

مساله مکان‌یابی-تخصیص در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

صابر شیرى پور، استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه گرمسار، گرمسار، ایران

E-mail: s_saber2004@yahoo.com

دریافت: ۱۳۹۵/۱۰/۱۰ ۱۳۹۶/۰۴/۱۲

چکیده

در هر سیستم آموزشی، انتخاب مکان‌های مناسب برای احداث مدارس در سطح شهر و تخصیص دانش‌آموزان هر منطقه به این مدارس جزء تصمیمات اساسی و تاثیرگذار هستند. همچنین، یافتن مسیر بهینه برای حمل و نقل دانش‌آموزان در کمترین زمان ممکن نیز بسیار ضروری است. به منظور حضور روزانه دانش‌آموزان در مدارس، تردد جمعیت در خیابان‌ها به‌طور فزاینده‌ای افزایش می‌یابد. بنابراین، زمان لازم برای پیمودن یک خیابان افزایش خواهد یافت. علاوه بر این، عوامل تصادفی همچون تصادفات و ترافیک می‌توانند روی زمان سفر بین دو منطقه موثر باشند. واضح است که با افزایش تردد در هر خیابان احتمال وقوع این حوادث نیز افزایش می‌یابد. در مدل ارائه شده، بر خلاف مدل‌های موجود در این زمینه، تاثیر تردد جمعیت و عوامل تصادفی روی مکان‌یابی مدارس، تخصیص دانش‌آموزان به مدارس و مسیریابی سرویس مدرسه، بصورت همزمان در نظر گرفته شده است. به‌طور کلی، هدف انتخاب مکان یا مکان‌های بهینه برای احداث مدرسه، تخصیص بهینه دانش‌آموزان یا سرویس‌های مدرسه موجود در هر منطقه به این مدارس و تعیین مسیر بهینه حمل و نقل دانش‌آموزان یا سرویس‌های مدرسه برای رسیدن به مدرسه مربوطه با در نظر گرفتن تاثیر مستقیم عوامل تصادفی و تردد جمعیت روی زمان‌های سفر احتمالی هر خیابان است به‌طوری‌که زمان انتظاری کل کمینه شود. در اینجا، ظرفیت خیابان‌ها و مدارس برای پذیرش دانش‌آموزان محدود فرض شده است. ابتدا یک تابع برای محاسبه زمان سفر وابسته به جمعیت معرفی می‌شود و با در نظر گرفتن عوامل تصادفی، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی صحیح-مختلط ارائه می‌گردد. برای حل مسایل بزرگ، یک الگوریتم ترکیبی با تعامل الگوریتم ژنتیک و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید معرفی شده است. همچنین برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، مسایل نمونه متعددی حل می‌شود و نتایج بدست آمده مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: شبکه حمل و نقل شهری، مساله مکان‌یابی-تخصیص-مسیریابی، زمان سفر احتمالی وابسته به جمعیت، عوامل تصادفی، الگوریتم ترکیبی.

۱. مقدمه

[Webb, 1968], [Lawrence and Pengilly, 1969] و

[Higgins, 1972] به تفصیل بحث شده‌اند.

۲. پیشینه تحقیق

مساله پیشنهادی مبتنی بر انواع مختلفی از زمینه‌های پژوهشی مکان‌یابی-تخصیص، مکان‌یابی-مسیریابی و مسایل با زمان‌های سفر غیر قطعی است. در ادامه، ادبیات موضوع و روش‌های حل مرتبط با هر یک از این دسته‌ها بررسی می‌گردد.

[Cooper, 1963] مساله کلاسیک مکان‌یابی-تخصیص را با

دو تسهیل جدید و هفت نقطه‌ی تقاضای پیشنهاد کرد. کوپر ثابت

کرد که تابع هدف این مساله نه مقعر است، نه محدب و شاید

شامل چند جواب بهینه محلی باشد. پس از کوپر مساله

مکان‌یابی-تخصیص شبکه و بسیاری مدل دیگر توسط

[Badri, 1999] ارائه شدند. [Gen and Cheng, 1997,]

[2000] مساله مکان‌یابی-تخصیص را به‌طور مفصل مطالعه و

در مورد همه انواع آن بحث کردند. [Zeinal Hamadani,

Abouei Ardakan, Rezvan, Honarmandian,

2013] یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی را برای مساله مکان‌یابی-

تخصیص پارکینگ تسهیلات در شرکت فولاد مبارکه در ایران

طراحی کردند. هدف تعیین پارکینگ‌های مناسب برای تسهیلات

از میان مکان‌های پارک نامزد با ظرفیت‌های محدود شده و

تخصیص دپارتمان به دپارتمان سفرها بود. [Miandoabchi

and Farahani, 2011] مساله طراحی جهت خیابان‌ها و

اضافات کوچه در شبکه‌های جاده‌های شهری را با در نظر

گرفتن ظرفیت ذخیره سازی مطرح کردند. در این مساله، هدف

یافتن یک ساختار بهینه برای جهت خیابان‌ها و تخصیص کوچه

خیابان‌های دو طرفه و انتخاب بهینه اضافات کوچه هر خیابان

بود به‌طوری‌که ظرفیت ذخیره سازی شبکه بیشترین باشد. آنها

یک مدل ریاضی دو سطحی برای این مساله ارائه دادند و این

مدل را با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک ترکیبی و شبیه سازی

تبرید تکاملی حل کردند. سپس، [Miandoabchi,

Daneshzand, Szeto, Farahani, 2013] همین مساله را

در ادبیات موضوع، معمولاً چند حالت از مسایل مکان‌یابی

گسسته و تخصیص مطالعه و بررسی شده‌اند، از جمله مساله

مکان‌یابی تک تسهیلی، مساله مکان‌یابی چند تسهیلی و مساله

مکان‌یابی-تخصیص. هدف در مساله مکان‌یابی-تخصیص،

یافتن مکان بهینه مجموعه‌ای از تسهیلات است، به‌طوری‌که

هزینه حمل و نقل از این تسهیلات به مشتریان کمینه باشد. در

گونه‌ای از مسایل مکان‌یابی-تخصیص، با محدودیت ظرفیت

تسهیلات مواجه هستیم. این محدودیت به این منجر می‌شود که

تسهیل موردنظر نتواند همه تقاضای یک نقطه مشتری را

برآورده کند. بنابراین، این امکان وجود دارد که کل تقاضای یک

مشتری بین تسهیلات مختلف تقسیم شود و هر تسهیل تنها

بخشی از تقاضای یک مشتری را تامین کند. این گونه مسایل

ابتدا توسط [Cooper, 1963] بررسی شدند. در مدل‌های

مکان‌یابی-تخصیص محض، فرض می‌شود که مشتریان به

صورت مستقیم از تسهیلات مستقر خدمت می‌گیرند. اما، در

برخی از موارد مشتری به صورت مستقیم از تسهیل، خدمت

دریافت نمی‌کند، بلکه تعدادی از مشتریان در یک مسیر قرار

دارند و مسیر می‌تواند شامل تعداد مشتریان زیادی باشد. در

سیستم‌های لجستیک، مکان‌یابی تسهیل و مسایل توزیع فیزیکی

که به‌طور فزاینده‌ای به هزینه‌های لجستیک کل کمک می‌کنند،

نقشی حیاتی را اجرا می‌کنند. مساله اول با تعیین تعداد

تسهیلات و مکان‌های مناسب برای آنها سروکار دارد، در

حالی‌که مساله دوم به ساختار مسیرهای وسایل نقلیه مربوط

می‌شود. مساله اول به عنوان "مساله مکان‌یابی تسهیل" نامیده

می‌شود، در حالی‌که مساله دوم به‌عنوان "مساله مسیریابی و سیله

نقلیه" شناخته می‌شود. ترکیبی از این دو مساله به ایجاد مساله

مکان‌یابی-مسیریابی منجر می‌شود. هدف در مساله مکان‌یابی-

مسیریابی، کمینه‌سازی هزینه کل شامل هزینه آماده‌سازی تسهیل

به‌علاوه هزینه حمل و نقل است. مفاهیم اساسی مساله مکان‌یابی-

مسیریابی در [Maranzana, 1964, Boventer, 1961],

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

یک روش حل بر اساس روش تجزیه‌سازی بندرز ارائه شد. همچنین، برای نشان دادن کاربرد مدل ریاضی، یک مطالعه موردی در استان سیستان و بلوچستان انجام دادند. [Madsen, 1983] و [Jacobsen and Madsen, 1980] یک مساله مکان‌یابی-مسیریابی دو سطحی را به منظور بهینه‌سازی تحویل روزنامه در کشور دانمارک مطالعه کردند. نویسندگان دو مساله مسیریابی را در میان سه لایه بررسی و مکان تسهیلات را در لایه میانی تعیین کردند. [Cappanera, Gallo and Maffioli, 2004] یک مساله مکان‌یابی-مسیریابی تسهیل مضر را بررسی کردند و برای تجزیه مساله به دو زیر مساله مکان‌یابی و مسیریابی، روش ساده‌سازی لاگرانژی را به خدمت گرفتند. برای حل مساله، آنها دو روش ابتکاری براساس روش لاگرانژی را معرفی کردند. برای اولین بار، [Melechovsky, Prins, Calvo, 2005] فرمول‌بندی دو اندیسی را در مسایل مکانیابی-مسیریابی در نظر گرفتند. آنها مساله را بر اساس فرمول‌بندی مساله مسیریابی و سایل نقلیه دو اندیسی مدل‌سازی کردند و با استفاده از یک الگوریتم تکراری به حل آن پرداختند. الگوریتم پیشنهادی ترکیبی از الگوریتم جستجوی هم‌سایگی متغیر و الگوریتم جستجوی ممنوعه بود. [Ambrosino, Sciomachen, Grazia Scutella, 2009] یک مساله مکانیابی-مسیریابی تخصیص ناوگان منطقه‌ای را برای مساله طراحی شبکه توزیع شامل یک انبار مرکزی، یک مجموعه‌ای از مشتریان تقسیم شده در چند ناحیه و یک ناوگان ناهمگونی از وسایل نقلیه، بررسی کردند. اهداف آنها مکان‌یابی یک انبار منطقه‌ای در هر ناحیه، تخصیص وسایل نقلیه به هر ناحیه و تعیین مسیر وسایل نقلیه با کم‌ترین هزینه توزیع کل بودند. یک مساله مسیریابی و سیله نقلیه با زمان‌های سفر وابسته به زمان به‌وسیله [Haghani and Jung, 2005] پیشنهاد شد. آنها وسایل نقلیه با ظرفیت‌های متفاوت، درخواست خدمت زمان واقعی و تغییرات زمان واقعی در زمان‌های سفر را نظر گرفتند و یک الگوریتم ژنتیک را برای

برای حالت سه هدفی در نظر گرفتند. [Zanjirani-Farahani, Miandoabchi, Szeto, Rashidi, 2013] مروری بر مسایل طراحی شبکه حمل و نقل شهری را ارائه کرد. [Park, Lee, Han, 2014] یک مساله مکان‌یابی-تخصیص دو سطحی در طراحی دسترس محلی شبکه‌های فیبر نوری را بررسی کردند. هدف یافتن مکان بهینه کلید برق و تخصیص بهینه تقاضا با توجه به محدودیت‌های تعریف شده بطوریکه هزینه کل کلید برق و کابل‌های نوری کمینه گردد، بود. آنها ابتدا مساله را بصورت یک مدل برنامه‌ریزی صحیح-مختلط فرمول‌بندی کردند و سپس برای حل ساده‌تر مدل، به خطی‌سازی آن پرداختند. برای حل مسایل بزرگ نیز یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر برنامه‌ریزی صحیح-مختلط ارائه دادند. در نهایت با آزمایش‌های مختلف، کارایی مدل ریاضی و الگوریتم پیشنهادی را نشان دادند. [Yan, Lin, Chen, 2017] مساله مکان‌یابی-تخصیص دوچرخه‌های اجاره‌ای را مورد مطالعه قرار دادند. آنها چهار مدل برنامه‌ریزی برای سیستم‌های اجاره دوچرخه عمومی تحت تقاضاهای قطعی و تصادفی طراحی کردند. نویسندگان برای تعیین مکان ایستگاه‌های اجاره دوچرخه، تخصیص ناوگان دوچرخه و مسیریابی دوچرخه از مدل‌های شبکه‌ای فضا-زمان استفاده کردند. این مدل‌ها بصورت برنامه‌های صحیح-مختلط فرمول‌بندی شدند. آنها برای حل مدل‌های قطعی از نرم‌افزار بهینه‌سازی سیپلکس و برای حل مدل‌های تصادفی از یک الگوریتم مبتنی بر آستانه پذیرش استفاده کردند. [Zarrinpoor, Fallahnezhad, Pishvae, 2017] یک مدل مکان‌یابی-تخصیص سلسله‌مراتبی قابل اطمینان را برای طرح شبکه خدمات بهداشتی مطالعه کردند که در آن تسهیلات، در معرض خطر ابتلا به اختلالات بودند. آنها مساله را بر اساس یک نگرش بهینه‌سازی استوار دو سطحی، فرمول‌بندی کردند که در آن یک روش سلسله‌مراتبی تو در تو چند جریانه دو سطحی با ارجاع خدمات در نظر گرفته شده است. برای حل این مدل،

