مرکز ثقل بدنه واگن

مورد مطالعه قرار گرفت. نت و جواده [Nath and Jav - deh, 2005] به بررسی اثر سختی غیرخطی یابو بر خصوصیات دینامیکی چرخ و محور هنگامی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند پرداختند. بسیاری از پژوهشگران از مدل خطی خزش با درجات آزادی متغیر جهت بررسی پایداری واگن استفاده می‌کردند. برای مثال می‌توان به کار بل و همکارانش [Bell, Horak and Hedrick, 1981] که به بررسی سرعت بحرانی واگن در مسیر مستقیم و خمیده با مدل خطی خزش پرداخت، اشاره کرد. با مطالعات صورت گرفته مشخص شد پارامترهای حاکم بر دینامیک وسیله نقلیه ریلی سرعت بالا غیرخطی هستند و نه خطی. بنابراین مدل‌های خزش خطی بکار گرفته شده در مطالعات فوق موجب بوجود آمدن مقدار معینی خطا بودند. به منظور کاهش خطای ناشی از بکارگیری مدل خطی خزش، پژوهشگران از مدل‌های غیرخطی خزش در مدل‌سازی خود استفاده کردند [Zboinski, 1998-Zboinski, 1999, Zeng and Wu, 2004-Hirotsu, Iwasaki, Terada and Airiga, 1984-Zboinski and Dusza, 2004]. افزایش سرعت سیر قطارها در سالهای اخیر موجب شده است که پدیده هانتینگ، شدیداً مورد بحث و بررسی مراکز تحقیقاتی قرار گیرد [Hur, Park, You and Park, 2009-Joon, Hyo and Nam, 2011-Tavakkoli, Ghajar and A - izadeh, 2010-Zboinski and Dusza, 2010]. در این تحقیقات مدل‌سازی وسیله نقلیه ریلی با درجات آزادی متفاوت به منظور بررسی تأثیر این درجات بر پدیده هانتینگ ارایه شده است. اخیراً چنگ و لی [Cheng and Lee, 2009] با در نظر گرفتن ۲۱ درجه آزادی به مدل‌سازی و تحلیل پایداری هانتینگ وسیله نقلیه ریلی با در نظر گرفتن خزش غیرخطی پرداخته‌اند. احمدیان و یانگ در مدل‌سازی وسیله نقلیه ریلی، تماس فلنج چرخ با ریل را به صورت نیروی فنر در معادلات وارد کردند. این نیرو تابع جابجایی چرخ و محور و سختی معادل ریل و چرخ است. مطالعات دیگر در بررسی هانتینگ با این فرض که تماس فلنج اتفاق نمی‌افتد، صورت گرفته است.

$R_{Ryij}$ : مولفه  $y$  بردار موقعیت چرخ راست از چرخ و محور جلویی و عقبی  
 $\delta_L$ : زاویه تماس چرخ چپ  
 $R_{Rzij}$ : مولفه  $z$  بردار موقعیت چرخ راست از چرخ و محور جلویی و عقبی  
 $\delta_R$ : زاویه تماس چرخ راست  
 $C_\theta$ : زاویه پیچشی پیچ بدنه واگن  
 $\Psi_{wij}$ : زاویه پیچشی یابو چرخ و محور  
 $\varphi_c$ : زاویه پیچشی رول بدنه واگن  
 $\Psi_{ti}$ : زاویه پیچشی یابو بدنه بوژی  
 $\varphi_{ti}$ : زاویه پیچشی رول بدنه بوژی  
 $\Psi_c$ : زاویه پیچشی یابو بدنه واگن  
 Wickens and Wickens در مطالعه خود اثر کمپینگ را بر سرعت بحرانی وسیله نقلیه ریلی مورد بررسی قرار دادند. نو و هندریک [No and Hedrick, 1984] تأثیر سختی جانبی و طولی سیستم تعلیق اولیه بر سرعت بحرانی هانتینگ را نشان دادند. گارج و دوکی پاتی [Garg and Dukk - pati, 1984] به منظور بررسی پدیده هانتینگ، وسیله نقلیه ریلی را با ۱۷ تا ۲۴ درجه آزادی مدل کرده و با تستهای آزمایشگاهی صحت نتایج خود را به اثبات رساندند. مدل‌سازی خطی وی، راهکارهای بسیار خوب در جهت بررسی هانتینگ ارایه کرده است. پس از آن اکثر پژوهشگران پدیده هانتینگ را به صورت غیرخطی تحلیل کردند که از آن جمله می‌توان به مطالعات احمدیان و یانگ اشاره کرد. [Ahmadian and Yang, 1998]. احمدیان و یانگ [Ahmadian and Yang, 1998] به بررسی پارامترهای غیر خطی سیستم تعلیق بر سرعت بحرانی پرداختند. یابونو و همکاران [Yabuno, Okamoto and Aoshima, 2002] تأثیر سختی خطی جانبی را روی خصوصیات هانتینگ یک چرخ و محور بررسی کردند. در این تحقیق خصوصیات غیرخطی هانتینگ یک چرخ و محور با دو درجه آزادی شامل حرکت جانبی و یابو مدل گردید و تأثیر سختی خطی فنر جانبی بر آن از هر دو روش تئوری و عملی

هدف این مقاله با هدف مدل‌سازی و تحلیل واگن مسافری سامانه ریلی جمهوری اسلامی ایران به منظور به دست آوردن سرعت بحرانی واگن، هنگامی که در مسیر مستقیم و یکنواخت حرکت می‌کند، تدوین شده است. به این منظور مدل‌سازی واگن با ۲۱ درجه آزادی انجام شده است که ۲۱ درجه آزادی عبارتند از: جابجایی جانبی و تغییر زاویه یاو برای هر چرخ و محور، جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول و تغییر زاویه یاو برای قاب<sup>۲</sup> بوژیها، جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول، تغییر زاویه پیچ و تغییر زاویه یاو برای بدنه واگن. در این مدل‌سازی علاوه بر تماس در ناحیه مخروطی<sup>۳</sup> چرخ، تماس فلنج<sup>۴</sup> در معادلات نیز وارد شده است. تماس فلنج اعمال شده در این مقاله متفاوت با مدل‌سازی احمدیان و یانگ [Ahmadian and Yang, 1998- Ahmadian and Yang, 1998] بوده و بر پایه تماس دو نقطه‌ای چرخ با ریل است. در اغلب مطالعات صورت گرفته در زمینه رفتار دینامیکی و پدیده هانتینگ واگن، پروفیل چرخ به صورت خطی ساده‌سازی شده است، اما در این مطالعه پروفیل چرخ به صورت واقعی و غیرخطی مدل‌سازی و همچنین از مدل غیرخطی خزش هیوریستیک استفاده شده است. پس از مدل‌سازی ریاضی واگن و استخراج معادلات حاکم، با تحلیل مدل ایجاد شده توسط نرم‌افزار MATLAB جابه‌جایی چرخ و محور، قاب بوژی و بدنه واگن محاسبه و سرعت بحرانی هانتینگ تعیین شده است. تحلیل واگن با در نظر گرفتن پروفیل ساده‌سازی شده خطی چرخ نیز انجام شده و سرعت بحرانی به دست آمده از این تحلیل با سرعت بحرانی به دست آمده از تحلیل واگن با پروفیل واقعی مقایسه شده است تا میزان تقریب ناشی از این ساده‌سازی بررسی شود.

هدف این مقاله با هدف مدل‌سازی و تحلیل واگن مسافری سامانه ریلی جمهوری اسلامی ایران به منظور به دست آوردن سرعت بحرانی واگن، هنگامی که در مسیر مستقیم و یکنواخت حرکت می‌کند، تدوین شده است. به این منظور مدل‌سازی واگن با ۲۱ درجه آزادی انجام شده است که ۲۱ درجه آزادی عبارتند از: جابجایی جانبی و تغییر زاویه یاو برای هر چرخ و محور، جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول و تغییر زاویه یاو برای قاب<sup>۲</sup> بوژیها، جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول، تغییر زاویه پیچ و تغییر زاویه یاو برای بدنه واگن. در این مدل‌سازی علاوه بر تماس در ناحیه مخروطی<sup>۳</sup> چرخ، تماس فلنج<sup>۴</sup> در معادلات نیز وارد شده است. تماس فلنج اعمال شده در این مقاله متفاوت با مدل‌سازی احمدیان و یانگ [Ahmadian and Yang, 1998- Ahmadian and Yang, 1998] بوده و بر پایه تماس دو نقطه‌ای چرخ با ریل است. در اغلب مطالعات صورت گرفته در زمینه رفتار دینامیکی و پدیده هانتینگ واگن، پروفیل چرخ به صورت خطی ساده‌سازی شده است، اما در این مطالعه پروفیل چرخ به صورت واقعی و غیرخطی مدل‌سازی و همچنین از مدل غیرخطی خزش هیوریستیک استفاده شده است. پس از مدل‌سازی ریاضی واگن و استخراج معادلات حاکم، با تحلیل مدل ایجاد شده توسط نرم‌افزار MATLAB جابه‌جایی چرخ و محور، قاب بوژی و بدنه واگن محاسبه و سرعت بحرانی هانتینگ تعیین شده است. تحلیل واگن با در نظر گرفتن پروفیل ساده‌سازی شده خطی چرخ نیز انجام شده و سرعت بحرانی به دست آمده از این تحلیل با سرعت بحرانی به دست آمده از تحلیل واگن با پروفیل واقعی مقایسه شده است تا میزان تقریب ناشی از این ساده‌سازی بررسی شود.

