

## بازیابی بهنگام جدول زمان‌بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش‌بین و در حضور قیود واقعی

بیژن معاونی (مسئول مکاتبات)، استادیار، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران  
محمد کریمی، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

E-mail: b\_moaveni@iust.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۲/۱۲/۲۵ پذیرش: ۱۳۹۳/۰۷/۰۹

### چکیده:

در این مقاله یک مدل گسسته-پیشامد بهبود یافته، به منظور مدل کردن تغییرات زمان اعزام نسبت به جدول زمان‌بندی در سیستم‌های ریلی (در اینجا مترو) ارائه شده است. در مدل پیشنهادی بر خلاف مدل‌های پیش‌بین، با در نظر گرفتن تأثیر تعداد مسافران موجود در هر سکو و تعداد مسافران موجود در هر قطار بر زمان‌بندی حرکت قطارها و نیز درخواست مسافران برای سفر بین ایستگاه‌ها، نقش مسافران در زمان‌های اعزام سیستم ترافیک ریلی به‌طور کامل در نظر گرفته شده است. در روش پیشنهادی جهت بازیابی جدول زمان‌بندی، یک تابع هزینه براساس عواملی که موجب نارضایتی مسافران از سرویس‌دهی سیستم حمل و نقل مترو می‌شود، در نظر گرفته شده است. همچنین محدودیت‌هایی از قبیل محدودیت سرعت، محدودیت سرفاصله زمانی به عنوان قیود مهم و غیر قابل چشم‌پوشی در یک سیستم ترافیک ریلی در مدل‌سازی در نظر گرفته شده است. در انتها با طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین، ورودی کنترلی بهینه برای بازیابی جدول زمان‌بندی حرکت قطارها در حضور قیود موجود در یک شبکه مترو، به دست آمده و به سیستم اعمال شده است. به منظور ارزیابی توانمندی‌های روش پیشنهادی، شبیه‌سازی‌های لازم بر اساس مشخصات خط ۲ متروی تهران انجام و نتایج ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: سیستم ترافیک ریلی، بازیابی جدول زمان‌بندی حرکت، سیستم کنترل بهنگام، کنترل‌کننده پیش‌بین

## ۱. مقدمه

به بازیابی بهنگام جدول برنامه‌ریزی (یا کنترل رگولاتوری) است و زمانی وارد عمل می‌شود که انحرافی از مقادیر نامی سیستم اتفاق افتاده باشد. در صورتی که اغتشاش وارد به سیستم از قبل معلوم باشد (از چند روز قبل)، کنترل عملیاتی وارد عمل شده و با اصلاح جدول زمان‌بندی برای آن دوره زمانی، سیستم ترافیکی را مدیریت می‌کند. این در حالی است که کنترل اتوماتیک و بهنگام، سعی بر جبران و کنترل اغتشاشات وارده (از جنس تأخیر زمانی) در هر لحظه را دارد. عملیات استراتژیک و تاکتیکی به عنوان سطح برنامه‌ریزی و زمان‌بندی سیستم در نظر گرفته می‌شوند در حالی که کنترل عملیاتی و بهنگام، جزء سطح اجرایی و بازیابی جدول زمان‌بندی به حساب می‌آیند [Törnquist, 2006] و [Narayanaswami and Rangaraj, 2012].

به‌طور کلی هنگامی سیستم بازیابی جدول زمان‌بندی وارد عمل می‌شود که سیستم بر اثر اغتشاشی نسبت به جدول زمان‌بندی دچار تأخیر شده باشد. تصمیم‌گیری نامناسب یک سیستم بازیابی جدول زمان‌بندی در زمان وقوع تأخیر باعث گسترش آن به کل سیستم خواهد شد [Törnquist, 2006]. در نتیجه ممکن است اعزام چندین قطار لغو شده و باعث انباشته شدن مسافران در سکوها شود. افزایش حجم مسافران در یک سکو باعث می‌شود که قطارهای بعدی جهت سوار کردن مسافران، زمان بیشتری در ایستگاه توقف داشته باشند که این خود باعث ایجاد تأخیرهای بیشتری در سیستم خواهد شد. از آنجایی که در یک سیستم ریلی، هر تأخیر و پیامدهایش باعث کاهش علاقه‌مندی مسافران و افزایش میزان نارضایتی آن‌ها می‌شود، باید در سریع‌ترین زمان ممکن این‌گونه تأخیرها جبران شوند. از این‌رو هدف سیستم‌های بازیابی زمان‌بندی، برگرداندن سیستم به زمان‌بندی اولیه خود و جبران‌سازی تأخیرهای ایجاد شده است. البته این کار با این فرض انجام می‌شود که زمان‌بندی اولیه، هم از دید مسافران و هم از دید سیستم بهره‌برداری، وضعیتی بهینه برای کارکرد سیستم ریلی باشد

حمل و نقل ریلی نقش بسزایی در سیستم ترابری یک کشور ایفا می‌کند. توسعه داد و ستد، صنعت و بازرگانی، به طور گسترده وابسته به این سیستم است. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های یک شبکه مترو که بر میزان استفاده و مقبولیت آن تأثیر خواهد داشت، سرویس‌دهی بموقع قطارها است. این در حالی است که همه روزه اغتشاشات زیادی در روند عملکرد یک سیستم ریلی بوجود می‌آید که بسیاری از آنها منجر به ایجاد تأخیر در روند حرکت قطارها می‌شود. به دلیل سرعت بالای قطارها، فواصل کوتاه مابین ایستگاه‌ها و طبیعت ناپایدار سیستم‌های ریلی، مسئله تأخیر، نسبت به دیگر مشکلات موجود در شبکه مترو، از اولویت بیشتری برخوردار است. به عبارت دیگر، در شبکه مترو هرگونه انحراف جدول زمان‌بندی حرکت از مقدار نامی آن، می‌تواند از یک بخش کوچک به کل سیستم انتشار یافته و باعث بروز اختلال در بخش‌های دیگر شود. در نتیجه در یک شبکه مترو، وجود یک سیستم کنترلی برای جلوگیری از چنین تأخیرها و ناپایداری‌ها، الزامی است. حداقل کردن تأخیرها مهم‌ترین وظیفه سیستم بازیابی جدول زمان‌بندی است [Bosserhoff, 2007] و [Lüthi, 2007]. در نظر داشته باشید از آنجایی که در محیط ریلی رعایت برخی الزامات ایمنی و قیود از قبیل محدودیت در زمان سفر الزامی است، این سیستم بازیابی جدول زمان‌بندی باید با رعایت این قیود تأخیرها را جبران کند.

اداره کردن سیستم‌های ریلی در چهار سطح انجام می‌شود: استراتژیکی، تاکتیکی، کنترل عملیاتی و کنترل بهنگام. عملیات استراتژیکی توسط قانونگذارهای شبکه ریلی به‌طور دراز مدت (چند سال) برنامه‌ریزی و انجام می‌شود. این در حالی است که عملیات تاکتیکی، مربوط به برنامه‌ریزی‌های زمان اعزام قطارها است که معمولاً به صورت سالانه، ماهانه و یا هفتگی انجام می‌شود. وظایف کنترل عملیاتی و کنترل بهنگام بیشتر معطوف

## بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی

[Narayanaswami and Rangaraj, 2012].

در دهه های اخیر تحقیقات زیادی در زمینه بازیابی جدول زمان بندی انجام شده است. آریا و سون [Araya and Sone, 1984]، با یک رویکرد گسسته پیشامد، روش فیدبک کنترلی ابتکاری، جهت آزمودن دینامیک یک سیستم حمل و نقل خودکار ارائه کردند. در [Van Breusegem, Campion and Bas-tin, 1991] یک مدل خطی گسسته پیشامد برای سیستم خط باز و خط بسته ریلی ارائه گردیده که در آن تأخیرها با استفاده از طراحی رگولاتورهای بهینه بازیابی می شد. در این روش با استفاده از یک نرخ تأخیر، تأثیر و نقش مسافران بر زمان توقف قطارها، در مدل سازی سیستم نشان داده شده است. به هر حال به خاطر جریان های ورودی/ خروج نامعلوم و تصادفی مسافران به/ از سکوها، یک سیستم مترو دارای یک مدل ترافیکی غیرخطی است. در نظر داشته باشید که در ارتباط با مدل ارائه شده این تحقیق، در [Berbey, Caballero, Galan and Sanz-Bobi, 2009] یک شاخص پایداری با در نظر گرفتن حدود اشباع برای ورودی کنترل ارائه شده است. تاکنون لزوم پرداخت به نقش مسافران در تحقیقات متعددی از جمله [Chang and Thia, 1996] و [Fernandez, Cuadra, and Garcia, 1996] و [al, 1994] مورد توجه قرار گرفته است. اما این تحقیقات اساساً بر روی انحراف از جدول زمان بندی نامی تمرکز دارند و نه بر روی نارضایتی مسافران. در [Goodman and Murata, 2001]، با توجه به انتظارات مسافران، تابع هزینه ای تعریف گردید که در آن برای حداقل سازی، از روش گرادیان نزولی استفاده شده است که مشکل اصلی آن انتخاب شرایط اولیه و تعداد تکرار برای حل مسئله بود. در [Tomii et. al. 2005] با در نظر گرفتن دلایل نارضایتی مسافران به عنوان ضوابط بازیابی، یک الگوریتم، جهت بازیابی جدول زمان بندی سیستم ریلی ارائه شد. دانشمندان به تدریج درک کردند که با در دسترس بودن مدل دقیق

و مناسب سیستم می توان سیستم ترافیکی مترو را، با پیش بینی وضعیت های آینده سیستم، به شکل بهتری اداره کرد. اگر سیستم بازیابی زمان بندی نتواند تمامی اهداف سیستم ریلی را برآورده سازد، ممکن است اجباراً تعدادی از سرویس دهی ها را لغو کند. شوتر و همکاران [Schutter, Van den Boom and Hegyi, 2002] با استفاده از کنترل کننده پیش بین، سعی در بازیابی یک سیستم ریلی کرده اند که در آن جهت حداقل کردن یک تابع هدف کلی تر می توان از حضور همزمان تعدادی از قطارها در ایستگاه های چند سکویه صرف نظر کرد. ون دم بوم و شوتر [Van den Boom and Schutter, 2004]، با استفاده از سیستم خطی switching max-plus، روش خود را بهبود بخشیدند و هدف بازیابی بوسیله صرف نظر کردن از حضور همزمان قطارها کاملاً برآورده گردید. علاوه بر این، مطالعات دیگری نیز در ارتباط با استفاده از کنترل کننده پیش بین در زمان بندی حرکت قطارها [Assis and Milani, 2004] و [Fernandez et. al 2006] و اختصاص زمان، سکو و مسیر در ایستگاه های پر ترافیک [Caimiet al, 2012] تاکنون انجام شده است. مازارلو و اتاویانی [Mazzarello and Ottaviani, 2007]، یک معماری برای مدیریت کنترل ترافیک بهنگام ارائه کردند که توانایی بهینه سازی روانی ترافیک در یک شبکه بزرگ ریلی را دارد.

تغییر الگوی حرکت مسافران در زمان اتفاق افتادن یک اغتشاش موجب می شود کنترل بهنگام سیستم های مترو مشکل تر شود. توموندا و همکاران [Tomoeda et al. 2009] جهت کاهش تراکم قطارها با استفاده از تخمین الگوی حرکت مسافران در هنگام وقوع تصادف، یک روش بازیابی زمان بندی ارائه کردند. با روشن شدن اهمیت بازیابی زمان بندی، باید این را هم در نظر گرفت که سیستم کنترل ترافیکی باید دارای سرعت بالا و کافی باشد تا بتواند به صورت عملی مورد استفاده قرار گیرد. کراسمن [Krasemann, 2010] یک الگوریتم جدید با عنوان Greedy

درهنگام وقوع تأخیر می‌توان آینده حالت‌های سیستم را به‌خوبی پیش‌بینی کرده و با اتخاذ تصمیمات مناسب در زمان حال، تأخیر بوجود آمده را با رعایت کردن محدودیت‌ها و الزامات ایمنی، جبران کرد که این خود از انتشار تأخیرها به وضعیت‌های آینده سیستم جلوگیری می‌کند.

از این رو در این مقاله، یک مدل جدید گسسته-پیشامد، برای بازیابی جدول زمان‌بندی یک سیستم ریلی خط-باز ارائه گردیده که در آن، انحراف از زمان اعزام نامی و انحراف از مقادیر نامی تعداد مسافران درون قطارها به عنوان متغیرهای حالت سیستم در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، تعدادی از دلایل نارضایتی مسافران از سرویس‌دهی سیستم ریلی بیان شده و تابع هزینه‌ای مطابق با آن تعریف گردیده است. با حداقل شدن این تابع هزینه میزان نارضایتی مسافران نیز کاهش یافته و در نتیجه تمایل آن‌ها به استفاده از سیستم ریلی موجود افزایش خواهد یافت. اما در نظر داشته باشید که این حداقل کردن تابع هزینه نباید منجر به نقض محدودیت‌ها و قیود موجود در محیط شود. در اینجا از کنترل‌کننده پیش‌بین در حضور قیود، جهت ایجاد قانون کنترلی مناسب که بتواند با پیش‌بینی آینده متغیرهای سیستم این تابع هزینه را حداقل کند، استفاده شده است.

در بخش ۲، یک مدل گسسته پیشامد با در نظر گرفتن نقش مسافران، برای ترافیک ریلی در مترو ارائه می‌شود. سپس چگونگی طراحی یک کنترل‌کننده پیش‌بین جهت بازیابی جدول زمان‌بندی در مدل ترافیکی با لحاظ قیود حاکم بر سیستم، در بخش ۳ ارائه می‌شود. در این بخش محدودیت‌های حاکم بر یک شبکه ریلی شمرده شده و تابع هزینه‌ای بر مبنای نظرات مسافران ارائه می‌شود. چگونگی به روز رسانی ورودی کنترل نیز در همین بخش عنوان می‌شود. در بخش ۴، شبیه سازی‌ها و نتایج آن برای ارزیابی مدل و روش کنترلی پیشنهادی آمده است. در پایان و در بخش ۵ جمع‌بندی از مطالب ارائه شده در این مقاله خواهد آمد.

را توسعه بخشید که به‌طور موثری توانست روش مناسبی جهت بازیابی جدول زمان‌بندی در زمان محدود ارائه کند. این الگوریتم برای ارائه هرچه سریع‌تر یک راه حل عملی در زمان اتفاق افتادن یک تداخل، با استفاده از یک تابع ارزیاب، جستجوی اولیه و عمیقی انجام می‌دهد تا مشخص شود کدام قطارها اولویت بیشتری جهت حرکت دارند.

