

# مدل بندی عوامل غیر قابل کنترل در اندازه گیری کارایی شرکت های برق منطقه ای ایران

رضا کاظمی متین<sup>۱</sup>، رزا عزیزی<sup>۲</sup>

۱- دانشکده علوم- دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج- کرج- ایران

rkmartin@kiaou.ac.ir

۲- دانشکده علوم- دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج- کرج- ایران

roza.azizi@kiaou.ac.ir

**چکیده:** تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) یک روش غیر پارامتریک برای اندازه‌گیری کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری است که مجموعه‌ای از ورودی‌ها را به مجموعه‌ای از خروجی‌ها تبدیل می‌کند. مدل‌های رایج DEA معمولاً برای داده‌های قابل کنترل ارائه شده‌اند و داده‌هایی که خارج از کنترل انسان و تحت تاثیر عواملی مانند عوامل محیطی هستند را بررسی نمی‌کنند. در ادبیات اخیر DEA روش‌هایی برای بررسی کارایی سیستم‌های تولید با وجود داده‌های خارج از کنترل ارائه شده است. در این مقاله به بررسی و تشریح مهمترین روش‌های موجود می‌پردازیم و از این دیدگاه عملکرد صنعت برق را به عنوان یکی از صنایع تأثیرگذار در رشد و توسعه کشور، طی سال‌های ۱۳۶۸-۱۳۸۹ بررسی می‌کنیم.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، داده‌های غیر قابل کنترل، صنعت برق

## Modeling non-discretionary factors in efficiency measurement of the Iranian regional electricity companies

Reza Kazemi Matin, Roza Azizi

**Abstract:** Data envelopment analysis (DEA) is a non-parametric approach for measuring the efficiency score of decision making units, which convert a set of inputs to a set of outputs. The conventional DEA models are presented just for discretionary data and data, which are beyond the control of human and for example, are affected by environmental factors, cannot be analyzed in these models. In the recent DEA literature, there are some methods to analyze the efficiency score of production systems with these nondiscretionary data. In this article, we will investigate some of the most influential DEA methods in modeling non-discretionary factors. The presented non-parametric approaches are then applied to the Iranian electricity industry as one of the most effective industries in country development.

**Keywords:** Data envelopment analysis, efficiency, non-discretionary data, electricity industry

تاریخ ارسال مقاله : ۱۳۹۱/۰۶/۰۱

تاریخ پذیرش مقاله : ۱۳۹۱/۰۷/۰۵

نام نویسنده‌ی مسئول : رضا کاظمی متین

نشانی نویسنده‌ی مسئول : rkmartin@kiaou.ac.ir

## ۱- مقدمه

دسترسی به بیشترین سطح تولید همواره تحت تاثیر محدودیت هایی نظیر نیروی انسانی، سرمایه، انرژی و غیره قرار داشته است. از این رو استفاده بهینه از امکانات محدود و رسیدن به بهترین سطح عملکرد در تولید، همواره مطلوب بوده است. در راستای سنجش و بهبود عملکرد سیستم ها، تعیین مقدار کارایی و نیز منابع ناکارایی از دیرباز برای مدیران و سرمایه گذاران سیستم های مختلف امر مهمی بوده است و تحقیق برای معرفی روش هایی جهت ارزیابی کارایی سیستم ها مورد توجه قرار داشته است.

یکی از مهمترین صنایع هر کشور در رشد و پیشرفت اقتصادی آن کشور صنعت برق می باشد. این صنعت نه تنها به خودی خود از اهمیت ویژه ای در رشد و توسعه کشور برخوردار است بلکه یکی از مهمترین منابع انرژی برای پیشرفت سایر صنایع کوچک و بزرگ است. از این رو بررسی عملکرد صنعت برق یکی از راه کارهای مهم در توسعه این صنعت و توسعه کشور خواهد بود.

تحلیل پوششی داده ها (DEA) <sup>۱</sup> یک روش غیر پارامتریک <sup>۲</sup> برای ارزیابی عملکرد واحدهای همگن است، واحدهایی مانند واحدهای صنعتی، تولیدی، آموزشی، خدماتی و ... که واحدهای تصمیم گیری (DMU) <sup>۳</sup> نامیده می شوند و مجموعه ای مشابه از ورودی ها <sup>۴</sup> را به مجموعه ای مشابه از خروجی ها <sup>۵</sup> تبدیل می کنند. در این روش اندازه کارایی <sup>۱</sup> نسبی، بر حسب نسبت خروجی های تولید شده به ورودی های مصرف شده نشان داده می شود. فارل [4]، برای اولین بار این روش را مطرح کرد و چارلز و همکاران [5]، با معرفی مدل CCR <sup>۶</sup> آن را بطور خاص معرفی کردند.

