

# بررسی احتمال خطای پروتکل دیکد- تقویت- ارسال با انتخاب بهترین و $n$ امین بهترین رله در شبکه‌های همیار با رله‌های موازی

احسان الفت و علی الفت

توان، امکان‌پذیر نمی‌باشد.

مخابرات همیار یکی از روش‌های نوینی است که برای حل این مشکل ارائه شده که کاربرها با همیاری و با به اشتراک گذاشتن آنتن‌های خود، یک آرایه آنتنی مجازی تشکیل می‌دهند و از مزایای دایورسیتی فضایی که به طور ذاتی در این سیستم‌ها وجود دارد، بهره می‌گیرند. همکاری توسط رله برای رسیدن به دایورسیتی ارسال در شبکه‌های بی‌سیم اخیراً معرفی شده است. ایده اصلی این است که وقتی ارسال اطلاعات از منبع (S) به مقصد (D) با شرایط نامساعد کانال مواجه می‌شود، رله (R) می‌تواند با شنود آرسالی که توسط S صورت می‌گیرد و سپس ارسال مجدد آن به D مورد استفاده قرار گیرد. سپس D می‌تواند آنچه را که توسط S و R دریافت کرده با یکدیگر ترکیب نماید. یافتن ظرفیت شبکه با سه گره این چینی که شامل S، R و D می‌باشد هنوز یک مسئله باز است و بنابراین هنوز بهترین مد همیاری به صورت کلی ناشناخته است. رله‌ها توسط دو طرح مشهور به ارسال منبع کمک می‌رسانند: تقویت و ارسال (AF) و دیکد و ارسال (DF) [۱]. در AF، رله‌ها تنها سیگنال دریافتی از منبع را تقویت و آن را به مقصد ارسال می‌نمایند. طرح DF خود به دو دسته دیکد و ارسال ثابت (FDF) و دیکد و ارسال وفقی (ADF) تقسیم می‌گردد [۱]. در FDF رله‌ها بدون در نظر گرفتن این که آیا سیگنال دریافتی از منبع را به صورت صحیح دیکد یا آشکارسازی نموده‌اند یا خیر، به ارسال مجدد سیگنال مبادرت می‌ورزند در حالی که در ADF رله‌ها تنها زمانی که یک شرط از پیش تعیین شده ارضا شود (مثلاً این شرط می‌تواند این باشد که SNR لینک منبع و آن رله از یک سطح آستانه از پیش تعیین شده بیشتر باشد)، به ارسال مجدد سیگنال می‌پردازند و در غیر این صورت خاموش باقی می‌مانند [۱] تا [۳].

کارهای بسیار زیادی در رابطه با طرح‌های مرسوم AF و DF انجام شده [۳] تا [۱] اما در رابطه با طرح دیکد- تقویت- ارسال هایبرید (HDAF)، مقالات زیادی در ادبیات مخابرات همیار به چشم نمی‌خورد. در واقع، طرح HDAF یک پروتکل جدید است که در [۴] و [۵] معرفی شده و می‌تواند مزیت‌های AF و DF را با یکدیگر ترکیب نماید و به بهبود کارایی منجر شود. در [۶] نویسندگان طرح دیکد- تقویت- ارسال هایبرید (HDAF) را برای سیستم‌های همیار با چندین رله موازی مورد بررسی قرار داده‌اند و حدود بالا و پایین محکمی را برای احتمال خطا و احتمال خاموشی این سیستم محاسبه نموده‌اند.

در بعضی از مواقع، ممکن است که بهترین رله به علت بعضی مسایل مربوط به زمان‌بندی یا میزان‌نمودن بار، در دسترس نباشد. در این مواقع، تصمیم‌گیری می‌تواند به گونه‌ای باشد که دومین بهترین رله و یا به صورت کلی‌تر  $n$  امین بهترین رله برای ارسال کردن اطلاعات مورد استفاده قرار گیرد. دلیل دیگری که می‌توان برای اهمیت اندازه‌گیری کارایی روش انتخاب  $n$  امین بهترین رله بیان نمود، زمانی می‌باشد که ممکن است مقصد در انتخاب بهترین رله دچار اشتباه شود [۷] و [۸]. در

چکیده: دایورسیتی فضایی یکی از مؤثرترین روش‌های موجود برای مقابله با پدیده محوشدگی در کانال‌های مخابراتی بی‌سیم می‌باشد که از طریق ایجاد آرایه‌های آنتنی قابل حصول است. در این مقاله به بررسی پروتکل دیکد- تقویت- ارسال با انتخاب بهترین رله (HDAF-S) بر روی سیستم همیار با دایورسیتی با چندین رله موازی بر روی کانال‌های مستقل ولی با توزیع غیر یکسان پرداخته و کران‌های بالا و پایین بسیار محکمی را برای احتمال خطای بیت این طرح به دست آورده و نشان می‌دهیم که احتمال خطای بیت این طرح از تقویت- ارسال (AF) بهتر عمل نموده ولی نمی‌تواند از دیکد- ارسال (DF) بهتر عمل نماید. سپس به بررسی عملکرد مجانبی این طرح در سیگنال به نویزهای بالا پرداخته و نشان می‌دهیم که این طرح دارای مرتبه دایورسیتی کامل می‌باشد. بعد از آن به احتمال خطای بیت HDAF با انتخاب  $n$  امین بهترین رله (HDAF-nS) روی کانال‌های مستقل و با توزیع احتمال یکسان پرداخته و کران‌های بالا و پایین بسیار محکمی را نیز برای این طرح به دست آورده و همچنین رفتار مجانبی آنها بررسی می‌نماییم و نشان می‌دهیم که این طرح دارای مرتبه دایورسیتی کامل نمی‌باشد و همچنین در این طرح با افزایش  $m$  مرتبه دایورسیتی کاهش می‌یابد. برای هر طرح مورد بحث، نتایج عددی و شبیه‌سازی فراهم آمده تا مقایسه جامعی از این طرح‌ها با طرح‌های مرسوم در ادبیات مخابرات همیار به عمل آید.

