

## بررسی تأثیر سختی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی بر فرکانسهای طبیعی و مودهای ارتعاشی تیرهای دو دهانه تحت ارتعاش آزاد

جبارعلی ذاکری (مسئول مکاتبات)، دانشیار، دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران  
محمد شاه بابائی، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد واحد زنجان، زنجان، ایران

E-mail: zakeri@iust.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۲/۱۰/۰۵ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۳/۱۰

### چکیده:

تکیه‌گاه‌های ارتجاعی برای بهبود رفتار سازه‌ای پلها مورد استفاده قرار می‌گیرند. وجود چنین تکیه‌گاه‌هایی تأثیر قابل توجهی در تغییر رفتار ارتعاشی پلها و تیرها و به بیان دیگر در تغییر فرکانسهای طبیعی سازه و مودهای ارتعاشی آنها دارد. در متون فنی، مطالعات نظری برای پلهای یک‌دهانه با تکیه‌گاه‌های ارتجاعی موجود بوده و برای تیرهای چنددهانه از روشهای عددی استفاده می‌شود. در این مقاله، معادلات حاکم بر ارتعاش تیر دو دهانه با تکیه‌گاه‌های ارتجاعی تحت ارتعاش آزاد استنتاج شده و ضرایب معادلات به کمک برنامه "Matlab" محاسبه و نتایج حاصل از آن با نتایج به دست آمده از شبیه سازی آن در نرم افزار المان محدود ANSYS مقایسه شده‌اند و در نهایت تغییرات فرکانسهای طبیعی و مودهای ارتعاشی با تغییر سختی‌های تکیه‌گاهی و طول دهانه بررسی شده است. نتایج حاصل نشانگر آن است که تغییرات فرکانسها در مودهای اول و دوم برای سختی‌های پایین، روند صعودی به خود گرفته است و با افزایش سختی تقریباً ثابت باقی می‌ماند، اما در مودهای بالاتر به‌طور پیوسته با افزایش سختی مقدار فرکانس افزایش می‌یابد. همچنین از لحاظ عملکردی مشخص شد که تکیه‌گاه‌های الاستیکی در دهانه‌های برابر بهترین عملکرد را از خود نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی: تکیه‌گاه ارتجاعی تیر، ارتعاش آزاد، فرکانس طبیعی، شکل‌های مود، سختی تکیه‌گاه

## ۱. مقدمه

آقابزرگی با در نظر گرفتن یک مدل رفتاری کامل سه‌بعدی از مجموعه عوامل مؤثر (قطار، ریل و سازه پل) در تحلیل دینامیکی با استفاده از روش المان محدود و همچنین اثر اندرکنشی موجود بین دو مجموعه سازه پل و قطار، به بررسی عملکرد پلهای راه‌آهن تحت عبور قطارهای سریع‌السیر پرداخته‌اند [Bargi and Aghabozorgi, 2010].

تکیه‌گاههای ارتجاعی<sup>۱</sup> معمولاً برای جلوگیری از ارتعاشات اضافی اجزای پلهای خصوصاً تحت اثر بارهای ضربه‌ای، از جمله وجود ناهمواری‌های سطح راه یا راه آهن، در مهندسی پل مورد استفاده قرار می‌گیرند.

معمولاً تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در نشیمنگاه شاه‌تیر پلهای به‌عنوان یک فیلتر برای منفصل‌کننده انرژی ارتعاشی که از سمت زمین انتقال می‌یابد، تعبیه می‌شوند. به‌رحال همان‌طور که آنها برای کاهش نیروهایی که به‌سمت بالا انتقال می‌یابد مؤثر است، به‌همین اندازه آنها می‌توانند برای جلوگیری از ارتعاشات ایجاد شده توسط وسایل نقلیه به‌سمت زمین مؤثر باشند [Yang et al. 2004].

در واقع تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در کاهش نیروها و جابجائی‌های لرزهای در پلهای اصلی و بزرگراهی معمول، تأثیر بسزایی دارند. تکیه‌گاه‌های ارتجاعی با تغییر طبیعت ارتعاشی پل‌ها سطح نیروهای وارده را پائین آورده و با انحراف و جذب عمده انرژی، از اجزای زیر سازه پل محافظت می‌کنند. در اکثر کشورهای جنوب شرق آسیا چه از نظر مبانی تئوری و تحلیلی، و چه از نظر جنبه‌های کاربردی و عملکردی این فنرها بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [Zhu and Faw. 2006; Moatasem, Fayyadh and Abdul 2012].

پس از موفقیت‌آمیز بودن استفاده از این تکیه‌گاه در پل‌ها و عملکرد رضایت بخش آنها در برابر بارهای متحرک مطالعات بسیاری در مجامع علمی دنیا درباره آنها به صورت تحلیلی و تجربی صورت پذیرفته است [Whelan et al. 2012]. یانگ و همکاران یک تیر با تکیه‌گاه ارتجاعی تحت بار متحرک مطابق

پلهای نقش بسیار مهمی در ارتباطات زمینی دارند. به لحاظ سیستم سازه‌ای، شکل ساختاری پل‌ها بیان ساده‌ای از نیاز عملکردی آنهاست. به همین علت، راه‌حل‌های سازه‌ای که برای آنها وضع می‌شود باید هم از لحاظ عملکرد پل و هم از جهت زیبایی تأیید شود.