## ۲. مدل‌سازی واگن

در این بخش مدل‌سازی ریاضی بوژی، چرخ و محور و بدنه واگن مسافری ارایه شده است. این قطعات توسط عناصر سیستم تعلیق و المان‌های نیرویی با یکدیگر اتصال دارند. تمام قطعات،

### ۱-۲ معادلات حرکت چرخ و محور

برای مدل‌سازی ریاضی چرخ و محور ابتدا باید درجات آزادی آن را مشخص نمود. نیروها و گشتاورهای وارد بر چرخ و محور در شکل ۲ نشان داده شده‌اند. برای هر چرخ و محور با فرض سرعت زاویه‌ای ثابت، ۲ درجه آزادی جابجایی در جهت  $Y$ ، جابجایی در چرخش حول محور  $Z$  (حرکت یاو) در نظر گرفته شده است، بنابراین معادلات حاکم بر چرخ و محور به صورت زیر خواهد بود:

$$m_w \ddot{y}_{wij} = F_{Lyij}^n + F_{Ryij}^n + N_{Lyij} + N_{Ryij} + F_{syij} \quad (1)$$

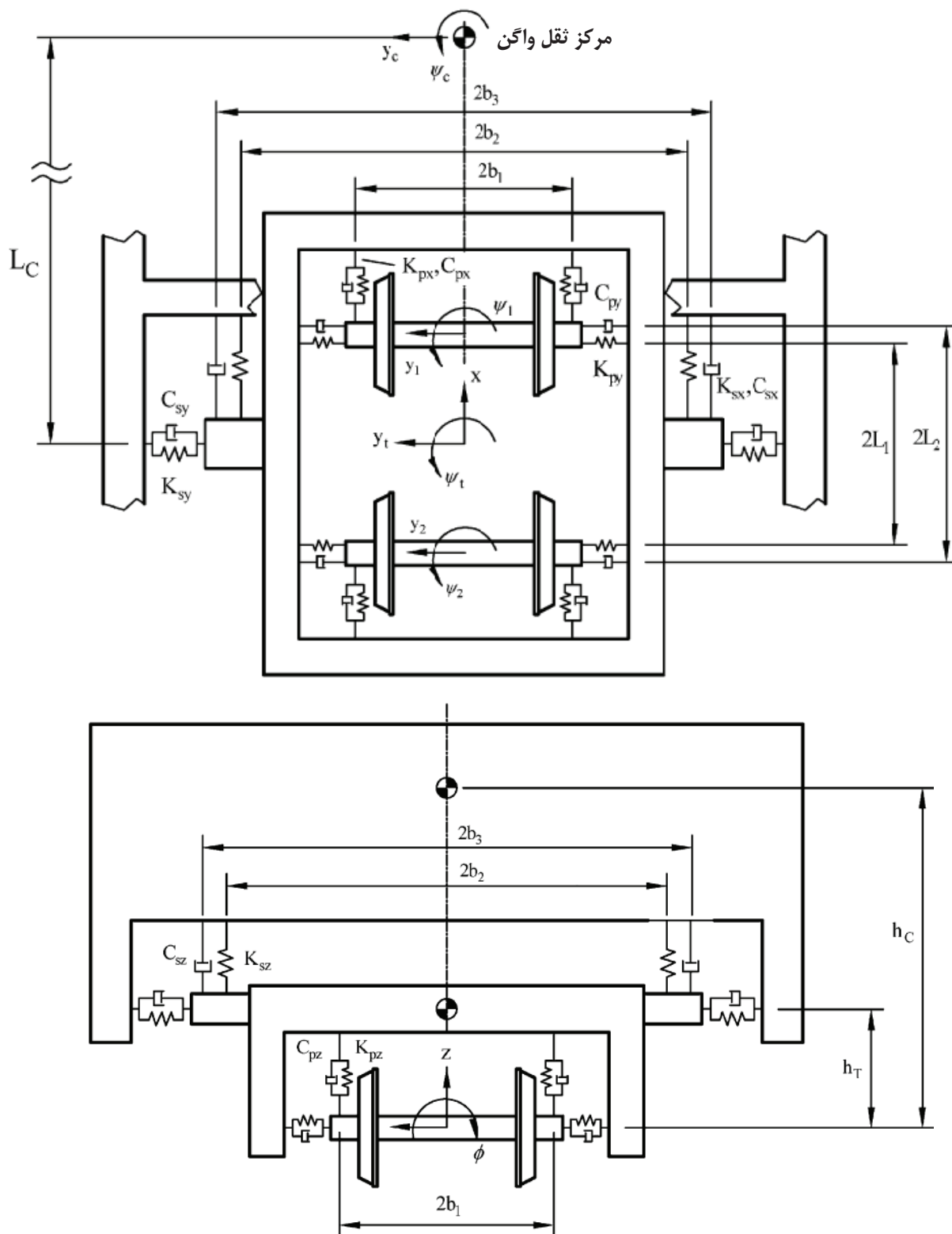
$$I_{wz} \ddot{\psi}_{wij} = -I_{wy} \frac{V}{r_o} \dot{\phi}_{wij} + R_{Rxij} F_{Ryij}^n - R_{Ryij} F_{Rxij}^n \quad (2)$$

$$+ R_{Lxij} F_{Lyij}^n - R_{Lyij} F_{Lxij}^n + R_{Rxij} N_{Ryij} + R_{Lxij} N_{Lyij} + M_{Lzij}^n + M_{Rzij}^n + M_{szij}$$

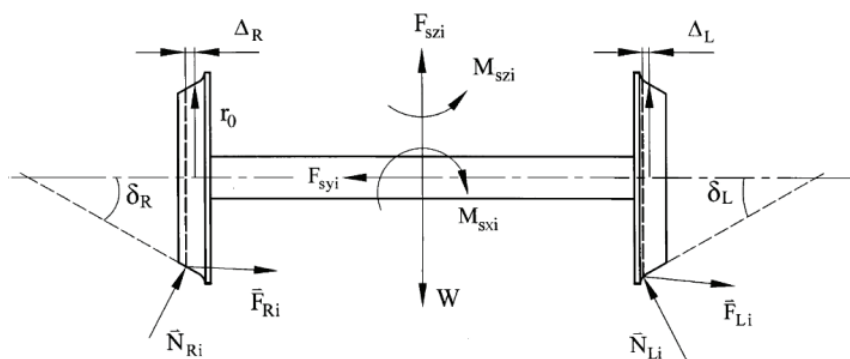
### ۲-۲ معادلات بدنه بوژی

در مدل‌سازی ریاضی قاب بوژی از درجه آزادی در جهت  $X$  صرف نظر شده است. ۴ درجه آزادی در نظر گرفته شده برای قاب بوژی عبارتند از: جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول و تغییر زاویه یاو. معادلات حرکت بوژی به صورت زیر اند:

$$m_t \ddot{y}_{ti} = F_{syti} \quad (3)$$



شکل ۱ مدل چرخ و محور، بوزی و واگن [Cheng and Lee, 2009].



شکل ۲. نمودار آزاد چرخ و محور [Cheng and Lee, 2009].

$$M_{szij} = -2b_1^2 K_{px} (\psi_{wij} - \psi_{ii}) - 2b_1^2 C_{px} (\dot{\psi}_{wij} - \dot{\psi}_{ii}) \quad (13)$$