کلید واژه: احتمال خطای بیت، دایورسیتی، رله، مخابرات همیار.

## ۱- مقدمه

در سیستم‌های مخابراتی بی‌سیم، متغیربودن میزان تضعیف کانال‌ها باعث به وجود آمدن پدیده محوشدگی کانال می‌شود که این امر موجب کاهش شدید کارایی سیستم می‌گردد. ایجاد دایورسیتی از روش‌های معمول و مؤثر برای مقابله با این پدیده می‌باشد. دایورسیتی به مفهوم ارسال تکراری اطلاعات روی کانال‌هایی است که دچار پدیده محوشدگی مستقل از یکدیگر بوده و می‌تواند به صورت زمانی، فرکانسی و فضایی باشد. استفاده از دایورسیتی زمانی و فرکانسی به ترتیب مستلزم سریع‌بودن و گزینشی‌بودن فرکانسی پدیده محوشدگی کانال می‌باشد. روش معمول برای به دست آوردن دایورسیتی فضایی، استفاده از آرایه آنتنی در فرستنده یا گیرنده است. استفاده از دایورسیتی فضایی سبب افزایش ظرفیت، کاهش احتمال خاموشی و بهبود احتمال خطای سیمبل در سیستم‌های مخابراتی می‌شود. علی‌رغم همه مزایای سیستم‌های چندآنتنه، استفاده از این روش در بیشتر کاربردها به دلیل محدودیت در اندازه، پیچیدگی و محدودیت

این مقاله در تاریخ ۱۰ مرداد ماه ۱۳۹۲ دریافت و در تاریخ ۱۴ اسفند ماه ۱۳۹۲ بازنگری شد.

احسان الفت، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران، تهران، (email: e.olfat@ece.ut.ac.ir).

علی الفت، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران، تهران، (email: aolfat@ut.ac.ir).

پدیده‌های سایه‌افکنی، تلف و محوشدگی را در خود دارند و  $E_s$  انرژی متوسط ارسالی در این قطعه زمانی می‌باشد.  $n_{sr}$  و  $n_{sd}$  نشان‌دهنده نویزهای سفید گوسی جمع‌شونده مختلط متقارن (AWGN) با واریانس  $N$  در کانال‌های مربوط به خود می‌باشند، یعنی  $n_{sd} \sim \mathcal{CN}(0, N)$  و  $n_{sr} \sim \mathcal{CN}(0, N)$  است.

در قطعه زمانی بعدی، بهترین رله ارسال خود را انجام می‌دهند. با توجه به توضیحات داده شده این رله می‌تواند از دو پروتکل AF و DF استفاده نماید. اگر رله از AF استفاده کند، داریم

$$y_{rd} = \sqrt{E_r} h_{rd} x_r + n_{rd} \quad (3)$$

که در آن  $E_r$  انرژی متوسط استفاده‌شده توسط  $r$  امین رله برای ارسال و  $x_r = G_r y_{sr}$  می‌باشد که  $G_r$  فاکتور نرمالیزسازی بوده و برابر است با [۱]

$$G_r = \frac{1}{\sqrt{\mathbb{E}[|y_{sr}|^2]}} = \frac{1}{\sqrt{E_s |h_{sr}|^2 + N}} \quad (4)$$

و برای پروتکل DF داریم

$$y_{rd} = \sqrt{E_r} h_{rd} \hat{x}_r + n_{rd} \quad (5)$$

که در آن  $\hat{x}_r$  سیگنال آشکارسازی شده توسط  $r$  امین رله می‌باشد. همچنین مجموعه‌ای به نام مجموعه دیکدکننده  $C$  تعریف می‌کنیم که هر رله‌ای که به این مجموعه تعلق داشته باشد، می‌تواند سیگنال دریافتی را به صورت صحیح دیکد نماید. رله‌ای که به این مجموعه متعلق نباشد، تنها سیگنال دریافتی خود را تقویت و سپس ارسال می‌نماید. همچنین فرض می‌کنیم که مقصد از ترکیب با نسبت بیشینه برای ترکیب‌نمودن سیگنال‌های دریافتی خود استفاده می‌نماید. با استفاده از توضیحات بالا، SNR دریافتی در مقصد به صورت زیر خواهد بود

$$\alpha_i = \alpha_{sd} + n^{th} \max[\max_{r \in C} \alpha_{rd}, \max_{r \notin C} \frac{\alpha_{sr} \alpha_{rd}}{\alpha_{sr} + \alpha_{rd} + 1}] \quad (6)$$

که  $\alpha_{rd} = E_r |h_{rd}|^2 / N$ ،  $\alpha_{sr} = E_s |h_{sr}|^2 / N$ ،  $\alpha_{sd} = E_s |h_{sd}|^2 / N$  و همچنین  $\lambda_{sr}^{-1} = E_s \gamma_{sr} / N = \mathbb{E}[\alpha_{sr}]$ ،  $\lambda_{sd}^{-1} = E_s \gamma_{sd} / N = \mathbb{E}[\alpha_{sd}]$  و  $\lambda_{rd}^{-1} = E_r \gamma_{rd} / N = \mathbb{E}[\alpha_{rd}]$  هستند. اگر در (۶)  $n=1$  باشد مسئله به انتخاب بهترین رله تبدیل می‌شود.

### ۳- تحلیل خطای بیت

در این بخش به صورت جداگانه برای HDAF-S و HDAF-nS به تحلیل خطای بیت برای طرح مدولاسیون BPSK می‌پردازیم.