از آنجا که پاسخ بارهای دینامیکی یکی از تعیین‌کننده‌ترین عوامل در ایمنی و طول عمر مفید پلهای است، از دهه پایانی قرن بیستم تاکنون در مورد بارگذاری دینامیکی به روشهای مختلف بر روی تیرها و پل‌ها توسط بسیاری از پژوهشگران تحقیقات گسترده‌ای صورت پذیرفته است [Lee, . 1994; Wang et al. 1996; Cheung et al. 1999; Zhu et al. 2002]. لی و کیو لی اثر آیرودینامیکی باد بر روی پل را مورد بررسی قرار دادند. آنها در تحقیق خود به این نتیجه دست یافتند که توربینهای بادی کوچک بارهای آیرودینامیکی حاصل از باد بر پل‌ها را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد [Kwon et al. 2010]. اما معمولاً اثر باد بروی پل‌ها با دهانه‌های طولانی قابل ملاحظه است و در اکثر موارد بارهای ناشی از وسایل نقلیه متحرک در طراحی پل‌ها مورد توجه قرار می‌گیرند.

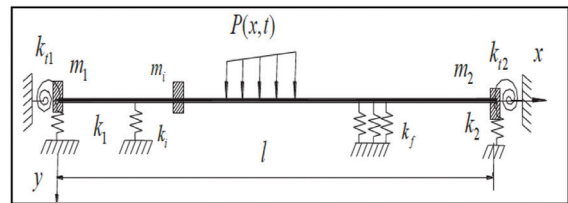
با توجه به توسعه و پیشرفت روزافزون قطارها و افزایش سرعت و ظرفیت آنها، توجه به اثرات دینامیکی بارهای ریلی بر پلهای حائز اهمیت بوده و به همین دلیل تحقیقات زیادی در مورد تحلیل دینامیکی پلهای تحت اثر عبور قطار انجام شده است [Aida, Green and Hosogi, clanse and Schiehlen, 1997].

کزیا و همکاران پاسخ دینامیکی پلهای معلق راه‌آهن تحت اثر حرکت قطارها را مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها از تکنیک شبیه‌سازی عددی برای بررسی اندرکنش دینامیکی بین یک پل معلق طولی و یک قطار در حال حرکت استفاده نمودند. آنها در تحقیق خود فرمولی ارائه کردند که می‌تواند رفتارهای دینامیکی پل و وسیله نقلیه را پیش‌بینی کند [Xia et al. 2007]. برگی و

بررسی تأثیر سختی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی بر فرکانسهای طبیعی و مودهای ارتعاشی تیرهای دو دهانه تحت ارتعاش آزاد

مکانیزمهای اصلی پدیده رزونانس<sup>۲</sup> و حذف<sup>۳</sup> با تکیه‌گاه ارتجاعی که توسط بارهای متحرک متوالی با فواصل یکسان ایجاد شده، به صورت روش تحلیلی مورد بررسی قرار داده‌اند. در تحقیق آنها نشان داده شده است که شرایط حذف، شرایطی است که بیشتر از شرایط رزونانس پدید خواهد آمد. در این حالت یعنی هنگامی که پدیده حذف به وقوع می‌پیوندد، از ایجاد همه پاسخهای رزونانسی صرفنظر خواهد شد [Yang et al. 2004]. یائو و همکاران پاسخ ضربهای<sup>۴</sup> تیر با تکیه‌گاه ارتجاعی تحت اثر بارهای متحرک متوالی را مورد ارزیابی قرار داده‌اند. آنها نتیجه گرفته‌اند که نصب تکیه‌گاه ارتجاعی ممکن است پاسخ تیر را تحت شرایط رزونانسی افزایش دهد. هر چه تکیه‌گاه‌های ارتجاعی انعطاف‌پذیرتر باشند، اوج پاسخ رزونانس بیشتر است [Yao, Wn and Yang, 2001]. لین به بررسی ارتعاشات پلهای راه‌آهن با تکیه‌گاه‌های ارتجاعی به همراه اقداماتی برای کاهش ارتعاش پرداخته است. وی در تحقیق خود با استفاده از تئوری ارتعاش آزاد<sup>۵</sup> و تعمیم تیر یک‌دهانه به تیر دودهانه، فرکانسهای ارتعاش و شکل‌های مودی تیر را به دست آورد [Lin, 2001]. عطارنژاد و همکاران نیز با نوشتن برنامه‌ای در محیط نرم‌افزار Fortran 90 فرکانسهای طبیعی و شکل‌های مودی یک تیر اویلر برنولی با تکیه‌گاه الاستیک را با استفاده از تئوری ارتعاش آزاد به دست آوردند [Aharnejad, Farsad and Manavi, 2005]. از آنجایی که تحقیقات درباره تکیه‌گاه ارتجاعی معمولاً در تیرها با یک دهانه انجام پذیرفته است، در این مقاله عملکرد تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در تیر دودهانه مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. همچنین برای به دست آوردن فرکانس‌ها و مودهای ارتعاشی از تئوری ارتعاش آزاد بهره گرفته شده است. برای انجام عملیات عددی از نرم‌افزار Matlab استفاده شده است و برای صحت‌سنجی نتایج، تیر مورد بررسی در نرم افزار المان محدود ANSYS شبیه‌سازی گشته و مقایسه بین نتایج صورت پذیرفته است. نتیجه قیاس نشانگر آنست که بین نتایج عددی و نتایج حاصل از نرم افزار انطباق قابل قبولی وجود دارد.