نیروها و ممان‌های اعمالی به قاب بوژی ناشی از سیستم تعلیق اولیه و ثانویه بوده و با توجه به شکل ۱ به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$F_{syii} = 2K_{py} y_{wij} + 2C_{py} \dot{y}_{wij} + (-4K_{py} - 2K_{sy}) y_{ii} + (-4C_{py} - 2C_{sy}) \dot{y}_{ii} + 2K_{sy} L_c \psi_c + 2C_{sy} L_c \dot{\psi}_c + 2K_{sy} y_c + 2C_{sy} \dot{y}_c + 2K_{sy} (h_c - h_T) \phi_c + 2C_{sy} (h_c - h_T) \dot{\phi}_c - 4K_{py} h_T \phi_{ii} - 4C_{py} h_T \dot{\phi}_{ii} \quad (14)$$

$$F_{syti} = 2K_{py} y_{wij} + 2C_{py} \dot{y}_{wij} + (-4K_{py} - 2K_{sy}) y_{ii} + (-4C_{py} - 2C_{sy}) \dot{y}_{ii} + 2K_{sy} L_c \psi_c + 2C_{sy} L_c \dot{\psi}_c + 2K_{sy} y_c + 2C_{sy} \dot{y}_c + 2K_{sy} (h_c - h_T) \phi_c + 2C_{sy} (h_c - h_T) \dot{\phi}_c - 4K_{py} h_T \phi_{ii} - 4C_{py} h_T \dot{\phi}_{ii} \quad (15)$$

$$M_{sxti} = 2K_{sz} b_2^2 \phi_c + 2C_{sz} b_2^2 \dot{\phi}_c - 2K_{sz} b_2^2 \phi_{ii} - 2C_{sz} b_2^2 \dot{\phi}_{ii} - 4K_{py} h_T^2 \phi_{ii} - 4C_{py} h_T^2 \dot{\phi}_{ii} - 4K_{pz} b_1^2 \phi_{ii} - 4C_{pz} b_1^2 \dot{\phi}_{ii} + [2K_{py} h_T + K_{pz} b_1^2 \left(\frac{\sin(\delta_R)}{a}\right) + K_{pz} b_1^2 \left(\frac{\sin(\delta_L)}{a}\right)] y_{wij} - 4K_{py} h_T y_{ii} + [2C_{py} h_T + C_{pz} b_1^2 \left(\frac{\sin(\delta_R)}{a}\right) + C_{pz} b_1^2 \left(\frac{\sin(\delta_L)}{a}\right)] \dot{y}_{wij} - 4C_{py} h_T \dot{y}_{ii} \quad (16)$$

$$M_{szti} = (-4K_{py} L_1^2 - 4K_{px} b_1^2 - 4K_{sx} b_2^2) \psi_{ii} + (-4C_{py} L_1^2 - 4C_{px} b_1^2 - 4C_{sx} b_2^2) \dot{\psi}_{ii} + 2K_{py} L_1 y_{wi1} + 2C_{py} L_2 \dot{y}_{wi1} + 2K_{px} b_1^2 \psi_{wi1} + 2C_{px} b_1^2 \dot{\psi}_{wi1} - 2K_{py} L_1 y_{wi2} - 2C_{py} L_2 \dot{y}_{wi2} + 2K_{px} b_1^2 \psi_{wi2} + 2C_{px} b_1^2 \dot{\psi}_{wi2} + 2K_{sx} b_2^2 \psi_c + 2C_{sx} b_2^2 \dot{\psi}_c \quad (17)$$

$$m_i \ddot{z}_{ti} = F_{szti} - m_i g \quad (4)$$

$$I_{tx} \ddot{\phi}_{ti} = M_{sxti} \quad (5)$$

$$I_{Lz} \ddot{\psi}_{ti} = M_{szti} \quad (6)$$

### ۳-۲ معادلات بدنه واگن

از آنجا که واگن مورد مطالعه یک واگن مسافری است و میزان جابجایی‌های آن بر راحتی سفر مسافری مؤثر است، مدل‌سازی بدنه واگن حایز اهمیت است. برای بدنه واگن ۵ درجه آزادی شامل جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول، تغییر زاویه پیچ و تغییر زاویه یاو هستند. معادلات حرکت بدنه واگن عبارتند از:

$$m_c \ddot{y}_c = F_{syc} \quad (7)$$

$$m_c \ddot{z}_c = F_{szc} - m_c g \quad (8)$$

$$I_{cx} \ddot{\phi}_c = M_{sxc} \quad (9)$$

$$I_{cy} \ddot{\theta}_c = M_{syc} \quad (10)$$

$$I_{cy} \ddot{\theta}_c = M_{syc} \quad (11)$$

### ۴-۲ معادلات نیروها و گشتاورهای اعمالی

نیروها و گشتاورهای سیستم تعلیق اولیه به صورت عمل و عکس العمل بین قاب بوژی و چرخ و محور اعمال می‌شوند و به جابجایی نسبی این دو جزء وابسته‌اند. با توجه به شکل ۱، این نیروها و گشتاورها برای چرخ و محور از روابط زیر حاصل می‌شود:

$$F_{syij} = -2K_{py} (y_{wij} - y_{ii}) - \quad (12)$$

$$2C_{py} (\dot{y}_{wij} - \dot{y}_{ii}) - (-1)^j 2K_{py} L_1 \psi_{ii} - (-1)^j 2C_{py} L_2 \dot{\psi}_{ii}$$

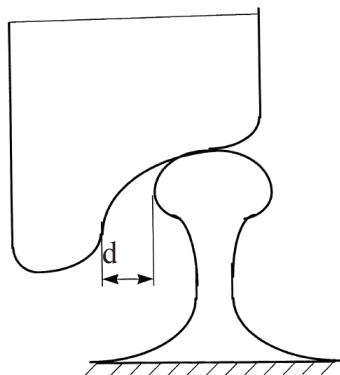
در روابط فوق،  $L_m = (L_1 + L_2)/2$  است.

یک نقطه‌ای به دو صورت تماس تک نقطه‌ای ناحیه مخروطی و تماس تک نقطه‌ای ناحیه فلنج اتفاق می‌افتد. شکل ۴ این تماس‌ها را نشان می‌دهد. مقدار لقی پروفیل چرخ ۸، ۲۰۰۲، ۸ میلی‌متر است [UIC 510-2, 2004]. هنگامی که جابجایی چرخ نسبت به ریل بیشتر از ۹ میلی‌متر باشد، تماس چرخ با ریل از نوع تماس یک نقطه‌ای فلنج خواهد بود [Mohan, 2003].

برای مدل‌سازی ریاضی تماس چرخ، ۵ حالت مختلف زیر وجود دارد:

(۱)  $-8\text{mm} < y_{wij} < 8\text{mm}$ : در این حالت برای هر دو چرخ سمت چپ و راست، تماس تک نقطه‌ای مخروطی وجود دارد و هیچگونه تماس فلنج رخ نخواهد داد.

(۲)  $-9\text{mm} < y_{wij} < -8\text{mm}$ : در این حالت برای چرخ سمت چپ تماس تک نقطه‌ای مخروطی و برای چرخ سمت راست تماس دو نقطه‌ای اتفاق می‌افتد. این مرحله، گذر از تماس یک نقطه‌ای مخروطی به یک نقطه‌ای فلنج است.



شکل ۳ میزان لقی میان چرخ و ریل [Ahmadian and Yang, 1998].

نیروها و گشتاورهای اعمالی به بدنه واگن ناشی از سیستم تعلیق ثانویه بوده و با توجه به شکل ۱ از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$F_{syc} = -2K_{sy}(2y_c - y_{t1} - y_{t2}) - 4K_{sy}(h_c - h_T)\phi_c - 2C_{sy}(2\dot{y}_c - \dot{y}_{t1} - \dot{y}_{t2}) - 4C_{sy}(h_c - h_T)\dot{\phi}_c \quad (18)$$

$$F_{szc} = -4K_{sz}z_c - 4C_{sz}\dot{z}_c + 2K_{sz}z_{t1} + 2C_{sz}\dot{z}_{t1} + 2K_{sz}z_{t2} + 2C_{sz}\dot{z}_{t2} \quad (19)$$

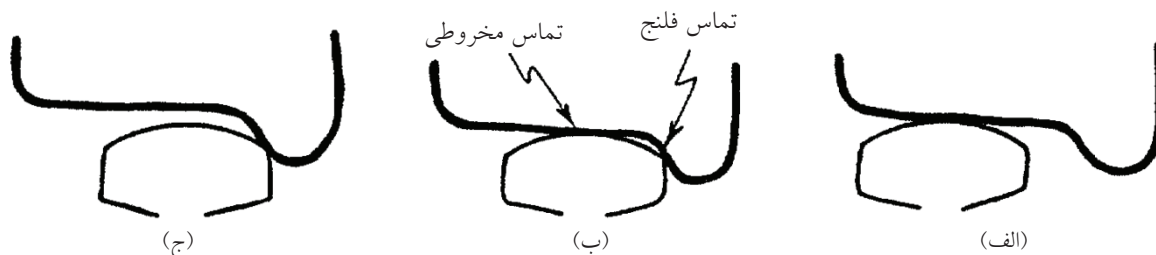
$$M_{sxc} = 2b_2^2 K_{sz} \phi_{t1} + 2b_3^2 C_{sz} \dot{\phi}_{t1} + 2b_2^2 K_{sz} \phi_{t2} + 2b_3^2 C_{sz} \dot{\phi}_{t2} - 4b_2^2 K_{sz} \phi_c - 4b_3^2 C_{sz} \dot{\phi}_c - 4K_{sy}(h_c - h_T)y_c - 4C_{sy}(h_c - h_T)\dot{y}_c + 2K_{sy}(h_c - h_T)y_{t1} + 2C_{sy}(h_c - h_T)\dot{y}_{t1} + 2K_{sy}(h_c - h_T)y_{t2} + 4C_{sy}(h_c - h_T)\dot{y}_{t2} - 4K_{sy}(h_c - h_T)^2 \phi_c - 2C_{sy}(h_c - h_T)\dot{\phi}_c - 4K_{sy}(h_c - h_T)^2 \phi_c - 4K_{sy}(h_c - h_T)L_c \psi_c - 4C_{sy}(h_c - h_T)L_c \dot{\psi}_c \quad (20)$$

$$M_{syc} = -2K_{sz}L_c z_{t1} + 2K_{sz}L_c z_{t2} - 2C_{sz}L_c \dot{z}_{t1} + 2C_{sz}L_c \dot{z}_{t2} + 4C_{sz}L_c^2 \dot{\theta}_c - 2K_{sz}L_c^2 \theta_c \quad (21)$$

$$M_{szc} = -4K_{sy}\psi_c L_c^2 - 4C_{sy}\dot{\psi}_c L_c^2 - 2K_{sz}b_2^2(2\psi_c - \psi_{t1} - \psi_{t2}) + 2C_{sz}b_3^2(2\dot{\psi}_c - \dot{\psi}_{t1} - \dot{\psi}_{t2}) - 2K_{sy}L_c(-y_{t1} - y_{t2}) + 2C_{sy}L_c(-\dot{y}_{t1} - \dot{y}_{t2}) \quad (22)$$