مهم‌ترین مشکل در ارائه یک رگولاتور ترافیکی مناسب، در دسترس نبودن یک مدل دقیق از سیستم است. جهت ارائه یک مدل کامل و همه‌جانبه از دینامیک بازیابی ترافیک، در نظر گرفتن تأثیر مسافران در سکوها و داخل قطارها بر زمان توقف زمان سفر و اعزام قطارها الزامی است. لین و شو [Lin and Sheu, 2011]، با در نظر گرفتن یک دینامیک غیرخطی از جریان مسافران به سکوها، یک مدل برای دینامیک ترافیک ریلی ارائه کردند. در این تحقیق نشان داده شده است که ترافیک مسافران یک فرآیند ایستا نیست و یک روش کنترل بهینه تطبیقی مبتنی بر شبکه‌های عصبی هوشمند ارائه شده است، که با استفاده از داده‌های یادگیری یک مدل غیرخطی از ترافیک مسافران را تخمین می‌زد. در [Jih-Wen and Wei-Song, 2012] به‌طور مشابه، با [Lin and Sheu, 2011] تأثیر جریان ورود مسافران به سکوها در بازیابی ترافیکی در نظر گرفته شد. آن‌ها روش کنترل بهینه تطبیقی را برای بهبود برنامه‌ریزی ابتکاری دوگانه جهت طراحی خودکار یک سیستم بازیابی توسعه دادند. در نظر داشته باشید که این روش در برابر اغتشاشات ناشی از نوسانات و تغییرات حرکت مسافران بیشتر مقاوم بود.

به هر حال در تحقیقات مذکور، تنها نقش جریان مسافران به سکوها در نظر گرفته شده است و تأثیر مسافران موجود در داخل قطار، درخواست آن‌ها جهت سفر بین جفت ایستگاه و محدودیت‌های آنها نادیده گرفته شده است. این درحالی است که ارائه یک مدل دقیق که بتواند به‌طور همه‌جانبه نقش مسافران را در نظر بگیرد، بسیار ضروری و مفید است. چنین مدلی از این رو مفید است که

بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی

$$t_{k+1}^i = t_k^i + r_k^i + d_{k+1}^i \quad (1)$$

که در آن:  $t_k^i$  نشان دهنده زمان سفر قطار  $k$ ام از ایستگاه  $k$ ام به ایستگاه  $k+1$ ام بوده و  $d_{k+1}^i$  نشان دهنده مدت زمان توقف قطار  $k$ ام در ایستگاه  $k+1$ ام است. هر پیشامد با دو اندیس  $k$  و  $i$  نشان داده می شود، که بالانویس  $i$  مربوط به شماره قطار و پایین نویس  $k$  مربوط به شماره ایستگاه است.

لازم به ذکر است تمامی قطارها در چارچوب مقررات و محدودیت های خط جهت جبران تأخیر خود، می توانند زمان سفر خود را کاهش و یا افزایش دهند. این توانایی با ورودی کنترل  $u_k^i$  در معادله زیر نشان داده شده است:

$$r_k^i = R_k + u_k^i \quad (2)$$

$R_k$  زمان سفر نامی قطارها بین دو ایستگاه  $k$ ام و  $k+1$ ام،  $u_k^i$  ورودی کنترلی اعمال شده به قطار  $k$ ام بین ایستگاه  $k$ ام و  $k+1$ ام برای جبران تأخیر است. برای افزایش و یا کاهش زمان سفر، قطار به ترتیب باید کندتر و یا تندتر از حالت نرمال ما بین ایستگاهها حرکت کند.

می توان تأثیر نقش مسافران موجود در سیستم مترو بر روند ترافیکی سیستم را در دو بخش بررسی کرد:

- تعداد مسافران موجود در سکوها: زمانی که فاصله زمانی اعزام دو قطار متوالی از یک ایستگاه مشخص افزایش یابد، تعداد مسافران موجود در آن ایستگاه در این بازه زمانی افزایش خواهند یافت و این خود سبب خواهد شد که قطار بعدی برای سوار کردن مسافران منتظر در سکو مجبور شود بیشتر از حد معمول توقف داشته باشد.

- تعداد مسافران موجود در قطارها: هرچه تعداد مسافران درون قطار بیشتر باشد، در زمان توقف قطار در ایستگاهها، پیاده شدن و سوارشدن مسافران با سرعت کمتری انجام خواهد شد. این امر به دلیل چالش و درگیری بین مسافران درون قطار باهم و با مسافران درون سکو در زمان توقف است که در نتیجه منجر به توقف بیشتر

## ۲. مدل سازی یک سیستم ترافیک ریلی

یک سیستم مترو معمولی که در آن تعدادی قطار میان ایستگاهها و در طول یک خط در حال رفت و آمد هستند، را در نظر بگیرید. فواصل بین ایستگاهها و سرفاصله زمانی در این سیستم بسیار کوتاه بوده و هر قطار در تمامی ایستگاهها برای پیاده و سوار شدن مسافران به قدر کافی توقف دارد. تمامی مسافران منتظر در سکوها تصمیم دارند سوار اولین قطار ممکن شوند. در نظر داشته باشید که برای کنترل و مدیریت این سیستم ترافیک ریلی، اضافه کردن قطارهای ذخیره به خط، مجاز نیست. از طرفی در این مقاله فرض شده است که تعداد ایستگاهها، سرفاصله زمانی نامی و نرخ جابجایی مسافران بین ایستگاهها برای یک دوره خاص از طول روز ثابت است.

در این قسمت با در نظر گرفتن نقش مسافران، یک مدل گسسته پیشامد برای یک سیستم ترافیک ریلی ارائه داده می شود. جهت مدل کردن چنین سیستم ریلی، لازم است که از دو دیدگاه این مسئله مورد بررسی قرار گیرد. اول اینکه روابط بین زمان اعزام، زمان توقف و زمان سفر قطارها چگونه است و این متغیرها چگونه از تعداد مسافران موجود در سیستم تأثیر می پذیرند. دوم اینکه مدل تحلیلی تعداد مسافران داخل قطار به چه شکل بوده و چگونه تحت تأثیر دیگر متغیرهای زمانی قرار می گیرد. بنابراین، مدل کردن ترافیک ریلی در دو بخش انجام می گیرد: اول، تعریف یک مدل دینامیکی برای زمان اعزام و دوم، فرمول بندی کردن دینامیک مسافران و تأثیر آن بر زمان های اعزام. پس از آن در قسمت ۲-۳ یک مدل فضای حالت برای تمام اجزای سیستم ارائه خواهد شد.

### ۲-۱ مدل دینامیکی زمان اعزام

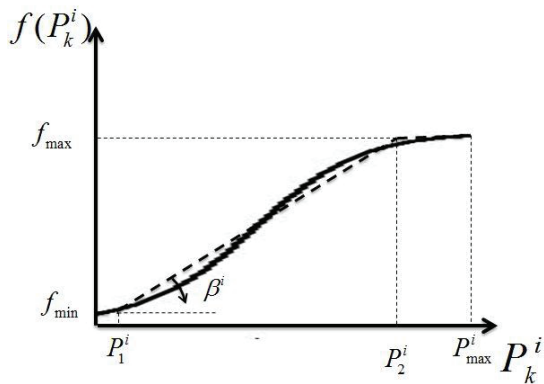
در اینجا لحظه اعزام هر قطار از هر ایستگاه خاص به عنوان پیشامد در نظر گرفته شده است. فرض کنید  $t_k^i$  لحظه اعزام قطار  $k$ ام از ایستگاه  $k$ ام را نشان دهد، در این صورت داریم:

قطار می‌شود. هر دو مورد بالا باعث ایجاد تغییر زمان توقف قطارها در ایستگاه‌ها می‌شود. از این رو معادله (۳) برای توصیف تأثیر تعداد مسافران بر زمان توقف قطارها معرفی شده:

$$d_{k+1}^i = D + c_{k+1} (t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1}) + f(P_k^i) \quad (3)$$

که در آن  $D$  حداقل زمان مورد نیاز برای سوار و پیاده شدن مسافران در ایستگاه‌ها و  $P_k^i$  نشان دهنده تعداد مسافران موجود در قطار  $i$  در لحظه اعزام از ایستگاه  $k$  است. ضریب  $C_{k+1}$  که نرخ تأخیر است معمولاً در بازه  $[0.01, 0.05]$  محدود است. در این معادله، جمله  $c_{k+1} (t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1})$  نشان دهنده نقش تعداد مسافران موجود در سکوها در طول مدت زمان توقف قطار است [Van Breusegem, Campion and Bastin, 1991].

از طرف دیگر برای مدل کردن نقش تعداد مسافران درون قطارها، جمله سوم تحت عنوان  $f(P_k^i)$  به معادله اضافه شده است. اگر یک قطار تعداد مسافران کمی داشته باشد، تأخیر ایجاد شده بسیار کم بوده و می‌توان از تأثیر آن بر زمان توقف قطار صرف نظر کرد. از این رو  $f(P_k^i)$  در این شرایط دارای مقدار بسیار کمی همچون  $f_{min}$  است. با افزایش تدریجی تعداد مسافران، ازدحام مسافران درون قطار افزایش یافته و متعاقباً در زمان توقف قطار، چالش و درگیری بین مسافران بیشتر خواهد شد و قطار باید زمان توقف خود را افزایش دهد. از این رو می‌توان نتیجه گرفت، به شرط اینکه قطار در حالتی باشد که تعداد مسافران سوار شده در محدوده بار نامی و یا حتی اضافه بار باشد،  $f(P_k^i)$  یک تابع صعودی برحسب  $P_k^i$  است. اما مشخصاً یک سری قوانین و الزامات ایمنی مانند محدودیت زمان سفر و محدودیت هدوی وجود دارد که باعث ایجاد محدودیت در زمان توقف خواهد شد و به قطارها اجازه داده نمی‌شود هر میزان دلخواهی در سکوها توقف داشته باشند. در نتیجه  $f(P_k^i)$  به مقدار حداکثر  $f_{max}$  محدود خواهد شد و با افزایش تعداد مسافران به بیش از مقدار



شکل ۱. تابع

برای ساده‌سازی در تشریح مسئله، می‌توان تابع  $f(P_k^i)$  را در ناحیه کار با یک تابع خطی مطابق (۴) با شیب  $\beta^i$  جایگزین کرد.

$$f(P_k^i) \cong \beta \times P_k^i \quad (4)$$

همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد، قطارها می‌توانند در برخی ویژگی‌ها مانند تعداد درها و ظرفیت واگن‌ها، باهم متفاوت باشند و این گوناگونی در  $\beta^i$  های متفاوت برای قطارهای متفاوت دیده می‌شود. در معادله (۲) و (۳)، مقادیر  $R_k$  و  $D$  با توجه به محدودیت‌ها و قیود عملیاتی تعیین می‌گردند. این درحالی است که مقادیر  $C_{k+1}$  و  $\beta^i$  را می‌توان با توجه به (۳) و با یک رگرسیون خطی روی تعداد زیادی از زوج‌های  $(t_k^i, d_k^i)$

بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی

مثال اگر یک مرکز خرید مجاور یک ایستگاه باشد، در زمان خرید، درخواست مسافران برای سفر به این ایستگاه افزایش خواهد یافت. مثال دیگر اینکه در ساعات اولیه روز جهت رفتن به محل کار، ساکنان حومه شهر درخواست بیشتری برای سفر به مرکز شهر خواهند داشت و در انتهای روز عکس این قضیه اتفاق می افتد. در این مقاله ماتریس مبدا - مقصد برای دوره خاصی از روز و برای یک مسیر ثابت در نظر گرفته شده است، از این رو این ماتریس یک ماتریس ثابت بوده و تغییر نمی کند. این ماتریس برای قطار  $i$ ام در یک شبکه مترو با  $N$  ایستگاه به صورت رابطه (۶) تعریف می شود.

که در آن  $\gamma^i(\xi, k)$  جریان مسافرانی است که در ایستگاه  $\xi$  سوار قطار  $i$  شده و می خواهند در ایستگاه  $k$  از این قطار پیاده شوند. همچنین  $\alpha_{\xi}^i$  که جریان مسافران سوار شده به قطار  $i$  در ایستگاه  $\xi$  هستند را می توان به صورت (۷) به دست آورد.

$$\alpha_{\xi}^i = \sum_{k=1}^N \gamma^i(\xi, k) \quad (7)$$

با توجه به معادلات بالا می توان تعداد مسافران درون قطار  $i$  در زمانی که ایستگاه  $k+1$  را ترک می کنند را به صورت زیر مدل کرد [Assis and Milani, 2004]:

$$P_{k+1}^i = P_k^i + \alpha_{k+1}^i \times h_{k+1}^i - \sum_{j=1}^k \gamma^i(j, k+1) \times h_j^i \quad (8)$$

در این معادله  $h_{k+1}^i$  نشان دهنده سرفاصله زمانی واقعی بوده و بیانگر فاصله زمانی بین اعزام دو قطار متوالی  $i$  و  $i+1$  از ایستگاه

تخمین زد. با استفاده از معادلات (۱) تا (۴) می توان به یک معادله

دینامیکی عمومی مانند زیر دست یافت:

$$t_{k+1}^i = \frac{t_k^i}{1-c_{k+1}} - \frac{c_{k+1} t_{k+1}^{i-1}}{1-c_{k+1}} + \frac{\beta^i P_k^i}{1-c_{k+1}} + \frac{(D+R_k)}{1-c_{k+1}} + \frac{u_k^i}{1-c_{k+1}} \quad (5)$$

این معادله بیانگر ارتباط بین متغیرهای گسسته پیشامد دو قطار متوالی  $i$  و  $i-1$  دو سکوی متوالی  $k, k+1$  است.