#### ۱-۳ انتخاب بهترین رله

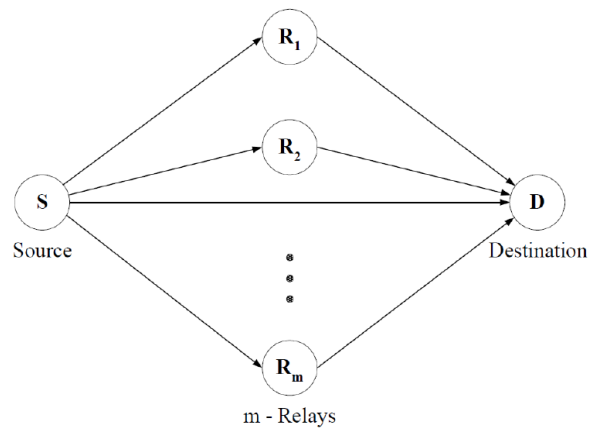
میانگین احتمال خطای کل برابر است با [۹]

$$P_e = \int_0^{\infty} \mathcal{Q}(\sqrt{\alpha}) f_{\alpha_{i-s}}(\alpha) d\alpha \quad (7)$$

که در آن

$$\alpha_{i-s} = \alpha_{sd} + \max[\max_{r \in C} \alpha_{rd} + \max_{r \notin C} \frac{\alpha_{sr} \alpha_{rd}}{\alpha_{sr} + \alpha_{rd} + 1}] \quad (8)$$

محاسبه (۸) به طور مستقیم بسیار مشکل است. برای رفع این مشکل از روش ارائه‌شده در [۱۰] مدد می‌جوییم. سیستم مخابرات همیار شکل ۱ را



شکل ۱: مدل سیستم مخابرات همیار با چندین رله موازی.

[۷] و [۸] به ترتیب احتمال خطای سیمبل و احتمال خاموشی برای روش انتخاب  $n$  امین بهترین رله برای AF و ADF بر روی کانال‌های iid محاسبه شده‌اند. در [۷] کران‌هایی برای اندازه‌گیری کارایی این سیستم برای AF و در [۸] کارایی ADF به صورت دقیق برای محدوده کلیه SNRها مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در این دو مقاله نشان داده شده که مرتبه دایورسیتی قابل وصول برای هر دو طرح ADF و AF با انتخاب  $n$  امین بهترین رله  $m-n+2$  می‌باشد که در آن  $m$  تعداد کل رله‌های موجود در شبکه است. در این مقاله به بررسی احتمال خطای بیت برای طرح‌های HDAF با انتخاب بهترین رله (HDAF-S) و به صورت کلی‌تر HDAF با انتخاب  $n$  امین بهترین رله (HDAF-nS) روی کانال‌های با پدیده محوشدگی رایلی و با ترکیب با بهره بیشینه در مقصد می‌پردازیم.

در بخش ۲ به توصیف مدل مورد بررسی و در بخش ۳ به احتمال خطای طرح‌های مورد بررسی و رفتار مجانبی آنها پرداخته شده و بخش ۴ به نتایج شبیه‌سازی و در نهایت بخش ۵ به نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

### ۲- مدل سیستم

سیستمی را در نظر می‌گیریم که در آن فرستنده (S) اطلاعات مورد نظر را با همیاری  $m$  رله (R) به مقصد (D) ارسال می‌نماید (شکل ۱). رله‌ها به صورت یک‌طرفه هستند، یعنی نمی‌توانند به صورت هم‌زمان گیرنده و فرستنده باشند. همچنین برای جلوگیری از تداخل، کانال‌ها به صورت متعامد هستند که این تعامد می‌تواند به صورت زمانی یا فرکانسی صورت گیرد. بدون از دست دادن کلیت، فرض می‌کنیم که این تعامد به صورت زمانی باشد و بنابراین برای هر گره ارسال‌کننده یک قطعه زمانی در نظر گرفته می‌شود که در این صورت دو قطعه زمانی در هر بسته اطلاعات خواهیم داشت. یکی برای ارسال از S به رله‌ها و دیگری برای ارسال از  $n$  امین بهترین رله به D مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در اولین قطعه زمانی، S سیگنال خود را به D و تمامی رله‌ها ارسال می‌نماید. سیگنال‌های دریافتی در D و رله‌ها به ترتیب عبارتند از

$$y_{sd} = \sqrt{E_s} h_{sd} x + n_{sd} \quad (1)$$

و

$$y_{sr} = \sqrt{E_s} h_{sr} x + n_{sr}, \quad r = 1, \dots, m \quad (2)$$

که در آنها  $x$ ،  $y_{sr}$  و  $y_{sd}$  به ترتیب نشان‌دهنده سیگنال ارسالی (با انرژی واحد) و سیگنال‌های دریافتی در مقصد و  $r$  امین رله می‌باشند.  $h_{sr}$  و  $h_{sd}$  به ترتیب ضرایب کانال‌های S-R و S-D بوده که اثرات

$$f_{\alpha_{t-s}}(z) = v z^n \quad (17)$$

که در آن

$$v = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n}{\partial z^n} f_{\alpha_{t-s}}(\cdot^+) = \frac{1}{n!} \lim_{s \rightarrow \infty} s^{n+1} \mathcal{M}_{\alpha_{t-s}}(s) = \frac{1}{n!} \lim_{s \rightarrow \infty} s \mathcal{M}_{\alpha_{sd}}(s) \lim_{s \rightarrow \infty} s^n \mathcal{M}_{Z_s^{up}}(s) = \frac{1}{n!} \lambda_{sd} \frac{\partial^{n-1}}{\partial z^{n-1}} f_{Z_s^{up}}(\cdot^+) \quad (18)$$

و  $Z_s^{up} = \max_{r=1, \dots, m} Z_r^{up}$  می‌باشد. با کمک استقرا (۱۸) برابر است با

$$v = \frac{1}{n!} \lambda_{sd} \frac{n!}{\gamma^n} \prod_{r=1}^m (\lambda_{sr} + \gamma \lambda_{rd}) \quad (19)$$