مطالعات بسیار زیادی در زمینه بکارگیری DEA در صنعت برق از دیدگاه های مختلفی انجام شده است. در مقاله لیو و همکاران [6] مقدار کارایی تولید برق نیروگاه های حرارتی تایوان در سال ۲۰۰۴-۲۰۰۶ با استفاده از تحلیل پوششی داده ها بررسی شده است. سوزن و همکاران [7] عملکرد ۱۵ نیروگاه حرارتی برای تولید برق در ترکیه را که از سوخت های متفاوتی استفاده می کنند با استفاده از تحلیل پوششی داده ها بررسی کرده اند. سوئیوشی و گوتو [8] بازده به مقیاس را برای نیروگاه های با سوخت زغال سنگ آمریکا اندازه گیری کردند و به این نکته که این نوع نیروگاه ها علاوه بر خروجی های مطلوب دارای خروجی های نا-مطلوب نیز هستند اشاره نمودند. ساریکا و ار [9] با استفاده از DEA عملکرد ۶۵ نیروگاه حرارتی، آبی و بادی تولید برق در ترکیه را بررسی و با هم مقایسه نمودند.

یکی از مهمترین ویژگی های روش های رایج DEA آن است که ورودی ها و خروجی ها قابل کنترل باشند ولی در واقعیت ممکن است ورودی ها و یا خروجی های سیستم ها به عوامل محیطی و یا عواملی که خارج از کنترل انسان می باشند وابسته باشند که این داده ها را داده های غیر قابل کنترل <sup>۸</sup> می نامند. برای نمونه باران یک ورودی برای ارزیابی مقدار کارایی بخش کشاورزی می باشد که تحت کنترل انسان نیست.

همانطور که گفته شد روش های کلاسیک DEA مانند روش CCR و روش <sup>۹</sup> BCC که توسط بنکر و همکاران در سال ۱۹۸۴ [10] ارائه شد، ورودی ها و خروجی های غیر قابل کنترل را در نظر نمی گیرند. بنابراین برای بررسی عملکرد سیستم هایی که داده های غیر قابل کنترل دارند با استفاده از روش های فوق، یا می بایست آن داده ها را در نظر نگرفت یا اینکه همانند داده های قابل کنترل با آنها برخورد کرد که در هر دو حالت نمی توان اطلاعات دقیقی از عملکرد سیستم ها بدست آورد. برای رفع این مشکل مدل های متفاوتی ارائه شده است.

اولین مقاله ای که بطور مستقیم وارد بحث داده های غیر قابل کنترل شده است مقاله بنکر و موری [11] است. مدل بنکر و موری [11] طوری ارائه شده است که عملکرد واحد ها را از مقایسه آنها با محیط هایی تعیین می کند که از دیدگاه عوامل غیر قابل کنترل، میتوانند محیط های سخت گیرانه تری باشند یا نباشند. همچنین بنکر و موری [12] مدل جدیدی برای ارزیابی عملکرد با شرط قابل کنترل یا غیر قابل کنترل بودن داده های قطعی ارائه کردند که در حال حاضر از پر کاربردترین مدل ها در این مورد محسوب می شود. لاول [3] و رگریو [13] مدلی را ارائه دادند که مجموعه مرجع واحد تحت بررسی را از واحدهایی با محیط سختگیرانه تر و یا حداقل محیط مشابه انتخاب می کند. تفاوت تئوریک این دو مقاله در آن است که لاول اصول پایه ای برای مدل پیشنهادی در نظر نگرفته است.

بر اساس این مباحث، ادامه مطالب مقاله به شرح زیر ارائه می شود. در بخش ۲ تعاریف ابتدایی و کاربردی از تحلیل پوششی داده ها را ارائه می کنیم. در بخش ۳ مدل های کلاسیک DEA، مناسب برای ارزیابی عملکرد را معرفی می کنیم. برخی از مدل های که توانایی بکارگیری داده های غیر قابل کنترل را دارند در بخش ۴ مورد ارزیابی قرار می گیرند. یک مطالعه موردی در زمینه محاسبه کارایی صنعت برق با استفاده از مدل های فوق و داده های قابل کنترل و غیر قابل کنترل در بخش ۵ ارائه می شود. در نهایت، نتایج بحث در بخش ۶ ارائه خواهند شد.

## ۲- مفاهیم اولیه در تحلیل پوششی داده ها [1,2]

- روش های غیر پارامتری: در مدل های غیر پارامتریک بر خلاف مدل های پارامتریک که ساختار تابع تولید را مفروض دارند، با پذیرش برخی اصول موضوعه و صرفاً از داده ها برای تعیین تابع تولید استفاده می شود. روش های غیر پارامتری دارای فرضیات کمتری نسبت به روش های پارامتری اند که خود باعث می شود کاربرد آنها گسترده تر از روش های پارامتری باشد. برای مثال، عمده روش های پارامتری تنها برای سیستم های تولید با تک خروجی کاربرد دارند و همانگونه که گفته شد در آنها باید ساختار تابع تولید از پیش مشخص باشد که محدودیت های بزرگی در مسیر گسترش کاربرد آنها ایجاد می کنند.
- ورودی: ورودی عاملی است که در طی فرایند تولید، به مصرف می رسد.

