

بهینه‌سازی چندهدفه موتورهای با آهن‌ربای سطحی با روش مدل‌سازی تحلیلی جابه‌جایی قطب‌های آهن‌ربا

وحید زمانی فرادنبه و صمد تقی‌پور بروجنی

دندانه از اثر متقابل بین آهن‌رباهای رتور و دندانه‌های استاتور حاصل می‌شود. در بیشتر روش‌های ارائه‌شده برای کاهش ضربان گشتاور اقدام به کاهش محتوای هارمونیک‌های مکانی چگالی شار فاصله هوایی ماشین شده است. البته به دلیل غالب بودن نقش گشتاور دندانه در ضربان گشتاور، روش‌های طراحی بهینه متنوعی برای کاهش گشتاور دندانه معرفی شده‌اند که این روش‌ها به بهینه‌نمودن ساختار هندسی رتور یا استاتور می‌پردازند. روش‌های اعمال‌شده بر روی هندسه استاتور شامل روش‌های مورب‌کردن ورقه‌های استاتور [۱] تا [۴]، استفاده از شیارهای مجازی روی دندانه‌های استاتور [۲] و [۴] تا [۷]، بهینه‌سازی ابعاد شیارها [۱]، [۴] و [۸] و استفاده از دندانه‌های غیر یکنواخت استاتور [۹] می‌باشند. اگرچه این تکنیک‌ها روش‌های کارآمدی هستند ولی نسبت به روش‌های دیگر که بر روی رتور اعمال می‌شوند دارای پیچیدگی پیاده‌سازی بالاتری می‌باشند. برای بهینه‌سازی ساختار رتور روش‌هایی همچون مورب‌کردن آهن‌ربا [۷]، استفاده از آهن‌رباهای چندتکه [۵]، بهینه‌سازی ابعاد آهن‌ربا [۱] تا [۳] و [۵]، تغییر شکل آهن‌ربا [۹] و تغییر در چیدمان آهن‌رباها [۱۰] و [۱۱] ارائه شده است. از دید سادگی پیاده‌سازی روش جابه‌جایی قطب‌ها از ساده‌ترین روش‌ها می‌باشد [۷]. اگرچه جابه‌جا کردن آهن‌رباهای رتور باعث کاهش دامنه گشتاور دندانه می‌شود، ولی این کار تقارن نیم‌موج فرد ماشین را بر هم می‌زند. با حذف تقارن نیم‌موج فرد، توزیع چگالی شار فاصله هوایی علاوه بر داشتن هارمونیک‌های فرد، هارمونیک‌های زوج را نیز در بر خواهد گرفت. وجود هارمونیک‌های زوج مکانی مرتبه پایین که دارای دامنه قابل توجهی نیز می‌باشند در تولید ضربان گشتاور تأثیرگذار است و این موضوع در [۷] در نظر گرفته نشده است.

برای بهینه‌سازی گشتاور دندانه توسط هر یک از روش‌های گفته‌شده از مدل‌های تحلیلی یا عددی استفاده شده است. روش‌های عددی همچون روش اجزای محدود اگرچه دقیق می‌باشند ولی نسبت به روش‌های تحلیلی زمان‌بر بوده و در گام‌های نخست بهینه‌سازی ماشین استفاده از آنها مناسب نیست. در [۵] و [۷] گشتاور دندانه به شکل یک سری فوریه در نظر گرفته شده و کمینه‌سازی گشتاور دندانه به صورت کور و بدون دانستن ضرایب سری فوریه و با حذف مؤلف‌های هارمونیک‌های زوج گشتاور دندانه انجام شده است. البته در [۱۲] تا [۱۴] ضرایب دقیق سری فوریه گشتاور دندانه ماشین‌های با آهن‌ربای سطحی ارائه شده است اما اثر جابه‌جایی قطب‌ها در آنها در نظر گرفته نشده است. بهینه‌سازی مؤلفه‌های هارمونیک‌های چگالی شار در [۱۵] با ابزار محاسباتی المان محدود انجام شده است.