با استفاده از (۱۸) و (۱۹)، مقادیر  $v = \lambda_{sd} \prod_{r=1}^m (\lambda_{sr}/\gamma + \lambda_{rd})$  و  $n = m$  به دست می‌آیند. بنابراین داریم

$$f_{\alpha_{t-s}}(z) = \lambda_{sd} \prod_{r=1}^m \left( \frac{\lambda_{sr}}{\gamma} + \lambda_{rd} \right) z^m \quad (20)$$

بنابراین برای رفتار مجانبی برای کران‌های پایین و بالا داریم

$$P_e^{low} \approx \frac{\prod_{i=1}^{m+1} (\gamma i - 1) \lambda_{sd}}{\gamma^{m+\gamma} (m+1)!} \prod_{r=1}^m \left( \frac{\lambda_{sr}}{\gamma} + \lambda_{rd} \right) = \frac{m! \binom{\gamma m + 1}{m} \lambda_{sd}}{\gamma^{\gamma m + \gamma}} \prod_{r=1}^m \left( \frac{\lambda_{sr}}{\gamma} + \lambda_{rd} \right) \quad (21)$$

$$P_e^{up} \approx \frac{\prod_{i=1}^{m+1} (\gamma i - 1) \lambda_{sd}}{\gamma^{m+\gamma} (m+1)!} \prod_{r=1}^m (\lambda_{sr} + (A_r + 1) \lambda_{rd}) = \frac{m! \binom{\gamma m + 1}{m} \lambda_{sd}}{\gamma^{\gamma m + \gamma}} \prod_{r=1}^m (\lambda_{sr} + (A_r + 1) \lambda_{rd}) \quad (22)$$

که  $A_r$  برابر است با

$$A_r = \int_0^{\infty} \mathcal{Q}(\sqrt{\gamma \alpha}) f_{\alpha_{sr}}(\alpha) d\alpha = \frac{1}{\gamma} \left( 1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \lambda_{sr}}} \right) \quad (23)$$

در اینجا مرتبه دایورسیتی پروتکل HDAF-S برابر خواهد شد با [۱]

$$d_{HDAF-S}^{(error)} \triangleq \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{-\log P_e^{low}(SNR)}{\log SNR} = \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{-\log P_e^{up}(SNR)}{\log SNR} = m + 1$$

که همان تعداد گره‌های شرکت‌کننده در مخابره هستند. پس HADF-S پروتکلی با مرتبه دایورسیتی کامل می‌باشد.

### ۲-۳ انتخاب $n$ امین بهترین رله

در اینجا نیز میانگین احتمال خطای کل برابر است با [۹]

$$P_e = \int_0^{\infty} \mathcal{Q}(\sqrt{\gamma \alpha}) f_{\alpha_{t-s}}(\alpha) d\alpha \quad (24)$$

که در آن در حالت کلی

می‌توان به صورت سیستمی با  $m+1$  مسیر مؤثر میان  $S$  و  $D$  در نظر گرفت. فرض می‌کنیم که مسیر  $r$  ام، نشان‌دهنده لینک غیر مستقیم ( $S \rightarrow R_r \rightarrow D$ ) باشد که در آن  $r = 1, \dots, m$  و مسیر  $m+1$  ام مسیر مستقیم را نشان دهد. برای لینک غیر مستقیم  $r$  ام، یک متغیر تصادفی  $Z_r$  تعریف می‌کنیم که کانال‌های هر دو لینک (منبع تا  $r$  امین رله و همچنین  $r$  امین رله تا مقصد) در آن لحاظ شده است. به این صورت می‌توانیم pdf مربوط به SNR ایجادشده توسط  $r$  امین لینک غیر مستقیم در مقصد را به دست آوریم. هر رله‌ای که بتواند بدون خطا سیگنال دریافتی را آشکارسازی نماید در  $C$  قرار خواهد داشت (در عمل، این کار می‌تواند توسط CRC انجام شود). بنابراین می‌توان (۸) را به صورت زیر بازنویسی نمود

$$\alpha_{t-s} = \alpha_{sd} + \max_{r=1, \dots, m} Z_r \quad (9)$$

در اینجا برای این که مسئله به صورت ریاضی قابل پیگیری باشد از کران بالایی محکم زیر استفاده می‌نماییم [۱۱] و [۱۲]

$$\frac{\alpha_{sr} \alpha_{rd}}{\alpha_{sr} + \alpha_{rd} + 1} \leq \alpha_r^{up} = \min(\alpha_{sr}, \alpha_{rd}) \quad (10)$$

که در آن  $f_{\alpha_r^{up}}(z) = (\lambda_{sr} + \lambda_{rd}) \exp[-(\lambda_{sr} + \lambda_{rd})z]$  با pdf متغیر تصادفی  $\alpha_r^{up}$  برابر است. بنابراین برای کران بالایی  $Z_r$  داریم

$$\alpha_{t-s}^{up} = \alpha_{sd} + \max_{r=1, \dots, m} Z_r^{up} \quad (11)$$

که در آن  $Z_r^{up}$  متغیر تصادفی با pdf و MGF زیر می‌باشد [۶]

$$f_{Z_r}(z) = \lambda_{rd} \exp(-\lambda_{rd}z) + \lambda_{sr} \mathcal{Q}(\sqrt{\gamma z}) \exp[-(\lambda_{sr} + \lambda_{rd})z] - \lambda_{sr} \lambda_{rd} \exp(-\lambda_{rd}z) \times \int_0^z \mathcal{Q}(\sqrt{\gamma t}) \exp(-\lambda_{sr}t) dt \quad (12)$$

$$\mathcal{M}_{Z_r^{up}}(s) = \frac{\lambda_{rd}}{\gamma(\lambda_{rd} + s)} + \frac{\lambda_{sr} + \lambda_{rd}}{\gamma(\lambda_{sr} + \lambda_{rd} + s)} - \frac{\lambda_{sr} s}{\gamma(\lambda_{rd} + s)(\lambda_{sr} + \lambda_{rd} + s) \sqrt{1 + \lambda_{sr} + \lambda_{rd} + s}} \quad (13)$$