- کارایی پارتو کوپمن<sup>۴</sup>: یک واحد، کارایی قوی یا پارتو - کوپمن دارد اگر و تنها اگر بهبود هیچ ورودی و یا خروجی آن بدون بدتر شدن حداقل یکی از سایر مولفه های این واحد ممکن نباشد.

### ۳- مدل های کلاسیک DEA

برای ورود به بحث عوامل غیر قابل کنترل در DEA، نمادهای زیر را معرفی می کنیم. فرض می کنیم  $n$  واحد تصمیم گیری (DMU) داشته باشیم و  $x_{ij}$  ( $i=1, \dots, m$ ) ورودی ها و  $y_{rj}$  ( $r=1, \dots, s$ ) خروجی - های  $DMU_j$  باشند ( $j=1, \dots, n$ ).

مدل CCR یکی از مدل های پایه ای DEA است که توسط چارنز، کوپر و رودز [5]، بصورت زیر ارائه شده است و هدف آن تعیین حداکثر صرفه جویی یکنواخت در تمام مولفه های ورودی است با این فرض که سطح خروجی ها کاهش نیابند. به بیان ریاضی، بدست آوردن کمترین مقدار ضریب انقباض  $\theta$  است به گونه ای که بردار  $(\theta x_0, y_0)$  در  $T_C$  قرار داشته باشد.

$$\begin{aligned} \text{Min } \theta \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{i0} \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{r0} \quad r = 1, \dots, s \\ \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

مدل (۱) مدل ورودی گرای CCR است زیرا هدف آن بهبود کارایی  $DMU_0$  با انقباض ورودی مصرفی است از  $x_0$  به  $\theta x_0$ .  
**تعریف کارایی CCR:**  $DMU_0$  کارایی CCR است اگر و تنها اگر  $\theta^* = 1$ . در غیر اینصورت گوئیم  $DMU_0$  تحت این مدل ناکارا است.  
**تعریف مجموعه مرجع<sup>۱۰</sup>:** مجموعه مرجع  $E_0$  برای  $DMU_0$  بصورت زیر تعریف می شود که در آن مولفه  $\lambda_j^*$  زام جواب بهینه  $\lambda^*$  از مدل (۱) است.  $E_0 = \{j | \lambda_j^* > 0; j = 1, \dots, n\}$

بنکر، چارنز و کوپر در سال ۱۹۸۴ [10] مدل ورودی گرای BCC را برای سیستم های تولید تحت بازده به مقیاس متغیر بصورت مدل (۲) ارائه دادند:

$$\begin{aligned} \text{Min } \theta \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{i0} \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{r0} \quad r = 1, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

- خروجی: خروجی عاملی است که در طی فرایند تولید، به وجود می آید.
- داده های قابل کنترل: داده های قابل کنترل داده هایی هستند که تحت کنترل تصمیم گیرنده سیستم های تولید هستند و به عوامل محیطی وابسته نمی باشند.
- داده های غیر قابل کنترل: داده های غیر قابل کنترل داده هایی هستند که خارج از کنترل تصمیم گیرنده سیستم های تولید هستند و به عوامل محیطی وابسته می باشند.
- کارایی: کارایی یک DMU در فرم ساده، همان نسبت خروجی به ورودی است.

ورودی/خروجی = کارایی

- بازده به مقیاس<sup>۱۱</sup>: بازده به مقیاس منعکس کننده نسبت تغییر در خروجی به ازای تغییر در میزان مصرف ورودی هاست. تعیین نوع ارتباط بین تغییرات ورودی ها و خروجی ها می تواند در ارزیابی DMU ها موثر باشد. در تحلیل پوششی داده ها نیز با استفاده از روش هایی می توان نوع بازده به مقیاس واحدهای کارای تحت بررسی را تعیین کرد. از این دیدگاه واحدهای تصمیم گیری کارا را می توان به سه دسته عمده تفکیک نمود: بازده به مقیاس ثابت<sup>۱۱</sup> (CRS)، افزایشی (IRS) و کاهش (DRS)، که برای اجتناب از اطاله بحث از ذکر جزئیات در این جا صرف نظر می شود (رجوع شود به [2]).

- مجموعه امکان تولید<sup>۱۲</sup> (PPS): مجموعه امکان تولید همان مجموعه ورودی ها و خروجی های قابل تولید بر حسب تکنولوژی معین است. معمولاً فرض می شود که ورودی ها و خروجی ها نا منفی باشند و حداقل یک مقدار مثبت بین ورودی ها و خروجی ها وجود داشته باشد. این مجموعه را با  $T$  نمایش می دهیم و اگر یک DMU روی مرز این مجموعه امکان تولید قرار داشته باشد آنگاه گوئیم در این تکنولوژی نسبت به سایر واحدهای موجود کارا است.