## ۲-۲ مدل دینامیک مسافران

به دست آوردن یک فرمول مناسب برای تعداد مسافران و تخمین تعداد مسافران درون قطارها و سکوها، نیازمند این است که از وضعیت جریان مسافران بین تمامی جفت ایستگاه ها آگاه باشیم. در ادبیات ترافیک ریلی، جریان مسافران از یک ایستگاه به ایستگاه دیگر را در ماتریسی تحت عنوان ماتریس مبدا- مقصد Origin-Destination Matrix (ODM) نشان می دهند [Ueda, 2005]. یک ماتریس مبدا-مقصد شامل اطلاعاتی در رابطه با تمامی جریان های مسافران بین جفت ایستگاه ها برای یک قطار مشخص است. از آنجایی که جریان مسافران در خطوط مختلف ریلی یکسان و ثابت نیست، بنابراین شکل های مختلفی از این ماتریس برای مسیرهای گوناگون وجود دارد که در [Ueda, 2005] آمده است. از طرف دیگر از آنجایی که تقاضای مسافران برای سفر به ایستگاه های خاصی، در طول روز متغیر است، ماتریس مبدا - مقصد نیز در دوره های مختلف از یک روز، مقادیر متفاوتی به خود اختصاص می دهد. به عنوان

شماره ایستگاه مقصد

$$ODM \langle i \rangle = \begin{matrix} \text{شماره ایستگاه مبدا} \\ \left[ \begin{array}{cccc} 0 & \gamma^i(1,2) & \gamma^i(1,3) & \dots & \gamma^i(1,N) \\ 0 & 0 & \gamma^i(2,3) & \dots & \gamma^i(2,N) \\ \vdots & & 0 & & \vdots \\ & \vdots & & \ddots & \gamma^i(N-1,N) \\ 0 & 0 & \dots & & 0 \end{array} \right]_{N \times N} \end{matrix} \quad (6)$$

معادله (۵) و با در نظر داشتن اینکه ورودی کنترل در حالت نامی

برابر صفر است، معادله (۱۴) به شکل زیر حاصل می شود:

$$h_{k,n}^i = t_{k,n}^i - t_{k,n}^{i-1} \quad (13)$$

$$t_{k+1,n}^i = t_{k,n}^i + c_{k+1} h_{k,n}^i + D + R_k + \beta^i P_{k+1,n}^i \quad (14)$$

و همچنین از (۸) می توان به این نتیجه رسید که:

$$P_{k+1,n}^i = P_{k,n}^i + \alpha_{k+1}^i \times h_{k+1,n}^i - \sum_{j=1}^k \gamma^i(j, k+1) \times h_{j,n}^i \quad (15)$$

با استفاده از (۱۴) و (۱۵)، معادلات (۵) و (۱۰) به فرم زیر

بازنویسی می شوند:

$$\Delta t_{k+1}^i = -\frac{c_{k+1}}{1-c_{k+1}} \Delta t_{k+1}^{i-1} + \frac{1}{1-c_{k+1}} \Delta t_k^i + \quad (16)$$

$$\frac{B^i}{1-c_{k+1}} \Delta P_k^i + \frac{1}{1-c_{k+1}} u_k^i, \quad 0 \leq k \leq N, 1 \leq i \leq M$$

$$\Delta P_{k+1}^i = \Delta P_k^i + \alpha_{k+1}^i \times (\Delta t_{k+1}^i - \Delta t_{k+1}^{i-1}) + \quad (17)$$

$$- \sum_{j=1}^k \gamma^i(j, k+1) \times [\Delta t_j^i - \Delta t_j^{i-1}]$$

حال جهت ساده نویسی متغیرهای زیر تعریف می گردند:

$$a_k = \frac{-c_k}{1-c_k}, \quad b_k = \frac{1}{1-c_k}, \quad e_k^i = 1 + \frac{\alpha_k^i \beta^i}{1-c_k} \quad (18)$$

$$g_k^i = \frac{\alpha_k^i}{1-c_k} + \gamma^i(k, k+1)$$

و معادله (۱۷) به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$\Delta P_{k+1}^i = (e_{k+1}^i) \Delta P_k^i + \alpha_{k+1}^i (a_{k+1} - 1) \times \Delta t_{k+1}^{i-1} +, \quad (19)$$

$$g_{k+1}^i \Delta t_k^i - \gamma^i(k, k+1) \Delta t_k^{i-1} + \sum_{j=1}^{k-1} \gamma^i(j, k+1) \times$$

$$: [\Delta t_j^i - \Delta t_j^{i-1}] + \alpha_{k+1}^i b_{k+1} u_k^i$$

معادله (۱۶) تنها ارتباط بین متغیرهای مربوط به دو قطار متوالی

$i-1$ ،  $i$  و دو سکوی پشت سرهم  $k+1$ ،  $k$  را نشان می دهد. این

در حالی است که (۱۹) دارای یک بخش انتگرالی بوده و بیانگر

$k$  است. بنابراین می توان آن را به صورت زیر بیان کرد:

$$h_k^i = t_k^i - t_k^{i-1} \quad (9)$$

و در نهایت با استفاده از معادلات (۸) و (۹)، معادله ای برای

دینامیک مسافران به شکل زیر به دست می آید:

$$P_{k+1}^i = P_k^i + \alpha_{k+1}^i (t_{k+1}^i - t_{k+1}^{i-1}) - \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^k \gamma^i(j, k+1) \times (t_j^i - t_j^{i-1})$$

## ۲-۳ مدل فضای حالت

در این بخش یک مدل برای یک سیستم خط- باز شبکه ریلی

که یک خط یکطرفه و تک خطه است ارائه می شود. یک سیستم

خط-باز تحت عنوان دنباله ای از  $N$  سکو و  $M$  قطار بوده، که

سکوها و قطارها به ترتیب از ۱ تا  $N$  و از ۱ تا  $M$  نامگذاری

می شوند. در این سیستم ریلی قطارها به ترتیب از شماره یک

و از ایستگاه اول وارد شده و در ایستگاه آخر از انتهای خط

خارج خواهند شد [V. Breusegem, Campion and Bastin,

1991].

یکی از معمول ترین اهدافی که در بازیابی جدول زمان بندی دنباله

می شود، بازیابی سیستم به حالت اولیه و نامی خود است [Törn-

quist, 2006]. در نتیجه برای کنترل این سیستم ریلی کافی است

انحراف زمان های اعزام قطارها و انحراف تعداد مسافران از مقدار

نامی آنها به خوبی مدیریت شود. از این رو سعی شده با در نظر

گرفتن  $\Delta P_k^i$  و  $\Delta t_k^i$  به عنوان متغیرهای حالت سیستم، مدل

فضای حالتی برای کل شبکه ریلی به دست آید:

$$\Delta t_k^i = t_k^i - t_{k,n}^i \quad (11)$$

$$\Delta P_k^i = P_k^i - P_{k,n}^i \quad (12)$$

در این معادلات،  $t_{k,n}^i$  مقدار نامی زمان اعزام قطار  $i$  از ایستگاه

$k$  و  $P_{k,n}^i$  تعداد مسافران داخل قطار  $i$  در لحظه ترک ایستگاه

$k$  است. با تعریف سرفاصله نامی به فرم (۱۳) و جایگذاری در



صورت زیر تعریف می شود:

$$D_2(N; a_1, a_2, \dots, a_N; b_1, b_2, \dots, b_{N-1}) = \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & & & & & \\ b_1 & a_2 & & 0 & & \\ & \ddots & & \ddots & & \\ 0 & & b_{N-1} & a_N & & \end{bmatrix}$$

بنابراین می توان ماتریس های ضرایب را به صورت زیر بیان کرد:

$$A_{11} = D_2(N; a_1, a_2, \dots, a_N; b_1, b_2, \dots, b_{N-1}) \quad (26)$$

$$A_{12,j} = D_2(N; 0, 0, \dots, 0; d_2^{j-1}, d_3^{j-2}, \dots, d_N^{j-N+1})$$

$$A_{21,j} = D_2(N; f_1^j, f_2^{j-1}, \dots, f_N^{j-N+1}; g_2^{j-1}, \dots, g_N^{j-N+1})$$

$$A_{22,j} = D_2(N; 0, 0, \dots, 0; e_2^{j-1}, e_3^{j-2}, \dots, e_N^{j-N+1})$$

$$B_1 = (N; b_1, b_2, \dots, b_N; 0, 0, \dots, 0)$$

$$B_{2,j} = (N; h_1^j, h_2^{j-1}, \dots, h_N^{j-N+1}; 0, 0, \dots, 0)$$

این درحالی است که  $\Psi_1(j)$  به صورت زیر تعریف می شود.

$$\Psi_1(j) = [\psi_1^j \quad \psi_2^{j-1} \quad \dots \quad \psi_N^{j-N+1}]^T \quad (27)$$

در نظر داشته باشید که در (۲۴)،  $\Psi_1(j)$  به صورت خطی با حالت های گذشته سیستم در ارتباط است. در نتیجه می توان آن را بشکل زیر بازنویسی کرد.

$$\Psi_1(j) = [E_1^j \mid E_2^j \mid \dots \mid E_{N-1}^j] \times [X(j-1) \mid X(j-2) \mid \dots \mid X(j-N+1)]^T \quad (28)$$

با باز کردن معادله (۱۷) و ماتریس های ضرایب E، به سادگی مطابق روابط ۲۹ و ۳۰ به دست خواهد آمد.

و به همین ترتیب تمامی این ماتریس ها قابل محاسبه خواهد بود.

$$E_{N-1} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 0 & \dots & 0 & & & \\ \vdots & & \ddots & & & \\ -\gamma^{j-N+1}(1, N) & \dots & 0 & & & 0_{N \times N} \end{array} \right] \quad (31)$$

### ۳. طراحی کنترل کننده پیش بین در حضور قیود

مدل فضای حالت سیستم ترافیکی ذکر شده در بخش قبل که در رابطه (۲۲) ارائه گردید، یک سیستم چند متغیره است که در آن ماتریس های ضرایب، نسبت به اندیس j متغیر هستند. در این

ارتباط بین دو قطار متوالی  $i, i-1$  و تمامی حالت های گذشته است. از این رو معادلات (۱۶) و (۱۹) با هم یک دید ناحیه ای از کل سیستم ریلی ارائه خواهند کرد.

برای مدل کردن کل سیستم ترافیکی و داشتن یک دید کلی از سیستم، بردار حالت ها و بردار ورودی کنترلی را به صورت (۲۰) و (۲۱) تعریف می کنیم. مهم ترین مزیت این شیوه بیان بردارها این است که با افزایش مقدار شاخص حالت، j، در بازه عملی  $[2, N+M]$ ، تمامی متغیرهای حالت موجود و ورودی های کنترلی مربوطه با هدف صفر نمودن متغیرهای حالت سیستم با هدف میل دادن مقادیر متغیرهای حالت به سمت صفر برای کل سیستم تولید می شود.

$$X(j) = [\Delta t_1^{j-1} \quad \Delta t_2^{j-2} \quad \dots \quad \Delta t_N^{j-N} \quad \Delta P_1^{j-1} \quad \Delta P_2^{j-2} \quad \dots \quad \Delta P_N^{j-N}]^T \quad (20)$$

$$U(j) = [u_0^j \quad u_1^{j-1} \quad \dots \quad u_{N-1}^{j-N+1}]^T \quad (21)$$

با استفاده از دو معادله اساسی (۱۶) و (۱۹)، مدل فضای حالت سیستم کلی به شکل زیر درخواهد آمد.

$$X(j+1) = A_j X(j) + B_j U(j) + \Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots) \quad (22)$$

که در آن،

$$A_j = \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{12,j} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{21,j} & \dots & A_{22,j} \end{bmatrix}, \quad B_j = \begin{bmatrix} B_{1,j} \\ \vdots \\ B_{2,j} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots) = \begin{bmatrix} 0_{N \times 1} \\ [\Psi_1(j)]_{N \times 1} \end{bmatrix}$$

با تعریف متغیرهایی به شکل زیر می توان ماتریس های ضرایب را به فرم ساده تری به دست آورد.

$$d_k^i = \frac{\beta^i}{1-c_k}, \quad f_k^i = -\alpha_k^i (1 + \frac{c_k}{1-c_k}) \quad (24)$$

$$\psi_k^i = -\gamma^i (k-1, k) \times x_{k-1}^{i-1} - \sum_{l=1}^{k-2} \gamma^i (l, k) \times (x_l^i - x_l^{i-1})$$

جهت ساده سازی در نمایش دادن ماتریس ها، ماتریس  $N \times N$  و مربعی  $D_2(N; a_1, a_2, \dots, a_N; b_1, b_2, \dots, b_{N-1})$  به

$$E_1^j = \begin{bmatrix} 0 & & \dots & & & 0 \\ -\gamma^{j-1}(1,2) & & & & & \vdots \\ \gamma^{j-2}(1,3) & -\gamma^{j-2}(2,3) & & & & 0_{N \times N} \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ 0 & & \gamma^{j-N+1}(N-2,N) & -\gamma^{j-N+1}(N-1,N) & 0 & 0 \end{bmatrix}_{N \times 2N} \quad (29)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & & \dots & & & 0 \\ 0 & & & & & \vdots \\ -\gamma^{j-2}(1,3) & & & & & 0_{N \times N} \\ \gamma^{j-3}(1,4) & -\gamma^{j-2}(2,4) & & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ 0 & & \gamma^{j-N+1}(N-3,N) & -\gamma^{j-N+1}(N-2,N) & 0 & 0 \end{bmatrix}_{N \times 2N} \quad (30)$$

تعریف یک تابع هزینه مناسب می‌توان همه اهداف کنترلی سیستم ترافیک ریلی را به‌خوبی برآورده ساخت [Camacho and Bordons, 2004].