در این مقاله روش مدل‌سازی تحلیلی گشتاور دندانه ارائه شده در [۱۴] برای در نظر گرفتن روش جابه‌جایی قطب آهن‌ربا توسعه داده می‌شود. با استفاده از مدل تحلیلی اصلاح‌شده، گشتاور دندانه و مؤلفه‌های هارمونیک‌های چگالی شار به صورت تحلیلی به دست آمده‌اند. همچنین نتایج به دست آمده با روش المان محدود تأیید شده‌اند. در ادامه با استفاده از مدل تحلیلی

چکیده: در این مقاله یک مدل تحلیلی برای مطالعه اثر جابه‌جایی قطب‌ها در ماشین‌های با آهن‌ربای سطحی در شرایط بی‌باری ارائه شده است. از مهم‌ترین نمایه‌های رفتاری ماشین آهن‌ربایی در حالت بی‌باری گشتاور دندانه و محتوای هارمونیک‌های چگالی شار فاصله هوایی می‌باشند. اگرچه روش جابه‌جایی آهن‌رباهای رتور، گشتاور دندانه را کاهش می‌دهد ولی تقارن نیم‌موج فرد در قطب‌های رتور را از بین برده و سبب ایجاد هارمونیک‌های مکانی زوج در توزیع چگالی شار ماشین می‌شود. از آنجایی که وجود هارمونیک‌های غیر از هارمونیک اصلی، به ویژه هارمونیک‌های مرتبه پایین، سبب تولید ضربان گشتاور می‌شود، حذف آنها بسیار ضروری و مهم می‌باشد. با استفاده از مدل تحلیلی فراهم‌شده به بهینه‌سازی هم‌زمان گشتاور دندانه و نسبت هارمونیک مکانی اصلی به هارمونیک‌های مکانی مرتبه بالاتر چگالی شار فاصله هوایی اقدام شده است. روش بهینه‌سازی استفاده‌شده الگوریتم جستجوی مستقیم می‌باشد. از آن جهت که دو متغیر ذکرشده در تابع هدف از یک جنس نمی‌باشند، از مقادیر نرمالیزه‌شده متغیرها در تابع هدف استفاده شده است. همچنین نتایج بهینه‌شده برای ضرایب وزنی مختلف به دست آورده و در نهایت نتایج بهینه‌شده با روش المان محدود تأیید شده‌اند.

کلیدواژه: مدل تحلیلی، جابه‌جایی آهن‌ربا، گشتاور دندانه، محتوای هارمونیک‌های، بهینه‌سازی چندهدفه، چگالی شار.

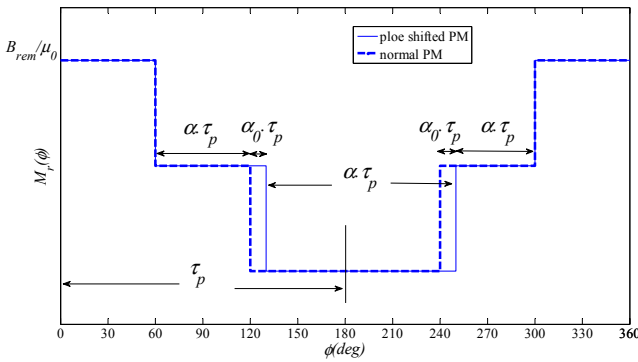
۱- مقدمه

اگرچه ماشین‌های آهن‌ربایی به دلیل امتیازهایی همچون چگالی گشتاور بالا، ساختار بدون جاروبک، کنترل ساده، ضریب توان مناسب و بازدهی بالا دارای برتری‌هایی نسبت به موتورهای القایی می‌باشند، ولی وجود ضربان گشتاور بالا در این ماشین‌ها از معایب آنها برشمرده می‌شود. ضربان گشتاور ایجاد تنش‌های مکانیکی، ضربان سرعت و سر و صدا را در پی خواهد داشت. ضربان گشتاور در ماشین‌های آهن‌ربایی به دلیل وجود هارمونیک‌های مکانی چگالی شار، هارمونیک‌های زمانی جریان آرمیچر و برهم‌کنش این مؤلفه‌های هارمونیک‌های می‌باشد. بنابراین حذف هارمونیک‌های مکانی چگالی شار کمک شایانی در حذف ضربان گشتاور می‌باشد. قسمت عمده هارمونیک‌های مکانی مرتبه پایین که در تولید ضربان گشتاور نقش‌آفرینی می‌کنند از توزیع غیر سینوسی mmf آهن‌ربا ناشی می‌شوند. آن دسته از هارمونیک‌های مکانی مرتبه بالا که در ضربان گشتاور نقش عمده‌ای دارند به دلیل شیارهای استاتور ایجادشده و گشتاور تولیدشده توسط آنها به نام گشتاور دندانه شناخته می‌شود. در واقع گشتاور

این مقاله در تاریخ ۱۰ مهر ماه ۱۳۹۳ دریافت و در تاریخ ۴ مهر ماه ۱۳۹۴ بازنگری شد.