با در نظر گرفتن مشاهدات اولیه به فرم  $(x_j, y_j) \in \mathcal{R}_+^{m+s}$  برای  $j = 1, \dots, n$ ، مجموعه امکان تولید با بازده به مقیاس ثابت که با  $T_C$  نشان داده می شود به شکل زیر قابل بیان است:

$$T_C = \left\{ (x, y) \mid x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \quad \& \quad y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \quad \& \quad \lambda_j \geq 0; j=1, \dots, n \right\}$$

مجموعه امکان تولید با بازده به مقیاس متغیر<sup>۱۳</sup> (VRS) نیز که با  $T_V$  نشان داده می شود مجموعه ایست به بیان زیر:

$$T_V = \left\{ (x, y) \mid x \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \quad \& \quad y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \quad \& \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \& \quad \lambda_j \geq 0; j=1, \dots, n \right\}$$

#### ۴- مدل‌های DEA مرتبط با داده‌های غیر قابل

##### کنترل

همانطور که گفته شد در مسائل واقعی موارد متعددی از کاربردهای تحلیل پوششی داده‌ها را میتوان نام برد که در آن برخی مولفه‌های ورودی/خروجی آنها تحت کنترل مدیر سیستم نمی‌باشند. در این موارد کاربرد مستقیم مدل‌های کلاسیک نظیر (۱) یا (۲) منطقی به نظر نمی‌رسد. ادامه بحث ارزیابی عملکرد در این سیستم‌ها برای پاسخ به پرسش ساده زیر شکل می‌گیرد: "چگونه می‌توان مولفه‌های قابل کنترل را بهبود بخشید ولی مولفه‌های غیر قابل کنترل را ثابت نگه داشت".

این بخش مدل‌هایی را معرفی می‌کند که توانایی بکارگیری داده‌های غیر قابل کنترل را برای پاسخ به این سوال دارند. برای ساده‌سازی و بدون از دست دادن کلیت، همه مدل‌های این بخش ورودی‌گرا و بدون خروجی‌های غیر قابل کنترل ارائه می‌شوند.

قابل ذکر است که در مدل‌های این بخش  $x_{ij}$  ( $i=1, \dots, m$ ) و ورودی‌های قابل کنترل  $z_{pj}$  ( $p=1, \dots, q$ ) و  $DMU_j$  می‌باشند ( $j=1, \dots, n$ ).

بنکر و موری در سال ۱۹۸۶ [11] بیان کردند که برخی عوامل تاثیرگذار در عملکرد سیستم‌ها خارج از کنترل انسان می‌باشد. آن‌ها مدل (۳) را برای تکنولوژی بازده به مقیاس متغیر جهت در نظر گرفتن ورودی‌های غیر قابل کنترل ارائه داده‌اند. مدل فوق طوری طراحی شده است که ورودی‌های غیر قابل کنترل را بدون تغییر باقی می‌گذارد و بیشترین کاهش ممکن را برای ورودی‌های قابل کنترل در نظر می‌گیرد.

$$BM_{VRS} = \text{Min } \theta$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{pj} \leq z_{po} \quad p = 1, \dots, q$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

سیرجانن [14] برخی مدل‌های کاربردی برای داده‌های غیر قابل کنترل را تحت تکنولوژی با بازده به مقیاس ثابت و متغیر بصورت پایه‌ای و با ارائه اصول موضوعه آن‌ها، بررسی کرد و مدل BM تحت بازده به مقیاس ثابت را بصورت مدل (۴) معرفی کرد. (علاقه مندان می‌توانند برای آشنایی با اصول موضوعه مدل‌ها به مقاله فوق رجوع کنند).

$$BM_{CRS} = \text{Min } \theta$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{pj} \leq z_{po} \quad p = 1, \dots, q \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

رگریو [13] اعلام کرد اگر چه مدل بنکر و موری [11] اندازه‌کارایی را با برداشتن تأثیر مقادیر غیر قابل کنترل بر آن بطور دقیقتر تخمین می‌زند اما مجموعه مرجع را برای واحدهای تحت بررسی به‌اندازه کافی محدود نمی‌کند. پس نمی‌تواند اهمیت متغیرهای محیطی را بر روی تولید منعکس کند. در نتیجه، یک واحد کارای با شرایط سخت ممکن است ناکارآمد شود چون با واحدهایی مقایسه می‌شود که در شرایط بسیار مطلوب‌تر از آن قرار گرفته‌اند. رگریو پیشنهاد داد که مجموعه مرجع واحد تحت بررسی باید شامل واحدهایی باشد که در یک محیط مشابه یا سختگیرانه‌تر عمل می‌کنند. به همین دلیل محدودیت زیر را در مدل پیشنهادیش گنجانند.