مهم‌ترین ایده‌ای که در تمامی انواع کنترل پیش‌بین مطرح می‌شود این است که در این نوع کنترل‌کننده، با توجه به پیش‌بینی آینده حالت‌های سیستم و جهت حداقل کردن یک تابع هزینه در طول یک افق پیش‌بین، دنباله‌ای از قانون کنترل در طول این افق به دست می‌آید که تنها همان ورودی کنترلی مربوط به زمان جاری به سیستم اعمال می‌شود. با استفاده از این فرآیند، در هر مرحله، ورودی کنترلی به‌روز شده و به سیستم اعمال خواهد گردید [Camacho and Bordons, 2004]، [Huang, Tan and Lee, 2002]. از این‌رو طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین برای سیستم (۲۲)، شامل چهار بخش زیر است:

- مدل‌سازی سیستم
- محدودیت‌ها و قیود
- تابع هزینه
- استخراج قانون کنترل

سیستم چند متغیره جمله  $\Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots)$  بخشی است که مربوط به اندیس  $j$  و تمامی متغیرهای حالت قبل از  $j$  است. از این‌رو  $\Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots)$  در زمان حال مقداری معلوم بوده و می‌توان آن را به‌عنوان یک اغتشاش معلوم در نظر گرفت. از طرفی این سیستم در حضور محدودیت‌های فیزیکی و الزامات ایمنی از قبیل محدودیت زمان سفر، سرفاصله زمانی و ظرفیت واگن‌ها، باید عمل کند. بنابراین با توجه به مشخصات ذکر شده سیستم مذکور و همچنین توانایی کنترل‌کننده پیش‌بین (MPC) در برخورد با سیستم‌های چندمتغیره، دارای اغتشاش معلوم و دارای قیود، این کنترل‌کننده جهت حل این مسئله بازیابی جدول زمان‌بندی پیشنهاد می‌شود. در یک سیستم ترافیک ریلی اگر یک قطار دچار تأخیر شود، این تأخیر و تأثیراتش به قطارهای بعدی انتشار خواهد یافت. در چنین شرایطی با داشتن یک مدل دقیق از سیستم، می‌توان با استفاده از MPC، یک قانون کنترلی مناسبی را در حضور قیود، جهت کاهش و حداقل‌سازی تأخیر و تأثیرات آن به آینده سیستم به دست آورد. از آنجایی که MPC برای بهینه کردن یک تابع هزینه استفاده می‌شود، با

بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی

### ۳-۱ مدل سازی سیستم

برای محاسبه مقادیر آینده متغیرهای حالت سیستم، وجود یک مدل دقیق از سیستم لازم است. در نظر داشته باشید که در طراحی های مدل فضای حالت، برای پیاده سازی نیاز به رؤیت گر است. با استفاده از مدل (۲۲)، مدل پیش بین حالت سیستم به شکل زیر تعریف می شود:

$$\hat{X}(j+l+1|j) = A_{j+l}\hat{X}(j+l|j) + B_{j+l}U(j+l|j) + \Psi(j+l+1, \hat{X}(j+l|j), \hat{X}(j+l-1|j), \dots), l=1,2,\dots,p_x \quad (32)$$

که در آن  $U(\cdot|j)$  نشان دهنده دنباله قانون کنترل در طول افق پیش بین و  $P_x$  نشان دهنده بزرگ ترین مقدار افق پیش بین حالت سیستم است. این مدل در هر نمونه ی  $j$  با استفاده از بردار حالت واقعی سیستم و ورودی کنترلی که قبلا به سیستم اعمال شده، به دست می آید.

$$\hat{X}(j|j) = X(j); U(j-l|j) = U(j-l); l=1,2,\dots \quad (33)$$

فرض کنید  $U_j$  که نشان دهنده بردار نمو ورودی کنترل در طول افق کنترل  $P_u$ ، بردار پیش بین حالت ها و  $\Delta X_j$  بردار پیش بین انحراف حالت های سیستم در طول افق پیش بین  $P_x$  هستند، مطابق رابطه ۳۴ باشند.

برای محاسبه عناصر این بردارها نیاز به این داریم که متغیرهای حالت سیستم را برای ۱ تا  $P_x$  مرحله جلوتر پیش بینی کنیم که با استفاده از (۳۲) می توان به صورت بازگشتی معادلات زیر را نوشت:

$$\hat{X}(j+1|j) = A_j X(j) + B_j U(j) +$$

$$\Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots) \\ \hat{X}(j+2|j) = A_{j+1} A_j X(j) + A_{j+1} B_j U(j) + \\ B_{j+1} U(j+1) + A_{j+1} \Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots) \\ + \Psi(j+1, X(j), X(j-1), \dots) \\ \vdots$$

$$\hat{X}(j+p_x|j) = \{A_{j+p_x-1} \times \dots \times A_j\} \times X(j) \\ + \{A_{j+p_x-1} \times \dots \times A_{j+1}\} \times B_j U(j) + \dots \\ + B_{j+p_x-1} U(j+p_x-1) + \{A_{j+p_x-1} \times \dots \times A_{j+1}\} \times \\ \Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots) + \dots \\ + \Psi(j+p_x-1, X(j+p_x-2), X(j+p_x-3), \dots)$$

از آنجایی که  $\Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots)$  همانند یک اغتشاش معلوم است، می توان آن را در طول افق پیش بین ثابت در نظر گرفت.

$$\Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots) = \quad (35) \\ \Psi(j+1, X(j), X(j-1), \dots) = \dots = \\ \Psi(j+p_x-1, X(j+p_x-2), X(j+p_x-3), \dots)$$

بنابراین، شکل جمع بندی شده معادلات بالا، می تواند به صورت زیر باشد:

$$\hat{X}_j = G_j \times X(j) + F_{1,j} \times U_j + F_{2,j} \times \Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots) \quad (36)$$

و با استدلالی مشابه می توان نوشت:

$$\Delta \hat{X}_j = G'_j \times X(j) + F_{1,j}' \times U_j + F_{2,j}' \times \Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots) \quad (37)$$

به طور معمول مقادیر ماتریس های  $G_j, G'_j, F_{1,j}, F_{1,j}', F_{2,j}, F_{2,j}'$  و علاوه بر اندیس حالت  $j$ ، به  $P_u$  و  $P_x$  نیز وابسته است. در نظر داشته باشید که برای محاسبه معادلات (۳۶) و (۳۷)،

$$\hat{X}_j = \begin{bmatrix} \hat{X}(j+1|j) \\ \hat{X}(j+2|j) \\ \vdots \\ \hat{X}(j+p_x|j) \end{bmatrix}, \Delta \hat{X}_j = \begin{bmatrix} \hat{X}(j+1|j) - \hat{X}(j|j) \\ \hat{X}(j+2|j) - \hat{X}(j+1|j) \\ \vdots \\ \hat{X}(j+p_x|j) - \hat{X}(j+p_x-1|j) \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$U_j = [U(j) \quad U(j+1) \quad \dots \quad U(j+p_u)]^T$$

از محدودیت بر روی زمان سفر، محدودیت بر روی سرفاصله زمانی و محدودیت بر روی تعداد مسافران درون قطارها [Cury, Gomide and Mendes, 1980].

### ۳-۲-۱ محدودیت بر روی زمان سفر قطارها

از آنجایی که در یک مسیر به منظور رعایت ایمنی، قطارها نمی‌توانند با هر سرعتی حرکت کنند، سرعت حرکت قطارها در آن محدود است. با محدود بودن سرعت قطارها در خط، متعاقباً زمان سفر آن‌ها نیز نمی‌تواند از یک حد خاص کوچک‌تر باشد. از طرفی اگر زمان سفر از یک حد بزرگ‌تر شود، کارایی سیستم ترافیکی کاهش خواهد یافت و این باعث ایجاد یک حد بالا برای

اگر مقدار  $P_u$  از مقدار  $P_x$  کوچک‌تر باشد، ورودی در طول بازه  $[p_u, p_x]$  ثابت در نظر گرفته خواهد شد:

$$U(j + p_u) = U(j + p_u + 1) = \dots = U(j + p_x) \quad (38)$$

اما در اینجا ماتریس‌های  $G_j, G'_j, F_{1,j}, F'_{1,j}, F_{2,j}$  و  $F'_{2,j}$  با فرض  $p_u = (p_x - 1)$  و به صورت زیر به دست آمده‌اند.

### ۳-۲ محدودیت‌های موجود در شبکه ریلی مترو

در هر سیستم ریلی، یک دسته محدودیت و قید جهت ایمنی و افزایش کارایی سیستم ترافیکی در نظر گرفته شده است. در این مقاله به سه دسته از محدودیت‌ها پرداخته شده است که عبارتند

$$G_j = \begin{bmatrix} A_j \\ A_{j+1}A_j \\ A_{j+2}A_{j+1}A_j \\ \vdots \\ A_{j+p_x-1} \times \dots \times A_j \end{bmatrix}, G'_j = \begin{bmatrix} A_j - I \\ (A_{j+1} - I) \times A_j \\ (A_{j+2} - I) A_{j+1} A_j \\ \vdots \\ (A_{j+p_x-1} - I) A_{j+p_x-2} \times \dots \times A_j \end{bmatrix}$$

$$F_{1,j} = \begin{bmatrix} B_j & 0 & \dots & 0 \\ A_{j+1}B_j & B_{j+1} & & \vdots \\ A_{j+2}A_{j+1}B_j & A_{j+2}B_{j+1} & B_{j+2} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ A_{j+p_x-1} \times \dots \times A_{j+1}B_j & A_{j+p_x-1} \times \dots \times A_{j+2}B_{j+1} & \dots & B_{j+p_x-1} \end{bmatrix}$$

$$F'_{1,j} = \begin{bmatrix} B_j & 0 & \dots & 0 \\ (A_{j+1} - I)B_j & B_{j+1} & & \vdots \\ (A_{j+2} - I)A_{j+1}B_j & (A_{j+2} - I)B_{j+1} & B_{j+2} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ (A_{j+p_x-1} - I) \times \dots \times A_{j+1}B_j & (A_{j+p_x-1} - I) \times \dots \times A_{j+2}B_{j+1} & \dots & B_{j+p_x-1} \end{bmatrix}$$

$$F_{2,j} = \begin{bmatrix} I \\ A_{j+1} + I \\ A_{j+2}A_{j+1} + A_{j+1} + I \\ \vdots \\ A_{j+p_x-1} \times \dots \times A_{j+1} + \dots + A_{j+1} + I \end{bmatrix}, F'_{2,j} = \begin{bmatrix} I \\ A_{j+1} \\ A_{j+2}A_{j+1} \\ \vdots \\ A_{j+p_x-1} \times \dots \times A_{j+1} \end{bmatrix}$$

بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی

$$\underline{h} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{N \cdot p_x \times 1} < \Upsilon \times (\hat{X}_j - \hat{X}_{j-1}) < \bar{h} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{N \cdot p_x \times 1} \quad (44)$$

که در آن،

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} I_{N \times N} & 0_{N \times N} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{N \times N} & 0_{N \times N} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & I_{N \times N} & 0_{N \times N} \end{bmatrix}_{N \cdot p_x \times 2N \cdot p_x} \quad (45)$$

### ۳-۲-۳ محدودیت بر روی تعداد مسافران درون قطارها

با توجه به محدودیت های فیزیکی مانند ظرفیت واگن ها انتظار می رود که تعداد مسافران درون قطارها از این ظرفیت تجاوز نکند، بنابراین:

$$0 \leq P_k^i \leq \bar{P}_k^i \rightarrow 0 \leq \Delta P_k^i + P_{k,n}^i \leq \bar{P}_k^i \quad (46)$$

که در آن  $P_{k,n}^i$  تعداد نامی مسافران در قطار  $i$  و در زمان ترک سکوی  $k$  است. در این مسئله قطارها یکسان در نظر گرفته شده است، از این رو قید روی همه آن ها یکسان بوده و قیود روی سیستم به شکل زیر در می آید.

$$0 \leq [0_{N \times N} \quad I_{N \times N}] X(j) + P_n(j) \leq \bar{P} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (47)$$

با در نظر گرفتن سیستم در طول افق پیش بین، به محدودیت زیر

خواهیم رسید:

$$0 \leq \Upsilon \hat{X}_j + \begin{bmatrix} P_n(j) \\ \vdots \\ P_n(j + p_x - 1) \end{bmatrix} \leq \bar{P} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{p_x \cdot N \times 1} \quad (48)$$

که در آن،  $\hat{X}_j$  بردار پیش بین حالت در افق پیش بین  $P_x$  بوده و ماتریس  $\Upsilon'$  به شکل زیر تعریف می شود:

$$\Upsilon' = \begin{bmatrix} 0_{N \times N} & I_{N \times N} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0_{N \times N} & I_{N \times N} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0_{N \times N} & I_{N \times N} \end{bmatrix}_{N \cdot p_x \times 2N \cdot p_x} \quad (49)$$

زمان سفر می شود. بنابراین این محدودیت به صورت زیر بیان می شود.

$$\underline{r}_k^i < r_k^i < \bar{r}_k^i \rightarrow \underline{r}_k^i - R_k < u_k^i < \bar{r}_k^i - R_k \rightarrow \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{r}_0^j - R_0 \\ \vdots \\ \underline{r}_{N-1}^{j+N-1} - R_{N-1} \end{bmatrix} < U(j) < \begin{bmatrix} \bar{r}_0^j - R_0 \\ \vdots \\ \bar{r}_{N-1}^{j+N-1} - R_{N-1} \end{bmatrix}$$

و با تعریف

$$(40)$$

$$\underline{\rho}_j = \begin{bmatrix} \underline{r}_0^j - R_0 \\ \vdots \\ \underline{r}_{N-1}^{j+N-1} - R_{N-1} \end{bmatrix}, \quad \bar{\rho}_j = \begin{bmatrix} \bar{r}_0^j - R_0 \\ \vdots \\ \bar{r}_{N-1}^{j+N-1} - R_{N-1} \end{bmatrix}$$

می توان گفت، بردار پیش بین کنترل در افق پیش بین  $P_u$  دارای محدودیت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \underline{\rho}_j \\ \vdots \\ \underline{\rho}_{j+P_u} \end{bmatrix} < U_j < \begin{bmatrix} \bar{\rho}_j \\ \vdots \\ \bar{\rho}_{j+P_u} \end{bmatrix} \quad (41)$$

### ۳-۲-۳ محدودیت بر روی سرفاصله زمانی

یکی از محدودیت های عملیاتی که بهتر است در زمان بازیابی زمان بندی مورد توجه قرار گیرد، محدودیت بر روی فاصله زمانی ارسال بین قطارها از یک ایستگاه است. قیود روی این مشخصه باعث می شود رفتار ترافیکی سیستم به اندازه دلخواه یکنواخت و نرم باشد.

$$\underline{h}_k^i < h_k^i < \bar{h}_k^i \quad (42)$$

و با فرض یکسان بودن این محدودیت برای همه ایستگاه ها داریم:

$$(43)$$

$$\underline{h} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{N \times 1} < [I_{N \times N} \quad 0_{N \times N}] (X(j) - X(j-1)) < \bar{h} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

بنابراین برای بردارهای پیش بین حالت می توان گفت:

۳-۳ تابع هزینه

$$Q_{I_x,1} = \begin{bmatrix} Q_{1,N \times N} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad (51)$$

- نارضایتی ناشی از ازدحام مسافران: وقتی قطارها بر اساس جدول نامی فرستاده شوند، تعداد تقریبی مسافران نامی درون هر قطار را می‌توان با استفاده از ماتریس مبدا - مقصد به دست آورد. اگر تعداد مسافران به صورت غیرمنتظره‌ای از این مقدار نامی تجاوز کنند، میزان ازدحام جمعیت مسافران داخل قطار افزایش خواهد یافت و نارضایتی که از این مسئله به وجود می‌آید را نارضایتی ناشی از ازدحام می‌گویند. از این رو تابع هزینه باید شامل انحراف تعداد مسافران واقعی درون قطارها از مقدار نامی آنها باشد. از آنجایی که  $N$  عنصر دوم بردار فضای حالت مربوط به انحراف تعداد مسافران است،  $J_p$  مطابق زیر تعریف می‌شود:

$$J_2(j) = \sum_{l_x=1}^{p_x} \hat{X}(j+I_x | j)^T Q_{I_x,2} \hat{X}(j+I_x | j) \quad (52)$$