[Russell and Urban, 2008] بررسی شد که در آن زمان‌های سفر به صورت متغیرهایی تصادفی با یک توزیع احتمال شناخته شده بودند. هدف، کمینه‌سازی تعداد وسایل نقلیه تخصیص یافته و کل فاصله پیموده شده به همراه جریمه‌های ناشی از دیر رسیدن بود. [Zhang, Chaovalitwongse and Zhang, 2012] یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه با زمان سفر تصادفی و برداشت‌ها و تحویل همزمان را در نظر گرفتند. با ترکیب یک مدل برنامه‌ریزی شانس-محدودشده جدید، آنها یک الگوریتم جستجوی پراکنده جدید را برای حل مساله پیشنهاد دادند. یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه با زمان‌های سفر تصادفی تحت پنجره‌های زمانی نرم و هزینه‌های خدمت به وسیله [Tas, Dellaert, Woensel, Kok, 2013] بررسی شد. آنها مساله را طوری مدل‌سازی کردند که ترکیب‌های معنی‌داری از هزینه‌های حمل‌ونقل و هزینه‌های خدمت بدست آیند. یک مساله مکان‌یابی-مسیریابی با زمان‌های سفر فازی توسط [Fazel Zarandi, Hemmati, Davari, 2011] مطالعه شد. پس از فرمول‌بندی مساله به صورت یک مدل برنامه‌ریزی شانس-محدودشده فازی، آنها یک روش ترکیبی شبیه‌سازی تبرید و شبیه‌سازی برای حل مساله طراحی کردند. در همین راستا، [Fazel Zarandi, Hemmati, Davari, Burhan, Turksen, 2013] یک مساله مکان‌یابی-مسیریابی ظرفیت‌دار را در نظر گرفتند که در آن فرض شده است که تقاضاهای مشتریان و زمان‌های سفر به صورت متغیرهای فازی هستند. آنها یک مدل برنامه‌ریزی شانس-محدودشده فازی را با به‌کارگیری نظریه اعتبار فرمول‌بندی کردند. [Ando and Taniguchi, 2006] یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره‌های زمانی تحت زمان‌های سفر نامعین را مطالعه کردند. هدف آنها کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های ثابت وسایل نقلیه، هزینه‌های عملیاتی و هزینه‌های جریمه به واسطه زود و دیر رسیدن بود. آنها یک الگوریتم ژنتیک برای حل مساله پیشنهادی معرفی

حل مساله معرفی کردند. [Kritzing, Doerner, Hartl, Kiechle, Stadler and Manohar, 2012] اطلاعات ترافیکی را برای مساله مسیریابی وسیله نقلیه وابسته به زمان با پنجره‌های زمانی به خدمت گرفتند و یک الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر را برای حل مساله معرفی کردند. [Zhao, and Verter, 2015] مساله مکان‌یابی-مسیریابی روغن مصرف‌شده را بررسی کردند. آنها یک مدل برنامه‌ریزی دو هدفه برای این مساله طراحی کردند که اهداف آن کمینه‌سازی خطرات زیست-محیطی کل و کمینه‌سازی هزینه کل هستند. برای حل مدل ریاضی، یک روش برنامه‌ریزی آرمانی وزن‌دهی شده استفاده کردند. در نهایت به منظور نشان دادن کارایی مدل ریاضی و روش حل پیشنهادی، آنها مطالعه موردی را در چونگ کینگ در جنوب غربی چین انجام دادند. [Camm, Magazine, Kuppusamy, Martin, 2017] یک روش دقیق برای مساله مسیریابی وسیله نقلیه با تقاضای وزن‌دهی شده ارائه دادند. هدف کمینه‌سازی فاصله طی شده توسط وسایل نقلیه‌ی وزن‌دهی شده بوسیله مسافران موجود در مسیر بود. آنها مساله را بصورت یک مدل صحیح-مختلط کوآدراتیک فرمول‌بندی کردند و سپس با استفاده از متغیرهای کمکی، آنرا به یک مدل صحیح خطی تبدیل کردند. همچنین برای حل مسایل بزرگ، از الگوریتم شاخه، قیمت و برش استفاده کردند. [Laporte, Louveaux, Mercure, 1992] یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه با زمان‌های سفر و خدمت تصادفی را بررسی کردند. آنها سه فرمول متمایز براساس مدل برنامه‌ریزی شانس-محدودشده و مدل غرامت‌ارایه دادند. آنها دوگان مدل را ساختند و سپس آنرا با استفاده از یک الگوریتم L -گونه حل کردند. [Xie, 2003] یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه زمان‌های سفر تصادفی را مطالعه کرد که در آن ظرفیت و وسایل نقلیه یکسان فرض شده است. او برای حل مساله با درجاتی از موفقیت، از یک الگوریتم ژنتیک استفاده کرد. هم‌چنین، یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره‌های زمانی به وسیله

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

پارامترهای آنها در برابر تغییرات الگوهای توزیع جمعیت روی شبکه، انعطاف‌پذیر هستند، (۳) زمان‌های سفر در شبکه مورد مطالعه از نوع تصادفی وابسته به جمعیت هستند نه وابسته به زمان، (۴) یک تابع خطی برای زمان سفر تصادفی وابسته به جمعیت و سه تابع خطی با شیب‌های متفاوت برای پارامترهای عوامل تصادفی معرفی می‌شوند که با استفاده از آنها، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی صحیح-مختلط فرمول‌بندی می‌شود.

۳. تعریف مساله

فرض کنید $G(N, L)$ یک شبکه حمل‌ونقل شهری است که در آن، N مجموعه گره‌های موجود در شبکه و L مجموعه یال‌های موجود در شبکه هستند. در این شبکه هر گره نشان‌دهنده یک منطقه است که در آن جمعیتی از دانش‌آموزان یا سرویس‌های مدرسه حضور دارند. همچنین، هر یال نشان‌دهنده مسیر ارتباطی مستقیم بین دو منطقه با یک‌دیگر است. منظور از واژه یال، همه خیابان‌های موجود در شبکه شهری است. منظور از زمان سفر نرمال یک کمان، زمان مورد نیاز برای پیمودن کمان بدون حضور هیچ شخص یا وسیله نقلیه بر روی آن است. با توجه به این‌که حضور دانش‌آموزان یا سرویس‌های مدرسه در هر کمان برای رفتن از یک منطقه به منطقه دیگر روی زمان سفر نرمال آن کمان تاثیر می‌گذارد، زمان سفر برای سایر دانش‌آموزان یا سرویس‌های مدرسه تحت تاثیر این حضور قرار می‌گیرد. اکنون به منظور درک بهتر مساله مورد مطالعه، شکل ۱ ارائه شده است. در این شکل، وضعیت (الف) یک شبکه اولیه‌ای متشکل از ۵ منطقه، ۶ خیابان دوطرفه و حضور ۵ دانش‌آموز در هر منطقه را نشان می‌دهد. در این شبکه نمونه، فرض شده است که ظرفیت مدارس برای پذیرش دانش‌آموز حداکثر ۱۳ و ظرفیت خیابان‌ها برابر ۴ باشد. وضعیت (ب)، یک تصمیم غیر بهینه از مساله مورد مطالعه را نمایش می‌دهد. در این تصمیم، مناطق ۱ و ۳ برای احداث مدرسه انتخاب شده‌اند. مدرسه‌ای که در منطقه ۱ استقرار می‌یابد، علاوه بر

کردند. [Franceschetti, Honhon, Woensel, Bektas, Laporte, 2013] یک مساله مسیریابی وسیله نقلیه وابسته به زمان را بررسی کردند که در آن تردد و وسیله نقلیه دو دوره متوالی ازدحام و بدون جریان در نظر گرفته شدند. آنها برای مساله پیشنهادی یک فرمول‌بندی برنامه‌ریزی خطی صحیح ارایه دادند. بعدها، [Franceschetti, Demir, Honhon, Woensel, Laporte, Stobbe, 2016] یک الگوریتم فرابتکاری برای حل این مساله معرفی کردند. این الگوریتم بر اساس یک روش ابتکاری جستجوی هم‌سایگی بزرگ تطبیقی طراحی شد. این روش، مسیریابی تعدادی از وسایل نقلیه برای خدمت‌رسانی به مجموعه‌ای از مشتریان و تعیین سرعت آنها روی هر بخشی از مسیر با هدف کمینه‌سازی هزینه دستمزد راننده و انتشار گازهای گلخانه‌ای را شامل می‌شود. آنها با استفاده از مسایل نمونه متعدد کارآیی الگوریتم را نشان دادند. [De Souza Lima, Doro Pereira, Conceição, Ramos Nunes, 2016] یک مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه با در نظر گرفتن محموله‌های مخلوط و ناوگان ناهمگن را مورد مطالعه قرار دادند. ویژگی محموله‌های مخلوط اجازه می‌دهد تا دانش‌آموزان از مدارس متفاوت در یک اتوبوس یکسان و در یک لحظه یکسان سوار شوند. آنها مساله را بصورت یک مدل ریاضی فرمول‌بندی کردند و ۵ الگوریتم فرا ابتکاری برای حل آن ارائه دادند. همچنین، یک مطالعه موردی در برزیل انجام دادند.

اگر چه در ادبیات موضوع تحقیق، مقالات متعددی وجود دارند که به مطالعه‌ی زمان‌های سفر وابسته به زمان یا زمان‌های سفر تصادفی و یا ترکیبی از این دو پرداخته‌اند، این مقاله ۴ مشخصه اصلی دارد که آنرا از سایر تحقیقات متمایز می‌سازد: (۱) در این تحقیق تصمیمات مکان‌یابی، تخصیص و مسیریابی در تعامل هم‌زمان با تغییرات زمان‌های سفر هستند، (۲) زمان سفر هر خیابان تنها یک متغیر با یک تابع توزیع یا تابع عضویت مشخص نیست، بلکه به متغیرهای تصادفی وابسته است که

صابر شیرینی پور

چنین شرایطی که زمان خیابان‌ها به‌طور قطعی مشخص نیستند، باید زمان انتظاری هر خیابان را ملاک تصمیم‌گیری قرار داد و در تابع هدف در نظر گرفت. پیش از مدل‌سازی این مساله، لازم است دو مفهوم اساسی در این بخش معرفی شوند. مفهوم اول، زمان سفر احتمالی نامیده می‌شود که از تاثیر عوامل تصادفی در محاسبات زمان سفر ناشی می‌شود. دومین مفهوم، به‌صورت زمان سفر احتمالی وابسته به جمعیت تعریف می‌شود که عبارتست از تاثیر تردد جمعیت روی عوامل تصادفی و از عوامل تصادفی روی زمان سفر یک خیابان.

۳-۱ فرض‌های مساله

فرض‌های مساله مورد نظر بدین قرارند:

(۱) شبکه پایه مورد نظر می‌تواند از نوع درختی یا حلقوی

مجموعه‌ها:

C مجموعه گره‌های نامزد برای احداث مدرسه.

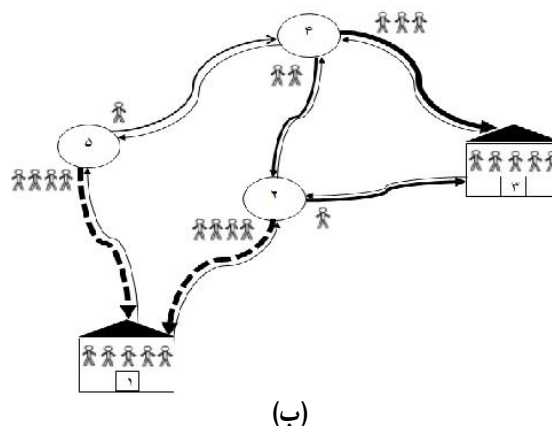
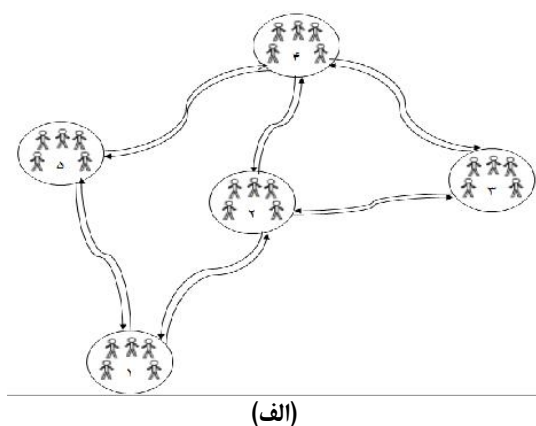
D مجموعه گره‌های (مناطق) متقاضی.