برای محاسبه pdf (۱۱) باید در ابتدا pdf مربوط به متغیر تصادفی  $Z_s^{up} = \max_{r=1, \dots, m} Z_r^{up}$  را به دست آوریم. برای cdf مربوط به  $Z_s^{up}$  داریم

$$F_{Z_s^{up}}(z) = \prod_{r=1}^m F_{Z_r^{up}}(z) \quad (14)$$

با گرفتن مشتق از (۱۴) داریم

$$f_{Z_s^{up}}(z) = \sum_{i=1}^m f_{Z_i^{up}}(z) \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^m F_{Z_r^{up}}(z) \quad (15)$$

بنابراین (۷) برابر است با

$$P_e^{low} = \int_0^{\infty} \mathcal{Q}(\sqrt{\gamma \alpha}) \mathcal{L}^{-1}(\mathcal{M}_{\alpha_{sd}}(s) \prod_{r=1}^m \mathcal{M}_{Z_s^{up}}(s))(\alpha) d\alpha = \frac{\pi}{\gamma} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathcal{M}_{\alpha_{sd}} \frac{1}{\sin^{\gamma} \theta} \mathcal{M}_{Z_s^{up}} \frac{1}{\sin^{\gamma} \theta} d\theta \quad (16)$$

### ۳-۱-۱ رفتار مجانبی احتمال خطا

با استفاده از قضیه اشاره‌شده در [۱۳] و [۱۴] در SNRهای بالا داریم

$$f_{\alpha_{n-s}}(z) = \nu z^t \quad (34)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{1}{t!} \frac{\partial^t}{\partial z^t} f_{\alpha_{n-s}}(\cdot^+) = \frac{1}{t!} \lim_{s \rightarrow \infty} s^{t+1} \mathcal{M}_{\alpha_{n-s}}(s) = \\ &= \frac{1}{t!} \lim_{s \rightarrow \infty} s \mathcal{M}_{\alpha_{sd}}(s) \lim_{s \rightarrow \infty} s^t \mathcal{M}_{Z_{ns}^{up}}(s) = \\ &= \frac{1}{t!} \lambda_{sd} \frac{\partial^{t-1}}{\partial z^{t-1}} f_{Z_{ns}^{up}}(\cdot^+) \end{aligned} \quad (35)$$

و  $Z_{ns}^{up} = n^{th} \max_{r=1, \dots, m} Z_r^{up}$  می‌باشد. با کمک بسط سری‌ها (۳۵) برابر است با

$$\nu = \frac{1}{t!} \lambda_{sd} m \binom{m-1}{n-1} \left( \frac{\lambda_{sr}}{2} + \lambda_{rd} \right)^{m-n+1} \quad (36)$$

با استفاده از (۳۴) و (۳۶)،  $t = n - m$  و همچنین  $\nu$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\nu = \frac{1}{t!} \lambda_{sd} m \binom{m-1}{n-1} \left( \frac{\lambda_{sr}}{2} + \lambda_{rd} \right)^{m-n+1}$$

بنابراین داریم

$$f_{\alpha_{n-s}}(z) = \frac{1}{(m-n)!} \lambda_{sd} m \binom{m-1}{n-1} \left( \frac{\lambda_{sr}}{2} + \lambda_{rd} \right)^{m-n+1} z^{m-n} \quad (37)$$

بنابراین برای رفتار مجانبی برای کران‌های پایین و بالا داریم

$$P_e^{low} \approx \frac{m \binom{m-1}{n-1} \binom{\gamma(m-n)+1}{m-n} \lambda_{sd}}{\gamma^{2(m-n+1)}} \times \left( \frac{\lambda_{sr}}{2} + \lambda_{rd} \right)^{m-n+1} \quad (38)$$

$$P_e^{up} \approx \frac{m \binom{m-1}{n-1} \binom{\gamma(m-n)+1}{m-n} \lambda_{sd}}{\gamma^{2(m-n+1)}} \times \quad (39)$$

$$[\lambda_{sr} + (1 + A_r) \lambda_{rd}]^{m-n+1}$$

که در (۳۳) به دست آمده است.

در اینجا مرتبه دایورسیتی پروتکل HDFAF-nS برابر خواهد شد با [۱]

$$\begin{aligned} d_{HDAF-nS}^{(error)} &\triangleq \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{-\log P_e^{low}(SNR)}{\log SNR} = \\ &= \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{-\log P_e^{up}(SNR)}{\log SNR} = m - n + \gamma \end{aligned} \quad (40)$$

که به دایورسیتی کامل نمی‌رسد.

### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش به منظور نشان دادن صحت روابط تئوری بیان شده به بررسی نتایج عددی و شبیه‌سازی برای HDFAF-S و HDFAF-nS می‌پردازیم. در این شبیه‌سازی‌ها از مدل ساده تلفات مسیر استفاده شده که در آن  $\mathbb{E}[|h_{ij}|^2] = d_{ij}^\alpha$  و همچنین  $SNR = 1/N$  می‌باشد. شکل ۲ مقایسه احتمال خطای بیت HDFAF-S با AF-S و ADF-S در سیستم همیار برای دو رله را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود احتمال خاموشی HDFAF-S بسیار نزدیک به ADF-S بوده ولی از AF-S بسیار بهتر عمل می‌کند. همچنین می‌توان مشاهده نمود که نتایج تئوری

$$\alpha_{t-ns} = \alpha_{sd} + n^{th} \max[\max_{r \in C} \alpha_{rd}, \max_{r \in C} \frac{\alpha_{sr} \alpha_{rd}}{\alpha_{sr} + \alpha_{rd} + 1}] \quad (25)$$

دوباره با استفاده از روش معرفی شده در [۱۰] به SNR هر مسیر غیر مستقیم در مقصد، یک متغیر تصادفی  $Z_r$  نسبت می‌دهیم. با استفاده از این روش، (۲۵) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد

$$\alpha_{t-ns} = \alpha_{sd} + n^{th} \max_{r=1, \dots, m} Z_r \quad (26)$$

در اینجا نیز برای این که مسئله به صورت ریاضی قابل پیگیری باشد از کران بالایی (۱۰) استفاده می‌نماییم. بنابراین برای کران بالایی  $Z_r$  داریم

$$\alpha_{t-ns}^{up} = \alpha_{sd} + n^{th} \max_{r=1, \dots, m} Z_r^{up} \quad (27)$$

که در آن  $Z_r^{up}$  متغیر تصادفی با pdf و MGF که به ترتیب در (۱۲) و (۱۳) تعریف شده‌اند، می‌باشد. برای محاسبه pdf (۲۷) باید در ابتدا pdf مربوط به متغیر تصادفی  $Z_r^{up} = n^{th} \max_{r=1, \dots, m} Z_r^{up}$  را به دست آوریم. اگر  $Z_r$  متغیرهای تصادفی iid باشند برای pdf مربوط به  $Z_r^{up}$  داریم

$$\begin{aligned} f_{Z_{ns}^{up}}(z) &= m \binom{m-1}{n-1} f_{Z_r^{up}}(z) \times \\ &= [1 - F_{Z_r^{up}}(z)]^{n-1} [F_{Z_r^{up}}(z)]^{m-n} \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن

$$F_{Z_r^{up}}(z) = 1 - [1 - I(z)] \exp(-\lambda_{rd} z) \quad (29)$$

که  $I(z)$  برابر است با

$$I(z) = \int_0^z \mathcal{Q}(\sqrt{2t}) \lambda_{sr} \exp(-\lambda_{sr} t) dt \quad (30)$$

و با مشتق‌گیری از (۲۹) داریم

$$\begin{aligned} f_{Z_r^{up}}(z) &= \lambda_{rd} \exp(-\lambda_{rd} z) [1 - I(z)] + \\ &= \lambda_{sr} \mathcal{Q}(\sqrt{2z}) \exp[-(\lambda_{sr} + \lambda_{rd}) z] \end{aligned} \quad (31)$$

با استفاده از (۲۹) تا (۳۱) می‌توان (۲۸) را به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned} f_{Z_{ns}^{up}}(z) &= m \binom{m-1}{n-1} f_{Z_r^{up}}(z) \sum_{k=0}^{m-n} \binom{m-n}{k} (-1)^k \times \\ &= [1 - I(z)]^{n+k-1} \exp[-(n+k-1) \lambda_{rd} z] \end{aligned} \quad (32)$$

با استفاده از (۲۴) و (۳۲)، کران پایینی بر احتمال خطای بیت برابر خواهد بود با

$$\begin{aligned} P_e^{low} &= m \lambda_{sd} \binom{m-1}{n-1} \sum_{k=0}^{m-n} \binom{m-n}{k} (-1)^k \times \\ &= \int_0^\infty \{ \varphi(z) * \exp(-\lambda_{sd} z) \} \mathcal{Q}(\sqrt{2z}) dz \end{aligned} \quad (33)$$

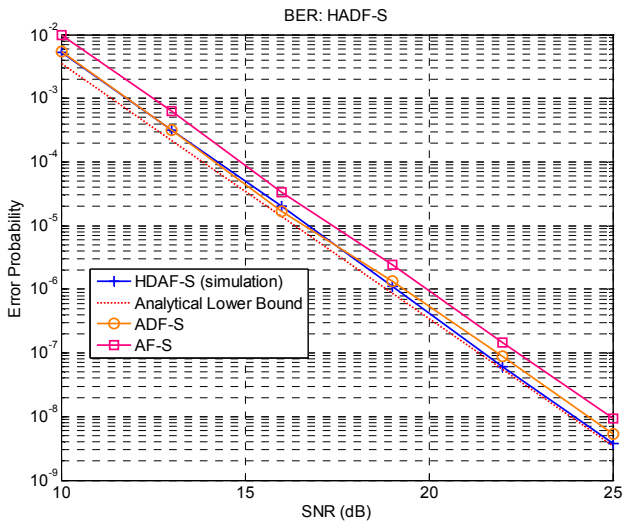
که در آن

$$\varphi(z) = f_{Z_r^{up}}(z) [1 - I(z)]^{n+k-1} \exp[-(n+k-1) \lambda_{rd} z]$$

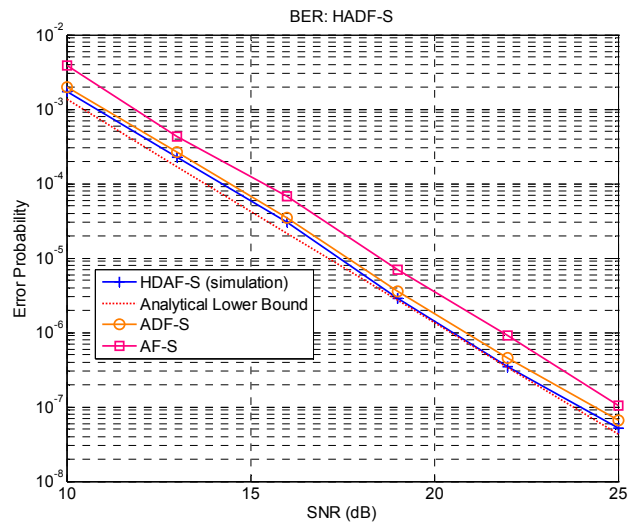
و علامت \* نشان‌دهنده عملیات کانولوشن می‌باشد.