## ۲-۵ نیروهای تماسی

نیروهای تماسی، نیروهای خزش ناشی از اصطکاک چرخ و ریل و نیروهای عمودی ناشی از عکس‌العمل چرخ و ریل هستند. به منظور مدل‌سازی و محاسبه این نیروها ابتدا می‌بایست نوع تماس چرخ با ریل مشخص گردد. با توجه به محل قرارگیری چرخ بر روی ریل و همچنین میزان لقی میان چرخ و ریل (شکل ۳)، تماس تک نقطه‌ای و یا تماس دو نقطه‌ای در چرخ حادث می‌گردد [Mohan, 2003].



شکل ۴ تماس چرخ با ریل الف) تماس یک نقطه‌ای مخروطی، ب) تماس دو نقطه‌ای مخروطی و فلنج، ج) تماس یک نقطه‌ای فلنج [Mohan, 2003].



مولفه نیروها و گشتاورهای خزش به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$F_{Kxij}^* = -f_{33} \zeta'_{xK} \quad (33)$$

$$F_{Kyij}^* = -f_{11} \zeta'_{yK} - f_{12} \zeta'_{spK} \quad (34)$$

$$M_{Kzij}^* = f_{12} \zeta'_{yK} - f_{22} \zeta'_{spK} \quad (35)$$

که  $\zeta'_x$ ،  $\zeta'_y$  و  $\zeta'_{sp}$  عبارات بدون بعد خزش می‌باشند. روابط مولفه نیروها و گشتاورهای خزش به صورت زیر خواهند بود:

$$F_{Lxij}^* = -\left(\frac{f_{33}}{V}\right) \left\{ V \left[ 1 - \left(\frac{r_L}{r_o}\right) \right] - a \psi_{wij} \right\} \quad (36)$$

$$F_{Lyij}^* = -\left(\frac{f_{11}}{V}\right) [\dot{y}_{wij} + r_L \dot{\phi}_{wij} - V \psi_{wij}] \cos(\delta_L + \phi_{wij}) \quad (37)$$

$$- \left(\frac{f_{12}}{V}\right) [\dot{\psi}_{wij} \cos(\delta_L + \phi_{wij}) - \frac{V}{r_o} \sin \delta_L]$$

$$M_{Lzij}^* = \left(\frac{f_{12}}{V}\right) [\dot{y}_{wij} + r_L \dot{\phi}_{wij} - V \psi_{wij}] \cos(\delta_L + \phi_{wij}) \quad (38)$$

$$- \left(\frac{f_{22}}{V}\right) [\dot{\psi}_{wij} \cos(\delta_L + \phi_{wij}) - \frac{V}{r_o} \sin \delta_L]$$

$$F_{Rxij}^* = -\left(\frac{f_{33}}{V}\right) \left\{ V \left[ 1 - \left(\frac{r_R}{r_o}\right) \right] + a \psi_{wij} \right\} \quad (39)$$

$$F_{Ryij}^* = -\left(\frac{f_{11}}{V}\right) [\dot{y}_{wij} + r_R \dot{\phi}_{wij} - V \psi_{wij}] \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (40)$$

$$- \left(\frac{f_{12}}{V}\right) [\dot{\psi}_{wij} \cos(\delta_R - \phi_{wij}) + \frac{V}{r_o} \sin \delta_R]$$

$$M_{Rzij}^* = \left(\frac{f_{12}}{V}\right) [\dot{y}_{wij} + r_R \dot{\phi}_{wij} - V \psi_{wij}] \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (41)$$

$$- \left(\frac{f_{22}}{V}\right) [\dot{\psi}_{wij} \cos(\delta_R - \phi_{wij}) + \frac{V}{r_o} \sin \delta_R]$$

با جایگزینی روابط (36) تا (41) در معادلات (26) تا (32)، نیروها و ممان‌های خطی کالکر به دست می‌آیند و سپس جایگزینی روابط حاصله در معادلات (23) تا (25) نیروها و گشتاورهای غیرخطی هیورستیک را نتیجه خواهد داد.

ضریب اشباع برای غیرخطی کردن نیروها و گشتاورها از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\beta_{ij}} [\beta_{ij} - \frac{1}{3} \beta_{ij}^2 + \frac{1}{27} \beta_{ij}^3] & \text{for } \beta_{ij} \leq 3 \\ \frac{1}{\beta_{ij}} & \text{for } \beta_{ij} \geq 3 \end{cases} \quad (42)$$

(3)  $8\text{mm} < y_{wij} < 9\text{mm}$ : در این حالت برای چرخ سمت راست تماس مخروطی تک نقطه‌ای و برای چرخ سمت چپ تماس دو نقطه‌ای فرض رخ می‌دهد.

(4)  $y_{wij} < -9\text{mm}$ : در این حالت برای چرخ سمت چپ تماس مخروطی تک نقطه‌ای و برای چرخ سمت راست تماس فلنج به وجود می‌آید.

(5)  $9\text{mm} < y_{wij}$ : در این حالت برای چرخ سمت راست تماس مخروطی تک نقطه‌ای و برای چرخ سمت چپ تماس فلنج ایجاد می‌شود.

## ۲-۵-۱ نیروهای خزشی

نیروهای خزشی اثر عمده‌ای بر رفتار دینامیکی چرخ می‌گذارند. با توجه به غیرخطی بودن پدیده خزش در تماس چرخ و ریل و بیشتر بودن دقت مدل‌های غیرخطی، برای مدل کردن پدیده خزش از مدل خزش غیرخطی هیورستیک<sup>۵</sup> استفاده شده است. این مدل در حقیقت ترکیب تئوری خطی خزش کالکر با نیروی خزشی اشباع است. ارتباط بین نیرو و ممان خزشی خطی کالکر و غیرخطی هیورستیک به صورت زیر بیان می‌شود [Garg and Dukkipati, 1984]:

$$F_{Kxij}^n = \alpha_{ij} F_{Kxij}^* \quad (23)$$

$$F_{Kyij}^n = \alpha_{ij} F_{Kyij}^* \quad (24)$$

$$M_{Kzij}^n = \alpha_{ij} M_{Kzij}^* \quad (25)$$

در این مطالعه که زوایای رول و یاو چرخ و محور کوچک و قابل صرف نظر کردن هستند، نیرو و گشتاور خزشی برای چرخ چپ و راست برابر خواهد بود با:

$$F_{Lxij} = F_{Lxij}^* - F_{Lyij}^* \cos(\delta_L + \phi_{wij}) \psi_{wij} \quad (26)$$

$$F_{Lyij} = F_{Lxij}^* \psi_{wij} + F_{Lyij}^* \cos(\delta_L + \phi_{wij}) \quad (27)$$

$$M_{Lzij} = M_{Lzij}^* \cos(\delta_L + \phi_{wij}) \quad (28)$$

$$F_{Rxij} = F_{Rxij}^* - F_{Ryij}^* \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \psi_{wij} \quad (29)$$

$$F_{Ryij} = F_{Rxij}^* \psi_{wij} + F_{Ryij}^* \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (30)$$

$$F_{Rzij} = -F_{Ryij}^* \sin(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (31)$$

$$M_{Rzij} = M_{Rzij}^* \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (32)$$

$$N_{Lyij} = -N_{Lij} \sin(\delta_L + \phi_{wij}) \quad (52)$$

$$N_{Lzij} = N_{Lij} \cos(\delta_L + \phi_{wij}) \quad (53)$$

$$N_{Ryij} = N_{Rij} \sin(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (54)$$

$$N_{Rzij} = N_{Rij} \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (55)$$

### ۲-۵-۳ نیروهای عمودی تماس دو نقطه‌ای

هنگامی که تماس دو نقطه‌ای بین چرخ و ریل اتفاق بیافتد نیروی تماس از معادلات تعادل عمودی و رول چرخ و محور استخراج می‌شود. در این حالت معادلات تعادل متفاوت با تماس تک نقطه‌ای است. با فرض اینکه در چرخ چپ، تماس دو نقطه‌ای ناحیه مخروطی و فلنج اتفاق افتد و چرخ راست در تماس تک نقطه‌ای مخروطی باشد، نیروهای تماس برای چرخ چپ و راست از معادلات زیر به دست می‌آیند. در تمامی روابط اندیس T معرف تماس مخروطی و اندیس F معرف تماس فلنج است.