$$\lambda_j \geq 0, \forall j \in \{j | z_j \leq z_o\}$$

$$\lambda_j = 0, \forall j \notin \{j | z_j \leq z_o\}$$

با این محدودیت مضارب  $\lambda_j$  برای واحدهایی که از دیدگاه عوامل غیر قابل کنترل، در محیطی مساعدتر از واحد تحت بررسی فعالیت می‌کنند برابر با صفر در نظر گرفته شده است یعنی این واحدها نمی‌توانند عضوی از مجموعه مرجع باشند و در مقابل، مضارب  $\lambda_j$  برای واحدهایی که از این دیدگاه در محیط مشابه یا سخت‌گیرانه‌تری از واحد تحت بررسی فعالیت می‌کنند بزرگتر یا مساوی صفر در نظر گرفته شده است. این انتخاب بدان معنی است که مجموعه مرجع واحد تحت بررسی تنها می‌تواند شامل این واحدها باشد. رگریو [13] با توجه به توضیحات گفته شده مدل غیرخطی زیر را برای تکنولوژی با بازده به مقیاس متغیر ارائه داد:

$$LR_{VRS} = \text{Min } \theta$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

$$\lambda_j \geq 0, \forall j \in \{j | z_j \leq z_o\}$$

$$\lambda_j = 0, \forall j \notin \{j | z_j \leq z_o\}$$

مدل فوق به علت شباهت با مدل لاؤل [3]، به مدل لاؤل-رگریو معروف است.  
مدل (۵) تحت بازده به مقیاس ثابت بصورت زیر نشان داده شده است:

$$LR_{CRS} = Min \theta$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \quad (6)$$

$$\lambda_j \geq 0, \forall j \in \{j | z_j \leq z_o\}$$

$$\lambda_j = 0, \forall j \notin \{j | z_j \leq z_o\}$$

با مراجعه مجدد به پیشینه بحث ذکر می کنیم که بنکر و موری در سال ۱۹۸۶ [12] مدل زیر را برای بررسی متغیرهای قطعی که می توانند قابل کنترل یا غیر قابل کنترل باشند، تحت تکنولوژی با بازده به مقیاس ثابت ارائه دادند که بعدها به نام مدل اصلی بنکر و موری برای بکار بردن داده های غیر قابل کنترل شناخته شد. در این مدل ایده آن است که واحد تحت بررسی باید با واحدهای مقایسه شود که بطور متوسط عملکرد مشابهی با واحد تحت بررسی دارند.

$$BM + CRS = Min \theta$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{pj} \leq z_{po} \sum_{j=1}^n \lambda_j \quad p = 1, \dots, q \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad r = 1, \dots, s$$

تفاوت این مدل با مدل (۴) در آن است که مضارب برای ورودی-های غیر قابل کنترل بوسیله عبارت  $\sum_{j=1}^n \lambda_j$  مقیاس می شوند. یعنی مجموع آن ها برای ورودی های غیر قابل کنترل برابر با یک در نظر گرفته می شود. به بیان ریاضی:

$$\lambda'_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_j} \quad j = 1, \dots, n, \quad \sum_{j=1}^n \lambda'_j z_{pj} \leq z_{po} \quad p = 1, \dots, q$$

که برای حفظ خطی بودن مدل، محدودیت فوق بصورت زیر ارائه شده است:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{pj} \leq z_{po} \sum_{j=1}^n \lambda_j \quad p = 1, \dots, q$$

در مجموع، هر دو مدل (۶) و (۷)، واحد تحت بررسی را با واحدهایی که در محیط های ساده تری قرار دارند، مورد مقایسه قرار نمی دهند. البته با این تفاوت که مدل لاؤل - رگریو برخلاف مدل اصلی بنکر و موری (۷) که از مقیاس نمودن استفاده می کند، از یک راه مستقیم برای اصلاح مدل های رایج جهت بکارگیری داده های غیر قابل کنترل استفاده می کند.

## ۵- مطالعه موردی

در این بخش کارایی صنعت برق را با استفاده از ورودی ها و خروجی های تعیین شده زیر در سال های ۸۹-۶۸ بررسی می کنیم. کل صنعت برق را در طی هر یک از این سال ها، یک واحد تصمیم گیری در نظر گرفته ایم. بر مبنای اطلاعات قابل دسترس، مولفه های ورودی/خروجی انتخابی عبارتند از:

- ورودی قابل کنترل: میزان سوخت مصرفی نیروگاه های کشور
- ورودی غیر قابل کنترل: ظرفیت عملی نیروگاه های کشور
- خروجی قابل کنترل: تولید ناویژه انرژی برق

می دانیم که ظرفیت عملی نیروگاه های کشور بیشترین توان قابل تولید مولد در محل نصب با در نظر گرفتن شرایط محیطی (ارتفاع از سطح دریا، دمای محیط و رطوبت نسبی) است. پس خارج از کنترل انسان است. به همین دلیل آن را ورودی غیر قابل کنترل در نظر می گیریم.