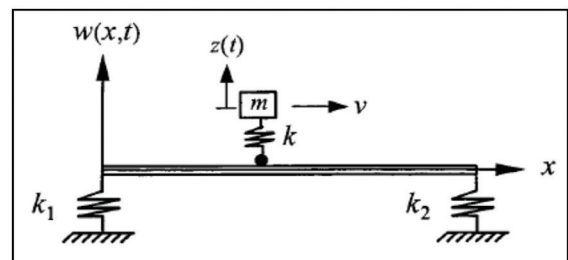
شکل (۱) را مورد بررسی قرار دادند. از مهم‌ترین نتایج به دست آمده در تحقیق آنها افزایش قابل ملاحظه ظرفیت مقاومت ضربه‌ای است [Yang et al. 2013].



شکل ۱. تیر پیوسته با تکیه‌گاه ارتجاعی تحت بار

متحرک [Yang, Ming Yang and Chun-min, 2004]

چن و همکاران نیز تیر با تکیه‌گاه ارتجاعی تحت بار متحرک نوسانی را مطابق شکل (۲) مورد بررسی قرار دادند. یکی از نتایج تحقیق آنها این بود که هنگامی که فرکانس طبیعی نوسانگر نزدیک به فرکانس طبیعی تیر است، سیستم کلی تیر و نوسانگر مانند یک دستگاه جاذب ارتعاش با پاسخ‌های کوچک پیوسته، عمل می‌کند [Chen et al. 2002].



شکل ۲. سیستم تیر با تکیه‌گاه ارتجاعی و بار متحرک نوسانی

[Chen et al. 2002]

از پارامترهای مهم در پاسخ دینامیکی سازه، فرکانسهای طبیعی<sup>۲</sup> و شکل‌های مودی<sup>۳</sup> است. حصول این مشخصه‌ها می‌تواند به طور مستقل (مثلاً فرکانس طبیعی می‌تواند به‌عنوان نمادی از میزان خرابی سازه مورد استفاده قرار گیرد [Reichman, and Rein- 1996; Chen, . 1996]). یا به طور مقدماتی به عنوان جزئی از روند سایر تحلیلها (یا طراحیها) مورد توجه باشد. در سالهای اخیر تحقیقاتی به منظور تحلیل و بررسی تیر یک دهانه با تکیه‌گاه ارتجاعی انجام گرفته است. یانگ و همکاران

## ۲. روش شناسی تحقیق

معادله (۳) نشان می‌دهد که رابطه ارائه شده در این معادله مربوط به تیرهای یک‌دهانه بوده است. معادله تیرهای چنددهانه تفاوت چندانی با معادله (۳) نداشته و تنها تفاوت در مورد شاخص اضافه شده ( $i$ ) است و به صورت معادله (۴) ارائه می‌گردد:

$$\phi_i(x_i) = A_1^i \sin \alpha x_i + A_2^i \cos \alpha x_i + A_3^i \sinh \alpha x_i + A_4^i \cosh \alpha x_i \quad (4)$$

ضرایب ( $A_n$ ) در معادله (۴)، شکل و دامنه ارتعاش تیر را مشخص می‌کنند، این ضرایب بایستی با توجه به شرایط مرزی تعیین گردند. پارامتر فرکانس  $\alpha$  را نیز می‌توان از حل معادله (۴) به دست آورد. در نتیجه برای تیرهای دودهانه معادله به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود [Saadatpour, 1998]:

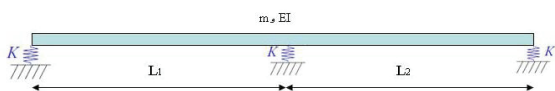
$$\begin{aligned} \phi_1(x_1) &= A_1^1 \sin \alpha x_1 + A_2^1 \cos \alpha x_1 + A_3^1 \sinh \alpha x_1 + A_4^1 \cosh \alpha x_1 \\ \phi_2(x_2) &= A_1^2 \sin \alpha x_2 + A_2^2 \cos \alpha x_2 + A_3^2 \sinh \alpha x_2 + A_4^2 \cosh \alpha x_2 \end{aligned} \quad (5)$$

## ۴. مدل سازی تیر

فرضیات و مبانی که در این تحقیق مدنظر قرار گرفته‌اند عبارتند از: ۱- سختی عمودی هر تکیه‌گاه  $K$  است. ۲- جرم فنر در مقایسه با جرم پل ناچیز است. ۳- رفتار فنر خطی است. ۴- براساس ماهیت گذرا، میرایی<sup>۱</sup> تیر نادیده گرفته شده است.

همان‌طورکه در شکل (۳) نشان داده شده، مدل تیر مورد مطالعه در این مقاله شامل تیر دودهانه با تکیه‌گاه‌های ارتجاعی و طول دهانه‌های برابر  $L_1$  و  $L_2$  است.