وحید زمانی فرادنبه، گروه مهندسی برق، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، (email: vahidzamani87@yahoo.com).

صمد تقی‌پور بروجنی، گروه مهندسی برق، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، (email: s.taghipour@eng.sku.ac.ir).



شکل ۲: توزیع مؤلفه شعاعی تابع مغناطش آهن‌رباهای جابه‌جا شده.

- توزیع جریان‌های سطحی مجازی معادل در یک الگوریتم تکراری محاسبه می‌شود.

ساختار ماشین در نظر گرفته شده و متغیرهای استفاده شده در شکل ۱- الف نشان داده و این متغیرها در پیوست نیز تعریف شده‌اند. به جای حل رابطه لاپلاس در فاصله هوایی شیاردار می‌توان از حل رابطه لاپلاس در یک ماشین بدون شیار استفاده نمود که اثر حذف شیارها به صورت یک جریان سطحی معادل بر روی شعاع داخلی استاتور در نظر گرفته شده است (شکل ۱- ب) [۱۴]. در این شکل تابع $J(\theta_r, \varphi)$ برای لحاظ نمودن اثر دندانه‌های استاتور در نظر گرفته شده است. روش به دست آوردن این تابع و توجیه استفاده از آن در بخش ۲-۱ آورده خواهد شد. نواحی در نظر گرفته شده برای حل رابطه لاپلاس و پواسون در شکل ۱- ب به صورت (۱) و شرایط مرزی مسئله به صورت (۲) می‌باشند

$$\begin{aligned} R_r < R < R_{PM} \quad , \quad \text{region 1, PM} \\ R_{PM} < R < R_s \quad , \quad \text{region 2, air gap} \\ R_s < R < R_o \quad , \quad \text{region 3, stator yoke} \end{aligned} \quad (1)$$

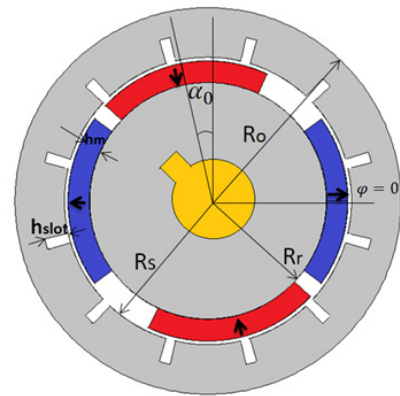
$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial A_{III}}{\partial \varphi} \right|_{R=R_r} = 0 \quad , \quad \left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{R=R_r} = 0 \\ \left. \frac{\partial A_{III}}{\partial \varphi} \right|_{R=R_s} = \left. \frac{\partial A_{II}}{\partial \varphi} \right|_{R=R_s} \quad , \quad \left. \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \right|_{R=R_s} = \mu J(\theta_r, \varphi) \\ \left. \frac{\partial A_{II}}{\partial \varphi} \right|_{R=R_{PM}} = \left. \frac{\partial A_I}{\partial \varphi} \right|_{R=R_{PM}} \quad , \quad \left. \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \right|_{R=R_{PM}} = \left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{R=R_{PM}} \end{aligned} \quad (2)$$

روابط پواسون و لاپلاس حاکم بر مسئله در (۳) آورده شده‌اند

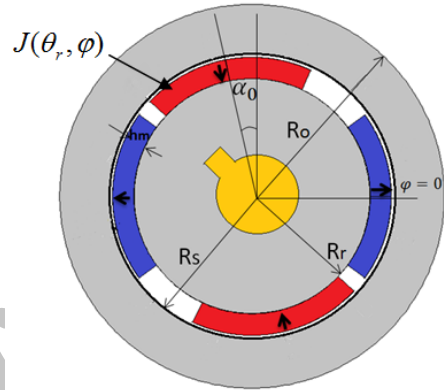
$$\begin{aligned} \nabla^2 A_I(r, \varphi, \theta_r) = -\nabla \times M(\varphi, \theta_r) \\ \nabla^2 A_{II}(r, \varphi, \theta_r) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