که  $Q_{I_x,2}$  یک ماتریس قطری مطابق زیر است:

$$Q_{I_x,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_{2,N \times N} \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad (53)$$

- نارضایتی ناشی از بی‌نظمی ترافیکی: مسافران موجود در سکوها انتظار دارند که زمان‌بندی‌ها رفتار نرم و یکنواختی داشته باشند و این، یعنی تا جایی که امکان دارد انحراف سرفاصله‌های زمانی از مقادیر نامی آنها باید حداقل شود. می‌توان نشان داد که انحراف سرفاصله زمانی برابر با تفاوت انحراف زمان اعزام دو قطار متوالی در یک ایستگاه یکسان است.

$$\Delta h_k^i = h_k^i - h_{k,n}^i \quad (54)$$

با استفاده از (۹) و (۵۴) می‌توان گفت:

$$\Delta h_k^i = (t_k^j - t_k^{j-1}) - (t_{k,n}^j - t_{k,n}^{j-1}) = \Delta t_k^j - \Delta t_k^{j-1} \quad (55)$$

حال برای حداقل کردن این نوع نارضایتی کافی است که جمله‌ای که شامل عبارت  $\Delta t_k^j - \Delta t_k^{j-1}$  باشد در تابع هزینه در نظر گرفته شود. از این رو  $J_p$  مطابق شکل زیر تعریف می‌شود:

همان‌گونه که پیش‌تر توضیح داده شده است، هرچه تعداد مسافران بیشتری از یک نوع سرویس حمل و نقلی راضی باشند، آن سیستم بیشتر مورد استفاده قرار خواهد گرفت. از این رو لازم است هدف کنترلی بازیابی جدول زمان‌بندی، علاوه بر خواسته‌های بهره‌بردار، براساس نظرات و منطق مسافران عمل کند و تابع هزینه نیز باید به گونه‌ای تعریف شود که دیدگاه مسافران در آن در نظر گرفته شده باشد. در اینجا سه نوع نارضایتی مسافران از سیستم ریلی فهرست شده و در ارتباط با هریک، یک تابع هزینه نشان داده می‌شود. سپس، یک تابع هزینه کلی که متأثر از تمامی این نارضایتی‌ها است، معرفی می‌شود. با حداقل کردن این تابع هزینه، میزان نارضایتی مسافران حداقل شده و علاقه‌مندی عمومی به استفاده از این سیستم حمل و نقل افزایش خواهد یافت.

- نارضایتی ناشی از انتظار و زمان سفر: مسافران به صورت تصادفی وارد سکوها شده و پیش‌بینی‌های متفاوتی از مقدار زمان انتظار برای رسیدن قطار بعدی دارند. به هر حال یک زمان انتظار معمول وجود دارد که اگر مسافران مجبور شوند بیش از آن صبر کنند، احساس نارضایتی در آنها پدید می‌آید. از طرف دیگر مسافران درون قطارها انتظار دارند مدت زمان سفرشان از حد متوسطی تجاوز نکند. این حد متوسط مدت زمان سفر و مدت زمان انتظار، به گونه‌ای طراحی شده‌اند که در صورتی که تمامی قطارها، از جدول زمان‌بندی نامی پیروی کنند، این نوع نارضایتی‌ها به حداقل مقدار خود برسد. از این رو تابع هزینه باید شامل خطای بین زمان اعزام‌های واقعی و مقدار نامی آنها باشد. از آنجایی که تنها  $N$  عنصر اول بردار فضای حالت مربوط به زمان‌های اعزام است،  $J_1$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J_1(j) = \sum_{l_x=1}^{p_x} \hat{X}(j+I_x | j)^T Q_{I_x,1} \hat{X}(j+I_x | j) \quad (50)$$

که در آن  $\hat{X}(j+I_x | j)$  یک پیش‌بینی 1 مرحله‌ای، از بردارهای حالت از 1 تا  $1+j$  بوده و  $Q_{I_x,1}$  یک ماتریس قطری مانند (۵۰) است.

بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی

ماتریس  $Q_{l_x}$  به شکل زیر تعریف می شود.

$$Q_{l_x} = \begin{bmatrix} Q_{1,N \times N} & 0 \\ 0 & Q_{2,N \times N} \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad (59)$$

با استفاده از (36) و (37) فرم ساده تر تابع هزینه کلی می تواند به شکل زیر بیان شود:

$$J_{total}(j) = \frac{1}{2} \hat{X}_j^T Q \hat{X}_j + \frac{1}{2} (\Delta \hat{X}_j)^T Q' (\Delta \hat{X}_j) + \frac{1}{2} U_j^T R U_j \quad (60)$$

در (60) ماتریس های  $Q$ ,  $Q'$  و  $R$ , ماتریس های متقارنی هستند که با استفاده از  $Q_{l_x}$  و  $R_{l_u}$  و  $Q'_{l_x}$  به ازای  $l_u \in [1, p_u]$  و  $l_x \in [1, p_x]$  به دست می آیند.

### ۳-۴ استخراج قانون کنترل

برای حل مسئله پیش بین در حضور قیود، از یک روش یافتن مسیرهای ممکن (Feasible Directions Method)، استفاده می شود. نکته کلیدی که در این روش وجود دارد به این صورت است که با در نظر گرفتن یک نقطه عملی (مقدار ورودی اولیه) که در شرط محدودیت صدق می کند، سعی داریم با حرکت دادن این نقطه به یک سمت مناسب و به اندازه مناسب، تابع هزینه را کاهش داده و در نهایت به مقدار حداقل برسانیم. البته نقاط جدید نیز باید در محدودیت ها صدق کند. روش های زیادی برای تولید مسیر ممکن وجود دارد. یکی از رایج ترین روش ها برای این کار استفاده از تصویر گرادیان بوده که بر اساس تعریف زیر است.

تعریف: ماتریس  $P_{N \times N}$  را یک ماتریس تصویر گویند اگر  $P^T = P$  و  $PP = P$  [Camacho and Bordons, 2004].  
 لم ۱: اگر  $P_{N \times N}$  یک ماتریس تصویر باشد به طوری که  $P \nabla J(U_j) \neq 0$ ، در نتیجه  $d_j = -P \nabla J(U_j)$  یک مسیر ممکن بهبود دهنده برای  $J$  در  $U_j$  است [Camacho and Bordons, 2004]. در نظر داشته باشید که  $\nabla$  نشان دهنده اپراتور

$$J_3(j) = \sum_{l_x=1}^{p_x} \left( \hat{X}(j+l_x|j) - \hat{X}(j+l_x-1|j) \right)^T Q'_{l_x} \left( \hat{X}(j+l_x|j) - \hat{X}(j+l_x-1|j) \right) \quad (56)$$

در نظر داشته باشید که  $J_3(j)$  نشان دهنده انحراف سرفاصله زمانی و تضمینی بر رفتار نرم و یکنواخت سیستم ترافیکی است. از آنجایی که این یکنواختی تنها به  $N$  عنصر اول بردار حالت وابسته است ماتریس  $Q'_{l_x}$  به صورت زیر تعریف خواهد شد.

$$Q'_{l_x} = \begin{bmatrix} q^T_{N \times N} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad (57)$$

برای جلوگیری از بوجود آمدن مقادیر بزرگ و نامعقول ورودی کنترل، تابع هزینه باید شامل یک جمله مربعی از ورودی  $U(j)$  باشد. از این رو برای به دست آوردن یک تابع هزینه کلی می توان  $J_p$  و  $J_r$  را با هم ترکیب کرده و به فرم کلی زیر که برای  $M$  قطار و  $N$  سکو است، دست یافت:

$$J_{total}(j) = \frac{1}{2} \sum_{l_x=1}^{p_x} \hat{X}(j+l_x|j)^T Q_{l_x} \hat{X}(j+l_x|j) + \frac{1}{2} \sum_{l_x=1}^{p_x} \left( \hat{X}(j+l_x|j) - \hat{X}(j+l_x-1|j) \right)^T Q'_{l_x} \left( \hat{X}(j+l_x|j) - \hat{X}(j+l_x-1|j) \right) + \frac{1}{2} \sum_{l_u=1}^{p_u} U(j+l_u)^T R_{l_u} U(j+l_u) \quad (58)$$

که در آن ماتریس های  $Q_{l_x}$ ,  $Q'_{l_x}$  و  $R_{l_u}$  ماتریس های وزنی هستند.  $Q_{l_x}$  و  $Q'_{l_x}$  ماتریس های  $2N \times 2N$  مثبت نیمه معین و قطری-بلوکی، و ماتریس یک  $R_{l_u}$  ماتریس  $N \times N$  مثبت معین هستند. اندیس  $l_x$  برای آزادی انتخاب بیشتر بوده و نشان دهنده این است که وزن تابع هزینه در هر  $j$  در طول افق پیش بین  $P_x$  متفاوت است. در نظر داشته باشید که بخش اول تابع هزینه کلی مفهوم  $J_p$  و  $J_r$  را همزمان با هم فراهم می کند، از این رو

گرایان است.

بنابراین،

$$d_j = -\frac{\partial(J_{total}(U_j))}{\partial U_j} \rightarrow \quad (64)$$

$$d_j = -F_{1,j}^T Q [G_j X(j) + F_{2,j} \Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots)] - F_{1,j}^T Q' [G_j' X(j) + F_{2,j}' \Psi(j, X(j-1), X(j-2), \dots)] - [F_{1,j}^T Q F_{1,j} + F_{1,j}^T Q' F_{1,j}' + 2R] U_j$$

یکی از مشکلاتی که در این روش وجود دارد پیدا کردن ورودی کنترلی اولیه‌ای است که اولاً در قیود صدق کند، ثانیاً برای روند نزدیک شدن به نقطه‌ی بهینه مناسب باشد. معمولاً این کار را می‌توان با یک حدس خوب ممکن ساخت. این روش در دیاگرام بلوکی شکل ۲ به خوبی نشان داده شده است.

از آنجایی که ما در تعداد مرحله محدودی باید مسئله را حل نماییم، مشکلی که امکان دارد بروز دهد این است که ورودی کنترلی انتخابی در هر مرحله به قدر کافی تابع هزینه را کاهش ندهد، به عبارت دیگر فرصت کافی وجود نداشته باشد که در هر مرحله ورودی به‌طور مناسب خود را به روز رسانی کند. این مشکل را می‌توان به این شکل حل کرد که در هر مرحله از حل

همین‌طور که مسیرهای ممکن بهبود دهنده یافته می‌شود، تابع هزینه نیز در طول این مسیر در حال حداقل شدن است. می‌توان این کار را با در نظر گرفتن ورودی کنترول جدید به‌صورت زیر انجام داد [Camacho and Bordons, 2004]:

$$U_{j+1} = U_j + \lambda_j d_j \quad (61)$$

که در آن  $d_j$  مسیر بهبود ممکن است و  $\lambda_j$  میزان رشد ورودی کنترول در این جهت را مشخص می‌کند. در نظر داشته باشید که  $\lambda_j$  یک مقدار اسکالر بوده و به طریق زیر محاسبه می‌شود،

$$\lambda_j = \min(\lambda_{opt}, \lambda_{max}) \quad (62)$$

که در آن  $\lambda_{opt}$  مقدار  $\lambda_j$  ای است که  $J_{total}(U_j + \lambda_j d_j)$  را حداقل کند و  $\lambda_{max}$  بزرگ‌ترین مقدار  $\lambda_j$  ای است که در همه محدودیت‌ها صدق می‌کند. با استفاده از تابع هزینه (۶۰) می‌توان مقدار  $\lambda_{opt}$  را به راحتی از مشتق‌گیری جزئی و به صورت رابطه ۶۳ به دست آورد.

در نظر داشته باشید که با در نظر گرفتن ماتریس تصویر برابر با یک ماتریس همانی،  $d_j$  را می‌توان از طریق زیر به دست آورد:

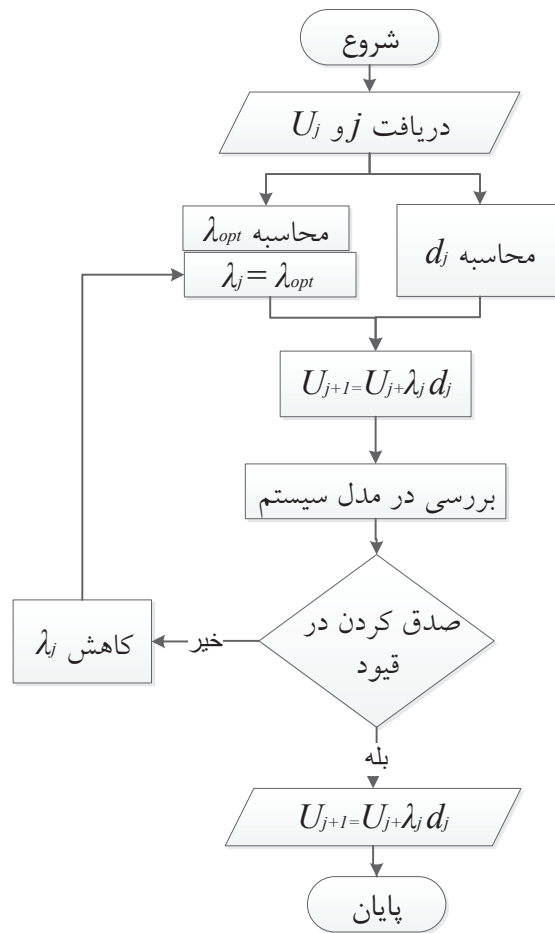
$$d_j = -\nabla J_{total}(U_j)$$

$$\frac{\partial(J_{total}(U_j + \lambda_j d_j))}{\partial \lambda_j} = 0 \rightarrow \lambda_{opt} = ?!$$

$$\lambda_{opt} = -\left[ 2d_j^T R d_j + (F_{1,j+1}' d_j)^T Q_{j+1}' F_{1,j+1}' d_j + (F_{1,j+1} d_j)^T Q_{j+1} F_{1,j+1} d_j \right]^{-1} \times \left[ \begin{aligned} & \left[ (G_{j+1} X(j+1) + F_{2,j+1} \Psi(j+1, X(j), X(j-1), \dots))^T Q_{j+1} F_{1,j+1} d_j + \right. \\ & \left. (F_{1,j+1} d_j)^T Q_{j+1} (G_{j+1} X(j+1) + F_{2,j+1} \Psi(j+1, X(j), X(j-1), \dots)) + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} (F_{1,j+1} U_k)^T Q_{j+1} F_{1,j+1} d_j + (F_{1,j+1} d_j)^T Q_{j+1} F_{1,j+1} U_k + \right. \\ & \left. (G_{j+1}' X(j+1) + F_{2,j+1}' \Psi(j+1, X(j), X(j-1), \dots))^T Q_{j+1}' F_{1,j+1}' d_j + \right. \\ & \left. (F_{1,j+1}' d_j)^T Q_{j+1}' (G_{j+1}' X(j+1) + F_{2,j+1}' \Psi(j+1, X(j), X(j-1), \dots)) + \right. \\ & \left. (F_{1,j+1}' U_k)^T Q_{j+1}' F_{1,j+1}' d_j + (F_{1,j+1}' d_j)^T Q_{j+1}' F_{1,j+1}' U_k \right. \\ & \left. + [U_j^T R d_k + d_j^T R U_j] \right] \quad (63) \end{aligned}$$



بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی



شکل ۲. دیاگرام چگونگی به روز رسانی ورودی کنترلی در حضور قیود

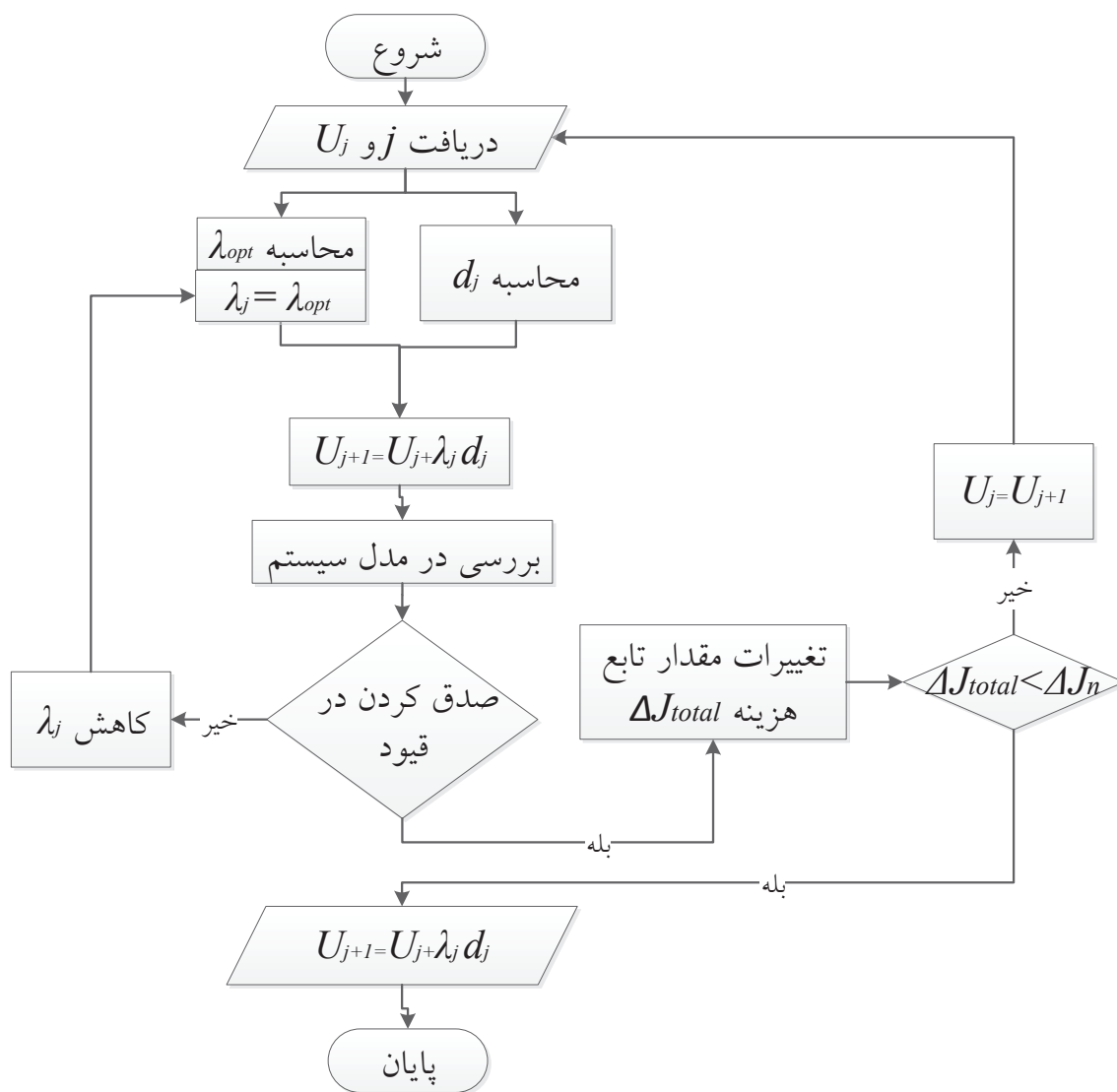
خارج می گردند. تمامی قطارها یکسان بوده و مشخصاتی مانند جدول ۱ دارند.

سرفاصله زمانی نامی برای همه ایستگاهها یکسان و برابر با ۵ دقیقه است. از آنجایی که تقاضای مسافران در این بازه زمانی از روز، به صورت یکنواخت است، ماتریس مبدأ-مقصد مورد استفاده در اینجا از نوع ماتریس مبدأ-مقصد یکنواخت<sup>۳</sup> است. ماتریس مبدأ-مقصد یکنواخت، بیانگر وضعیتی است که همه ایستگاهها در یک جریان ترافیکی یکسان قرار دارند، به بیان دیگر عناصر غیر صفر این ماتریس با هم برابر هستند. مانند مسیری که بدون داشتن یک ایستگاه مرکزی بزرگ، در مرکز شهر واقع شده است [Ueda, 2005]. تعداد مسافرانی که برای این چهار قطار در حالت نامی وجود دارد، در شکل ۴ آمده است.

پس از انتخاب  $\lambda_j$  شرط دیگری که دال بر کاهش تابع هزینه است چک شود. در صورتی که این شرط صادق نباشد، به اول برنامه برگشته و محاسبات تکرار شود، اما این بار از  $U_{j+1}$  به جای  $U_j$  استفاده شود. این استراتژی به خوبی در شکل ۳ نشان داده شده است.

#### ۴. شبیه سازیها و تحلیل نتایج

برای ارزیابی کارایی مدل و رویکرد کنترلی پیشنهاد شده، از مشخصات واقعی خط ۲- متروی تهران استفاده گردیده است. بنابراین ۱۴ ایستگاه از این خط در نظر گرفته شده که چهار قطار در بازه زمانی ۱۲:۵۶ تا ۱۳:۴۵ هر روز وارد این خط می-شوند و پس از پیمودن این مسیر در انتها از ایستگاه شماره ۱۴ از خط



شکل ۳. دیاگرام بهبود یافته چگونگی به روز رسانی ورودی کنترلی در حضور قیود

جدول ۱. مشخصات ظرفیت قطارها

ظرفیت (تعداد صندلی)	حداقل تعداد مسافران	تعداد نرمال مسافران	تعداد زیاد مسافران	تعداد بسیار زیاد مسافران
۳۰۲	۸۹۵	۱۲۹۰	۱۶۸۳	۲۲۳۰

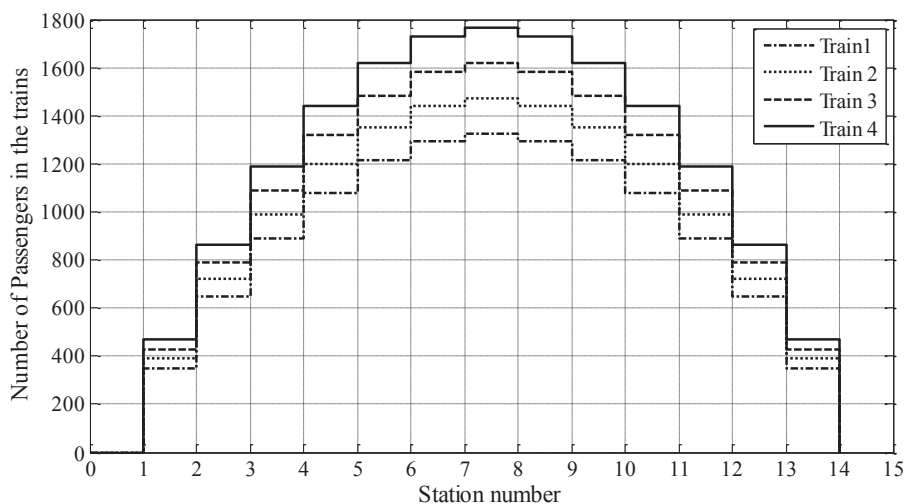
$$-0.5 \text{ min} < u_k^i < .05 \text{ min}$$

حال فرض کنید که قطار اول در ایستگاه اول، تأخیری به میزان ۲۴ ثانیه (۰/۴ دقیقه) داشته باشد. برای روشن تر شدن کارایی روش پیشنهادی در حضور قیود به این صورت عمل

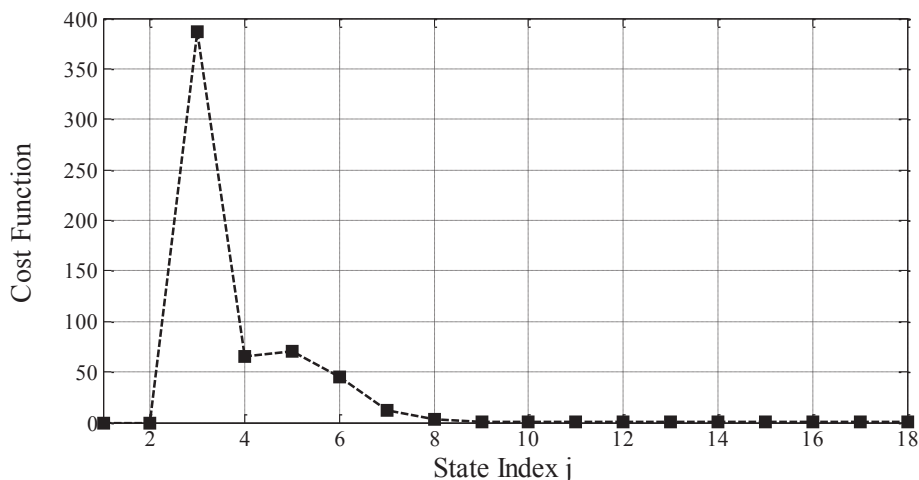
با در نظر گرفتن مشخصات خط ۲- متروی تهران، به طور تقریبی مقادیر پارامترهای  $\beta^i$  و  $c_k$  در معادلات (۵) و (۱۰) به صورت  $\beta^i = 0.02$ ،  $c_k = 0.03$  است و مقدار پارامترهای مربوط به محدودیت‌ها، به شکل زیر فرض شده‌اند.

$$\underline{h} = 90 \text{ sec}, \bar{h} = 300 \text{ sec}, \bar{P} = 1800 \text{ person},$$

بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی



شکل ۴. تعداد مسافران نامی در قطارها (خط توپر: قطار ۴، خط تیره: قطار ۳، نقطه چین: قطار ۲ و نقطه-خط تیره: قطار ۱)

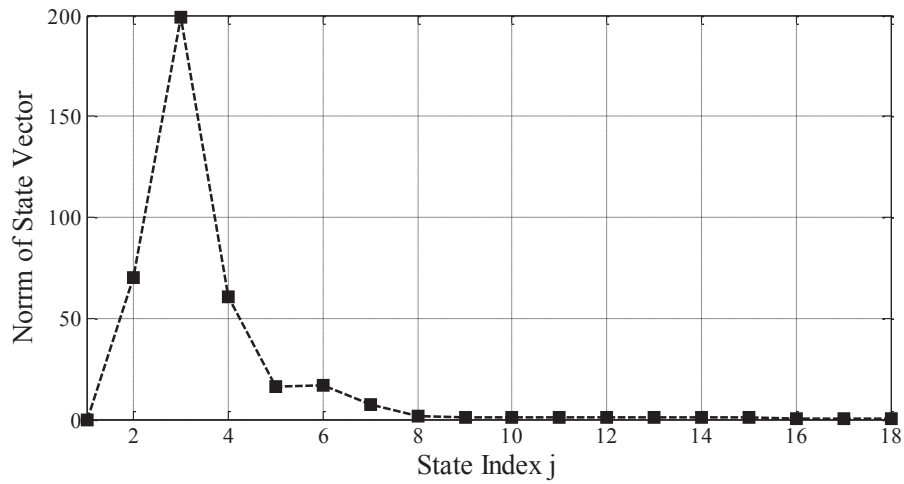


شکل ۵. مقدار تابع هزینه به ازای افق پیش بین ۴، بدون قیود

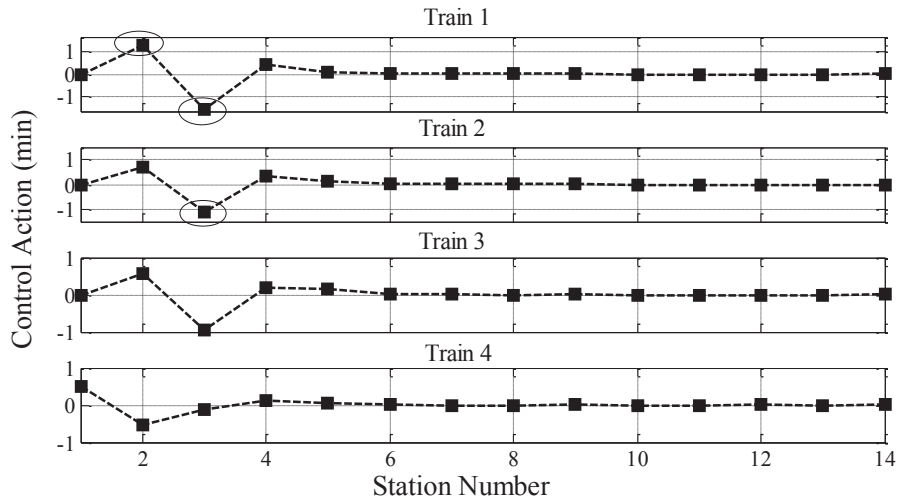
شکل ۶ به ترتیب نشان دهنده مقدار نرم بردار حالت سیستم و مقدار تابع هزینه سیستم است. با توجه به شکل های ۵، ۶، ۸ (مقدار تأخیر قطارها) و شکل ۹ (تعداد مسافران داخل قطارها)، این کنترل کننده توانسته تأخیرها را جبران کند، اما با توجه به شکل ۷ مقدار ورودی کنترلی قطار اول و دوم خارج از بازه ی قیود قرار گرفته است. بنابراین این کنترل کننده نتوانسته به خوبی از عهده ی قیود موجود در سیستم برآید.