در شکل‌های (۴) و (۵) به ترتیب نمای مقطع عرضی تیر و تیر پیش‌ساخته I شکل تیپ ۴ آشتو که به‌عنوان مطالعه موردی برای محاسبه فرکانسهای طبیعی پل انتخاب شده، نمایش داده شده است [Tahooni, 2004].



شکل ۳. مدل‌سازی تیر دودهانه با تکیه‌گاه ارتجاعی

بررسی و آنالیز داده‌ها در هر تحقیقی بدون وجود ابزارهای مربوط به آن امکان‌پذیر نیست. این تحقیق نیز از این قاعده مستثنی نبوده و با بکارگیری ابزار مورد نیاز به آنالیز داده‌ها پرداخته شده است. در این مقاله، پارامتر فرکانس  $\alpha$  با اعمال شرایط مرزی و تشکیل ماتریس ضرایب از طریق برنامه Matlab محاسبه می‌شود. با قراردادن دترمینان ماتریس ضرایب برابر با صفر، پارامتر فرکانس  $\alpha$  از معادله به دست می‌آید. از نرم‌افزار ANSYS به منظور اعتبارسنجی مقادیر محاسبه شده  $\alpha$  استفاده شده است.

## ۳. معادله حاکم بر حرکت تیر

اولین گام در آنالیز پاسخ دینامیکی یک سیستم ارزیابی شکل مودها و فرکانس‌های ارتعاش غیراستهلاکی آن است. برای احتراز از پیچیدگی‌های غیرضروری، تیر به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده است. هنگامی که حالت مقدماتی مدنظر بوده است، یعنی از تغییرشکل برشی و اینرسی دورانی چشم‌پوشی شده، فرض می‌شود که اثرات نیروی محوری نیز قابل صرف‌نظر است. بنابراین معادله حرکت ارتعاش آزاد تیر یکنواخت به صورت زیر است:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

در این رابطه  $m$  جرم واحد طول تیر،  $u(x, t)$  جابجایی قائم تیر،  $E$  به ترتیب مدول الاستیسیته و ممان اینرسی مقطع هستند. با حل این معادله برای به دست آوردن تابع شکل مودی خواهیم داشت:

$$\phi(x) = C_1 e^{i\alpha x} + C_2 e^{-i\alpha x} + C_3 e^{\alpha x} + C_4 e^{-\alpha x} \quad (2)$$

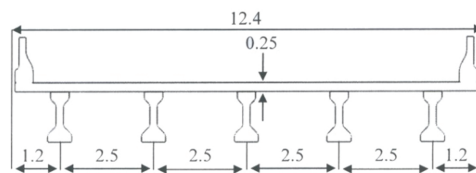
با بیان جملات نمائی برحسب توابع مثلثاتی به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\phi(x) = A_1 \sin \alpha x + A_2 \cos \alpha x + A_3 \sinh \alpha x + A_4 \cosh \alpha x \quad (3)$$

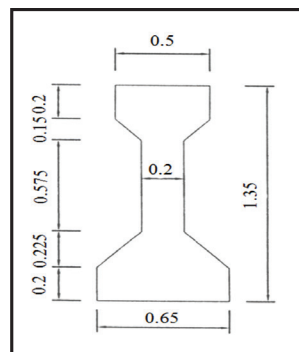
بررسی تأثیر سختی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی بر فرکانسهای طبیعی و مودهای ارتعاشی تیرهای دو دهانه تحت ارتعاش آزاد

جدول ۳. جزئیات هندسی مقطع عرضی تیر

۱۲/۴	پهنای مقطع عرضی (m)
۰/۲۵	ضخامت دال (m)
۲/۵	فاصله مرکز به مرکز شاهتیرها (m)
۵/۵۶۵	مساحت مقطع عرضی (m <sup>۲</sup> )
۱/۵۳	ممان اینرسی I <sub>x</sub> (m <sup>۴</sup> )



شکل ۴. نمای مقطع عرضی تیر (ابعاد به متر)



شکل ۵. تیر پیش‌ساخته I شکل تیپ ۴ آشتو (ابعاد به متر)

### ۵. شرایط مرزی

شرایط مرزی اعمال شده برای دهانه اول و دوم شکل (۳) به صورت رابطه (۶) بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned}
 E \phi_1''(0) &= 0 & (۶) \\
 E \phi_1'''(0) &= -K \phi_1(0) \\
 \phi_1'(L_1) &= \phi_2'(0) \\
 E \phi_1''(L_1) &= E \phi_2''(0) \\
 E \phi_1'''(L_1) - K \phi_1(L_1) &= E \phi_2'''(0) \\
 \phi_1(L_1) &= \phi_2(0) \\
 E \phi_2''(L_2) &= 0 \\
 E \phi_2'''(L_2) &= +K \phi_2(L_2)
 \end{aligned}$$

### ۶. تحلیل داده‌ها

برای تحلیل داده‌ها از برنامه Matlab استفاده شده است. همچنین جهت صحت‌سنجی نتایج از نرم‌افزار المان محدود ANSYS بهره‌گیری شده است.