### ۳-۲-۱ رفتار مجانبی احتمال خطا

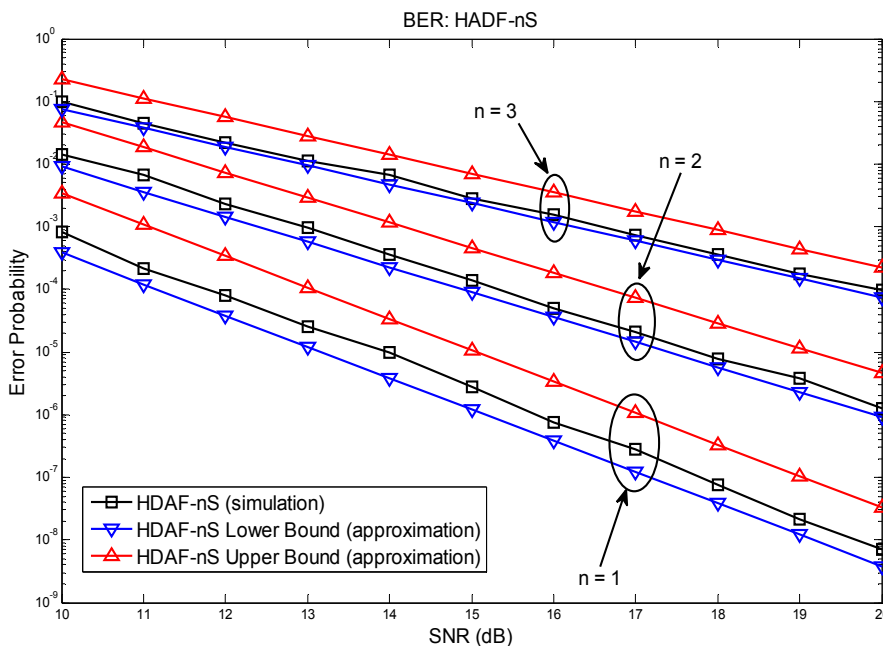
به دست آوردن احتمال خطای بیت از طریق (۳۳) امکان‌ناپذیر می‌نماید و بنابراین مشتاق هستیم تا تقریبی از احتمال خطا را در SNRهای بالا به دست آوریم. با استفاده از توضیحات قبلی و قضیه اشاره‌شده در [۱۳] داریم



شکل ۳: مقایسه احتمال خطای بیت HADF-S برای تعداد رله  $m = 3$ .



شکل ۲: مقایسه احتمال خطای بیت HADF-S برای تعداد رله  $m = 2$ .



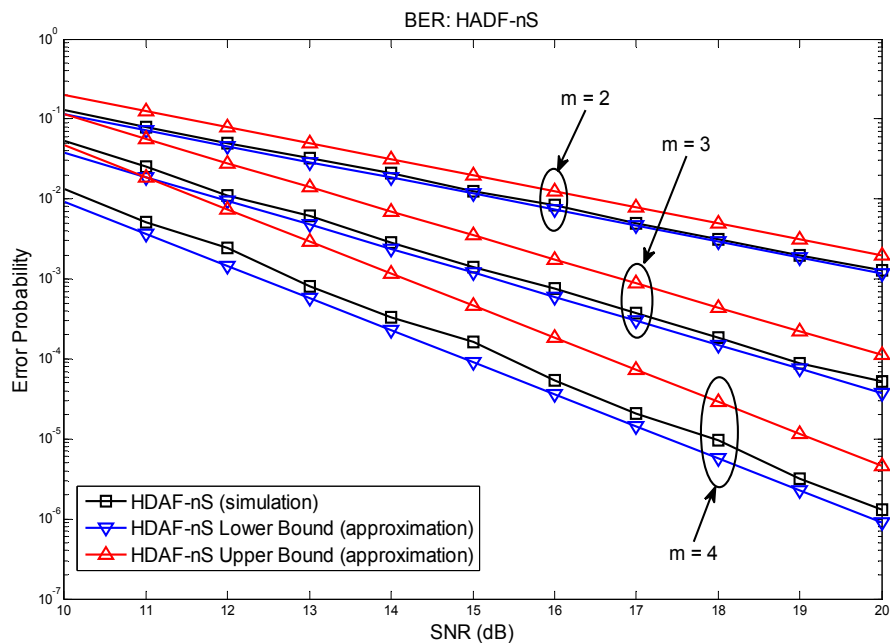
شکل ۴: مقایسه احتمال خطای بیت HADF-nS برای تعداد رله  $m = 3$  و به ازای انتخاب  $n$  امین بهترین رله متفاوت.

مشاهده می‌شود با کاهش  $m-n$  احتمال خاموشی بدتر شده و مرتبه دایورسیتی نیز کاهش می‌یابد.

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی احتمال خطای بیت برای طرح‌های HDAF با انتخاب بهترین رله (HDAF-S) و به صورت کلی‌تر HDAF با انتخاب  $n$  امین بهترین رله (HDAF-nS) بر روی کانال‌های با پدیده محوشدگی رایلی و با ترکیب با بهره بیشینه در مقصد پرداختیم. نشان دادیم که از منظر احتمال خطا، HDAF-S عملکرد بهتری در مقابل AF-S داشته ولی خیلی از ADF-S بهتر عمل نمی‌کند. همچنین احتمال خطای HDAF-nS مورد بررسی قرار گرفت و باندهای محکمی برای آن به دست آمد. نشان داده شد که این طرح دارای مرتبه دایورسیتی کامل نمی‌باشد و همچنین در این طرح با افزایش  $n$ ، مرتبه دایورسیتی کاهش می‌یابد.