در (۳) M تابع مغناطش آهن‌رباهای جابه‌جاشده است که توزیع آن در شکل ۲ و سری فوریه آن در (۴) آورده شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود به دلیل عدم وجود تقارن نیم‌موج فرد این سری فوریه هم دارای هارمونیک‌های فرد و هم هارمونیک‌های زوج می‌باشد

$$\begin{aligned} M_r = \\ \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} [M_{cn} \cos(np(\varphi - \theta_r)) + M_{sn} \sin(np(\varphi - \theta_r))] \\ M_{cn} = (-1)^n \frac{\tau B_{rem}}{\mu n \pi} \sin \frac{n\pi\alpha}{\tau} (1 - \cos(n\pi\alpha)) \\ M_{sn} = (-1)^{n+1} \frac{\tau B_{rem}}{\mu n \pi} \sin \frac{n\pi\alpha}{\tau} \times \sin(n\pi\alpha) \end{aligned} \quad (4)$$



(الف)



(ب)

شکل ۱: (الف) ماشین شیاردار با آهن‌رباهای جابه‌جا شده و (ب) ماشین بدون شیار با اعمال جریان‌های سطحی معادل و آهن‌رباهای جابه‌جا شده.

به دست آمده در الگوریتم جستجوی مستقیم اقدام به بهینه‌سازی میزان جابه‌جایی قطب‌ها شده است. هدف الگوریتم بهینه‌سازی طراحی موتور با کمترین گشتاور دندانه و بیشترین نسبت هارمونیک اصلی به هارمونیک‌های بالاتر چگالی شار فاصله هوایی است. از آنجایی که این دو کمیت از یک جنس نمی‌باشند از روش نرمالیزه نمودن متغیرها استفاده شده است. در نهایت دوباره نتایج تحلیلی به دست آمده از الگوریتم بهینه‌سازی توسط روش المان محدود تأیید می‌شود.

۲- مدل تحلیلی برای جابه‌جایی قطب آهن‌ربا

۲-۱ فرضیات و ویژگی‌های مسئله

در مدل تحلیلی ارائه شده برای بررسی اثر جابه‌جایی قطب‌ها فرض‌های زیر در نظر گرفته شده‌اند:

- از اشباع مغناطیسی چشم‌پوشی می‌شود.
- عمل جابه‌جایی قطب‌ها با تقارن نسبت به محور مکانیکی انجام می‌شود به گونه‌ای که نیروی شعاعی و عمود بر محور خالصی ایجاد نشود (شکل ۱- الف).
- از حل رابطه پواسون و لاپلاس برای یافتن چگالی شار فاصله هوایی استفاده شده است.
- تقارن دوبعدی بر مسئله حاکم بوده و آهن‌ربای موتور با الگوی مغناطیس‌شوندگی شعاعی است.
- حل مسئله برای ماشین بدون شیار انجام می‌شود و برای در نظر گرفتن اثر شیارها از یک توزیع جریان‌های سطحی مجازی معادل در مرز هوا و دندانه‌های استاتور استفاده شده است (شکل ۱- ب).

دیواره شیارهای استاتور قرار دارند.

جریان‌های تزریقی بر دیواره شیارها و جریان منتقل شده به شعاع داخلی استاتور باید چگالی شار یکسانی را در فاصله هوایی زیرشیارها ایجاد نمایند. به دلیل آن که این جریان‌های سطحی تنها در چگالی شار زیرشیارها اثرگذارند، طبق قانون آمپر باید در هر نقطه فاصله هوایی با شعاع r در زیرشیارها، (V) برقرار باشد

$$\frac{\mu_s \int_{R_s}^{R_s+h_{slot}} \frac{J_s(r, v_i, \theta_r)}{(x-r)} dx = \frac{\mu_s J_{vi}(\theta_r) R_s \Delta \theta}{2\pi(R_s - r)} \quad (7)$$