#### ۱-۶ محاسبه پارامتر فرکانس $\alpha$ برنامه Matlab

در این مقاله به منظور دستیابی به پارامتر فرکانس  $\alpha$  از برنامه Matlab استفاده شده است. برای حل مسأله، روشها و برنامه‌های مختلفی وجود دارند که در این تحقیق از ماتریس ضرایب استفاده شده است. فرکانسهای مختلف  $\alpha_i$  به دست آمده توسط برنامه Matlab برای سختی‌های کمینه و بیشینه در جدول (۴) ارائه گردیده است. نتایج برای دیگر سختی‌ها در مرجع [shahbabaee, 2012]. موجود است.

مشخصات تیرهای مورد بررسی، سختی‌های تکیه‌گاه ارتجاعی و جزئیات هندسی مقطع عرضی به ترتیب در جداول (۱) تا (۳) نشان داده شده است.

جدول ۱. مشخصات تیر مورد بررسی

مشخصات	حالت اول	حالت دوم
اندازه دهانه‌ها (m)	۴۰-۶۰	۴۰-۴۰
جرم (ton/m)	۳۸	۳۸
مدول الاستیسیته (kN/m <sup>۲</sup> )	۲/۸×۱ <sup>۷</sup>	۲/۸×۱ <sup>۷</sup>
ضریب پواسون	۰/۲	۰/۲
چگالی (kg/m <sup>۳</sup> )	۲۴۰۰	۲۴۰۰

جدول ۲. مشخصات سختی تکیه‌گاه ارتجاعی

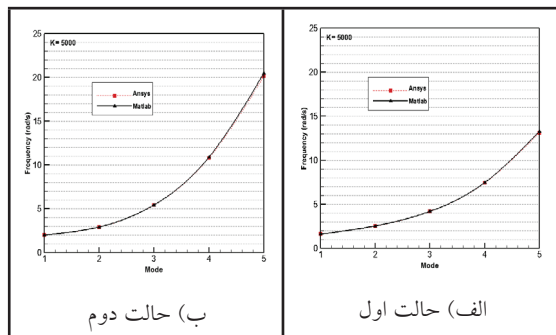
سختی (kN/m)	K <sub>۱</sub>	K <sub>۲</sub>	K <sub>۳</sub>	K <sub>۴</sub>	K <sub>۵</sub>	K <sub>۶</sub>
مقادیر	۵۰۰۰	۲۰۰۰۰	۸۰۰۰۰	۱۲۰۰۰۰	۳۴۰۰۰۰	۷۵۰۰۰۰

۳-۶ اعتبار سنجی روش تحلیل

با توجه به مطالب ارائه شده در بخشهای قبل نتایج حاصل از محاسبه فرکانسهای طبیعی با استفاده از روش عددی و نرم افزار ANSYS برای مقادیر کمینه و بیشینه سختی دهانه‌های در نظر گرفته شده در جدول (۵) ارائه گردیده است. نتایج نموداری این تغییرات در نمودار شکل‌های (۷) و (۸) نشان داده شده است.

جدول ۵. نتایج حاصل از تحلیل فرکانسها

$\omega_5$	$\omega_4$	$\omega_3$	$\omega_2$	$\omega_1$	فرکانس (rad/s)	
					ANSYS	Matlab
۱۳/۱۲۲	۷/۲۳۹	۴/۲۰۰	۲/۵۳۶	۱/۶۱۷	سختی کمینه	
					ANSYS	Matlab
۱۳/۲۸۵	۷/۴۷۴	۴/۲۰۷	۲/۵۳۹	۱/۶۱۸	سختی بیشینه	
					ANSYS	Matlab
۲۵/۴۳۶	۲۴/۷۵۶	۱۲/۶۷۵	۷/۸۴۸	۳/۵۰۷	سختی کمینه	
					ANSYS	Matlab
۲۶/۱۲۹	۲۵/۳۹۵	۱۲/۸۸۶	۷/۹۳۲	۳/۵۲۱	سختی بیشینه	
					ANSYS	Matlab
۲۰/۱۰۰	۱۰/۸۰۷	۵/۲۳۸	۲/۹۲۱	۱/۹۹۴	سختی کمینه	
					ANSYS	Matlab
۲۰/۴۷۴	۱۰/۸۹۸	۵/۴۵۰	۲/۹۲۵	۱/۹۹۵	سختی بیشینه	
					ANSYS	Matlab
۴۴/۹۸۱	۲۵/۸۲۲	۲۵/۰۱۲	۹/۴۰۹	۶/۴۵۲	سختی کمینه	
					ANSYS	Matlab
۴۵/۶۳۸	۲۶/۱۳۸	۲۵/۲۲۷	۹/۵۵۹	۶/۴۹۲	سختی بیشینه	
					ANSYS	Matlab



شکل ۷. روند تغییرات فرکانسها برای سختی کمینه:

الف) حالت اول، ب) حالت دوم

با توجه به نمودار شکل (۷) مشاهده می‌گردد که شیب تغییرات فرکانسها در مودهای بالاتر نسبت به مودهای اول و دوم بیشتر است. همچنین در حالتی که دهانه‌ها با هم برابرند میزان تغییرات فرکانس در مودها بیشتر است. در واقع می‌توان گفت عملکرد تکیه‌گاه‌های ارتجاعی در دهانه‌های برابر بهتر از دهانه‌های نابرابر است. نتایج آماری حاصل از نرم‌افزار ANSYS حاکی از انطباق آن با نتایج عددی به دست آمده از Matlab دارد. (نمودار شکل (۷))