و شبیه‌سازی سازگاری بسیار خوبی با یکدیگر داشته و در ضمن کران‌ها به طور خوبی محکم می‌باشند. شکل ۳ مقایسه احتمال خطای بیت HDAF-S با AF-S و ADF-S در سیستم همیار برای سه رله را نشان می‌دهد. نتایج مشابهی نیز در این حالت قابل مشاهده است. در شکل ۳ شیب منحنی‌ها از شکل ۲ بیشتر و این به دلیل افزایش ضریب دایورسیتی می‌باشد. همان طور که مشاهده می‌شود HDAF-S به اندازه ۲ dB از AF-S بهتر عمل می‌نماید. شکل ۴ احتمال خطای بیت HDAF-nS را برای تعداد رله  $m = 3$  و به ازای انتخاب  $n$  امین بهترین رله متفاوت نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود با افزایش  $n$  احتمال خاموشی بدتر شده و مرتبه دایورسیتی نیز کاهش می‌یابد. همچنین می‌توان مشاهده نمود که نتایج تئوری و شبیه‌سازی سازگاری خوبی با یکدیگر داشته و در ضمن کران‌ها به طور خوبی محکم می‌باشند. شکل ۵ احتمال خطای بیت HDAF-nS را برای تعداد مختلف ( $m$ ) رله و به ازای انتخاب  $n = 2$  امین بهترین رله نمایش می‌دهد. همان طور که



شکل ۵: مقایسه احتمال خطای بیت HADF-nS برای تعداد مختلف  $(m)$  رله و به ازای انتخاب  $n=2$  امین بهترین رله.

- [10] N. C. Beaulieu and J. Hu, "A closed-form expression for the outage probability of decode-and-forward relaying in dissimilar rayleigh fading channels," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 10, no. 12, pp. 813-815, Dec. 2006.
- [11] T. Nechiporenko, K. T. Phan, C. Tellambura, and H. H. Nguyen, "On the capacity of rayleigh fading cooperative systems under adaptive transmission," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 8, no. 4, pp. 1626-1631, Apr. 2009.
- [12] P. A. Anghel and M. Kaveh, "Exact symbol error probability of a cooperative network in a rayleigh-fading environment," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 3, no. 5, pp. 1416-1421, Sep. 2004.
- [13] Z. Wang and G. B. Giannakis, "A simple and general parameterization quantifying performance in fading channels," *IEEE Trans. on Communications*, vol. 51, no. 8, pp. 1389-1398, May 2003.
- [14] A. Ribeiro, X. Cai, and G. B. Giannakis, "Symbol error probabilities for general cooperative links," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 4, no. 3, pp. 1264-1273, May 2005.

**احسان الفت** مدارک کارشناسی و کارشناسی ارشد (با کسب افتخار) را در رشته مهندسی برق - مخابرات به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۶ و ۱۳۸۹ از دانشگاه تهران دریافت نموده است. وی هم‌اکنون مشغول سپری نمودن دوره دکتری در گروه پردازش سیگنال، دانشکده مهندسی برق دانشگاه KTH سوئد می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: مخابرات همیار بی‌سیم، تئوری بهینه‌سازی، پردازش آماری سیگنال، تئوری تخمین و تجزیه و تحلیل داده‌ها.

**علی الفت** در سال ۱۳۸۲ مدرک دکتری خود را در مهندسی برق از دانشگاه تهران دریافت کرد و از سال ۱۳۸۲ تا ۱۳۸۴ به عنوان پژوهشگر ارشد در دانشگاه کینگز کالج لندن در انگلستان مشغول پژوهش گردید. دکتر الفت از سال ۱۳۸۴ در دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه تهران مشغول به فعالیت گردید و اینک دانشیار گروه مخابرات این دانشکده می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان مخابرات همیار، تئوری تخمین و آشکارسازی، پردازش آرایه ای و آماری و تئوری اطلاعات می‌باشد.

## مراجع

- [1] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062-3080, Dec. 2004.
- [2] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, "User cooperation diversity, Part I, system description," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 11, pp. 1927-1938, Nov. 2003.
- [3] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, "User cooperation diversity, Part II, implementation aspects and performance analysis," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 11, pp. 1939-1948, Nov. 2003.
- [4] T. Q. Duong and H. J. Zepernick, "On the performance gain of hybrid decode-amplify-forward cooperative communications," *EURASIP J. on Wireless Comm. and Networking*, vol. 2009, 10 pp, 15 Jun. 2009.
- [5] Y. Li and B. Vucetic, "On the performance of a simple adaptive relaying protocol for wireless relay networks," in *Proc. of Vehicular Technology Conf., VTC*, vol. ???, pp. 2400-2405, Singapore, 11-14 May 2008.
- [6] E. Olfat and A. Olfat, "Performance of hybrid decode-and-amplify-forward protocol for multiple relay networks over independent and non-identical flat fading Channels," *IET Communications*, vol. 5, no. 4, pp. 2018-2027, Sep. 2011.
- [7] S. S. Ikki and M. H. Ahmed, "On the performance of amplify-and-forward cooperative diversity with the Nth best-relay selection scheme," in *Proc. of 2009 IEEE Int. Conf. on Commun. (ICC)*, 6 pp., Dresden, Germany, 14-18 Jun. 2009.
- [8] S. S. Ikki and M. H. Ahmed, "On the performance of adaptive decode-and-forward cooperative diversity with the Nth best-relay selection scheme," in *Proc. of the 28th IEEE Conf. on Global Telecommunications*, 6 pp., Honolulu, HI, US, 30 Nov.-4 Dec. 2009.
- [9] M. K. Simon and M. S. Alouini, *Digital Communications over Fading Channels*, 2nd Edition, New York: Wiley- Interscience, 2005.