باشد.

(۲) همه‌ی خیابان‌ها در شبکه دو طرفه هستند.

دانش‌آموزان آن منطقه، می‌بایستی بخشی از دانش‌آموزان مناطق ۲ و ۵ را از طریق مسیر خط‌چین در خود جای دهد. بقیه دانش‌آموزان به منطقه ۳ تخصیص می‌یابند. در این شکل تاثیر حضور دانش‌آموزان روی زمان سفر هر خیابان با خطوط حجیم نشان داده شده است. همچنین، می‌بینید که جمعیت موجود در هیچ یک از خیابانها و مدارس از ظرفیت آنها تجاوز نکرده است.

همچنین می‌دانیم که در خیابان‌های درون‌شهری ممکن است با موارد پیش‌بینی نشده‌ای از قبیل تصادف و ترافیک مواجه شویم، و هر یک از این موارد می‌تواند روی زمان سفر تاثیر بگذارد. در هر خیابان (کمان) پارامترهایی مانند میزان تصادف می‌توانند تحت تاثیر دو عامل باشند، یکی مقدار تصادفی است که هر خیابان در شرایط عادی خود با آن مواجه می‌شود، و دیگری تعداد تصادفی است که بر اساس جمعیتی که روانه هر خیابان (کمان) می‌شود، اتفاق می‌افتد. بنابراین، بسته به این که چه جمعیتی روانه یک خیابان می‌شود، مقادیر پارامترها تحت تاثیر قرار می‌گیرند و این حساسیت پارامترها به تغییرات ایجاد شده، زمان خیابان مربوطه را نیز تحت تاثیر قرار می‌دهد. بنابراین، در



شکل ۱. یک شبکه نمونه

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

متغیرهای تصمیم:

جمعیت روی تعداد تصادفات، تعداد خرابی‌ها و در نهایت روی زمان سپری شده در ترافیک بصورت همزمان در نظر گرفته می شود، بنابراین می‌بایستی تابعی برای زمان حمل و نقل طراحی شود که این اثرات را نشان دهد. در بخش‌های پیشین از یک زمان به عنوان زمان سفر اولیه استفاده شده است که این زمان به‌طور معمول، از تقسیم مسافت بین دو منطقه و سرعت حرکت در مسیر بدست می‌آید، یعنی،

$$t_{kl}^0 = \frac{\text{طول خیابان } (k, l)}{\text{میانگین سرعت خیابان } (k, l)}$$

در شرایط واقعی، به دلیل وقوع برخی عوامل تصادفی، زمان مورد نیاز برای پیمودن یک خیابان دقیقاً برابر با این مقدار نیست. در اینجا فرض شده است که زمان سفر هر خیابان وابسته به سه عامل تصادفی زمان سپری شده در ترافیک، تعداد تصادفات و تعداد خرابی‌های خیابان است. از آن‌جاکه همه این عوامل تصادفی سرانجام منجر به افزایش زمان سپری شدن در ترافیک می‌شوند،

t_{kl}^a مقدار واقعی زمان سفر احتمالی خیابان (k, l) .

θ_{kl} مقدار واقعی زمان سپری شده در ترافیک خیابان (k, l) .

λ_{kl} مقدار واقعی تعداد تصادفات خیابان (k, l) .

\mathcal{T}_{kl} مقدار واقعی تعداد خرابی‌های خیابان (k, l) .

\mathcal{Y}_p ۱، اگر گره نامزد p برای احداث مدرسه انتخاب شود، در غیر این صورت ۰،

kl تعداد دانش‌آموزان موجود روی خیابان (k, l) .

$x_{i qp}$ ۱، اگر دانش‌آموز iam منطقه q به مدرسه موجود در گره نامزد p تخصیص داده شود، در غیر این صورت، ۰.

f_{klpq} ۱، اگر دانش‌آموز iam منطقه q که به مدرسه موجود در گره نامزد p تخصیص یافته است، روی خیابان (k, l) حضور داشته باشد، در غیر این صورت ۰،

(۳) همه گره‌ها در شبکه به عنوان مکان‌های نامزد برای احداث مدرسه در نظر گرفته می‌شوند.

(۴) ظرفیت مدارس برای پذیرش دانش‌آموزان متناهی هستند.

(۵) ظرفیت خیابان‌ها متناهی هستند.

(۶) دانش‌آموزان موجود در هر منطقه لزوماً به یک مدرسه تخصیص نمی‌یابند.

(۷) حداکثر تعداد مدارس از پیش داده شده است.

(۸) همه دانش‌آموزان در هر منطقه، وزن یا اهمیت یکسانی دارند.

(۹) زمان رفت یک خیابان لزوماً برابر با زمان برگشت آن نیست.

(۱۰) مقدار زمان سفر در هر خیابان غیرقطعی و وابسته به سه عامل تصادفی "زمان سپری شده در ترافیک"، "تعداد تصادفات" و "تعداد خرابی‌های خیابان" است.

(۱۱) عوامل تصادفی به هم وابسته هستند.

۲-۳ اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم

در ادامه، نمادهای به‌کاررفته در مدل پیشنهادی معرفی می‌شوند:

۳-۳ محاسبه زمان سفر واقعی

در برخی مطالعات گذشته از توابع زمانی مشخصی برای حمل و نقل و ترافیک استفاده شده است اما در این مقاله، چون تاثیر

اندیس‌ها:

p اندیس گره نامزد.

q اندیس گره (منطقه) متقاضی.

k اندیس گره مبدا.

پارامترها:

l اندیس گره مقصد.

NN تعداد گره‌ها یا مناطق.

NL تعداد یال‌ها یا خیابان‌ها.

MNS حداکثر تعداد مدارس.

CA_{kl} ظرفیت کمان یا خیابان (k, l) .

CC_p ظرفیت گره نامزد p برای پذیرش دانش‌آموزان.

t_{kl}^0 مقدار اولیه زمان سفر خیابان (k, l) .

\hat{t}_{kl} مقدار اولیه زمان سفر احتمالی خیابان (k, l) .

θ_{kl}^0 مقدار اولیه زمان سپری شده در ترافیک خیابان (k, l) .

λ_{kl}^0 مقدار اولیه تعداد تصادفات خیابان (k, l) .

\mathcal{T}_{kl}^0 مقدار اولیه تعداد خرابی‌های خیابان (k, l) .

Pop_q تعداد دانش‌آموزان موجود در منطقه متقاضی q .

PT_p زمان آماده سازی مدرسه در گره نامزد p .

TP تعداد کل دانش‌آموزان.

w_q وزن منطقه q .

\mathcal{M} یک عدد مثبت بزرگ.

می‌توان معادله کلی زیر را برای زمان سفر احتمالی تعریف کرد:

تصادفات به ازای هر خرابی در خیابان (k, l) را نشان می‌دهد. می‌توان دید که هر دو معادله اخیر وابسته به تابع احتمال تعداد خرابی‌ها در خیابان هستند. برای تابع خرابی می‌توان از توابع احتمالی متعددی استفاده کرد [۱۹]. از آن‌جاکه در این تحقیق، Z_{kl} تعداد خرابی‌ها در یک فاصله معین را نشان می‌دهد، از یک تابع توزیع پواسون با پارامتر J_{kl}^0 برای تعداد خرابی‌ها استفاده می‌شود [۲۰]. بنابراین، با توجه به وابستگی عوامل تصادفی به یک‌دیگر، معادله (۱) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$t_{kl} = t_{kl}^0 + [\theta_{kl}^0 + (\beta_{kl}^1 \cdot y_{kl} + \beta_{kl}^2 \cdot z_{kl})], \quad \forall k, l \in \mathcal{D}.$$

رابطه بالا نشان می‌دهد که زمان سفر هر خیابان، متغیری تصادفی است. بنابراین، محاسبه مقدار دقیق زمان سفر امکان‌پذیر نیست. از این رو، محاسبه زمان سفر انتظاری به صورت زیر انجام می‌گیرد:

$$E(t_{kl}) = E(t_{kl}^0) + E[\theta_{kl}^0 + (\beta_{kl}^1 \cdot y_{kl} + \beta_{kl}^2 \cdot z_{kl})] \\ = t_{kl}^0 + \theta_{kl}^0 + \beta_{kl}^1 \cdot E(y_{kl}) + \beta_{kl}^2 \cdot E(z_{kl}), \quad \forall k, l \in \mathcal{D}.$$

با توجه به رابطه تعریف شده برای تعداد تصادفات، خواهیم داشت:

$$\hat{t}_{kl} = t_{kl}^0 + \theta_{kl}^0 + \beta_{kl}^1 \cdot E(\lambda_{kl}^0 + [\beta_{kl}^3 \cdot z_{kl}] + \beta_{kl}^2 \cdot E(z_{kl})) \\ = t_{kl}^0 + \theta_{kl}^0 + \beta_{kl}^1 \cdot (\lambda_{kl}^0 + [\beta_{kl}^3 \cdot E(z_{kl})] + \beta_{kl}^2 \cdot E(z_{kl})), \quad \forall k, l \in \mathcal{D}.$$

با در نظر گرفتن J_{kl}^0 به عنوان میانگین تابع توزیع پواسون، زمان سفر احتمالی برای هر خیابان به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{t}_{kl} = t_{kl}^0 + \theta_{kl}^0 + \lambda_{kl}^0 \cdot \beta_{kl}^1 + J_{kl}^0 \cdot (\beta_{kl}^1 \cdot \beta_{kl}^3 + \beta_{kl}^2), \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, \quad (2)$$

که در آن، \hat{t}_{kl} مقدار اولیه زمان سفر احتمالی را نشان می‌دهد. در ادامه، تاثیرات تردد جمعیت روی عوامل تصادفی و سپس روی زمان‌های سفر احتمالی بررسی می‌شود.

۳-۴ محاسبه زمان سفر احتمالی وابسته به جمعیت

واضح است که با افزایش تردد در خیابان، انتظار داریم که مقدار زمانی که یک شخص یا یک وسیله نقلیه در ترافیک سپری می‌کند، تعداد تصادفات در خیابان و تعداد خرابی‌ها

$$t_{kl} = t_{kl}^0 + \text{یک وسیله نقلیه در ترافیک سپری می‌کند} \quad \forall k, l \in \mathcal{D} \quad (1)$$

که در آن، t_{kl} زمان سفر احتمالی خیابان (k, l) بر حسب ساعت است. زمان سپری شده در ترافیک را می‌توان به این صورت تعریف کرد:

مقدار زمانی که یک شخص یا یک وسیله نقلیه به واسطه برخی دلایل مانند تردد زیاد جمعیت، وقوع تصادفات یا خرابی‌ها در ترافیک بسر می‌برد. با این تعریف، می‌توان به این نتیجه رسید که این عوامل تصادفی بهم وابسته هستند به گونه‌ای که با افزایش تعداد تصادفات و خرابی‌ها در خیابان‌ها، زمان سپری شده در ترافیک نیز افزایش می‌یابد. بنابراین، می‌توان تابع زمان سپری شده در ترافیک را به صورت معادله زیر تعریف کرد:

$$x_{kl} = \theta_{kl}^0 + [\beta_{kl}^1 \cdot y_{kl} + \beta_{kl}^2 \cdot z_{kl}], \quad \forall k, l \in \mathcal{D},$$

که در آن، θ_{kl}^0 مقدار میانگین زمانی (به ساعت) است که یک شخص یا یک وسیله نقلیه بدون وقوع هیچ تصادف یا خرابی و تنها به خاطر شرایطی که خیابان (k, l) دارد، مثل شیب جاده یا پهنای جاده، در ترافیک به سر می‌برد، y_{kl} تعداد تصادفات در خیابان (k, l) را نشان می‌دهد، β_{kl}^1 ضریب افزایش زمان ماندن در ترافیک به ازای هر تصادف در خیابان (k, l) است، z_{kl} تعداد خرابی‌ها در خیابان (k, l) را نشان می‌دهد و β_{kl}^2 ضریب افزایش زمان ماندن در ترافیک به ازای هر خرابی در خیابان (k, l) است. هم‌چنین، می‌توان گفت که تعداد تصادفات به طور مستقیم به تعداد خرابی‌ها وابسته است چرا که هر چه میزان خرابی‌های جاده‌ای بیشتر باشد احتمال انحراف از جاده و یا حرکات مارپیچ جهت فرار از خرابی‌ها و به دنبال آن تصادف با سایر خودروها افزایش می‌یابد. بنابراین، رابطه زیر برای تعداد تصادفات در نظر گرفته می‌شود:

$$y_{kl} = \lambda_{kl}^0 + [\beta_{kl}^3 \cdot z_{kl}], \quad \forall k, l \in \mathcal{D},$$

که در آن، λ_{kl}^0 نشان‌دهنده میانگین تعداد تصادفات در خیابان (k, l) به خاطر دلایلی غیر از خرابی‌های جاده‌ای است، مانند تردد جمعیت و اشتباهات فردی راننده، و β_{kl}^3 ضریب افزایش تعداد

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

رابطه (۲)، با افزایش این پارامترها، زمان سفر احتمالی نیز افزایش می‌یابد. واضح است که تاثیر تردد جمعیت روی هر پارامتر می‌تواند متفاوت باشد. اکنون، از محدوده‌های زیر برای پارامترهای تصادفی استفاده می‌شود.