$$N_{LTij} = v_{LTij} / \Delta 2_{ij} \quad (56)$$

$$N_{LFij} = v_{LFij} / \Delta 2_{ij} \quad (57)$$

$$N_{Rij} = v_{2Rij} / \Delta 2_{ij} \quad (58)$$

که:

$$v_{LTij} = F_{Yij}^{**} \{ 2a \cos(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) - R_{LF} \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) - R_R \cos(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \sin(\delta_R - \phi_{wij}) \} + F_{Zij}^{**} \{ \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) [ a \cos(\delta_R - \phi_{wij}) - R_R \sin(\delta_R - \phi_{wij}) ] \} + M_{\phi ij}^{**} \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (59)$$

$$v_{LFTij} = F_{Yij}^{**} \{ -2a \cos(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) + R_{LT} \sin(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) + R_R \cos(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \sin(\delta_R - \phi_{wij}) \} - F_{Zij}^{**} \{ \sin(\delta_{LT} + \phi_{wij}) [ a \cos(\delta_R - \phi_{wij}) - R_R \sin(\delta_R - \phi_{wij}) ] \} - M_{\phi ij}^{**} \sin(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (60)$$

$$v_{2Rij} = F_{Yij}^{**} \{ R_{LF} \cos(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) - R_{LT} \sin(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \cos(\delta_{LF} + \phi_{wij}) - M_{\phi ij}^{**} \{ \cos(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) - \sin(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \} [ a \cos(\delta_R - \phi_{wij}) - R_R \sin(\delta_R - \phi_{wij}) ] \} + M_{\phi ij}^{**} \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (61)$$

$$\beta_{ij} = \frac{\beta_{Rij} + \beta_{Lij}}{2} \quad (43)$$

و:

$$\beta_{Kij} = \frac{\sqrt{(F_{Kxij}^*)^2 + (F_{Kyij}^*)^2}}{\mu N} \quad (44)$$

که  $\beta_{ij}$  ثابت غیرخطی نیروهای خزش غیرخطی چرخ و محور و  $\mu$  ضریب اصطکاک میان چرخ و ریل است.

### ۲-۵-۲ نیروهای عمودی تماس تک نقطه‌ای

در نقطه تماس چرخ با ریل، نیروی تماسی با سه مؤلفه در راستاهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  به چرخ اعمال می‌شود. مقدار این نیرو به زاویه تماس چرخ و ریل و زاویه رول چرخ و محور بستگی دارد. نیروی تماس از معادلات تعادل عمودی و رول چرخ و محور استخراج می‌شود. مقدار این نیروها برای چرخ چپ و راست از معادلات ۴۵ و ۴۶ به دست می‌آیند:

$$N_{Lij} = v_{Lij} / \Delta_{ij} \quad (45)$$

$$N_{Rij} = v_{Rij} / \Delta_{ij} \quad (46)$$

که:

$$v_{Lij} = F_{Zij}^* \{ a \cos(\delta_R - \phi_{wij}) - R_R \sin(\delta_R - \phi_{wij}) \} + M_{\phi ij}^* \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (47)$$

$$v_{Rij} = F_{Zij}^* \{ a \cos(\delta_L + \phi_{wij}) - R_L \sin(\delta_L + \phi_{wij}) \} + M_{\phi ij}^* \cos(\delta_L + \phi_{wij}) \quad (48)$$

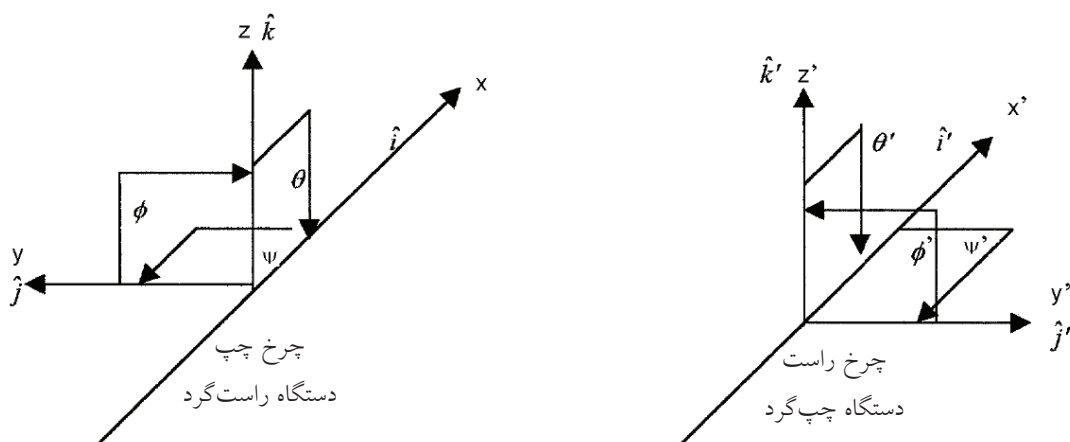
$$\Delta_{ij} = 2a \cos(\delta_L + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) - R_R \cos(\delta_L + \phi_{wij}) \sin(\delta_R - \phi_{wij}) - R_L \sin(\delta_L + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (49)$$

از معادلات تعادل عمودی و رول چرخ و محور به دست می‌آیند:

$$F_{Zij}^* = -F_{LZij}^n - F_{RZij}^n - F_{SUSPZwij} + m_w g \quad (50)$$

$$M_{\phi ij}^* = a(F_{RZij}^n - F_{LZij}^n) - R_L(F_{LYij}^n - \psi_{wij} F_{LXij}^n) - R_R(F_{RYij}^n - \psi_{wij} F_{RXij}^n) - \psi_{wij}(M_{LYij}^n + M_{RYij}^n) - I_{wy} \dot{\theta}_{wij} \dot{\psi}_{wij} \quad (51)$$

در نهایت نیروهای تماسی چرخ چپ و راست تماس تک نقطه‌ای در راستای  $y$  و  $z$  از روابط زیر به دست می‌آیند.



شکل ۵ الف) دستگاه مختصات راست‌گرد در چرخ چپ، ب) دستگاه مختصات چپ‌گرد در چرخ راست [Mohan, 2003].

$$\begin{aligned} \hat{i}' &= \hat{i}; & \hat{j}' &= -\hat{j}; & \hat{k}' &= \hat{k}; & \phi' &= -\phi; \\ \theta' &= \theta; & \psi' &= -\psi; \end{aligned} \quad (72)$$

برای تعیین گشتاورهای حاصل از نیروهای خزشی و عمودی تماسی باید بردارهای مکانی محل تماس چرخ سمت چپ و راست نسبت به مرکز جرم هر چرخ و محور مشخص باشند. با فرض کوچک بودن  $\psi_{wij}$  و  $\phi_{wij}$  و  $a \gg \Delta L, \Delta R$  (شکل ۲) مولفه‌های جانبی و عمودی بردار مکانی چرخ‌های چپ و راست در محل تماس به صورت روابط (۷۳) تا (۷۶) بیان می‌شوند:

$$R_{Lyij} = a + r_L \phi_{wij} \quad (73)$$

$$R_{Lzij} = a \phi_{wij} - r_L \quad (74)$$

$$R_{Ryij} = -a + r_R \phi_{wij} \quad (75)$$

$$R_{Rzij} = -a \phi_{wij} - r_R \quad (76)$$

### ۳. تحلیل دینامیکی واگن

پس از مدل‌سازی ریاضی وسیله نقلیه ریلی به تحلیل دینامیکی آن پرداخته شده است. معادلات حرکت بخش ۲ در تحلیل دینامیکی واگن مسافری استفاده شده است.