حال عملکرد کنترل کننده پیش بین را با در نظر داشتن قیود

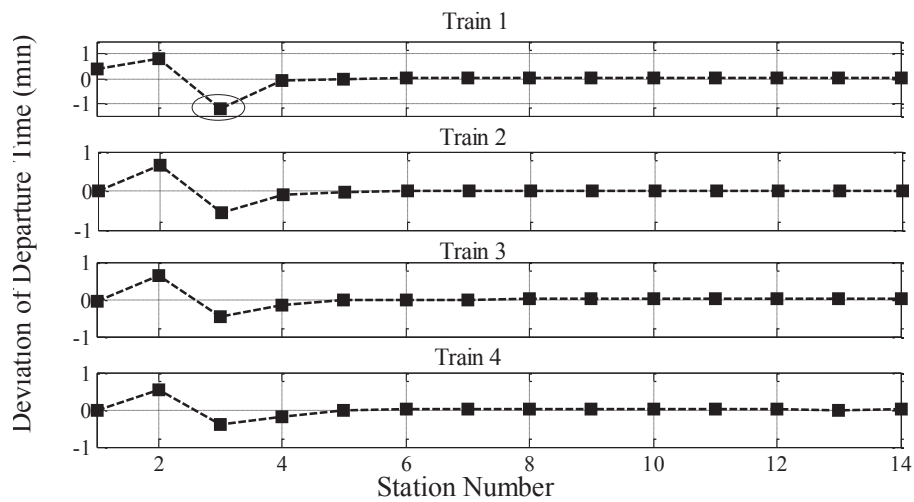
می کنیم که در ابتدا بدون در نظر گرفتن قیود حاکم بر سیستم، مسئله حل می شود و سپس با در نظر گرفتن قیود و در شرایط یکسان قبل (افق پیش بینی و ماتریس های وزنی یکسان) نتایج مجدداً به دست آمده و با هم مقایسه می شوند. افق پیش بینی که در اینجا در نظر گرفته شده،  $p_x = p_u - 1 = 4$  است. در نظر داشته باشید که ماتریس های وزنی در تابع هزینه به گونه ای در نظر گرفته شده است تا کنترل کننده بدون در نظر گرفتن قیود نتواند پاسخ مناسبی داشته باشد و مقدار ورودی کنترلی از مقدار حاشیه اطمینان خود تخطی کند. شکل ۵ و



شکل ۶. نرم بردار حالت به ازای افق پیش‌بین ۴، بدون قیود

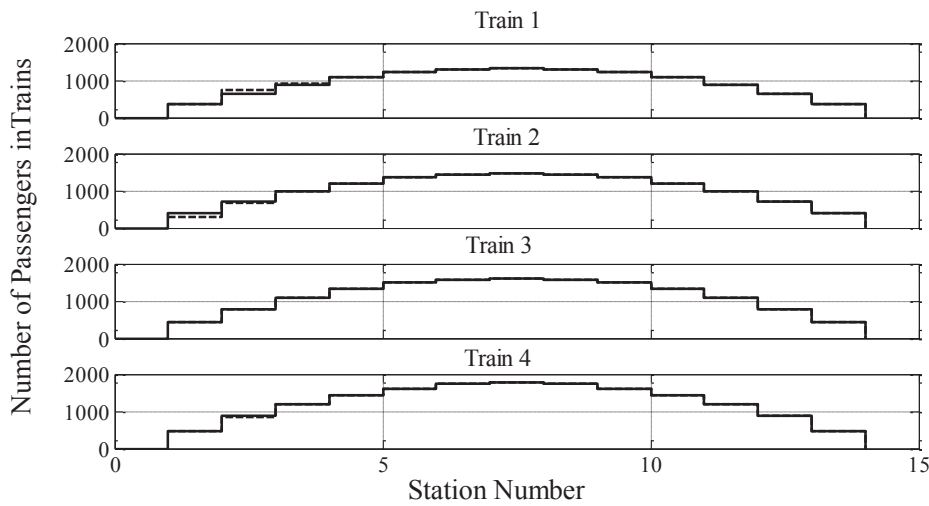


شکل ۷. ورودی کنترل اعمال شده به قطارها به ازای افق پیش‌بین چهار، بدون قیود

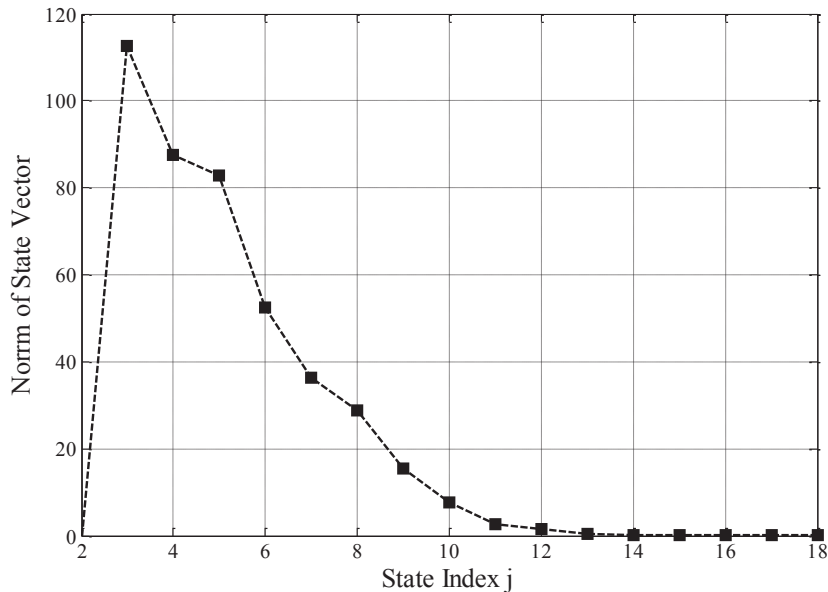


شکل ۸. انحراف از زمان اعزام نامی به ازای افق پیش‌بین ۴، بدون قیود

بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی



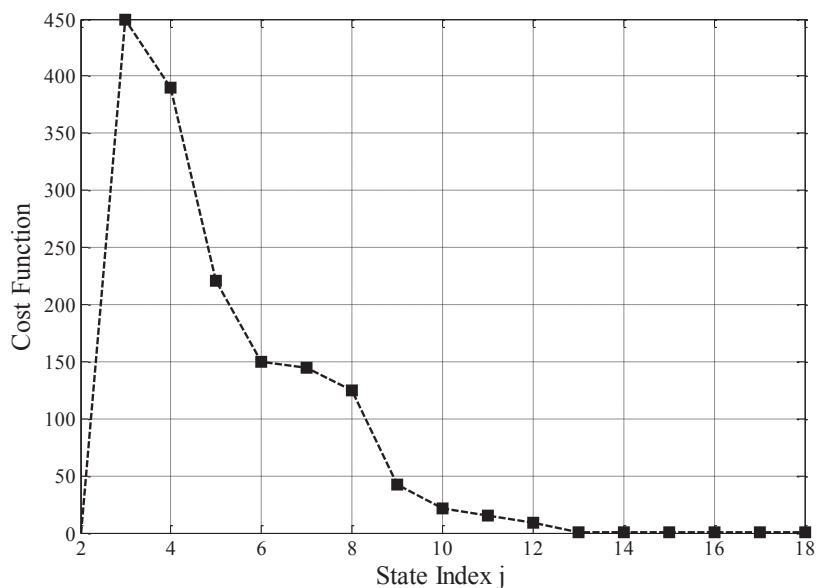
شکل ۹. تعداد مسافران درون قطارها، مقدار واقعی (خط تیره) و مقدار نامی (خط توپر) به ازای افق پیش بین برابر با ۴، بدون قیود



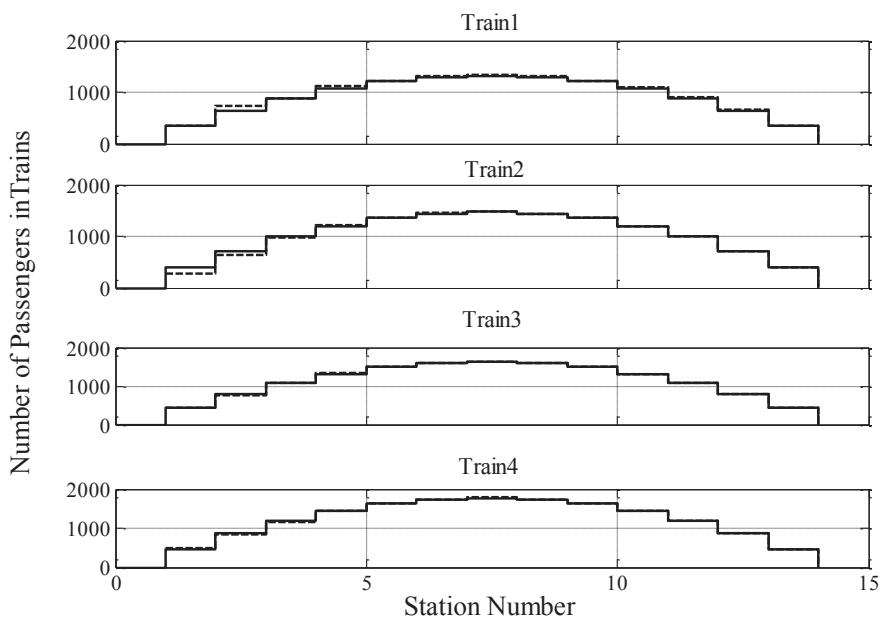
شکل ۱۰. مقدار نرم بردار حالت به ازای افق پیش بین ۴، در حضور قیود

نتیجه گرفت که این کنترل کننده به خوبی توانسته با رعایت کردن قیود مسئله، مقدار تأخیر را جبران کرده و در نهایت به صفر برساند. برای اینکه بدانیم مدل و روش پیشنهادی در این مقاله تا چه اندازه موثر است، شبیه سازی دیگری انجام شده است. به این صورت که فرض می کنیم همان تأخیر ۲۴ ثانیه ای (معادل ۴/۰ دقیقه) به سیستم ترافیکی اعمال شده است. می خواهیم ببینیم در صورت بکار بردن مدل ارائه شده در [Van Breusegem, Campion and Bastin, 1991] و روش LQR و بدون در نظر گرفتن اثر

حاکم بر مسئله بررسی می کنیم. شکل های ۱۰ و ۱۱ به ترتیب نشان دهنده مقدار نرم بردار حالت سیستم و مقدار تابع هزینه سیستم است. از آنجایی که مقدار نرم و مقدار تابع هزینه کاهش یافته و به صفر رسیده است و نیز مقدار تأخیر قطارها و مقدار انحراف تعداد مسافران داخل قطار از مقدار واقعیشان (شکل ۱۲) به صورت نزولی به صفر میل کرده اند (شکل ۱۳)، این کنترل کننده به خوبی توانسته هدف کنترلی ما را برآورده سازد. از طرفی مقدار ورودی کنترلی (شکل ۱۴) کاملاً در قیود صدق می کند. بنابراین می توان



شکل ۱۱. مقدار تابع هزینه به ازای افق پیش‌بین ۴، در حضور قیود

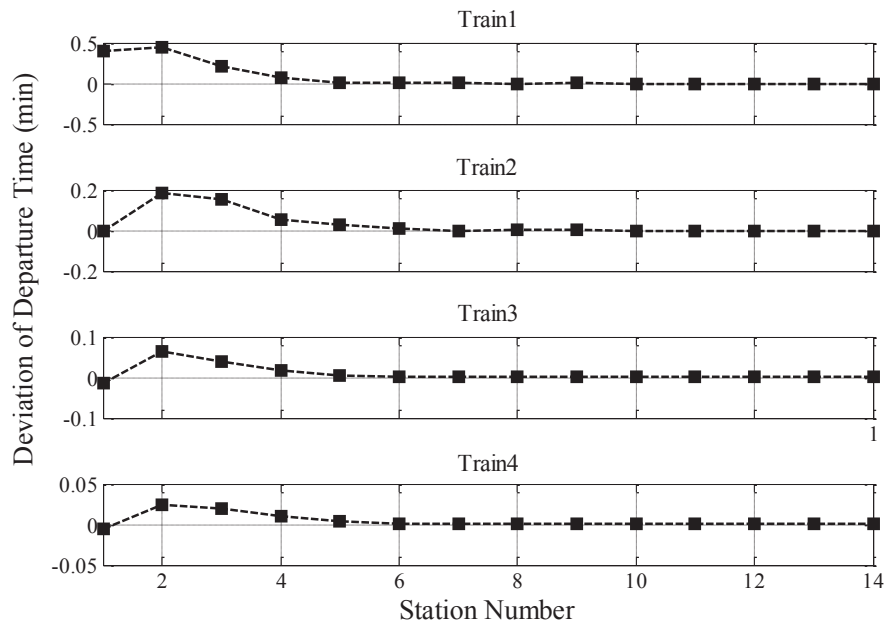


شکل ۱۲. تعداد مسافران درون قطارها، مقدار واقعی (خط تیره) و مقدار نامی (خط توپر) به ازای افق پیش‌بین برابر با ۴، در حضور قیود

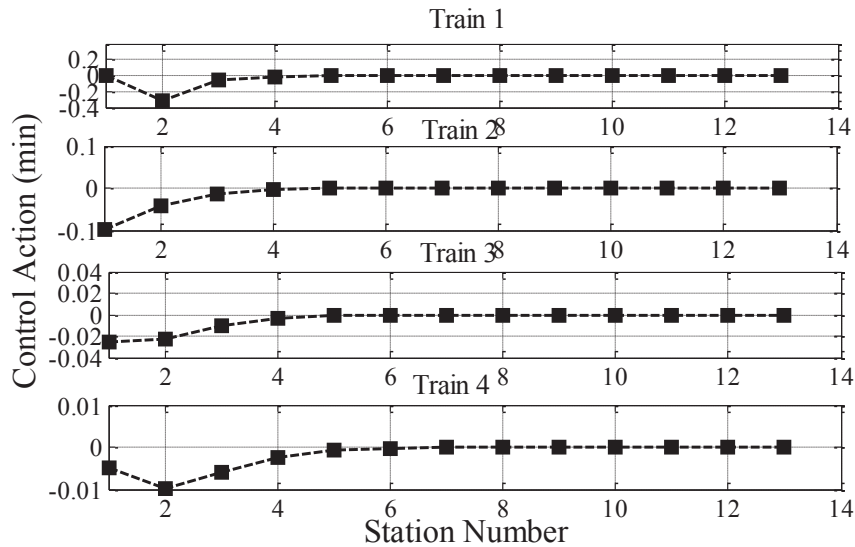
این ورودی کنترل بدون توجه به تأثیر تعداد مسافران داخل قطار بر مدل، تولید شده در شکل ۱۷ شاهد فاصله گرفتن مقدار واقعی از مقدار نامی تعداد مسافران داخل قطارها هستیم. از این رو مقدار نرم متغیرهای حالت ۱۸ نیز در طول مسیر دارای مقادیر بزرگی بوده که نشان دهنده نامناسب بودن کنترل‌کننده از نظر مسافران و سیستم ترافیکی است.