J_{si} مورد نیاز در (۷) به کمک (۶) به صورت (۸) مشخص می‌شود که در آن علامت‌های مختلف به دلیل جهت‌های متفاوت بردار عمود بر سطح دیواره‌های چپ و راست یک شیار می‌باشند

$$J_{si\pm}(\theta_r) = \pm \frac{B_{rIII}(r, v_{i\pm}, \theta_r)}{\mu_s} \quad (8)$$

که در آن v_{i+} و v_{i-} زوایای دیواره‌های چپ و راست i امین شیار استاتور و $B_{rIII}(r, v_i, \theta_r)$ مؤلفه شعاعی چگالی شار استاتور در دیواره دندانه با زاویه v_i است در حالی که رتور در موقعیت θ_r قرار دارد. زوایای دیواره دندانه‌ها در (۹) آورده شده است

$$v_{i+} = \frac{(2i-1)\gamma_s - \gamma_{so}}{2} \quad (9)$$

$$v_{i-} = \frac{(2i-1)\gamma_s + \gamma_{so}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, Q_s$$

با ساده‌سازی (۷)، جریان‌های سطحی مجازی معادل ظاهر شده در شرایط مرزی (۲)، $J(\theta_r, \varphi)$ ، به صورت (۱۰) مشخص می‌شود

$$J(\theta_r, \varphi) = \sum_{i=1}^{Q_s} [J_{vi+}(\theta_r)U(v_{i+}) + J_{vi-}(\theta_r)U(v_{i-})] \quad (10)$$

که در آن تابع $U(\delta)$ یک تابع پالس با دامنه واحد و پهنای $\Delta\theta$ و مرکز δ می‌باشد و در شکل ۴ نشان داده شده است.

به منظور در نظر گرفتن جریان‌های سطحی معادل در شرایط مرزی (۲)، نیاز به بیان این جریان به فرم سری فوریه است که در (۱۱) آورده شده است. به دلیل عدم وجود تقارن نیم‌موج فرد در متغیرهای مغناطیسی ماشین، سری فوریه جریان‌های مجازی سطحی معادل نیز دارای هارمونیک‌های فرد و زوج است

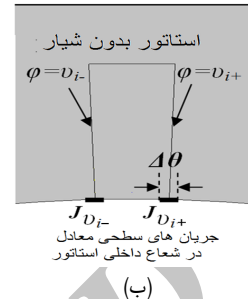
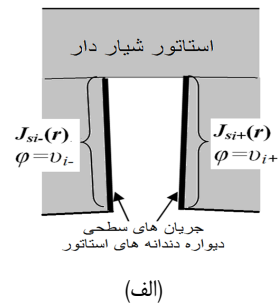
$$J(\theta_r, \varphi) = \sum_{n=1,2,\dots} J_n(\theta_r) \sin(np\varphi) + J'_n(\theta_r) \cos(np\varphi)$$

$$J'_n(\theta_r) = \sum_{i=1}^{Q_s} \zeta_n [J_{vi+}(\theta_r) \cos(npv_{i+}) + J_{vi-}(\theta_r) \cos(npv_{i-})] \quad (11)$$

$$J_n(\theta_r) = \sum_{i=1}^{Q_s} \zeta_n [J_{vi+}(\theta_r) \sin(npv_{i+}) + J_{vi-}(\theta_r) \sin(npv_{i-})]$$

$$\zeta_n = \frac{4}{n\pi} \sin\left(\frac{np}{2} \Delta\theta\right)$$

به دلیل آن که پیش از حل مسئله و یافتن مؤلفه مماسی چگالی شار در استاتور امکان استفاده از (۸) برای یافتن توزیع دقیق و واقعی $J(\theta_r, \varphi)$ وجود ندارد، می‌بایست تابع جریان‌های سطحی در یک فرایند تکراری و با پیش فرض اولیه صفر (مطابق با روندنمای شکل ۵) به دست آیند.



شکل ۳: (الف) استاتور شیاردار و جریان‌های سطحی و (ب) جریان‌های سطحی معادل و جایگزینی فاصله هوایی شیاردار به فاصله هوایی یکنواخت.