از آنجا که محدوده -۵۰ تا ۳۰ سانتیمتری نقاط سطح چرخ در تماس با سطح ریل است، این نقاط برای پروفیل استاندارد S1۰۰۲ در نرم‌افزار Excel وارد و منحنی حاصل از اتصال این

$$\begin{aligned} \Delta 2 &= [2a \cos(\delta_R - \phi_{wij}) - R_R \sin(\delta_R - \phi_{wij})] \{ \cos(\delta_{LT}) \\ &+ \phi_{wij} \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) - \sin(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \cos(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \} \\ &+ (R_{LF} - R_{LT}) \sin(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \end{aligned}$$

و  $F_z^*$  و  $M_\phi^*$  معادلات تعادل عمودی و رول چرخ و محور به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$F_{Yij}^{**} = -F_{LYij}^n - F_{LFYij}^n \quad (73)$$

$$F_{Zij}^{**} = -F_{LTzij}^n - F_{LFzij}^n - F_{Rzij}^n - F_{SUSPZwij} + m_w g \quad (74)$$

$$M_{\phi ij}^{**} = -a(F_{LTzij}^n + F_{LFzij}^n - F_{Rzij}^n) - R_{LT}(F_{LYij}^n - \psi_{wij} F_{LXij}^n) - R_{RF}(F_{LFYij}^n - \psi_{wij} F_{LFXij}^n) - R_R(F_{RYij}^n - \psi_{wij} F_{RXij}^n) - \psi_{wij}(M_{LYij}^n + M_{LFYij}^n + M_{RYij}^n) - I_{wy} \dot{\psi}_{wij} \quad (75)$$

و در نهایت برای تماس دو نقطه‌ای نیروهای تماسی چرخ چپ و راست در راستای Y و Z به صورت زیر هستند:

$$N_{LYij} = -N_{LTij} \sin(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \quad (76)$$

$$N_{LZij} = N_{LTij} \cos(\delta_{LT} + \phi_{wij}) \quad (77)$$

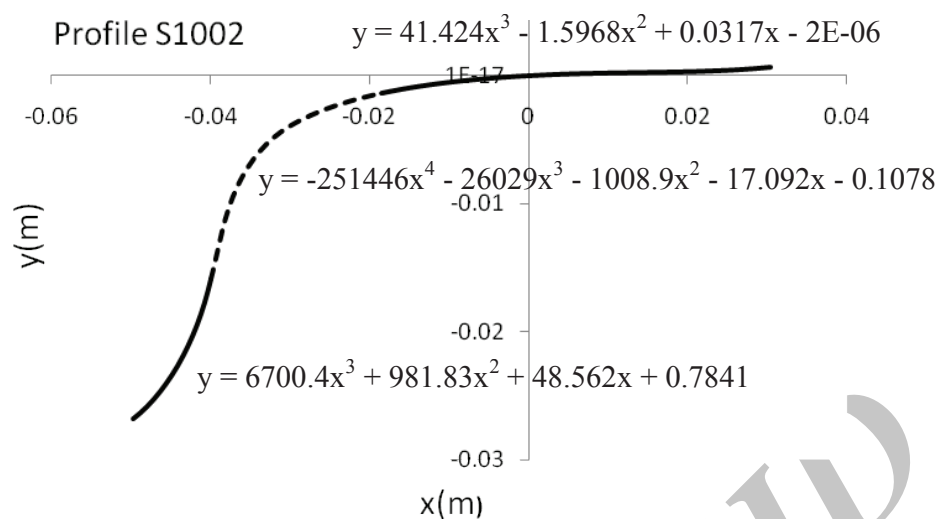
$$N_{LFYij} = -N_{LFij} \sin(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \quad (78)$$

$$N_{LFZij} = N_{LFij} \cos(\delta_{LF} + \phi_{wij}) \quad (79)$$

$$N_{RYij} = N_{Rij} \sin(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (80)$$

$$N_{Rzij} = N_{Rij} \cos(\delta_R - \phi_{wij}) \quad (81)$$

در حالی که تماس دونقطه‌ای در چرخ راست اتفاق بیافتد از یک دستگاه چپ‌گرد مطابق شکل ۵ استفاده می‌شود، لذا در معادلات بخش ۳-۶-۲ تغییرات زیر اعمال می‌شود:



شکل ۶ پروفیل S1002 و توابع آن.

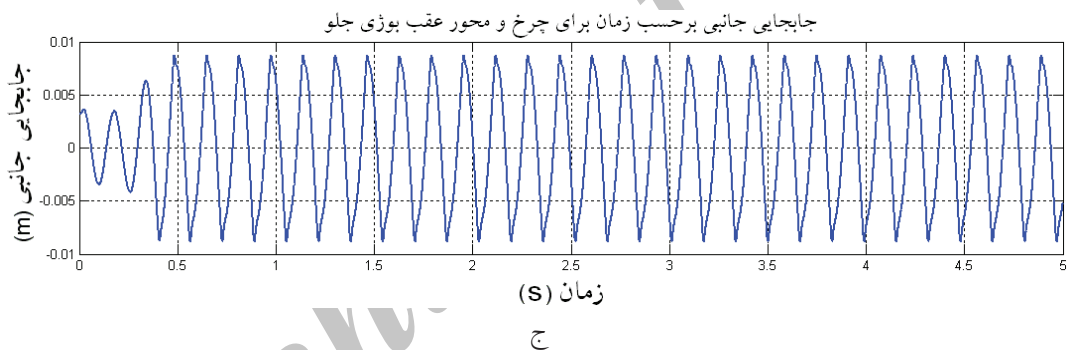
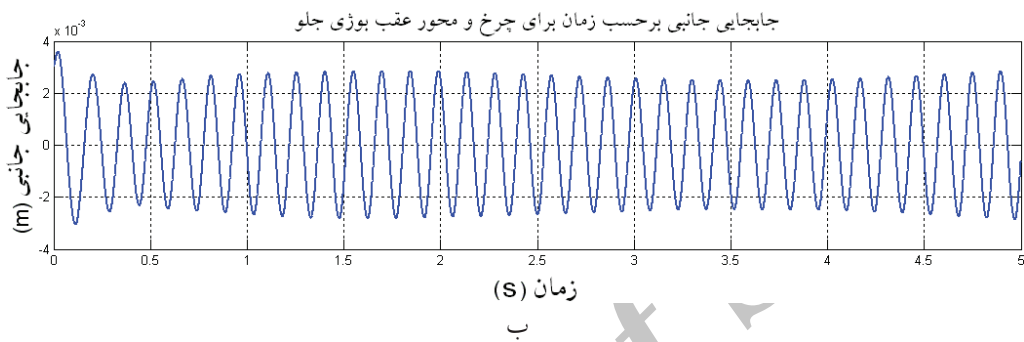
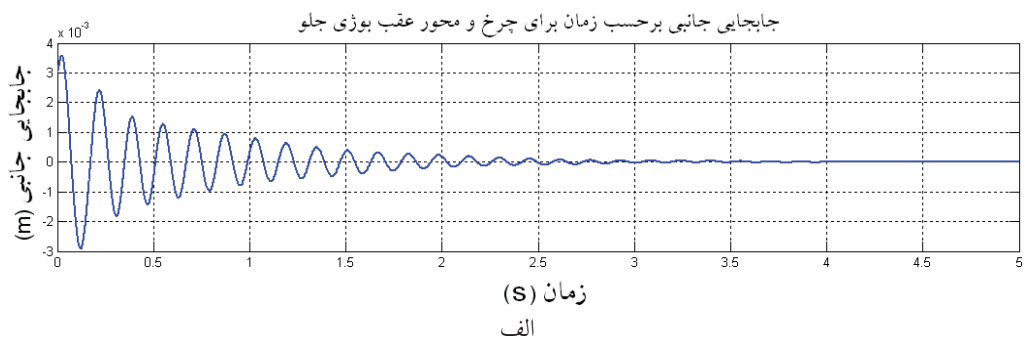
ایجاد شده که این نوسانها می‌توانند زیان‌های شدیدی را به سیستم وارد کنند.

برای به دست آوردن سرعت بحرانی، ابتدا معادلات حرکت واگن در سرعت‌های مختلف و با جابجایی‌های اولیه مجاز به روش عددی رانج-کوتا مرتبه چهار حل می‌شوند. با حل معادلات و به دست آوردن تغییر مکان جانبی چرخ و محور در سرعت‌های مختلف، سرعت بحرانی هانتینگ تعیین می‌شود. کمترین سرعتی که در آن تماس فلنج چرخ و ریل ایجاد شود، سرعت بحرانی وسیله نقلیه ریلی است [Mohan, 2003]. در این سرعت نه تنها حرکت جانبی چرخ و محور میرا نمی‌شود، بلکه سایر درجات آزادی سیستم نیز بطور نامیرا نوسان می‌کنند. بنابراین، سرعتها در دو محدوده کمتر از سرعت بحرانی (زیر بحرانی) و بیشتر از سرعت بحرانی (فرا بحرانی) قرار می‌گیرند. اگر نوسانات اجزا واگن با گذشت زمان میرا شوند سرعت زیر بحرانی است و اگر نوسانات میرا نشوند، سرعت فرا بحرانی است. با توجه به سرعت‌های زیر بحرانی به دست آمده معادلات حرکت برای سرعت‌های بیشتر از این سرعت‌های زیر بحرانی مجدداً حل می‌شوند و کمترین سرعتی که در آن نوسانات اجزای واگن از جمله چرخ و محور میرا نشود و تماس دو نقطه‌ای چرخ و ریل رخ دهد، به عنوان