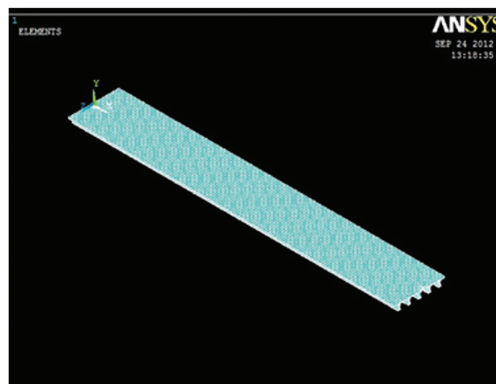
جدول ۴. نتایج پارامتر فرکانس  $\alpha$  برای سختی‌ها در

حالت‌های مختلف

پارامتر فرکانس $\alpha$	$\alpha_5$	$\alpha_4$	$\alpha_3$	$\alpha_2$	$\alpha_1$	حالت‌های مختلف	
						سختی مینیمم	سختی ماکزیمم
حالت اول	۰/۱۱۱۹	۰/۰۸۳۹	۰/۰۶۲۹	۰/۰۴۸۹	۰/۰۳۹۰	سختی مینیمم	سختی ماکزیمم
	۰/۱۵۶۹	۰/۱۵۴۷	۰/۱۱۰۲	۰/۰۸۶۴	۰/۰۵۷۶	سختی مینیمم	سختی ماکزیمم
حالت دوم	۰/۱۳۸۹	۰/۱۰۱۳	۰/۰۷۱۶	۰/۰۵۲۵	۰/۰۴۳۳	سختی مینیمم	سختی ماکزیمم
	۰/۲۰۷۳	۰/۱۵۶۹	۰/۱۵۴۲	۰/۰۹۴۹	۰/۰۷۸۲	سختی مینیمم	سختی ماکزیمم

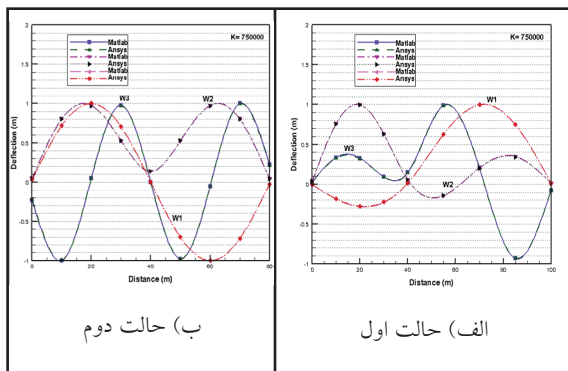
۲-۶ نرم‌افزار المان محدود ANSYS

در نرم‌افزار المان محدود ANSYS مقطع I شکل تیر پیش‌ساخته بتنی تیپ ۴ آشتو به صورت دوبعدی شبیه‌سازی شده، که محور X در راستای طول و محور Y عمود بر محور X و جهت مثبت آن به سمت بالا است. در شکل (۶) نمایی از تیر مدل شده در نرم‌افزار نشان داده شده است. المان در نظر گرفته شده در این تحقیق به دو صورت، المان تیر (Beam – 2 node 188) و المان فنر (Com- bination – spring – damper 14) انتخاب گردیده است. پس از اتمام مدل‌سازی، برای تقسیم مدل به المانهای کوچک‌تر از مش ۹/۵ استفاده شده است. بعد از ترسیم مدل و مش‌بندی آن، به منظور دستیابی به فرکانسهای طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی از آنالیز مودال برای تحلیل مسأله استفاده می‌گردد. بیان این مسأله ضروری است که فرکانسهای به‌دست آمده از نرم‌افزار مربوط به فرکانسهای خمش طولی است.



شکل ۶. نمایی از مدل تیر مورد تحلیل در نرم‌افزار ANSYS

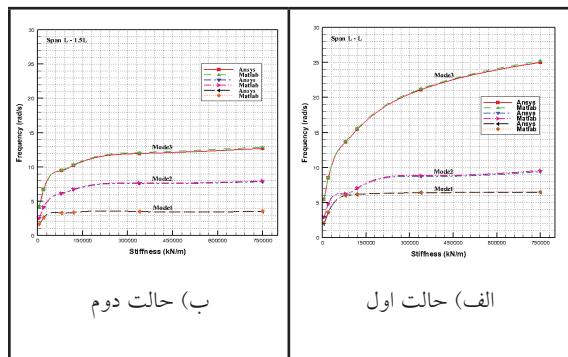
بررسی تأثیر سختی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی بر فرکانسهای طبیعی و مودهای ارتعاشی تیرهای دو دهانه تحت ارتعاش آزاد



شکل ۱۰. سه مود اول ارتعاش تیر دودهانه برای سختی بیشینه:

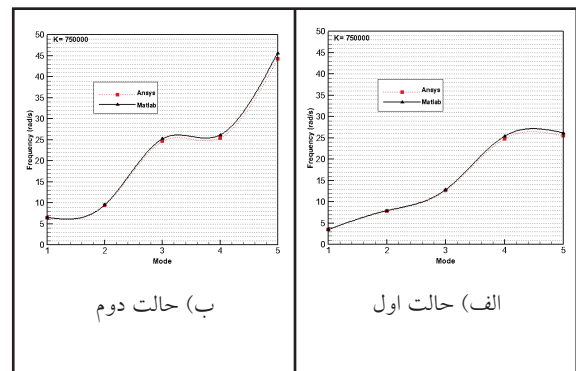
(الف) حالت اول، (ب) حالت دوم  
۶-۶ تحلیل حساسیت بر روی فرکانسهای اول تا سوم برحسب سختی تکیه‌گاهی

روند تغییرات فرکانسها با توجه به سختی‌های مورد بررسی برای تیر با دهانه‌های برابر در نمودار شکل (۱۱) ارائه گردیده است.