۲-۲ جریان‌های سطحی معادل

طبق مفاهیم الکترومغناطیس، هر ماده فرومغناطیس قرار گرفته در یک میدان مغناطیسی را می‌توان با محیطی با نفوذپذیری ۱ و جریان‌های سطحی مدل نمود. این جریان‌های سطحی از (۵) به دست می‌آیند که در آن a_n بردار عمود بر سطح ماده فرومغناطیس است [۱۶]. از طرفی طبق تعریف بردار مغناطیس $(M = B/\mu_s - H)$ ، رابطه بردار شدت میدان مغناطیسی با چگالی شار $(B = \mu_s \mu_r H)$ و فرض بزرگ بودن ضریب نفوذپذیری مواد فرومغناطیس می‌توان (۵) را به صورت (۶) بازنویسی نمود

$$J_s = M \times a_n \quad (5)$$

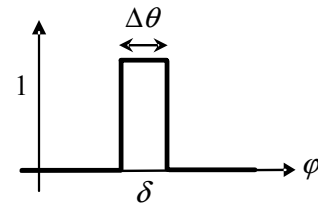
$$J_s = \frac{\mu_r - 1}{\mu_r \mu_s} B \times a_n \cong \frac{B \times a_n}{\mu_s} \quad (6)$$

در استاتور ماشین آهن‌ریایی نیز به دلیل عبور چگالی شار از دندانه‌ها جریان‌هایی سطحی بر روی دیواره دندانه‌ها تشکیل می‌شود. این جریان‌ها از عبور شار از مسیر شیارها جلوگیری می‌نمایند و سبب فرورفتگی در مؤلفه شعاعی چگالی شار فاصله هوایی و اعوجاج مؤلفه مماسی آن می‌گردند. از آنجایی که بردار عمود بر سطح دیواره دندانه‌های استاتور در راستای φ است، طبق (۶) مؤلفه شعاعی چگالی شار استاتور در مقادیر جریان‌های سطحی اثرگذار است. با تزریق جریان‌هایی برابر با منفی جریان‌های سطحی دیواره شیارها در دیواره شیارها، اثر شیارها از بین رفته و استاتور شیاردار مانند یک استاتور بدون شیار رفتار می‌کند. از آنجایی که یافتن مؤلفه‌های چگالی شار در یک فاصله هوایی بدون شیار بسیار ساده‌تر از فاصله هوایی شیاردار است، می‌توان به جای حل رابطه پواسون و لاپلاس در یک فاصله هوایی شیاردار، این معادلات را در یک فاصله هوایی بدون شیار با حضور جریان‌هایی برابر با منفی جریان‌های سطحی دیواره‌های شیارها حل نمود. با کم‌نمودن چگالی شار ایجاد شده توسط این جریان‌های سطحی از چگالی شار ناشی از آهن‌ریا در ماشین بدون شیار، چگالی شار ماشین شیاردار به دست می‌آید. البته به منظور ساده‌سازی بیشتر مسئله می‌توان مطابق شکل ۳ جریان‌های تزریقی به دیواره دندانه‌های استاتور را به سطح داخلی استاتور منتقل نمود. جریان‌های انتقالی به شعاع داخلی استاتور دارای پهنای $\Delta\theta$ بوده و درست در زیر

همچنین مؤلفه شعاعی چگالی شار به دست آمده در آهن استاتور (ناحیه سوم) در (۱۶) آورده شده که در آن تابع $C_n(r)$ از (۱۷) به دست می‌آید

$$C_n(r) = Y_n \frac{R_r^{\nu np} + R_s^{\nu np}}{R_s^{\nu np} - R_o^{\nu np}} (r^{np-1} - R_o^{\nu np} r^{-np-1}) \quad (17)$$

با استفاده از مؤلفه‌های چگالی شار و به کارگیری رابطه تنش ماکسول، گشتاور دندانه توسط به صورت (۱۸) به دست می‌آید.



شکل ۴: تابع پالس $U(\delta)$.