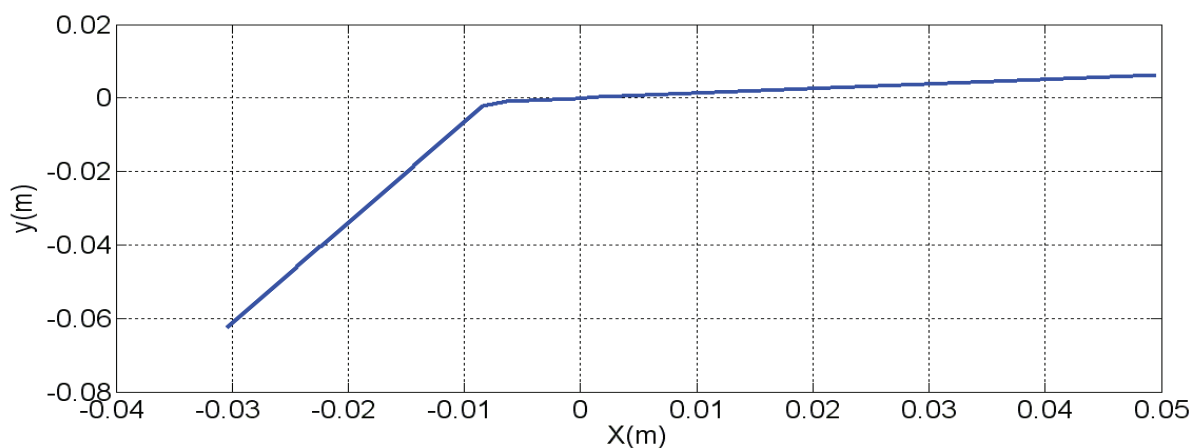
نقاط ترسیم شده است. منحنی حاصل با یک تابع ۳ ضابطه‌ای پوشش داده شده است. برای محاسبه شعاع غلتش در نقطه تماس از این منحنی استفاده شده است. زاویه مماس بر منحنی پروفیل در هر نقطه با افق زاویه تماس چرخ با ریل در آن نقطه است. مشتق این تابع ۳ ضابطه‌ای، زاویه تماس پروفیل چرخ با ریل ( $\delta$ ) است. اندازه این مشتق تابع میزان جابجایی عرضی چرخ و محور بوده و با توجه به آن زاویه تماس چرخ با ریل در نقطه تماس به دست می‌آید. در تحلیل واگن مسافری، زاویای به دست آمده در نرم‌افزار MATLAB به عنوان  $\delta_R$  و  $\delta_L$  وارد شده‌اند. منحنی پروفیل S1002 و توابع مربوط به آن در شکل ۶ نشان داده شده‌است.

در دینامیک وسیله نقلیه ریلی، سرعت بحرانی سرعتی است که در آن، وسیله نقلیه ریلی تغییر ناگهانی در رفتار دینامیکی خود نشان می‌دهد. در سرعت‌های پایین‌تر از سرعت بحرانی، وسیله نقلیه حول نقطه تعادل (مبداء جابجایی جانبی و مبداء جابجایی یاو) پایدار است. بنابراین، حول نقطه تعادل، سیستم دارای مقادیر ویژه با قسمت‌های حقیقی منفی خواهد بود. در سرعت‌های بالاتر از سرعت بحرانی، سیستم ناپایدار می‌شود و دارای مقادیر ویژه با قسمت‌های حقیقی مثبت خواهد بود. هنگامی که سیستم ناپایدار شود، نوسانهای شدیدی در آن

مدل‌سازی و تحلیل دینامیکی واگن مسافری سرعت بالا در سامانه ریلی ایران



شکل ۷ جابجایی جانبی چرخ و محور عقب بوزی جلو بر حسب زمان در الف)  $V=75 \text{ m/s}$ ، ب)  $V=83 \text{ m/s}$ ، ج)  $V=100 \text{ m/s}$ .



شکل ۸ پروفیل خطی شده S1۰۰۲ [Mohan, 2003-UIC ۵۱۸, ۲۰۰۵]

طبق مرجع [UIC 518, 2005] زاویه ۳ درجه و ناحیه فلنج آن با خط افق زاویه ۷۰ درجه می‌سازد. هدف از این تحلیل بررسی اثر پروفیل غیرخطی چرخ بر سرعت بحرانی واگن است.

با فرض پروفیل خطی برای چرخ، با استفاده از حل معادلات حرکت واگن، سرعت بحرانی واگن  $95\text{m/s}$  محاسبه شد. به عبارت دیگر، با توجه به نتایج حل معادلات حرکت در سرعت‌های مختلف، کمترین سرعتی که در آن نوسانات اجزا واگن میرا نمی‌شوند سرعت  $95\text{m/s}$  است. اغلب مطالعات پیشینی که در زمینه هانتینگ وسایل نقلیه ریلی صورت پذیرفته اند، با فرض پروفیل خطی بجای پروفیل واقعی استاندارد انجام شده‌اند. مقایسه سرعت بحرانی به دست آمده از تحلیل واگن با پروفیل خطی با سرعت بحرانی به دست آمده برای واگن هنگامی که از توابع ۳ ضابطه‌ای شکل ۶ برای پروفیل چرخ استفاده شده است، مبین این واقعیت است که در حالتی که توابع چرخ به صورت خطی در نظر گرفته می‌شوند سرعت بحرانی بیشتر از هنگامی است که از پروفیل به شکل واقعی در تحلیل استفاده شده است. در واقع استفاده از پروفیل ساده‌سازی شده خطی، سرعت بحرانی را به میزان  $12\text{ m/s}$  معادل  $43/2\text{ km/hr}$  افزایش می‌دهد. این افزایش سرعت، خطای  $4/14$  درصدی را نسبت به هنگامی که از پروفیل واقعی در مدل‌سازی استفاده شود به همراه دارد. با توجه به این‌که این ساده‌سازی در جهت غیرمحافظه‌کارانه است و منجر به طراحی غیرایمن می‌شود، بنابراین مشخص بودن مقدار این بیش تخمین سرعت بحرانی مهم است. علاوه بر این، سرعت بحرانی هانتینگ که  $83$  متر بر ثانیه معادل با  $298$  کیلومتر بر ساعت به دست آمد، نشان می‌دهد که عملاً با توجه به سرعت سیر واگنهای مسافری در ایران که زیر  $160$  کیلومتر بر ساعت است، احتمال بروز هانتینگ در شرایط ایده‌آل وجود ندارد. البته این موضوع تنها برای مسیر مستقیم و شرایط ایده‌آل صادق بوده و برای مسیرهای قوسی نیاز به بررسی جداگانه دارد. از آنجا که معمولاً شرایط سیر بویژه شرایط خط با حالت

سرعت بحرانی واگن معرفی می‌شود. معادلات با استفاده از دستور ODE45 در نرم‌افزار MATLAB به روش رانج-کوتا حل شده‌اند.

برای انجام تحلیلها از رایانه شخصی با سرعت پردازش  $5/2$  گیگاهرتز، حافظه  $4$  گیگابایت و نرم افزار MATLAB R2010a استفاده شده است. نوع مسیر تحلیل مستقیم و نوع ریل UIC60 بوده و مشخصات واگن مسافری مورد تحلیل در پیوست آمده است.

#### ۴. ارایه نتایج و بحث

جابجایی جانبی چرخ و محور عقب در بوژی جلوی واگن با پروفیل استاندارد S1002، از حل معادلات دیفرانسیل واگن مسافری در سرعت‌های مختلف محاسبه شده و نمودارهای مربوط به سرعت‌های  $75$ ،  $83$  و  $100\text{m/s}$  در شکل ۷ نشان داده شده‌اند. با توجه به شکل ۷ مشاهده می‌شود که در سرعت  $83\text{m/s}$  ( $299\text{ km/h}$ ) نوسانات چرخ و محور میرا نشده و این نوسانات در طول مسیر ادامه می‌یابد. از آن جا که این سرعت کمترین سرعتی است که نوسانات چرخ و محور در آن میرا نمی‌شود، به عنوان سرعت بحرانی هانتینگ واگن در نظر گرفته می‌شود. سرعت  $75$  متر بر ثانیه سرعت زیر بحرانی و سرعت  $100$  متر بر ثانیه سرعت فرا بحرانی هستند. این مقدار سرعت بحرانی با توجه به این که حداکثر سرعت سیر سامانه ریلی مسافری ایران  $39\text{ m/s}$  است، محدوده ایمنی را برای پدیده هانتینگ در این سامانه ارایه می‌کند. همان طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، در سرعت فربحرانی نه تنها نوسانات میرا نشده، بلکه با افزایش دامنه نوسانات چرخ و محور و عبور از مقدار لقی  $8$  میلیمتر، برخورد فلنج چرخ با ریل صورت گرفته و نوسانات ادامه می‌یابند.

از آنجا که در بسیاری تحقیقات انجام شده پروفیل چرخ را به صورت خطی در نظر گرفته‌اند، در ادامه این تحقیق تحلیل دینامیکی واگن با پروفیل خطی شده S1002 نیز صورت گرفته است. این پروفیل مطابق شکل ۸ بوده که ناحیه مخروطی آن

پروفیل استاندارد S1002 برای چرخ ۸۳ m/s (۲۹۹ km/h) است. هنگامی که پروفیل چرخ با توابع خطی در معادلات حرکت وارد شدند سرعت بحرانی واگن ۹۵ m/s محاسبه شد که این ساده‌سازی پروفیل چرخ خطای ۱۴/۴ درصدی را در مقدار سرعت بحرانی واگن ایجاد می‌کند. خطی فرض نمودن پروفیل چرخ، سرعت بحرانی را بالاتر از مقدار سرعت بحرانی واگن با چرخ واقعی غیرخطی ارایه می‌دهد، اگر محدوده امن سیر وسیله نقلیه ریلی مشخص نباشد، این افزایش سرعت ناشی از خطی فرض نمودن پروفیل چرخ می‌تواند خطرناک باشد.