ورودی و خروجی های فوق در جدول شماره ۱ ارائه شده اند که این داده ها در سایت آمار صنعت برق <http://amar.tavanir.org.ir> قابل دسترس می باشند.

جدول (۱): داده های ۲۲ واحد در صنعت برق

سال	ارزش حرارتی سوخت های مصرفی (میلیون کیلو کالری)	ظرفیت عملی نیروگاه های کشور (مگاوات)	تولید ناویژه انرژی برق (میلیون کیلووات ساعت)
۱۳۶۸	۱۱۳۴۸۳	۱۳۶۳۴	۴۸۷۲۵
۱۳۶۹	۱۳۵۹۵۱	۱۳۷۶۲	۵۴۸۹۶
۱۳۷۰	۱۴۴۹۶۴	۱۳۸۲۵	۵۹۷۱۰
۱۳۷۱	۱۵۰۷۱۸	۱۵۰۲۹	۶۳۹۸۲
۱۳۷۲	۱۷۱۳۹۸	۱۶۹۲۱	۷۱۳۳۵
۱۳۷۳	۱۸۲۸۶۶	۱۹۳۲۶	۷۷۰۸۶
۱۳۷۴	۱۹۴۵۷۷	۲۰۷۵۸	۸۰۰۴۴
۱۳۷۵	۲۰۵۷۳۷	۲۱۲۱۰	۸۵۸۲۵
۱۳۷۶	۲۲۴۱۲۸	۲۲۱۴۱	۹۲۳۱۰
۱۳۷۷	۲۳۲۶۷۷	۲۳۰۵۰	۹۷۸۶۲
۱۳۷۸	۲۴۸۱۷۹	۲۳۹۹۰	۱۰۷۲۰۷
۱۳۷۹	۲۷۸۱۰۲	۲۴۹۸۷	۱۱۸۴۴۱

۰/۹۲۹۳۴	۰/۹۲۹۳۴	۰/۹۳۳۴۰۵	۱۳۸۸
۰/۹۵۰۶۰۲	۰/۹۵۰۶۰۲	۰/۹۵۰۶۰۲	۱۳۸۹

همانطور که مشاهده می‌شود، مدل CCR دو سال ۸۲ و ۸۳ را بعنوان کاراترین واحدها تعیین می‌کند و ناکارا ترین سال را سال ۶۹ اعلام کرده و به غیر از شش واحد با مقدار کارایی‌های بین ۰/۸۵ تا ۰/۹۰ مقدار کارایی سایر واحدها را بالای ۰/۹۰ تعیین کرده است. این مقدار کارایی‌ها به این معنی است که اگر ورودی‌های یک واحد تحت بررسی را با استفاده از یک ضریب انقباضی که همان مقدار کارایی آن است کاهش دهیم، واحد تحت بررسی با ورودی بدست آمده جدید و خروجی سابقش امکان پذیر خواهد بود.

برای مثال برای سال ۱۳۶۹ داریم:

$$\theta_{69} = 0/87$$

$$x_1 = 135951, x_2 = 13762, y = 54896$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 118277 \\ x_2 &= 11972 \end{aligned} \right\} \text{ورودی‌های بهینه}$$

یعنی  $(x_1 = 118277, x_2 = 11972, y = 54896)$  بعنوان

مقدار بهینه ورودی‌های مصرفی و خروجی تولیدی سال ۶۸ در مقایسه با سایر سال‌ها در نظر گرفته می‌شود. همانطور که دیده می‌شود مدل CCR با کاهش هر دو ورودی مقدار کارایی نسبی واحد تحت بررسی را تعیین می‌کند.

در ستون سوم جدول ۲ کارایی‌های سال‌های ۸۹-۶۸ بدست آمده از مدل  $BM + CRS$  را مشاهده می‌نمایید. این مدل دو سال ۶۸ و ۸۲ را بعنوان کاراترین سال‌ها معرفی می‌کند. در مدل  $BM + CRS$  با توجه به اینکه ضریب انقباضی فقط برای ورودی قابل کنترل در نظر گرفته شده است، سایر داده‌ها در مقدار بهینه ثابت می‌مانند. بعنوان مثال برای سال ۱۳۶۹ داریم:

$$\theta_{69} = 0/938$$

$$x_1 = 135951, x_2 = 13762, y = 54896$$

$$x_1 = 127522 \text{ ورودی قابل کنترل بهینه}$$

یعنی  $(x_1 = 127522, x_2 = 13762, y = 54896)$  بعنوان

مقدار بهینه ورودی‌های مصرفی و خروجی تولیدی سال ۶۹ در مقایسه با سایر سال‌ها با استفاده از مدل  $BM + CRS$  می‌باشد.