در خیابان نیز افزایش یابند. بنابراین، باید تاثیر فوری تردد جمعیت در محاسبه این عوامل تصادفی اعمال شود، یعنی، با افزایش جمعیت روی هر خیابان، مقدار اولیه‌ی پارامترهای θ_{kl}^0 ، λ_{kl}^0 و T_{kl}^0 افزایش یابند. پس، با توجه به

بهنگام‌سازی پارامتر زمان سپری شده در ترافیک:

$$\forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad \theta_{kl}^0 = \theta_{kl}^0 \left(1 + \frac{\gamma + \delta}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}\right) \quad \text{اگر } \gamma \times CA_{kl} \leq kl < \delta \times CA_{kl}, \quad (3)$$

$$\forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad \theta_{kl}^0 = \theta_{kl}^0 \left(1 + \frac{\delta + \eta}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}\right) \quad \text{اگر } \delta \times CA_{kl} \leq kl < \eta \times CA_{kl}, \quad (4)$$

$$\forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad \theta_{kl}^0 = \theta_{kl}^0 \left(1 + \frac{\eta + 1}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}\right) \quad \text{اگر } \eta \times CA_{kl} \leq kl \leq CA_{kl}, \quad (5)$$

بهنگام‌سازی پارامتر تعداد تصادفات:

$$\forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad \lambda_{kl}^0 = \lambda_{kl}^0 \left(1 + \frac{\gamma' + \delta'}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}\right) \quad \text{اگر } \gamma' \times CA_{kl} \leq kl < \delta' \times CA_{kl}, \quad (6)$$

$$\forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad \lambda_{kl}^0 = \lambda_{kl}^0 \left(1 + \frac{\delta' + \eta'}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}\right) \quad \text{اگر } \delta' \times CA_{kl} \leq kl < \eta' \times CA_{kl}, \quad (7)$$

$$\forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad \lambda_{kl}^0 = \lambda_{kl}^0 \left(1 + \frac{\eta' + 1}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}\right) \quad \text{اگر } \eta' \times CA_{kl} \leq kl \leq CA_{kl}, \quad (8)$$

بهنگام‌سازی پارامتر تعداد خرابی‌های جاده‌ای:

$$\forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad T_{kl}^0 = T_{kl}^0 \left(1 + \frac{\gamma'' + \delta''}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}\right) \quad \text{اگر } \gamma'' \times CA_{kl} \leq kl < \delta'' \times CA_{kl}, \quad (9)$$

$$\forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad T_{kl}^0 = T_{kl}^0 \left(1 + \frac{\delta'' + \eta''}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}\right) \quad \text{اگر } \delta'' \times CA_{kl} \leq kl < \eta'' \times CA_{kl}, \quad (10)$$

$$\forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad T_{kl}^0 = T_{kl}^0 \left(1 + \frac{\eta'' + 1}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}\right) \quad \text{اگر } \eta'' \times CA_{kl} \leq kl \leq CA_{kl}, \quad (11)$$

تردد جمعیت روی پارامترهای مختلف لزوما یکسان نیست و ممکن است جمعیت جاری در هر خیابان، بعضی از پارامترها را تحت تاثیر قرار دهد. قابل ذکر است که مقادیر پارامترهای δ ، γ ، η ، γ' ، δ' ، η' ، δ'' ، γ'' و η'' تعداد محدوده‌ها برای هر پارامتر بر اساس نوع مساله می‌توانند متفاوت باشند. اکنون، پس از بهنگام‌سازی پارامترهای تصادفی، معادله (۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$t_{kl}^a = t_{kl}^0 + \theta_{kl} + \lambda_{kl} \cdot \beta_{kl}^1 + T_{kl} \cdot (\beta_{kl}^2 + \beta_{kl}^3), \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, \quad (13)$$

که در آن، t_{kl}^a زمان سفر احتمالی وابسته به جمعیت خیابان (k, l) را نشان می‌دهد. در این رابطه مشاهده می‌شود که برای محاسبه t_{kl}^a لازم است که مقادیر واقعی پارامترهای تصادفی بر اساس محدوده‌های (۳)-(۱۱) برای هر الگوی توزیع جمعیت بهنگام‌سازی شوند.

که در آن، متغیر kl تعداد جمعیت جاری در هر خیابان (k, l) را محاسبه می‌کند و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$kl = \sum_{p \in \text{Pop}_q} \sum_{q \in \mathcal{D}} \sum_{i=1}^{Pop_q} x_{iqp} \cdot f_{klpq}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l. \quad (12)$$

توجه داریم که δ ، γ ، η ، γ' ، δ' ، η' ، δ'' ، γ'' و η'' پارامترهایی با مقادیر مثبت هستند به طوری که $0 < \gamma' < \delta < \eta$ ، $0 < \gamma'' < \delta'' < \eta''$ و $\delta' < \eta'$ با استفاده از این روابط، پارامترها بر اساس نحوه توزیع جمعیت روی شبکه، بهنگام‌سازی می‌شوند. عبارت‌های بالا نشان می‌دهند که بسته به این که چه نسبتی از ظرفیت یک خیابان روی آن جاری است، میزان افزایش پارامترهای تصادفی برای آن خیابان متفاوت خواهد بود. بنابراین، با استفاده از محدوده‌های یاد شده، مدل پیشنهادی می‌تواند هر یک از پارامترهای تصادفی را بر اساس جمعیتی که روی شبکه توزیع شده است، بهنگام‌سازی کند. هم‌چنین، قابل درک است که تاثیر

۳-۵ مدل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهادی

تعریف شده، مساله مکان‌یابی-تخصیص-مسیریابی برای برنامه-ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری به صورت زیر فرمولبندی می‌گردد:

اکنون، با در نظر گرفتن نقش عوامل تصادفی و تاثیر تردد جمعیت روی این عوامل و با استفاده از پارامترها و متغیرهای تصمیم

$$\min \sum_{p \in \mathcal{D}} y_p \cdot PT_p + \sum_{p \in \mathcal{D}} \sum_{q \in \mathcal{D}} \left(\sum_{i=1}^{Pop_q} \sum_{k \in \mathcal{D}} \sum_{l \in \mathcal{D}} x_{iqp} \cdot f_{klpqi} \cdot t_{kl}^a \right) \cdot \omega_q \quad (14)$$

s.t. قید (۱۲) برقرار باشد

$$\sum_{q \in \mathcal{D}} \sum_{i=1}^{Pop_q} x_{iqp} \leq CC_p, \quad \forall p \in \mathcal{D} \quad (15)$$

$$x_{kl} \leq CA_{kl}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l \quad (16)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{D}} y_p \leq MNS, \quad (17)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{D}} x_{iqp} = 1, \quad \forall q \in \mathcal{D}, \forall i = 1, \dots, Pop_q \quad (18)$$

$$\sum_{q \in \mathcal{D}} \sum_{i=1}^{Pop_q} x_{iqp} \geq y_p, \quad \forall p \in \mathcal{D} \quad (19)$$

$$\sum_{q \in \mathcal{D}} \sum_{i=1}^{Pop_q} x_{iqp} \leq y_p \cdot \mathcal{M}, \quad \forall p \in \mathcal{D} \quad (20)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{D}} f_{qlpqi} - \sum_{l \in \mathcal{D}} f_{lqpqi} = 1, \quad \forall p \in \mathcal{D}, q \in \mathcal{D}, p \neq q, i = 1, \dots, Pop_q \quad (21)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{D}} f_{klpqi} - \sum_{l \in \mathcal{D}} f_{lkpqi} = 0, \quad \forall p \in \mathcal{D}, q, k \in \mathcal{D}, k \neq p \text{ and } q, i = 1, \dots, Pop_q \quad (22)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{D}} f_{plpqi} - \sum_{l \in \mathcal{D}} f_{lppqi} = -1, \quad \forall p \in \mathcal{D}, q \in \mathcal{D}, p \neq q, i = 1, \dots, Pop_q \quad (23)$$

$$t_{kl}^a = t_{kl}^0 + \theta_{kl}^0 \times (1 + r_{kl} \cdot (1 - s_{kl}) \times \frac{\gamma + \delta}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}} + s_{kl} \cdot (1 - v_{kl}) \times \frac{\delta + \eta}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}} + v_{kl} \times \frac{\eta + 1}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}}) + \beta_{kl}^1 \cdot \lambda_{kl}^0 \times \left(1 + r'_{kl} \cdot (1 - s'_{kl}) \times \frac{\gamma' + \delta'}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}} + s'_{kl} \cdot (1 - v'_{kl}) \times \frac{\delta' + \eta'}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}} + v'_{kl} \times \frac{\eta' + 1}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}} \right) + (\beta_{kl}^1 \cdot \beta_{kl}^3 + \beta_{kl}^2) \cdot \mathcal{T}_{kl}^0 \times \left(1 + r''_{kl} \cdot (1 - s''_{kl}) \times \frac{\gamma'' + \delta''}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}} + s''_{kl} \cdot (1 - v''_{kl}) \times \frac{\delta'' + \eta''}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}} + v''_{kl} \times \frac{\eta'' + 1}{2} \times \frac{kl}{CA_{kl}} \right), \quad \forall k, l \in \mathcal{D} \quad (24)$$

$$r_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } kl \geq \gamma \times CA_{kl} \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad (25)$$

$$s_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } kl \geq \delta \times CA_{kl} \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad (26)$$

$$v_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } kl \geq \eta \times CA_{kl} \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad (27)$$

$$r'_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } kl \geq \gamma' \times CA_{kl} \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad (28)$$

$$s'_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } kl \geq \delta' \times CA_{kl} \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad (29)$$

$$v'_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } kl \geq \eta' \times CA_{kl} \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad (30)$$

$$r''_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } kl \geq \gamma'' \times CA_{kl} \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad (31)$$

$$s''_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } kl \geq \delta'' \times CA_{kl} \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l, \quad (32)$$

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

$$v''_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } kl \geq \eta'' \times CA_{kl} \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases}, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}, k \neq l. \quad (33)$$

$$y_p, x_{iqp}, f_{klpq}, r_{kl}, s_{kl}, v_{kl}, r'_{kl}, s'_{kl}, v'_{kl}, r''_{kl}, s''_{kl}, v''_{kl} \in \{0,1\}, \quad \forall p \in \mathcal{P}, \forall q, k, l \in \mathcal{D}, i = 1, \dots, Pop_q \quad (34)$$

$$t_{kl}, t''_{kl}, \theta_{kl}, \lambda_{kl}, T_{kl} \geq 0, \quad \forall k, l \in \mathcal{D}. \quad (35)$$

از مناطق متفاوت، بیش از یک نسبت معینی از ظرفیت آن خیابان باشد، آن‌گاه این متغیرها مقادیر صفر یا یک را به خود اختصاص می‌دهند. قیدهای (۳۴) و (۳۵) به ترتیب متغیرهای صفرویک و متغیرهای پیوسته نامنفی بکاررفته در مدل را معرفی می‌کنند.