شکل ۱۱. روند تغییرات فرکانسها برحسب سختی:

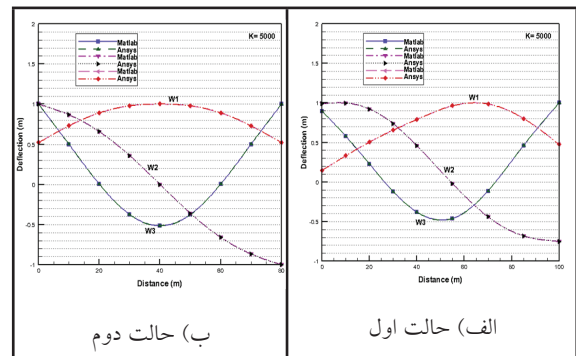
(الف) حالت اول، (ب) حالت دوم  
همان‌طور که در شکل (۱۱) مشاهده می‌شود روند تغییرات فرکانس بر حسب سختی در دهانه‌های برابر بیشتر از دهانه‌های نابرابر است که می‌توان گفت تکیه‌گاه‌های الاستیکی در پلها با دهانه‌های مساوی عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهند. در مودهای پایین با افزایش سختی تکیه‌گاه، فرکانس تا حد مشخصی افزایش یافته و بعد از آن تقریباً ثابت می‌شود، اما در مودهای بالاتر با افزایش سختی تغییر فرکانس همواره صعودی است و از آنجا



شکل ۸. روند تغییرات فرکانسها برای سختی بیشینه:

(الف) حالت اول، (ب) حالت دوم  
نمودار شکل (۸) بیانگر این است که تغییرات فرکانسها در حالتی که طول دهانه‌ها برابرند بسیار بیشتر از زمانی است که طول دهانه‌ها نابرابرند. اما همان‌طور که در نمودار شکل (۸) مشخص است در هر دو حالت مقدار فرکانس در دو مود مختلف تقریباً برابر است و این نشانگر آن است که این فرکانس باید به عنوان فرکانس بحرانی باید در نظر گرفته شود.

۵-۶ شکل مود ارتعاش  
سه مود اول ارتعاش تیر دودهانه با تکیه‌گاه‌های ارتجاعی از طریق روش عددی و به کمک برنامه Matlab برای کمینه و بیشینه مقادیر سختی در نمودار شکل‌های (۹) و (۱۰) نشان داده شده است.



شکل ۹. سه مود اول ارتعاش تیر دودهانه برای سختی کمینه:

(الف) حالت اول، (ب) حالت دوم



۸. پی نوشتها

1. Elastic Supports
2. Natural Frequencies
3. Mode Shapes
4. Resonance
5. Cancellation
6. Impact Response
7. Free Vibration
8. Damping
9. Mesh

۹. مراجع

- برگی، خسرو و آقابزرگی، علیرضا (۱۳۸۹) "آنالیز دینامیکی پلهای راه آهن تحت اثر عبور قطار سریع السیر با در نظر گرفتن اندرکنش پل و قطار"، نشریه مهندسی عمران و نقشه برداری (دانشکده فنی دانشگاه تهران)، دوره ۴۴، شماره ۲، ص ۱۴۱ - ۰۵۱.

- سعادتپور، محمدمهدی (۷۷۳۱) "دینامیک سازه‌ها"، مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان.

- شاه بابائی، محمد (۱۹۳۱) "بررسی تأثیر سختی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی تیرها در تغییر فرکانس طبیعی آن"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد واحد زنجان.

- عطارنژاد، رضا، فرساد، علیرضا و معنوی، نگین (۴۸۳۱) "تحلیل ارتعاش آزاد تیر با مقطع متغیر و تکیه‌گاه الاستیک"، دومین کنگره ملی مهندسی عمران، تهران.

که مودهای بالا در سازه‌های بلند حائز اهمیت است، این موضوع می‌تواند مورد توجه بیشتر قرار گیرد.

۷. نتیجه‌گیری

مهم‌ترین ویژگی تکیه‌گاه‌های ارتجاعی این است که این تکیه‌گاه‌ها با انعطاف‌پذیری زیاد خود، زمان تناوب طبیعی سازه را افزایش می‌دهند. این پدیده افزایش زمان تناوب سازه، موجب می‌شود که از عمل تشدید یا از نزدیک شدن به آن اجتناب شود و در نهایت، پاسخ سازه کاهش یابد.

در این مقاله فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی یک تیر دودهانه با تکیه‌گاه‌های ارتجاعی با استفاده از تئوری ارتعاش آزاد و تحت سختی‌های مختلف به دست آمده است.