مدل لاول-رگریو سال‌های ۶۸، ۷۸، ۸۱ و ۸۲ را بعنوان سال‌های کارا معرفی می‌کند. همانطور که مشاهده می‌شود سال‌های ۷۸ و ۸۱ در مدل  $BM + CRS$  بترتیب مقدار کارایی ۰/۹۴ و ۰/۹۸ را دارند. همچنین داده‌های جدول ۲ نشان می‌دهد که مدل  $LR_{CRS}$  برای همه واحدها مقدار کارایی بیشتری نسبت به مدل  $BM + CRS$  تخمین می‌زند. این

۱۳۷۱۶۹	۲۶۴۹۶	۲۹۵۱۱۴	۱۳۸۰
۱۳۷۸۱۴	۲۸۸۶۱.۱	۳۰۴۰۶۷	۱۳۸۱
۱۴۹۶۷۶	۳۱۲۹۴	۳۲۰۶۶۲	۱۳۸۲
۱۶۲۸۷۱	۳۳۸۰۲	۳۵۸۷۲۴	۱۳۸۳
۱۷۸۰۷۲	۳۷۲۳۹	۳۹۰۱۱۱	۱۳۸۴
۱۹۲۵۳۴	۴۰۹۸۴	۴۲۲۹۹۲	۱۳۸۵
۲۰۳۹۸۱	۴۴۵۸۲	۴۴۶۰۵۹	۱۳۸۶
۲۱۴۲۸۰	۴۷۵۹۰	۴۹۹۹۰۲	۱۳۸۷
۲۲۱۳۱۴	۴۹۵۱۵	۵۱۰۲۴۲	۱۳۸۸
۲۳۲۹۹۴	۵۴۰۷۰	۵۲۵۰۹۹	۱۳۸۹

داده‌های بدست آمده از اجرای مدل CCR بافرض اینکه میزان

سوخت مصرفی نیروگاه‌های کشور و ظرفیت عملی نیروگاه‌های کشور هر دو ورودی‌های قابل کنترل باشند در ستون دوم و داده‌های بدست آمده از دو مدل  $BM + CRS$  و  $LR_{CRS}$  در دو ستون آخر جدول شماره ۲ ارائه شده اند که نشان‌دهنده عملکرد وزارت نیرو در صنعت برق در سال‌های ۸۹-۶۸ می‌باشد.

جدول (۱): کارایی‌های بدست آمده

سال	مدل CCR	مدل $BM + CRS$	مدل $LR_{CRS}$
۱۳۶۸	۰/۹۱۹۸۴۹	۱	۱
۱۳۶۹	۰/۸۶۵۰۷۵	۰/۹۳۸۸	۰/۹۴۰۴۵۳۳
۱۳۷۰	۰/۸۹۸۱۴	۰/۹۵۶۶۹۹	۰/۹۵۹۳۲۵
۱۳۷۱	۰/۹۰۹۴۶۹	۰/۹۷۲۱۹۱	۰/۹۸۸۷۱۶
۱۳۷۲	۰/۸۹۱۶۴۶	۰/۹۳۷۲۸	۰/۹۶۹۳۳۹
۱۳۷۳	۰/۹۰۳۱۰۴	۰/۹۳۵۰۸	۰/۹۸۱۷۹۷
۱۳۷۴	۰/۸۸۱۳۱۸	۰/۹۰۶۳۷۵	۰/۹۵۸۱۱۲
۱۳۷۵	۰/۸۹۳۷۱	۰/۹۱۷۲۵۲	۰/۹۷۱۵۸۴
۱۳۷۶	۰/۸۸۲۳۶۴	۰/۹۰۲۳۰۸	۰/۹۵۹۲۵
۱۳۷۷	۰/۹۰۱۰۶۵	۰/۹۱۸۴۷۹	۰/۹۷۹۵۷۹
۱۳۷۸	۰/۹۳۳۴۷۳	۰/۹۴۰۵۰۹	۱
۱۳۷۹	۰/۹۸۲۷۵۴	۰/۹۲۴۵۹۳	۰/۹۸۵۹۱۶
۱۳۸۰	۰/۹۹۶۰۹۲	۰/۹۳۱۸۹۲	۰/۹۹۷۵۴۷
۱۳۸۱	۰/۹۹۲۵۵۱	۰/۹۷۵۱۸۳	۱
۱۳۸۲	۱	۱	۱
۱۳۸۳	۱	۰/۹۷۲۶۹۹	۰/۹۷۲۶۹۹
۱۳۸۴	۰/۹۹۵۱۶	۰/۹۷۷۹۱۹	۰/۹۷۷۹۱۹
۱۳۸۵	۰/۹۸۰۷۳	۰/۹۷۵۱۴۸	۰/۹۷۵۱۴۸
۱۳۸۶	۰/۹۷۹۶۹۹	۰/۹۷۹۶۹۹	۰/۹۷۹۶۹۹
۱۳۸۷	۰/۹۳۶۵۰۸	۰/۹۱۸۳۱۶	۰/۹۱۸۳۱۶