۴. روش حل مساله

[Karp, 1972] نشان داد که مساله مکان‌یابی و مساله مسیریابی و سیله نقلیه در رده مسایل NP-سخت قرار دارند و بنابراین مساله مکان‌یابی-مسیریابی نیز که ترکیبی از این دو مساله است در رده مسایل NP-سخت قرار می‌گیرد. از آن‌جاکه ما با یک مساله مکان‌یابی-تخصیص- مسیریابی در یک شبکه سروکار داریم، پس این مساله نیز یک مساله NP-سخت است. اگرچه الگوریتم شاخه و کران و الگوریتم‌های شمارشی می‌توانند برای حل بهینه مسایل کوچک استفاده شوند، اما این روش‌ها برای مسایل شبکه‌ای بزرگ مناسب نیستند. در سال‌های اخیر، پژوهش‌گران علاقه زیادی به حل مسایل شبکه‌ای با کمک الگوریتم‌های فراابتکاری و الگوریتم‌های ترکیبی نشان داده‌اند. این‌جا، برای حل مدل پیشنهادی، ما به توسعه الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تکاملی که توسط [Miandoabchi and Farahani, 2011] معرفی شده بود، می‌پردازیم. این الگوریتم، ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید است. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تکاملی الگوریتمی مبتنی بر جمعیت است که در آن، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نقش عملگرهای تقاطع و جهش را ایفا می‌کند. الگوریتم پیشنهادی کاملاً مشابه با الگوریتم ژنتیک است که در آن در هر تکرار یک والد تکلی انتخاب و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید روی آن پیاده می‌شود تا

جمله اول تابع هدف در (۱۴) به محاسبه مجموع زمان‌های آماده‌سازی مناطق انتخاب شده برای احداث مدرسه می‌پردازد. جمع دوم تابع هدف در (۱۴)، مجموع کوتاه‌ترین زمان وزن‌دار است که در آن برای هر دانش‌آموز در هر گره متقاضی کوتاه‌ترین مسیر برای رسیدن به مدرسه موردنظر انتخاب می‌شود. در این‌جا، با توجه به این‌که زمان سفر یک متغیر تصادفی وابسته به برخی عوامل تصادفی است، هدف کمینه‌سازی زمان حمل‌ونقل انتظاری کل است. قید (۱۵) تضمین می‌کند که دانش‌آموزان تخصیص داده شده به هر مدرسه بیش از ظرفیت آن نباشد. قید (۱۶) نشان می‌دهد که دانش‌آموزان یا سرویس‌های مدرسه تخصیص داده شده به هر خیابان نباید بیش از ظرفیت آن خیابان باشند. قید (۱۷) حداکثر تعداد مناطقی را که می‌توانند برای احداث مدرسه انتخاب شوند، را نشان می‌دهد. قید (۱۸) تضمین می‌کند که هر دانش‌آموز در هر منطقه تنها به یک مدرسه تخصیص یابد. قیدهای (۱۹) و (۲۰) تضمین می‌کنند که وقتی یک منطقه p برای احداث یک مدرسه انتخاب شد، آن‌گاه باید دست‌کم به یک منطقه خدمت‌ارایه دهد. قیدهای (۲۱)، (۲۲) و (۲۳)، مسیر حرکت و جریان حرکت از هر دانش‌آموز یا سرویس مدرسه در هر منطقه q به هر مدرسه موجود در مکان p را نشان می‌دهند. در این قیدها، با استفاده از متغیر f_{klpq} مسیر حرکت برای هر دانش‌آموز در هر منطقه مشخص می‌شود. معادله (۲۴) زمان سفر احتمالی وابسته به جمعیت خیابان (k, l) را بر اساس مقادیر بهنگام شده عوامل تصادفی محاسبه کند. متغیرهای تصمیم صفرویک (۲۵)-(۲۷)، (۲۸)-(۳۰) و (۳۱)-(۳۳) به ترتیب برای شناسایی محدوده‌های (۳)-(۵)، (۶)-(۸) و (۹)-(۱۱) تعریف شده‌اند. این معادلات نشان می‌دهند که اگر جمعیت موجود در یک خیابان (k, l) ، بواسطه تردد دانش‌آموزان

وجود ارتباط بین دو منطقه و یا (۳) به خاطر ایجاد دور در مسیرها باشد. در ادامه به معرفی هر یک از این حالات نشدنی می‌پردازیم:

(۱) در جواب‌های تولید شده، تعداد دانش‌آموزانی که به هر مدرسه یا خیابان تخصیص داده می‌شود بیش از ظرفیت آن مدرسه یا خیابان باشد.

(۲) در جواب‌های تولید شده، طبق شبکه پایه، بین دو منطقه که خیابان (ارتباط) مستقیمی وجود ندارد، یک ارتباط مستقیم دیده شود.

(۳) در جواب‌های تولید شده، حداقل در یکی از مسیرهای تولید شده، دو منطقه با شماره یکسان مشاهده گردد.

این‌جا، برای رفع این مشکل از دو تکنیک استفاده می‌شود. در رابطه با محدودیت‌های ظرفیتی روی مدارس یا خیابان‌ها، از رویکرد جریمه استفاده می‌شود، یعنی برای هر جواب تولید شده، اگر تعداد دانش‌آموزان تخصیص یافته به هر مدرسه یا هر خیابان بیش از ظرفیت آن مدرسه یا خیابان شود، جریمه‌ای مشخص به تابع هدف اضافه می‌شود. همچنین، در رابطه با وجود ارتباط بین دو منطقه یا جلوگیری از تولید دور در مسیرها، از رویه‌ی اصلاح (یا تعمیر) استفاده می‌شود. یعنی، هر مسیر کنترل شده و عدد هر منطقه به ترتیب با منطقه‌های قبل از آن مقایسه می‌شود. اگر عدد یکی از مناطق از نظر ارتباط شبکه‌ای سازگار نباشد یا منجر به ایجاد یک دور در یک مسیر شود، آن‌گاه با عدد دیگری جایگزین می‌شود و این کار تا جایی‌که شرایط شدنی بودن برآورده شود، تکرار می‌شود.

۵. نتایج محاسباتی

این‌جا نیز برای آزمون مدل پیشنهادی و کارایی الگوریتم‌ها، تعدادی مساله نمونه به‌طور تصادفی تولید می‌شود. به‌منظور دست‌یابی به جواب‌های بهینه برای مسایل بزرگتر به‌وسیله LINGO، فرض شده است که در مدل پیشنهادی، $\gamma = \gamma'$ ، $\eta = \eta' = \eta''$ و $\delta = \delta' = \delta''$. این ساده‌سازی منجر به

یک فرزند تولید شود. [Aydin and Fogarty, 2004]. مزیت این نوع الگوریتم را از دو نقطه نظر مطرح کردند: یکی ویژگی چند شروع الگوریتم است که توزیع یکنواخت‌تری نسبت به تغییرات تصادفی ارائه می‌دهد و به متنوع بودن جواب‌ها کمک می‌کند، و دیگری ویژگی تکاملی آن است.

تفاوت این الگوریتم با الگوریتم ژنتیک در فرایندهای تقاطع و جهش است به‌طوری‌که در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تکاملی، از یک مقیاس کوچکی از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به‌عنوان یک جایگزین برای عملگرهای تقاطع و جهش استفاده شده است. در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تکاملی پیشنهادی، جواب‌های همسایه برای حلقه درونی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید با استفاده از عملیات‌های جهشی که در الگوریتم ژنتیک تعیین می‌گردند، تولید می‌شوند، یعنی در هر تکرار از حلقه درونی شبیه‌سازی تبرید، تعدادی جواب همسایه تولید می‌شوند و بهترین آنها با جواب فعلی مقایسه می‌شود. الگوی کاهش دمای به‌کاررفته شده در شبیه‌سازی تبرید، الگوی ترکیبی نامیده می‌شود. این الگو ترکیبی از الگوهای مقعر، خطی و نمایی است. در این الگو، در شروع و در پایان الگوریتم، دما با سرعت کمی کاهش می‌یابد و در مراحل میانی الگوریتم، به‌طور خطی کاهش می‌یابد. این الگوی کاهش دما به‌صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$T_r = \frac{1}{2}(T_0 - T_f) \cdot \left(1 - \tanh\left(\frac{10 \cdot r}{R} - 5\right)\right) + T_f$$

که در آن، T_0 دمای اولیه، T_f دمای نهایی، T_r دما در تکرار r ام و R تعداد تکرارهای مورد نیاز برای رسیدن به دمای T_f هستند.

از آن‌جاکه به‌کارگیری عملگرهای معرفی شده ممکن است منجر به تولید جواب‌های نشدنی شود، استفاده از تکنیک‌هایی که به اصلاح جواب‌های نشدنی بپردازند، بسیار حایز اهمیت است. در الگوریتم پیشنهادی، نشدنی بودن جواب‌های تولید شده می‌تواند بر حسب (۱) محدودیت‌های ظرفیتی روی گروه‌های انتخاب شده برای احداث مدارس یا خیابان‌ها، (۲)

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

کارایی الگوریتم پیشنهادی در اندازه‌های متوسط و بزرگ استفاده نمود. برای درک بهتر از نتایج بدست آمده در جدول ۲، برای هر نمونه، درصد اختلاف میان مقدار جواب بهینه حاصل از LINGO (برای اندازه‌های کوچک) و بهترین مقدار و مقدار میانگین حاصل از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تکاملی و برای اندازه‌های متوسط و بزرگ، درصد اختلاف بین مقدار کران پایین و بهترین مقدار و مقدار میانگین حاصل از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تکاملی در شکل ۲ ترسیم شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که برای اندازه‌های کوچک، درصد اختلاف جواب بهینه و جواب حاصل از الگوریتم پیشنهادی بسیار کم است. همچنین برای اندازه‌های متوسط و بزرگ نیز میزان درصد اختلاف کران پایین و بهترین مقدار و مقدار میانگین حاصل از الگوریتم پیشنهادی معقول می‌باشد. همچنین، در جدول ۲ واضح است که زمان‌های محاسباتی برای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تکاملی در مقایسه با LINGO بسیار ناچیز هستند و این بیانگر کارایی این الگوریتم هم از نظر کیفیت جواب و هم از نظر زمان حل برای مساله پیشنهادی است. همچنین، با دقت در جدول ۲ می‌توان دید که برای هر NL با افزایش حداکثر تعداد مدارس مجاز، مقدار تابع هدف بدتر نمی‌شود. این موضوع موید آنست که با افزایش MNS محدودیت در انتخاب مکان استقرار مدارس کاهش می‌یابد و احتمالاً مکان‌های بهتر و بیشتری می‌توانند به عنوان مدرسه انتخاب شوند.

$\nu_{kl} = \nu''_{kl}$ و $\delta_{kl} = \delta'_{kl} = \delta''_{kl}$ ، $\nu_{kl} = \nu'_{kl} = \nu''_{kl}$ بنا براین، با این ساده‌سازی، نیازی به قیدهای (۲۸)-(۳۳) در مدل پیشنهادی مربوط به این مساله نخواهد بود. در همه نمونه‌ها، مقادیر پارامترهای γ ، δ و η به ترتیب برابر با ۰/۱۵، ۰/۳۵ و ۰/۷ و همچنین مقادیر ضرایب β_{kl}^1 ، β_{kl}^2 و β_{kl}^3 برای همه خیابان‌ها به ترتیب برابر با ۰/۲۵، ۰/۱ و ۰/۰۵ در نظر گرفته شده‌اند. در جدول ۱، بازه‌هایی که مقادیر پارامترهای گوناگون به‌طور تصادفی از میان آنها انتخاب شده‌اند، ارائه شده‌اند. در جدول ۲، مثال‌های عددی در اندازه‌های کوچک، متوسط و بزرگ ارائه شده‌اند. همچنین، به دلیل ماهیت تصادفی الگوریتم پیشنهادی، برای هر نمونه، الگوریتم ۱۰ بار اجرا و بهترین مقدار تابع هدف، میانگین تابع هدف و میانگین زمان در این ۱۰ اجرا گزارش شده است. در این جدول، برای نمونه‌های با اندازه کوچک، جواب بهینه حاصل از نرم‌افزار LINGO و زمان حل با این نرم‌افزار در ستون‌های f_{opt} و $t(s)$ گزارش شده‌اند که بهترین و میانگین مقادیر بدست آمده از ۱۰ اجرای الگوریتم (f_{avr} و f_{best}) با این مقادیر بهینه مقایسه می‌شوند. برای نمونه‌های متوسط و بزرگ که حصول جواب بهینه با این نرم‌افزار امکانپذیر نبود، به معرفی یک کران پایین (f_{low}) جهت بررسی کارایی الگوریتم پرداختیم. مقدار این کران پایین برابر است با مینیمم بهترین مقدار بدست آمده پس از ۴ اجرای ۵ ساعته الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تکاملی. از این کران پایین می‌توان برای ارزیابی

جدول ۱. محدوده پارامترها.