جهت حل معادله حرکت تیر دودهانه با اعمال شرایط مرزی حاکم و تشکیل ماتریس ضرایب، فرکانسهای ارتعاشی از طریق برنامه Matlab حاصل گردیده است. به منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از روش عددی با کمک نرم‌افزار المان محدود ANSYS صورت گرفته است.

نتایج حاصل نشانگر آن است که تغییرات فرکانسها در مودهای اول و دوم برای سختی‌های پایین روند صعودی به خود گرفته است و با افزایش سختی تقریباً ثابت باقی می‌ماند، اما در مودهای بالاتر به‌طور پیوسته با افزایش سختی مقدار فرکانس افزایش می‌یابد. در بیان دیگر در سختی پایین نرخ تغییرات فرکانس در مودهای مختلف همواره صعودی (افزایشی) است، اما در سختی‌های بالاتر نرخ تغییرات فرکانس در مودهای مختلف روندی صعودی-یکنواخت-صعودی دارد.

همچنین از لحاظ عملکردی مشخص شد که تکیه‌گاه‌های الاستیکی در دهانه‌های برابر بهترین عملکرد را از خود نشان می‌دهند که این موضوع می‌تواند در طراحی پلها با تکیه‌گاه الاستیکی مد نظر قرار گیرد.



small wind turbines“, Proceedings of the 28th IMAC, A Conference on Structural Dynamics, Jacksonville, Florida USA

- Lee, H.P. (1994) ” Dynamic response of a beam with intermediate point constraints subject to a moving load” , Journal of Sound and Vibration, 171 pp.361–368

- Lin, C. L. (2001) “Reduction in vibration of isolated railway bridges”, Master’s thesis, Department of Civil Engineering, National Taiwan University, Taipei, Taiwan.

- Moatasem, M., Fayyadh, H. and Abdul, Razak (2012) "Condition assessment of elastic bearing supports using vibration data", Construction and Building Materials, 30, pp.616–628.

- Reichman, Y. and Reinhorn, A. M. (1995) “Extending the seismic life span of bridges analytical evaluation of retrofit measures”, Structural Engineering Review, Vol. 7, No. 3, pp. 207-218.

- Wang, T. L., Huang, D. Z., Shahawy, M. and Huangf, K. (1996) ”Dynamic response of highway girder bridges, “Computers & Structures, Vol. 65, No 6, pp. 1021-1027.

- طاحونی، شاهپور (۱۳۸۳) “طراحی پل”، تهران: مرکز انتشارات دانشگاه تهران.

- Aida, T., Green, R. and Hosogi, Y. (1990) ”Dynamic behavior of railway bridges under unsprung masses of a multi-vehicle train“, Journal of Sound and Vibration, 142(2), pp.245-260.

- Chen, Y. (1996) “Modeling and analysis method of bridges and their effects on seismic responses: I-Theory”, Computers & Structures, Vol. 59, pp. 81-98.

- Chen, Y., Tan, C. A. and Bergman, L. A. (2002) "Effects of boundary flexibility on the vibration of a continuum with a moving oscillator", Transactions of the ASME, Vol. 124, pp 552-560.

- Cheung, Y. K., Au, F. T. K., Zheng, D. Y. and Cheng, Y. S. (1999) ” Vibration of multi-span non-uniform bridges under moving vehicles and trains by using modified beam vibration functions“ , Journal of Sound and Vibration , 228(3), pp.611-628

- Claus, H. and Schichlen, W. (1997) ”Modeling and simulation of railway bogie structural vibrations“ Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks.

- Kwon, S. D., Lee, S. H. and Lee, K. H. (2010). ”Aerodynamic performance of bridges equipped

- Zhu, X.Q. and Law, S.S. (2006) "Moving load identification on multi-span continuous bridges with elastic bearings" ,Mechanical Systems and Signal Processing 20, pp.1759–1782.
- Zhu, X. Q. and Law, S. S. (2002) "Dynamic load on continuous multi-lane bridge deck from moving vehicles" ,Journal of Sound and Vibration 251(4), pp.697-716
- Whelan, M. and Janoyan, K. (2012) " Assessment of simplified linear dynamic analysis of a multi span skew bridge on steel-reinforced elastomeric bearings" ,Journal of Bridge Engineering, 17, pp.151-160.
- Xia, H., Xu, Y. L. ,Chan, T. H. T. and Zakeri, J. A. (2007) "Dynamic responses of railway suspension bridges under moving trains", Scientia Iranica, Vol. 14, No. 5, October, pp. 385-394.
- Yang, L., Ming-yang, W. and Chun-Ming, S. (2013) "Analysis of elastic support beam on dynamic load" ,IACGE, pp. 422-429.
- Yang, Y. B., Lin, C. L., Yau, J. D. and Chang, D. W. (2004) "Mechanism of resonance and cancellation for train – induced vibrations on bridges with elastic bearings", Journal of Sound and Vibration,269, pp. 345 – 360.
- Yang, Y. B., Yau, J. D. and Wu, Y. S. (2004) "Vehicle – bridge interaction dynamics", Singapore: Word Scientific Publishing.
- Yau, J. D., Wu, Y. S. and Yang, Y. B. (2001) "Impact response of bridges with elastic bearings to moving loads", Journal of Sound and Vibration, 248 (1), pp. 9-30.