#### ۶. پی‌نوشتها

1. Hunting
2. Frame
3. Tread surface
4. Flange contact
5. Heuristic

#### ۷. پیوست

جدول زیر

#### ۸. مراجع

- اسدی لاری، علی و علیزاده کاکلر، جواد (۱۳۸۸) «تأثیر بهبود رفتار سایشی چرخ‌های فولادی بر ایمنی سیر قطار، مطالعه موردی:

ایده‌آل فاصله دارد، بایستی از ضریب اطمینان مناسب استفاده شود. بروز هانتینگ‌های خفیف در برخی واگنهای مسافری مشهد (گزارش شده توسط مأمورین فنی این قطارها) که قسمت عمده مسیر آن مستقیم است، اهمیت فاصله داشتن از شرایط ایده‌آل را نشان می‌دهد. استفاده از ضریب اطمینان ۲، سرعت مجاز را برای پرهیز از هانتینگ حدود ۱۵۰ کیلومتر بر ساعت به دست می‌دهد. به عبارت دیگر، توجه به پدیده هانتینگ حتی در سرعت‌های سیر زیر ۱۶۰ کیلومتر بر ساعت (محدوده سرعت سیر سامانه ریلی مسافری ایران)، نیز حایز اهمیت بوده و به عنوان یکی از موضوع‌های مهم در فرایند نگهداری و تعمیرات مطرح می‌شود.

#### ۵. نتیجه‌گیری

در این مطالعه با مدل‌سازی ۲۱ درجه آزادی وسیله نقلیه ریلی، به بررسی هانتینگ واگن در مسیر مستقیم پرداخته شد. بررسی اثر پروفیل غیرخطی چرخ بر سرعت واگن از نکات حایز اهمیت این تحقیق است. هر دو تماس تک نقطه‌ای و دو نقطه‌ای در مدل‌سازی چرخ و ریل منظور شده‌اند. رفتار اجزای واگن در سرعت بحرانی و بالاتر از آن نامیرا بوده و این نوسانات واگن را ناپایدار می‌کند. نتایج حاصل از انجام تحلیل در نرم‌افزار MATLAB نشان می‌دهد که سرعت بحرانی واگن مسافری با توابع سه ضابطه‌ای غیرخطی

مشخصات واگن مسافری مطالعه شده

$m_w = 1310 \text{ kg}$	$b_1 = 1 \text{ m}$	$C_{py} = 4000 \text{ Ns/m}$
$m_t = 1036 \text{ kg}$	$b_2 = 1.1 \text{ m}$	$K_{sx} = 1 \times 10^5 \text{ N/m}$
$m_c = 40000 \text{ kg}$	$b_3 = 1.1 \text{ m}$	$K_{sy} = 3.5 \times 10^5 \text{ N/m}$
$I_{wx} = 628 \text{ kg.m}^2$	$L_1 = 0.9 \text{ m}$	$K_{sz} = 1 \times 10^5 \text{ N/m}$
$I_{wy} = 106.38 \text{ kg.m}^2$	$L_2 = 0.9 \text{ m}$	$C_{sx} = 1000 \text{ Ns/m}$
$I_{wz} = 628 \text{ kg.m}^2$	$L_c = 9.5 \text{ m}$	$C_{sy} = 4000 \text{ Ns/m}$
$I_{tx} = 603 \text{ kg.m}^2$	$h_T = 0.52 \text{ m}$	$C_{sz} = 2500 \text{ Ns/m}$
$I_{tz} = 1967 \text{ kg.m}^2$	$K_{px} = 2.85E6 \text{ N/m}$	$f_{11} = 2.212 \times 10^6 \text{ N}$
$I_{cx} = 5.64E4 \text{ kg.m}^2$	$K_{py} = 1.84e6 \text{ N/m}$	$f_{12} = 3120 \text{ Nm}^2$
$I_{cz} = 1970000 \text{ kg.m}^2$	$K_{pz} = 1000 \times 10^5 \text{ N/m}$	$f_{22} = 16 \text{ N}$
$r_0 = 0.46 \text{ m}$	$C_{px} = 8300 \text{ Ns/m}$	$f_{33} = 2.563 \times 10^6 \text{ N}$
$a = 0.7175 \text{ m}$	$C_{py} = 9000 \text{ Ns/m}$	$\mu = 0.3$

- Law, E. H. and Cooperrider, N. K. (1974) "A survey of railway vehicle dynamics research", *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, pp. 132-146.
- Lee, S. Y. and Cheng, Y. Ch. (2005) "Hunting stability analysis of high-speed railway vehicle trucks on tangent tracks", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, pp. 881-898.
- Mohan, A. (2003) "Nonlinear investigation of the use of controllable primary suspensions to improve hunting in railway vehicles", M. S. thesis, Virginia Polytechnic, Institute and State University.
- Nath, Y. and Javadeh, K. (2005) "Influence of yaw stiffness on the nonlinear dynamics of railway wheelset". *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 10, pp. 179-190.
- No, M. and Hedrick, J. K. (1984) "High speed stability for rail vehicles considering varying conicity and creep coefficients", *Vehicle Systems Dynamics*, Vol. 13, pp. 299-313.
- Tavakkoli, H., Ghajar, R. and Alizadeh K. J. (2010) "The influence of tread hollowing of the railway wheels on the hunting of a coach", ASME- IMECE2010 Conference, Vancouver, British Columbia, Canada.
- UIC 510-2 Leaflet (2004) International Union of Railways, 4th ed.
- UIC 518 Leaflet (2005) International Union of Railways, 3rd ed.
- Wickens, A. H. (1965) "The hunting stability of railway vehicle wheelsets and bogies having profiled wheels", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 1, pp. 319-341.
- Yabuno, H., Okamoto T. and Aoshima, N. (2002)., "Effect of lateral stiffness on nonlinear characteristics of hunting motion of a railway wheelset". *meccanica*, Vol. 37, pp. 555-568.
- Zboinski, K. (1998) "Dynamical investigation of واگن مسافری مسیر تهران-میانه"، فصلنامه مهندسی حمل و نقل، شماره ۱، پاییز ۱۳۸۸، ص. ۹-۱.
- علیزاده کاکلر، جواد و جعفری، علی اصغر (۱۳۸۹) «تعیین طول آستانه و بحرانی ترک زیرسطحی برای چرخ سامانه ریلی»، فصلنامه مهندسی حمل و نقل، شماره ۳، بهار ۱۳۸۹، ص. ۶۵-۵۵.
- Ahmadian, M. and Yang, Sh. (1998) "Effect of system nonlinearities on locomotive bogie hunting stability", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 29, pp. 365-384.
- Ahmadian, M. and Yang, Sh. (1998) "Hopf bifurcation and hunting behavior in a rail wheelset with flange contact", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 15. pp. 15-30.
- Bell, C. E., Horak, D. and Hedrick, J.vK. (1981) "Stability and curving mechanics of rail vehicles", *Transaction of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 103, pp. 181-190.
- Cheng, Y. Ch., Lee, S. Y. and Chen, H. H. (2009) "Modeling and nonlinear hunting stability analysis of high-speed railway vehicle moving on curved tracks", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, pp. 139-160.
- Garg, V. K. and Dukkipati, R.V. (1984) "Dynamics of railway vehicle system", Canada: Academic Press.
- Hirotsu, T., Iwasaki, F., Terada, K. and Ariga, M. (1984) "Curving simulation of four axle railway vehicles with conventional two axle bogie", *Bulletin of JSME* 27, pp. 1272-1279.
- Hur, H., Park, J., You, W. and Park, T. (2009) "A study on the critical speed of worn wheel profile using a scale model", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 23, pp. 2790-2800.
- Joon, P., Hyo, K. and Nam, K. (2011) "Parametric study of lateral stability for a railway vehicle", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 25, pp. 1657-1666.



Dynamics, Vol. 41, pp. 222–231.

- Zboinski, K. and Dusza, M. (2010) "Self-exciting vibrations and Hopf's bifurcation in non-linear stability analysis of rail vehicles in a curved track", European J. Mechanics A/Solids, Vol. 29, pp. 190–203.

- Zeng, J. and Wu, P. (2004) "Stability analysis of high speed railway vehicles", JSME International Journal, Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing, Vol. 47, pp. 464–470.

railway vehicles on a curved track", European Journal of Mechanics A:Solids, Vol. 17, pp. 1001–1020.

- Zboinski, K. (1999) "Importance of imaginary forces and kinematic type nonlinearities for description of railway vehicle dynamics", Proceeding of the IM-ECHÉ Part F, Journal of Rail and Rapid Transit, Vol. 213, pp. 199–210.

- Zboinski, K. and Dusza, M. (2004) "Analysis and method of the analysis of non-linear lateral stability of railway vehicles in curved track", Vehicle System

Archive of SID