پارامتر	t_{kl}^0	θ_{kl}^0	λ_{kl}^0	T_{kl}^0	Pop_q	PT_p	w_d	CA_{kl}	CC_p
محدوده	[۱, ۱۰]	[۰/۲۵, ۲/۵]	[۱, ۱۰]	[۲, ۲۰]	[۱, ۱۰]	[۱۵۰, ۴۰۰]	[۱, ۱۰]	[۵, ۲۰]	[۲۰, ۷۰]

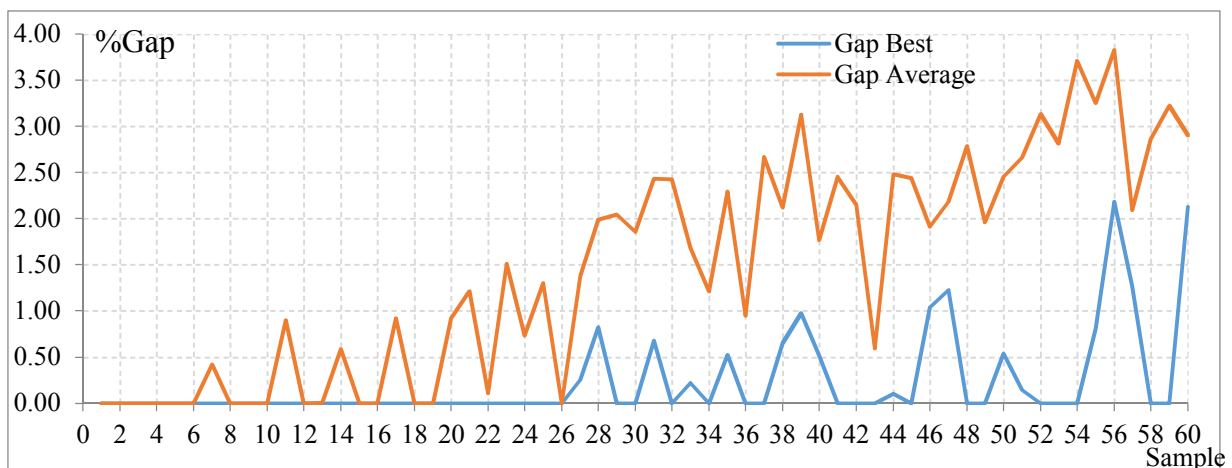
صابر شیرینی پور

جدول ۲. نتایج بدست آمده برای مسایل کوچک، متوسط و بزرگ.

Size	Sample	NN	NL	MNS	LINGO		الگوریتم شبیه سازی تبرید تکاملی			
					f_{opt}	$t(s)$	f_{Low}	f_{best}	f_{avr}	$t_{avr}(S)$
	۱	۴	۴	۱	۱۳۹۰/۸۳	۵/۴۱	-	۱۳۹۰/۸۳	۱۳۹۰/۸۳	۹۹/۰۳
	۲			۲	۹۸۲/۷۱	۹/۹۲	-	۹۸۲/۷۱	۹۸۲/۷۱	۱۰۸/۶۳
	۳			۳	۹۸۲/۷۱	۸/۸۸	-	۹۸۲/۷۱	۹۸۲/۷۱	۸۷/۹۷
	۴		۵	۱	۱۱۲۸/۴۸	۱۱/۳۶	-	۱۱۲۸/۴۸	۱۱۲۸/۴۹	۸۲/۹۱
	۵			۲	۹۵۴/۴۸	۱۸/۴۴	-	۹۵۴/۴۸	۹۵۴/۴۸	۸۵/۶۱
	۶			۳	۹۵۴/۴۸	۲۱/۶۱	-	۹۵۴/۴۸	۹۵۴/۴۸	۸۴/۲۳
	۷			۴	۹۵۴/۴۸	۲۶/۲۴	-	۹۵۴/۴۸	۹۵۸/۴۸	۸۹/۴۶
	۸		۶	۲	۹۴۱/۵۹	۴۲/۳۱	-	۹۴۱/۵۹	۹۴۱/۵۹	۹۳/۸۸
	۹			۳	۹۴۱/۵۹	۳۱/۷۸	-	۹۴۱/۵۹	۹۴۱/۵۹	۹۳/۹۵
	۱۰			۴	۹۴۱/۵۹	۵۱/۹۳	-	۹۴۱/۵۹	۹۴۱/۵۹	۹۶/۹۸
	۱۱		۵	۲	۱۳۳۴/۷۸	۹۴/۶۶	-	۱۳۳۴/۷۸	۱۳۴۶/۷۷	۱۲۰/۹۰
کوچک	۱۲			۳	۱۱۹۲/۷۷	۱۲۳/۶۵	-	۱۱۹۲/۷۷	۱۱۹۲/۷۷	۱۲۴/۳۹
	۱۳			۴	۱۱۹۲/۷۷	۱۳۰/۳۱	-	۱۱۹۲/۷۷	۱۱۹۲/۷۸	۱۲۲/۶۳
	۱۴		۵		۱۱۹۲/۷۷	۹۰/۵۰	-	۱۱۹۲/۷۷	۱۱۹۹/۷۸	۱۰۷/۶۸
	۱۵		۷	۲	۱۲۸۴/۳۸	۱۳۰/۲۱	-	۱۲۷۴/۳۸	۱۲۷۴/۳۸	۱۲۳/۲۵
	۱۶			۳	۱۱۴۸/۴۹	۱۱۲/۵۷	-	۱۱۴۸/۴۹	۱۱۴۸/۴۹	۱۰۱/۳۲
	۱۷			۴	۱۱۴۸/۴۹	۱۰۲/۱۶	-	۱۱۴۸/۴۹	۱۱۵۹/۰۴	۱۰۱/۵۷
	۱۸		۵		۱۱۴۸/۴۹	۱۶۸/۶۵	-	۱۱۴۸/۴۹	۱۱۴۸/۴۹	۱۰۲/۹۴
	۱۹		۶	۲	۱۹۳۲/۰۱	۲۳۸/۵۶	-	۱۹۳۲/۰۱	۱۹۳۲/۰۱	۱۵۷/۸۴
	۲۰			۴	۱۵۸۰/۳۳	۱۷۴/۵۸	-	۱۵۸۰/۳۳	۱۵۹۴/۷۸	۱۴۶/۸۹
	۲۱			۵	۱۵۸۰/۳۳	۱۶۹/۶۴	-	۱۵۸۰/۳۳	۱۵۹۹/۴۴	۱۴۵/۰۳
	۲۲		۷	۲	۱۸۵۸/۶۰	۳۱۸/۸۲	-	۱۸۵۸/۶۰	۱۸۶۰/۶۰	۱۴۹/۷۵
	۲۳			۳	۱۶۶۹/۹۴	۱۸۲۴/۴۷	-	۱۶۶۹/۹۴	۱۶۹۵/۱۳	۱۴۳/۳۹
	۲۴	۶	۹	۴	-	-	۱۵۰۰/۷۶	۱۵۰۰/۷۶	۱۵۱۱/۷۹	۱۳۳/۴۴
	۲۵			۵	-	-	۱۵۰۰/۷۶	۱۵۰۰/۷۶	۱۵۲۰/۳۱	۱۵۱/۸۶
	۲۶		۶	-	-	-	۱۵۰۰/۷۶	۱۵۰۰/۷۶	۱۵۰۰/۷۶	۱۳۸/۸۳
	۲۷		۱۵	۴	-	-	۹۶۲/۴۴	۹۶۴/۹۰	۹۷۵/۷۱	۱۴۶/۵۷
	۲۸			۵	-	-	۹۵۶/۵۸	۹۶۴/۴۴	۹۷۵/۶۳	۱۶۶/۸۷
	۲۹		۶	-	-	-	۹۵۶/۵۸	۹۵۶/۵۸	۹۷۶/۱۰	۱۸۵/۸۵
	۳۰		۸	۲	-	-	۲۷۷۹/۴۱	۲۷۷۹/۴۱	۲۸۳۰/۹۲	۳۰۲/۱۱
	۳۱			۴	-	-	۲۱۱۹/۲۱	۲۱۳۳/۵۰	۲۱۷۰/۷۱	۲۹۰/۱۳
	۳۲		۶	-	-	-	۱۷۸۲/۲۸	۱۷۸۲/۲۸	۱۸۲۵/۴۷	۲۹۶/۲۵
	۳۳		۲۰	۳	-	-	۳۰۹۵/۸۴	۳۱۰۲/۶۶	۳۱۴۸/۰۰	۲۶۲/۵۶
متوسط	۳۴			۵	-	-	۲۴۷۷/۳۲	۲۴۷۷/۳۲	۲۵۰۷/۲۶	۲۸۶/۰۰
	۳۵		۷	-	-	-	۱۸۴۳/۴۸	۱۸۵۳/۱۵	۱۸۸۵/۷۱	۲۴۸/۴۷
	۳۶		۲۱	۲	-	-	۴۵۵۷/۱۱	۴۵۵۷/۱۱	۴۶۰۰/۴۵	۲۴۰/۴۹
	۳۷			۵	-	-	۲۲۳۳/۵	۲۲۳۳/۵	۲۲۹۳/۰۶	۲۶۴/۲۳
	۳۸			۷	-	-	۱۹۸۸/۲۵	۲۰۰۱/۲۲	۲۰۳۰/۴۶	۳۱۶/۰۴
	۳۹			۸	-	-	۱۹۸۸/۲۵	۲۰۰۷/۶۱	۲۰۵۰/۴۳	۳۱۱/۵۶
	۴۰	۹	۲۰	۳	-	-	۲۱۱۰/۵۸	۲۱۲۱/۴۵	۲۱۴۷/۸۷	۳۵۰/۱۰
	۴۱			۵	-	-	۱۸۲۳/۸۸	۱۸۲۳/۸۸	۱۸۶۸/۶۸	۳۵۵/۸۳
	۴۲			۷	-	-	۱۷۸۶/۰۳	۱۷۸۶/۰۳	۱۸۲۴/۵۱	۳۷۵/۳۸
	۴۳		۲۶	۲	-	-	۱۳۷۲/۲۱	۱۳۷۲/۲۱	۱۳۸۰/۳۴	۳۸۴/۹۹
	۴۴			۶	-	-	۱۳۵۸/۵۴	۱۳۵۹/۹۵	۱۳۹۲/۲۴	۳۸۵/۸۸

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

۴۵			۸	-	-	۱۳۵۸/۵۴	۱۳۵۸/۵۴	۱۳۹۱/۶۷	۳۴۸/۵۳
۴۶	۱۳	۴۰	۲	-	-	۵۴۹۵/۴۵	۵۵۵۲/۵۰	۵۶۰۰/۴۸	۹۷۳/۵۱
۴۷			۵	-	-	۴۲۶۰/۲۸	۴۳۱۲/۵۸	۴۳۵۳/۲۹	۹۶۱/۴۳
۴۸			۷	-	-	۳۶۹۲/۶۱	۳۶۹۲/۶۱	۳۷۹۵/۶۰	۱۰۴۱/۹۷
۴۹		۶۰	۲	-	-	۵۷۰۲/۰۲	۵۷۰۲/۰۲	۵۸۱۳/۸۲	۱۰۱۰/۷۳
۵۰			۶	-	-	۴۵۱۱/۳۱	۴۵۳۵/۴۵	۴۶۲۱/۸۷	۱۰۴۹/۷۳
۵۱			۹	-	-	۳۹۴۶/۸۵	۳۹۵۲/۵۰	۴۰۵۱/۷۸	۱۴۰۰/۷۶
۵۲	۱۵	۶۰	۴	-	-	۲۹۴۲/۴۷	۲۹۴۲/۴۷	۳۰۳۴/۷۳	۱۵۱۱/۹۷
بزرگ ۵۳			۶	-	-	۲۹۰۴/۸۹	۲۹۰۴/۸۹	۲۹۸۶/۵۷	۱۵۴۵/۷۳
۵۴			۷	-	-	۲۸۰۶/۷۴	۲۸۰۶/۷۴	۲۹۱۰/۹۳	۱۵۹۰/۶۷
۵۵		۸۰	۳	-	-	۴۳۵۰/۳۱	۴۳۸۵/۴۵	۴۴۹۱/۷۴	۱۴۷۳/۳۳
۵۶			۵	-	-	۴۱۴۹/۳۳	۴۲۳۹/۸۰	۴۳۰۸/۱۹	۱۵۲۷/۵۵
۵۷			۸	-	-	۳۹۲۱/۱۷	۳۹۷۰/۹۵	۴۰۰۳/۲۰	۱۶۱۵/۲۹
۵۸		۹۰	۶	-	-	۲۵۰۹/۷۲	۲۵۰۹/۷۲	۲۵۸۱/۵۹	۱۵۴۰/۴۳
۵۹			۹	-	-	۲۱۹۶/۱۸	۲۱۹۶/۱۸	۲۲۶۷/۰۰	۱۹۶۳/۴۸
۶۰	۲۰	۱۱۰	۵	-	-	۶۱۰۳/۵۷	۶۲۳۳/۵۱	۶۲۸۰/۹۲	۲۵۵۶/۴۸



شکل ۲. درصد اختلاف بین مقدار شاخص (جواب بهینه یا مقدار کران پایین) و بهترین و میانگین مقادیر الگوریتم پیشنهادی برای مسایل گوناگون.