دینامیکی تعداد مسافران، وضعیت مسافران به چه شکل در خواهد آمد. از آنجایی که این مدل هیچ تأثیری از تعداد مسافران درون قطارها نمی‌پذیرد، مقدار  $\beta^i$  معادله (۴) برای همه قطارها صفر در نظر گرفته می‌شود. شکل ۱۵ نشان دهنده ورودی کنترل تولید شده به روش LQR است. با اعمال این سیگنال کنترلی به سیستم مقدار تأخیرها به صورت شکل ۱۶ جبران می‌شود. از آنجایی که

بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور قیود واقعی



شکل ۱۳. انحراف از زمان اعزام نامی به ازای افق پیش بین ۴، در حضور قیود

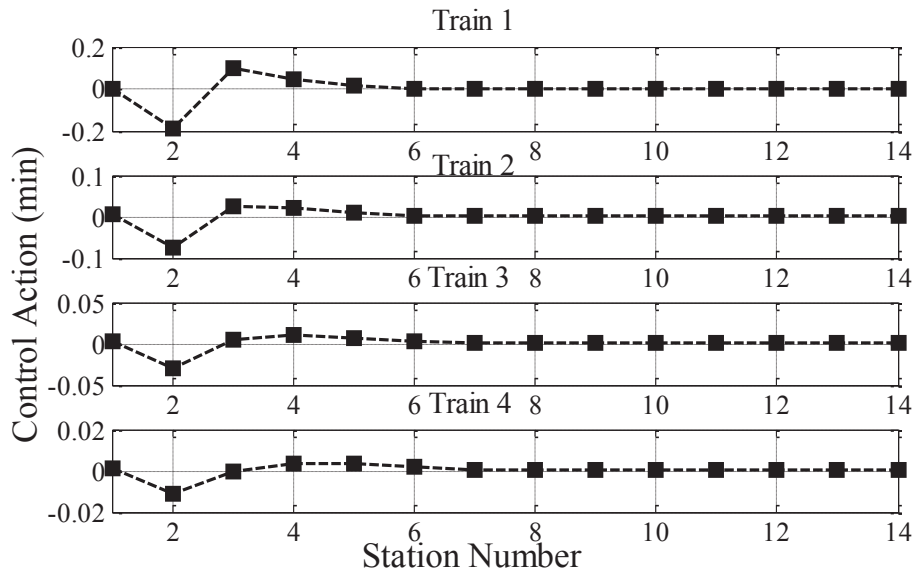


شکل ۱۴. ورودی کنترل اعمال شده به قطارها به ازای افق پیش بین چهار، در حضور قیود

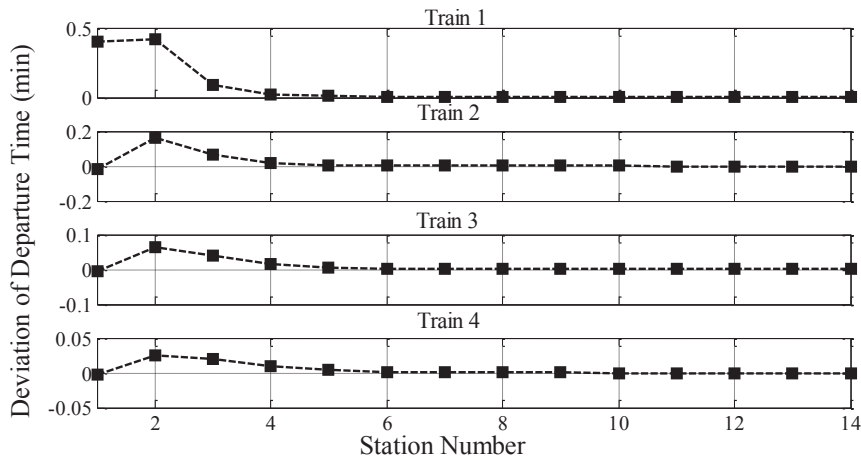
## ۵. جمع بندی

که در آن انحراف زمان اعزام قطارها و انحراف تعداد مسافران درون قطارها از مقدار نامی آنها به عنوان متغیرهای حالت در نظر گرفته شد. از آنجایی که این مدل فضای حالت یک سیستم چندمتغیره متغیر با زمان همراه با یک اغتشاش معلوم است و اینکه در سیستم های ریلی همیشه یک دسته محدودیت (مانند محدودیت زمان سفر، محدودیت سرفاصله زمانی و محدودیت

در این مقاله یک مدل جدید گسته-پیشامد از سیستم ترافیکی مترو ارائه شد. با در نظر گرفتن تأثیر مسافران موجود در سکوها و قطارها بر زمان توقف قطارها، نقش مسافران در این مدل به صورت تحلیلی مدل گردید. برای دستیابی به یک دید کلی از سیستم یک مدل فضای حالت از این سیستم ترافیکی معرفی شد



شکل ۱۵. ورودی کنترل اعمال شده به قطارها با استفاده از کنترل کننده LQR



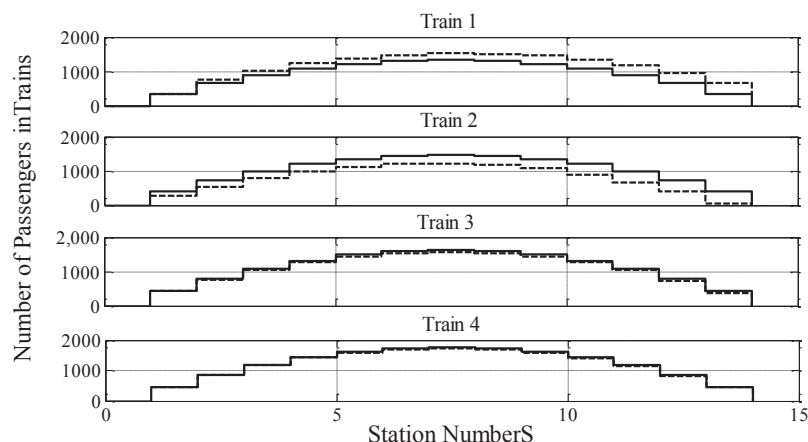
شکل ۱۶. انحراف از زمان اعزام نامی با استفاده از کنترل کننده LQR

این تابع هزینه را در حضور قیود حاکم بر سیستم، حداقل کرده و متعاقباً از انتشار تأخیر به ایستگاه‌ها و قطارهای آینده جلوگیری می‌کند. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد با استفاده از این مدل جدید و کنترل کننده پیش‌بین، میزان تأخیر موجود در سیستم در حضور قیود حاکم به صفر میل می‌کند و از طرفی تعداد مسافران درون قطارها از حد مجاز تجاوز نکرده و به خوبی مقدار نامی خود را دنبال می‌کند. بنابراین عملکرد مدل پیشنهادی و روش کنترلی پیشنهادی به خوبی نشان داده شده است.

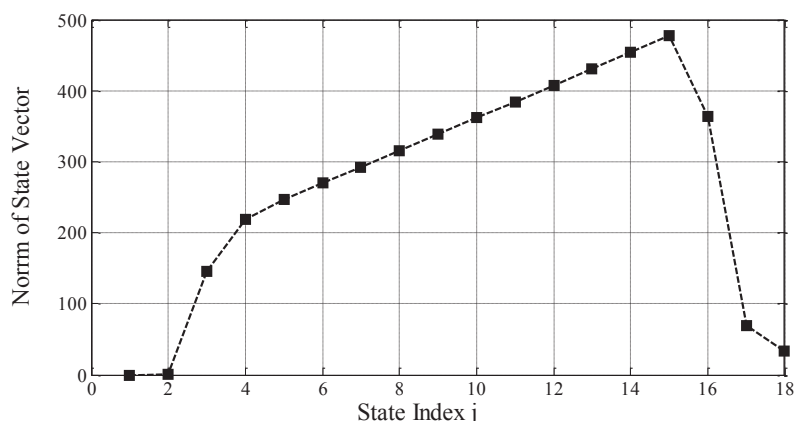
تعداد مسافران درون قطارها) برای حرکت قطارها وجود دارد، کنترل‌کننده پیش‌بین جهت کنترل این سیستم مناسب دیده شده است. با توجه به اهمیت نظر مسافران، یک تابع هزینه بر پایه نارضایتی‌های مسافران (مانند نارضایتی ناشی از زمان انتظار و سفر، نارضایتی ناشی از ازدحام در قطارها و نارضایتی ناشی از غیریکنواخت بودن وضعیت ترافیکی سیستم) تعریف شده که با حداقل شدن میزان مقبولیت این سیستم حمل و نقل افزایش می‌یابد. کنترل‌کننده پیش‌بین با پیش‌بینی وضعیت آینده سیستم در طول افق پیش‌بین مشخصی و به روز رسانی ورودی کنترلی،



بازیابی بهنگام جدول زمان بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل کننده پیش بین و در حضور فیود واقعی



شکل ۱۷. تعداد مسافران درون قطار، مقدار واقعی (خط چین) و مقدار نامی (خط توپر) با استفاده از کنترل کننده LQR



شکل ۱۸. نرم بردار حالت با استفاده از کنترل کننده LQR

tation, vol. 10, p. 27.

۶. مراجع

-Caimi, G., Fuchsberger, M., Laumanns, M. and Lüthi, M. (2012) "A model predictive control approach for discrete-time rescheduling in complex central railway station areas," *Computers & Operations Research*, vol. 39, pp. 2578-2593.

-Camacho, E. F. and Bordons, C. (2004) "Model predictive control", vol. 2: Springer London.

-Chang, C. S. and Thia, B. S. (1996) "Online rescheduling of mass rapid transit systems: fuzzy expert system approach". *IEE Proc., Part B*, 143, 307-316.

-Corrêa, S. S. and Milani, B. E. (2001) "Regulação robusta de tráfego em Linhas de metrô," *Automação e Controle*.

-Chua, C. (1986) "Disturbed running on metro sys-

-Araya, S. and Sone, S. (1984) "Traffic dynamics of automated transit systems with pre-established schedules", *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, pp. 677-687.

-Assis, W. O. and Milani, B. I. E. (2004) "Generation of optimal schedules for metro lines using model predictive control," *Automatica*, vol. 40, pp. 1397-1404.

-Borbey, A., Caballero, R., Galan, R. and Sanz-Bobi, J. (2009) "A New stability index for metro lines," in *Electrical, Communications and Computers, CO-NIELECOMP 2009. International Conference on*, pp. 41-45.

-Bossertoff, D. (2007) "Making regional railroads more attractive-research studies in Germany and patronage characteristics," *Journal of Public Transport-*

management system for real-time traffic optimization in railways," *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 41, pp. 246-274.

-Narayananwami, S. and Rangaraj, N. (2012) "Scheduling and rescheduling of railway operations: A review and expository analysis," *Technology Operation Management*, Vol. 2, Issue 2, pp. 102-122.

-Schutter, B. De, Van den Boom, T. and Hegyi, A. (2002) "Model predictive control approach for recovery from delays in railway systems," *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, vol. 1793, pp. 15-20.

-Taskin, T., Allan, J., Simmons, A. and Mellitt, B. (1994) "Automatic service regulation for London Underground's Central Line", In *Proceedings of COMPRAIL'94*, Vol. 2, pp. 63-71.

-Tomoeda, A., Komatsu, M., Yoo, I. Y., Uchida, M., Takayama, R., Jiang, R. and Nishinari, K. (2009) "Real-time railway network simulation and alleviating congestion of crowded trains," in *ICCAS-SICE*, pp. 4932-4936.

-Tomii, N., Tashiro, Y., Tanabe, N., Hirai, C. and Muraki, K. (2005) "Train operation rescheduling algorithm based on passenger satisfaction" *Railway Technical Research Institute, Quarterly Reports*, 46 (3).

-Törnquist, J. (2006) "Computer-based decision support for railway traffic scheduling and dispatching: A review of models and algorithms," In *Proceedings Trnquist: OASICS*, p. 659.

-Ueda, N. (2005) "Metro traffic optimization accounting for the dis-benefit of halting between stations", PhD thesis, University of Birmingham.

-Van den Boom, T. and Schutter, B. De (2004) "Modeling and control of railway networks," in *American Control Conference, Proceedings of the 2004*, vol.6., pp. 5728-5733

-Van Breusegem, V., Campion, G. and Bastin, G. (1991) "Traffic modeling and state feedback control for metro lines," *Automatic Control, IEEE Transactions*, vol. 36, pp. 770-784.

tems: a simulation study," M. Phil. Thesis. The University of Birmingham.

-Cury, J., Gomide, F. and Mendes, M. (1980) "A methodology for generation of optimal schedules for an underground railway system," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 25, pp. 217-222.

-Fernandez, A., Cucala, A., Vitoriano, B. and Cuadra, F. de (2006) "Predictive traffic regulation for metro loop lines based on quadratic programming," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 220, pp. 79-89.

-Fernandez, A., de Cuadra, F. and Garcia, A. (1996) "SIRO: an optimal regulation system in an integrated control centre for metro lines", In *Proceedings of COMPRAIL'96*, Vol. 2, pp. 299-308.

-Goodman, C. and Murata, S. (2001) "Metro traffic regulation from the passenger perspective," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 215, pp. 137-147.

-Huang, S., Tan, K. K. and Lee, T. H. (2002), "Applied predictive control", Springer.

-Jih-Wen, S. and Wei-Song, L. (2012) "Adaptive optimal control for designing automatic train regulation for metro line," *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 20, pp. 1319-1327.

-Krasemann, J. T. (2010) "Greedy algorithm for railway traffic re-scheduling during disturbances: A Swedish case," *Intelligent Transport Systems, IET*, vol. 4, pp. 375-386.

-Lin, W.-S. and Sheu, J.-W. (2011) "Metro traffic regulation by adaptive optimal control," *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, vol. 12, pp. 1064-1073.

-Lüthi, M., Medeossi, G. and Nash, A. (2007) "Evaluation of an integrated real-time rescheduling and train control system for heavily used areas," in *International Seminar on Railway Operations Modelling and Analysis (IAROR) Conference*, Hannover.

-Mazzarello, M. and Ottaviani, E. (2007) "A traffic