- Envelopment Analysis”, *Management Science*, Vol. 30, pp. 1078-1092, 1984.
- [11] Banker, RD., Morey, RC., “Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs”, *Operations Research*, Vol. 34, No. 4, pp. 513-521, 1986.
- [12] Banker, RD., Morey, RC., “The use of categorical variables in data envelopment analysis”, *Management Science*, Vol. 32, No. 12, pp. 1613-1627, 1986.
- [13] Ruggiero, J., “On the measurement of technical efficiency in the public sector”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 90, pp. 553-565, 1996.
- [14] Syrjanen, MJ., “Non-discretionary and discretionary factors and scale in data envelopment analysis”, *European journal of operational research*, Vol. 158, pp. 20-33, 2004.

مدل نیز ضریب انقباضی را فقط برای ورودی‌های قابل کنترل دارد. پس برای سال ۱۳۶۹ داریم:

$$\theta_{69} = 0.94$$

$$x_1 = 135951, x_2 = 13762, y = 54896$$

$$x_1 = 127793 \quad \text{ورودی قابل کنترل بهینه}$$

یعنی مدل  $LR_{CRS}$  مقدار بهینه ورودی‌های مصرفی و خروجی تولیدی سال ۶۹ را بصورت زیر در مقایسه با سایر سال‌ها ارائه می‌دهد.

$$(x_1 = 127793, x_2 = 13762, y = 54896)$$

## زیرنویس‌ها

- <sup>1</sup> Data envelopment analysis
- <sup>2</sup> Non-parametric
- <sup>3</sup> Decision making units
- <sup>4</sup> Inputs
- <sup>5</sup> Outputs
- <sup>6</sup> Efficiency
- <sup>7</sup> Charnes, Cooper, Rhodes
- <sup>8</sup> Non-controllable (Non-discretionary)
- <sup>9</sup> Banker, Charnes, Cooper
- <sup>10</sup> Returns to scale
- <sup>11</sup> Constant returns to scale
- <sup>12</sup> Production possibility set
- <sup>13</sup> Variable returns to scale
- <sup>14</sup> Pareto-Koopmans efficiency
- <sup>15</sup> Reference set

## ۶- نتیجه

در سال‌های اخیر مدل‌های متعددی برای بکار بردن داده‌های غیر قابل کنترل ارائه شده است. از جمله این مدل‌ها می‌توان مدل بنکر و موری [12] و مدل لاول-رگریو [13] را نام برد که در این مقاله به آن‌ها اشاره و در مورد آن‌ها بحث شد. همچنین با توجه به اینکه صنعت برق از مهمترین صنایع هر کشور در پیشرفت آن کشور است، کارایی صنعت برق کشور را در سال‌های ۶۸-۸۹ با استفاده از مدل‌های فوق و داده‌های معین بررسی کردیم.

## مراجع

- [۱] عزیزی، رزا، ارزیابی عملکرد سیستم‌های تولید با پردازش سری و موازی: DEA با ساختار شبکه، کارشناسی ارشد، ۱۱۱، ۱۳۸۸.
- [2] Cooper, WW., Seiford, LM., Tone, k., “Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software”, second edition *Springer-Verlag New York, Inc, 2006*.
- [3] Lovell, CAK., “Linear programming approaches to the measurement and analysis of productive efficiency”, *TOP* 2, 175-248, 1994.
- [4] Farrell, MJ., “The Measurement of Productive Efficiency”, *Journal of Royal Statistical Society*, Vol. 120, No. 3, pp. 253-281, 1957.
- [5] Charnes, A., Cooper, WW., Rhodes, E., “Measuring the efficiency of decision making units”, *European journal of operational research*, Vol. 2, No. 4, pp. 429 - 444, 1978.
- [6] Liu, CH., Lin, SJ., Lewis, C., “Evaluation of thermal power plant operational performance in Taiwan by data envelopment analysis”, *Energy policy*, Vol. 28, No. 2, pp. 1049-1058, 2009.
- [7] Sozen, A., Alp, I., Ozdemir, A., “Evaluation of thermal power plant operational performance in Taiwan by data envelopment analysis”, *Energy policy*, Vol. 38, No. 10, pp. 6194-6203, 2010.
- [8] Sueyoshi, T., Goto, M., “Returns to scale vs. damages to scale in data envelopment analysis: An impact of U.S. clean air act on coal-fired power plants”, *Omega*, In Press, Corrected Proof, Available online 14 February 2012.
- [9] Sarica, K., Or, I., “Efficiency assessment of Turkish power plants using data envelopment analysis”, *Energy*, Vol. 32, No. 8, pp. 1484-1499, 2007.
- [10] Banker, RD., Charnes, A., Cooper, WW., “Models for Estimation of Technical and Scale Inefficiencies in Data