۱-۵ مساله نمونه

دانش‌آموزان باعث تشدید مقادیر این عوامل تصادفی می‌شود. این-جا، با ارایه یک شبکه نمونه، اعتبار و رفتار مدل پیشنهادی بررسی می‌شود. داده‌های مربوط به این شبکه نمونه بصورت ساختگی و ظرفیت هر خیابان به صورت $(\epsilon_{kl}^0, \theta_{kl}^0, \lambda_{kl}^0, T_{kl}^0, CA_{kl})$ بر روی آن نمایش داده شده است. هم‌چنین، تعداد دانش‌آموزان موجود در هر منطقه، ظرفیت هر منطقه برای پذیرش دانش‌آموزان، زمان آماده‌سازی مناطق برای احداث مدرسه و وزن مناطق متقاضی به-صورت (Pop_q, CC_p, PT_p, w_q) بر روی هر منطقه مشخص شده‌اند. برای نشان دادن تاثیر زمان‌های سفر وابسته به جمعیت و

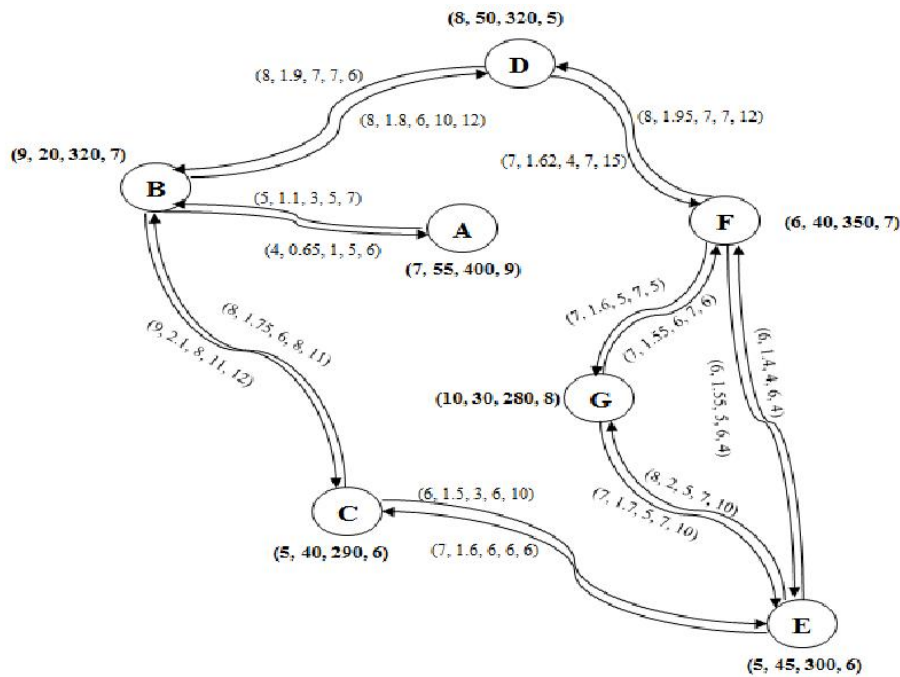
در مساله پیشنهادی، زمان‌های سفر خیابان‌ها به‌صورت یک متغیر تصادفی وابسته به برخی عوامل تصادفی فرض شده‌اند که تردد تصادفی می‌باشند تا رفتار مدل پیشنهادی بصورت دقیق نمایش داده شود. در ادامه داده‌های این شبکه نمونه معرفی می‌گردد. این شبکه شامل ۷ منطقه و ۸ خیابان دوطرفه است و مکان حداکثر ۲ مدرسه از میان ۷ منطقه نامزد هدف مورد نظر است. در شکل ۳، شبکه متناظر با این مثال نمایش داده شده است. در این شبکه، مقادیر اولیه زمان‌های سفر خیابان‌ها، مقادیر پارامترهای $\theta_{kl}^0, \lambda_{kl}^0$ و T_{kl}^0

صابر شیرینی پور

تابع هدف در حالت دوم بیشتر از حالت اول است. این تفاوت زمانی کل ناشی از تاثیر عوامل تصادفی در محاسبه زمان سفر و تاثیر تردد دانش‌آموزان روی این عوامل و متعاقبا روی زمان‌های سفر است. همچنین، محدودیت‌های ظرفیتی مدارس و خیابان‌ها برای پذیرش دانش‌آموزان نیز باعث محدود شدن فضای تصمیم‌گیری و در نتیجه افزایش مقدار تابع هدف شده‌اند. در شکل ۴، نتایج بدست آمده برای مساله نمونه برای دو حالت یادشده نمایش داده شده‌اند. در این شکل مشاهده می‌شود که چگونه زمان‌های سفر احتمالی

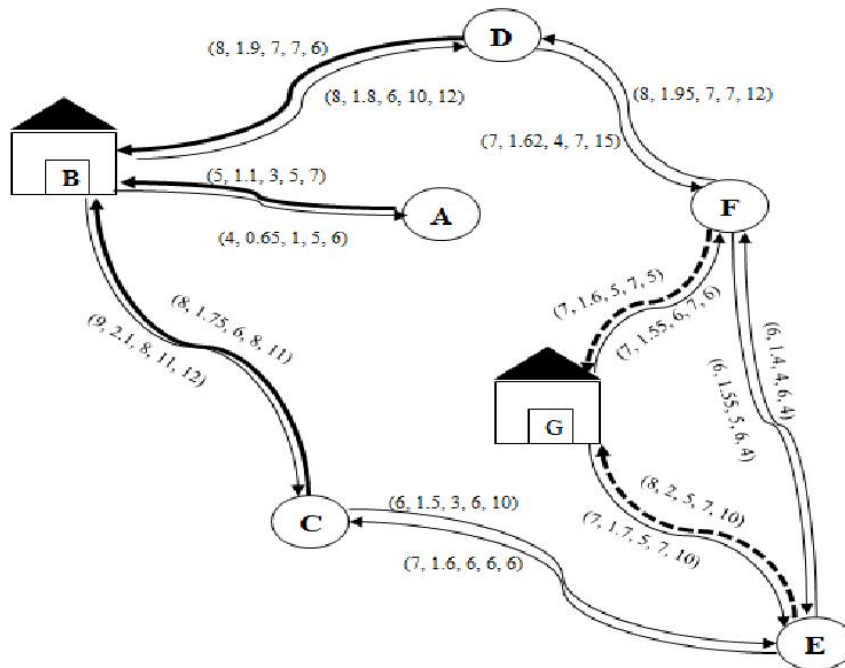
محدودیت‌های ظرفیتی مدارس و خیابان‌ها، روی تعداد و مکان مدارس انتخاب شده، تخصیص دانش‌آموزان هر منطقه به مدرسه انتخاب شده، مسیرهای سفر هر دانش‌آموز در هر منطقه و در نهایت روی زمان سفر کل، این مثال نمونه برای دو حالت بدون زمان‌های سفر وابسته به جمعیت و محدودیت ظرفیتی مدارس و خیابان‌ها و با زمان‌های سفر وابسته به جمعیت و محدودیت ظرفیتی مدارس و خیابان‌ها، با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تیرید تکاملی حل شده است.

مقدارهای تابع هدف بدست آمده برای این دو حالت، به ترتیب برابر ۲۰۰۹ و ۵۴۸۲٫۵ می‌باشند. مشاهده می‌شود که مطابق انتظار، مقدار



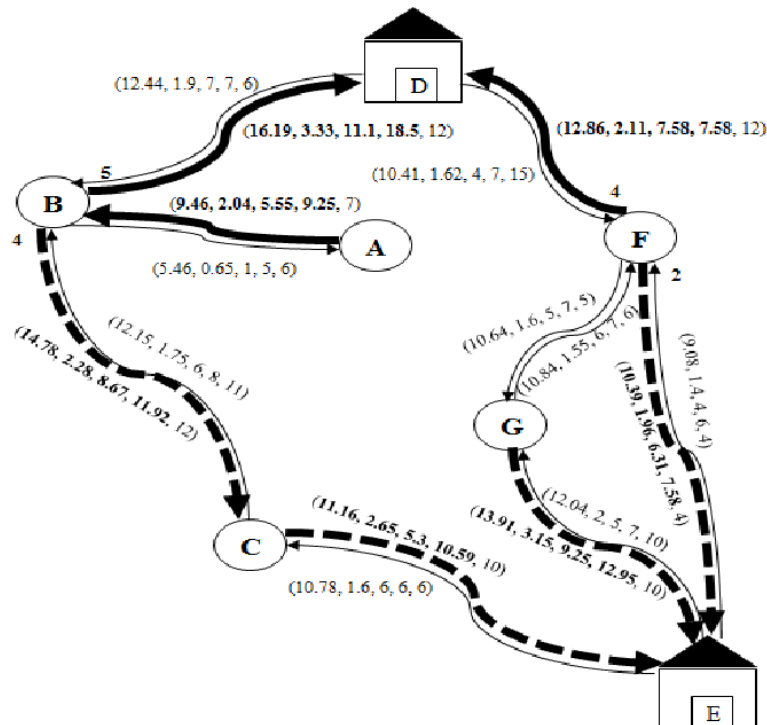
شکل ۳. شبکه مربوط به مساله نمونه.

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری



الف) بدون زمان‌های سفر احتمالی وابسته به جمعیت و محدودیت ظرفیتی مدارس و خیابان‌ها.

ب) با زمان‌های سفر احتمالی وابسته به جمعیت و محدودیت ظرفیتی مدارس و خیابان‌ها.



شکل ۴. نتایج برای دو حالت بدون زمان‌های سفر احتمالی وابسته به جمعیت و محدودیت ظرفیتی مدارس و خیابان‌ها و با زمان‌های سفر احتمالی وابسته به جمعیت و محدودیت ظرفیتی مدارس و خیابان‌ها.

۶. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مساله مکان‌یابی-تخصیص-مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری مطالعه شده است که در آن زمان سفر هر خیابان بخشی از فرایند تصمیم‌گیری به‌شمار می‌آید. با در نظر گرفتن عوامل تصادفی، یک مدل ریاضی برای این مساله ارائه شده است. در این مساله ابتدا یک تابع برای محاسبه زمان سفر وابسته به جمعیت معرفی شد و با استفاده از آن، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی صحیح-مختلط فرمول‌بندی گردید. به‌طور کلی، هدف انتخاب مکان یا مکان‌های بهینه برای احداث مدرسه، تخصیص بهینه دانش‌آموزان یا سرویس‌های مدرسه موجود در هر منطقه به این مکان‌ها و تعیین مسیر بهینه حمل و نقل دانش‌آموزان یا سرویس‌های مدرسه در هر منطقه برای رسیدن به مدرسه مربوط با در نظر گرفتن تاثیر مستقیم عوامل تصادفی و تردد دانش‌آموزان روی زمان‌های سفر احتمالی هر خیابان است به‌طوری‌که زمان انتظاری کل کمینه شود. برای حل بهینه مسایل کوچک، از نرم‌افزار LINGO استفاده شد و برای حل مسایل متوسط و بزرگ، یک الگوریتم ابتکاری شبیه‌سازی تبرید تکاملی معرفی گردید. به منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی یک مساله نمونه در نظر گرفته شد و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، مسایل نمونه متعددی آزمایش شدند و نتایج بدست آمده مورد تحلیل قرار گرفتند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که در نظر گرفتن مفاهیم زمان سفر وابسته به جمعیت و زمان سفر احتمالی وابسته به جمعیت نه تنها روی کل زمان حمل و نقل تاثیر می‌گذارند، بلکه روی نحوه تصمیم‌گیری در مورد مکان‌ها، تخصیص‌ها و مسیرها هم تاثیرگذار هستند. همچنین، نتایج بدست آمده کارایی الگوریتم پیشنهادی هم از نظر کیفیت جواب و هم از نظر زمان محاسباتی برای حل مسایل گوناگون را نشان می‌دهند. در نظر گرفتن تعداد تصادفی دانش‌آموزان در هر منطقه برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود. همچنین، بررسی دیگر

در شکل ۴ (الف) مشاهده می‌شود که وقتی زمان‌های سفر غیر احتمالی هستند و نیز وابسته به تردد دانش‌آموزان موجود روی شبکه نیستند و ظرفیت مدارس و خیابان‌ها برای پذیرش دانش‌آموزان نیز نامحدود است، مناطق B و G به‌عنوان مناطق مطلوب برای احداث مدارس انتخاب شده‌اند. در این حالت، همه‌ی دانش‌آموزان موجود در مناطق A, B, C و D به مدرسه B و همه‌ی دانش‌آموزان موجود در مناطق E, F و G به مدرسه G تنها به‌وسیله یک مسیر مطابق شکل تخصیص یافته‌اند.

در شکل ۴ (ب)، یک جواب مطلوب برای مثال پیشنهادی همراه با مقادیر بهنگام‌شده‌ی زمان‌های سفر و عوامل تصادفی نمایش داده شده‌اند. قابل توجه است که زمان سفر خیابان‌هایی که تردد دانش‌آموز روی آنها صورت نگرفته است، برابر با مقدار زمان سفر احتمالی اولیه آنهاست. در این حالت، مناطق D و E به‌عنوان مناطق مطلوب برای احداث مدارس انتخاب شده‌اند. همان‌طور که در شکل قابل مشاهده است، کل دانش‌آموزان موجود در منطقه A به‌وسیله مسیر $A - B - D$ به مدرسه D تخصیص یافته‌اند، 5 دانش‌آموز منطقه B به‌وسیله مسیر مستقیم $B - D$ به مدرسه D و بقیه از طریق مسیر $B - C - E$ به مدرسه E تخصیص یافته‌اند، کل دانش‌آموزان منطقه C به‌وسیله مسیر مستقیم $C - E$ به مدرسه E تخصیص یافته است، 4 دانش‌آموز منطقه F به‌وسیله مسیر مستقیم $F - D$ به مدرسه D و بقیه از طریق مسیر مستقیم $F - E$ به مدرسه E تخصیص یافته‌اند و سرانجام، کل دانش‌آموزان منطقه G به‌وسیله مسیر مستقیم $G - E$ به مدرسه E تخصیص یافته است. همان‌طور که در شکل ۴ (ب) مشاهده می‌شود، در این حالت به علت تردد بالای دانش‌آموزان در خیابان‌های (A, B) ، (B, C) ، (B, D) ، (C, E) ، (F, D) ، (F, E) و (G, E) ، مقادیر پارامترهای تصادفی و در نتیجه زمان‌های سفر احتمالی این خیابان‌ها افزایش می‌یابند.

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

- Fátima Machado de Souza Lima, F. M., Doro Pereira, D. S., Conceição, S. V. and Ramos Nunes, N. T. (2016) "a mixed load capacitated rural school bus routing problem with heterogeneous fleet: Algorithms for the Brazilian context", *Expert Systems With Applications*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2016.03.005>.
- Fazel Zarandi, M. H., Hemmati, A. and Davari, S. (2011) "The multi-depot capacitated location-routing problem with fuzzy travel times", *Expert Systems with Applications*, Vol. 38, pp. 10075–10084.
- Fazel Zarandi, M. H., Hemmati, A., Davari, S. and Burhan Turksen, I. (2013) "Capacitated location-routing problem with time windows under uncertainty", *Knowledge-Based Systems*, Vol. 37, pp. 480–489.
- Franceschetti, A., Demir, E., Honhon, D., Woensel, T.V., Laporte, G. and Stobbe, M. (2016) "A metaheuristic for the time-dependent pollution-routing problem", *European Journal of Operational Research*, doi: 10.1016/j.ejor.2016.11.026.
- Franceschetti, A., Honhon, D., Woensel, T. V., Bektas, T. and Laporte, G. (2013) "The time-dependent pollution-routing problem", *Transportation Research Part B*, Vol. 56, pp. 293-265.
- Gen, M. and Cheng, R. (1997) "Genetic algorithms and engineering design," New York: Wiley.
- Gen, M. and Cheng, R. (2000) "Genetic algorithms and engineering optimization", New York: Wiley.
- Haghani, A. and Jung, S. (2005) "A dynamic vehicle routing problem with time-dependent travel times", *Computers and Operations Research*, Vol. 32, pp. 2959–2986.

روش‌های ابتکاری یا فراابتکاری برای حل نمونه‌های بزرگ می‌تواند سودمند باشد.

۷. مراجع

- Ambrosino, D., Sciomachen, A. and Grazia Scutella, M. (2009) "A heuristic based on multi- exchange techniques for a regional fleet assignment location-routing problem", *Computers and Operations Research*, Vol. 36, pp. 42–60.
- Ando, N. and Taniguchi, E. (2006) "Travel time reliability in vehicle routing and scheduling with time windows", *Networks and Spatial Economics*, Vol. 6, pp. 293–311.
- Aydin, M.E. and Fogarty, T.C. (2004) "A distributed evolutionary simulated annealing algorithm for combinatorial optimization problems", *J. Heuristics*, Vol. 10, No. 3, pp. 269–92.
- Badri M.A., (1999) "Combining the analytic hierarchy process and goal programming for global facility location-allocation problem", *International Journal of Production Economics*, Vol. 62, pp. 237–248.
- Boventer, V. (1961) "The relationship between transportation costs and location rent in transportation Problems", *Journal of Regional Science*, Vol. 3, pp. 27–40.
- Camm, J. D., Magazine, M. J., Kuppusamy, S. and Martin, K. (2017) " The Demand Weighted Vehicle Routing Problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 262, No. 1, pp. 151-162. doi: 10.1016/j.ejor.2017.03.033.
- Cappanera, P., Gallo, G. and Maffioli, F. (2004) "Discrete facility location and routing of obnoxious activities", *Discrete Appl Math*, Vol. 133, pp. 3–28.
- Cooper L., (1963) "Location-allocation problems", *Operational Research*, Vol. 11, No. 3, pp. 331–343.

- routing problem with non-linear costs", *Journal of Heuristics*, Vol. 11, pp. 375–391.
- Miandoabchi E. and Farahani R. Z. (2011) "Optimizing reserve capacity of urban road networks in a discrete network design problem", *Advances in Engineering Software*, Vol. 42, No. 12, pp. 1041–50.
 - Miandoabchi, E., Daneshzand F., Szeto W.Y. and Farahani, R. Z., (2013) "Multi-objective discrete urban road network design", *Computers and Operations Research*, Vol. 40, No. 1, pp. 2429-2449.
 - Park, G., Lee, Y. and Han, J. (2014) "A two-level location-allocation problem in designing local access fiber optic networks", *Computers & Operations Research*, Vol. 51, pp. 52-63.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2014.05.005>.
 - Russell, R. A. and Urban, T. L. (2008) "Vehicle routing with soft time windows and erlang travel times", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 59, pp. 1220–8.
 - Tas, D., Dellaert, N., Woensel, T. V. and Kok, T. D. (2013) "Vehicle routing problem with stochastic travel times including soft time windows and service costs", *Computers and Operations Research*, Vol. 40, pp. 214–224.
 - Webb, M.H.J. (1968) "Cost functions in the location of depots for multiple-delivery journeys", *Operational Research Quarterly*, Vol. 19, pp. 11–320.
 - Xie, B. (2003) "Research on stochastic vehicle routing problems", Ph.D. Thesis, Xinan Jiaotong University, China.
 - Yan, S., Lin, J.R., Chen, Y. C. and Xie, F.R. (2017) "Rental bike location and allocation under stochastic demands", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 107, p. 1-11.
doi:
<http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2017.02.018>.
 - Higgins, J. C. (1972) "On the merits of simple models in distribution planning", *Int J Phys Distrib*, Vol. 2, pp. 144–148.
 - http://en.wikipedia.org/wiki/Failure_rate.
 - http://en.wikipedia.org/wiki/Poisson_distribution.
 - Jacobsen, S. K. and Madsen, O. B. G. (1980) "A comparative study of heuristics for a two-level location routing problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 5, No. 6, pp. 378–387.
 - Karp, R. (1972) "Reducibility among combinatorial problems", *Plenum*, New York, pp. 85–104.
 - Kritzing, S., Doerner, K. F., Hartl, R. F., Kiechle, G., Stadler, H. and Manohar, S. S. (2012) "Using traffic information for time-dependent vehicle routing", *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Vol. 39, pp. 217 – 229.
 - Laporte, G., Louveaux, F. and Mercure, H. (1992) "The vehicle routing problem with stochastic travel times", *Transportation Science*, Vol. 26, pp. 161–70.
 - Lawrence, R. M. and Pengilly, P. J. (1969) "The number and location of depots required for handling products for distribution to retail stores in South-East England", *Operational Research Quarterly*, Vol. 20, pp. 23–32.
 - Madsen, O. B. G. (1983) "Methods for solving combined two level location-routing problems of realistic dimensions", *European Journal of Operational Research*, Vol. 12, No. 2, pp. 295–301.
 - Maranzana, F. E. (1964) "On the location of supply points to minimise transports costs", *Operational Research Quarterly*, Vol. 15, pp. 261–270.
 - Melechovsky, J., Prins, C. and Calvo, R.W. (2005) "A metaheuristic to solve a location-

- intra-transportation system in a big company by using meta-heuristic algorithm", *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 47, No. 2, pp. 1-9.
- Zhang, T., Chaovalitwongse, W.A. and Zhang, Y. (2012) "Scatter search for the stochastic travel-time vehicle routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries", *Computers and Operations Research*, Vol. 39, pp. 2277-2290.
 - Zhao, J. and Verter, V. (2015) "A bi-objective model for the used oil location-routing problem", *Computers & Operations Research*, Vol. 62, pp. 157-168. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2014.10.016>.
 - Zanjirani-Farahani, R., Miandoabchi, E., Szeto, W.Y. and Rashidi, H. (2013) "A review of urban transportation network design problems", *European Journal of Operational Research*, Vol. 229, No. 2, pp. 281-302.
 - Zarrinpoor, N., Fallahnezhad, M. S. and Pishvaei, M. S. (2017) "Design of a reliable hierarchical location-allocation model under disruptions for health service networks: A two-stage robust approach", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 109, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2017.04.036>.
 - Zeinal Hamadani, A., Abouei Ardakan, M., Rezvan, T. and Honarmandian, M. M. (2013) "Location-allocation problem for

Probabilistic Location- Allocation-Routing Problem for Optimal Planning of Schools and Urban Transportation System

S. Shiripour, Assistant Professor, Faculty of Engineering, University of Garmsar, Garmsar, Iran.

E-mail: s_saber2004@yahoo.com

Abstract

In all educational systems, selection of appropriate locations for schools in the city and allocation of students to these schools are part of the basic decisions. Also, finding the optimal route for the transportation of students is very necessary. In order to daily presence of students in schools, the traveling population in streets increases significantly. Thus, the required time for travelling a street increases. Also, stochastic events such as accidents and traffics can affect the travel time between two regions. It is obvious that with increase in the population flow in the street, probabilities of occurrence of these events increase. In the provided model, contrary to existing models in this field, the impact of population travelling and stochastic events on the location of schools, the allocation of students to the schools and routing are considered simultaneously. Generally, the aim is to determine appropriate locations as schools locations, allocate the existing students in each region to schools and find the movement path of each student to reach its corresponding school by considering direct impact of the stochastic factors and the population flow on the probabilistic travel times so that the total expected transportation time is minimized. Here, it is assumed that schools and streets have limited capacities for accepting the population. First, a function to compute the population-dependent travel times is defined and then, considering stochastic factors, a mixed-integer nonlinear programming model is provided. To solve large problems, a hybrid algorithm incorporating genetic algorithm and simulated annealing algorithm is introduced. To validate the proposed model, a sample problem is considered and analyzed. Comparative numerical results demonstrate the potential effectiveness of the presented algorithms.

Keyword: Urban transportation network; location-allocation-routing problem; population-dependent probabilistic travel times; stochastic factors; hybrid algorithm.

مساله مکان‌یابی-تخصیص- در مسیریابی احتمالی برای برنامه ریزی بهینه مدارس و سیستم حمل و نقل شهری

صابر شیری پور، درجه کارشناسی در رشته مهندسی صنایع را در سال ۱۳۸۶ از دانشگاه علوم و فنون مازندران و درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی صنایع در سال ۱۳۸۹ را از همان دانشگاه اخذ نمود. در سال ۱۳۹۴ موفق به کسب درجه دکتری در رشته مهندسی صنایع از دانشگاه علوم و فنون مازندران گردید. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان طراحی سیستم‌های صنعتی (مکان‌یابی و استقرار تسهیلات)، لجستیک و طراحی شبکه زنجیره تامین، الگوریتم‌های فراابنکاری در بهینه‌سازی بوده و در حال حاضر عضو هیئت علمی با مرتبه استادیاری در دانشگاه گرمسار است.