۳- بهینه‌سازی میزان جابه‌جایی آهن‌ربا

۱-۳ بیان تابع هدف

تابع هدف در نظر گرفته شده دربرگیرنده دو زیرتابع به صورت (۱۹) است. به منظور بهینه‌کردن مقدار تابع هدف از روش بهینه‌سازی چندهدفه با اعمال روش جستجوی مستقیم و وزن‌دهی زیرتابع مورد نظر استفاده شده است. در واقع هدف از بهینه‌سازی کمینه‌کردن گشتاور دندانه هم‌زمان با بیشینه‌نمودن نسبت میان هارمونیک اول به هارمونیک‌های بالاتر (دوم تا هشتم) چگالی شار می‌باشد

$$f_1 = T_{cog}$$

$$f_2 = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^8 |B_{ri}|}}{|B_{r1}|} \quad (19)$$

در (۱۹)، B_{rn} هارمونیک n ام مؤلفه شعاعی چگالی شار است که از (۱۲) به دست می‌آید. از آنجایی که دو تابع هدف بالا از یک جنس نمی‌باشند، از مقادیر نرمالیزه‌شده و بدون واحد دو زیرتابع در محاسبه تابع هدف استفاده شده است.

۲-۳ نرمالیزه کردن توابع هدف

اگر G_{min} و G_{max} به ترتیب بیشترین و کمترین مقادیر تابع g بر روی فضای جستجوی $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ باشد، آن گاه مقدار نرمالیزه‌شده g در صورت (۲۰) تعریف می‌شود [۱۹]

$$g_{pu}(x) = \frac{g(x) - G_{min}}{G_{max} - G_{min}} \quad (20)$$

بنابراین پس از محاسبه زیرتوابع f_1 و f_2 در تمام نقاط فضای جستجو، مقادیر f_{pu1} و f_{pu2} محاسبه می‌شوند. سپس مقدار تابع هدف نهایی در تمام نقاط فضای جستجو به صورت (۲۱) محاسبه می‌گردد

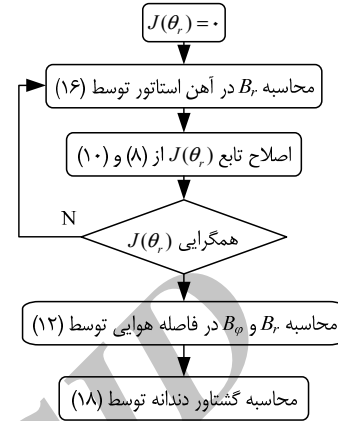
$$B_{rII} = - \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} \frac{\mu}{r} (r^{np} + R_s^{\nu np} r^{-np}) [a_{cn} \cos(np(\phi - \theta_r)) + a_{sn} \sin(np(\phi - \theta_r))] + \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} \frac{\mu}{Y_n (r^{np-1} + R_r^{\nu np} r^{-np-1})} (J_n \cos(np\phi) - J'_n \sin(np\phi)) \quad (12)$$

$$B_{\phi II} = \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} \frac{\mu}{r} (r^{np} - R_s^{\nu np} r^{-np}) [a_{cn} \sin(np(\phi - \theta_r)) - a_{sn} \cos(np(\phi - \theta_r))] + \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} \frac{\mu}{Y_n (r^{np-1} - R_r^{\nu np} r^{-np-1})} (J_n \sin(np\phi) + J'_n \cos(np\phi))$$

$$B_{rIII}(r, \phi, \theta_r) = \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} \frac{-\nu \mu (r^{np} - R_o^{\nu np} r^{-np})}{r(\nu - R_o^{\nu np} R_s^{-\nu np})} [a_{sn} \sin(np(\phi - \theta_r)) + a_{cn} \cos(np(\phi - \theta_r))] + C_n(r) [J_n(\theta_r) \cos(np\phi) - J'_n(\theta_r) \sin(np\phi)] \quad (16)$$

$$T_{cog}(\theta_r) = \frac{l_{stk} r^{\nu} \int_0^{2\pi} B_r(r, \phi, \theta_r) \cdot B_{\phi}(r, \phi, \theta_r) \cdot d\phi}{\mu} \quad (18)$$

$$\nu \pi p l_{stk} \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} Y_n (R_s^{\nu np} - R_r^{\nu np}) ((a_{cn} J'_n + a_{sn} J_n) \sin(np\theta_r) + (a_{sn} J'_n - a_{cn} J_n) \cos(np\theta_r))$$



شکل ۵: روندنمای یافتن توزیع مؤلفه‌های چگالی شار و جریان‌های سطحی معادل مجازی.

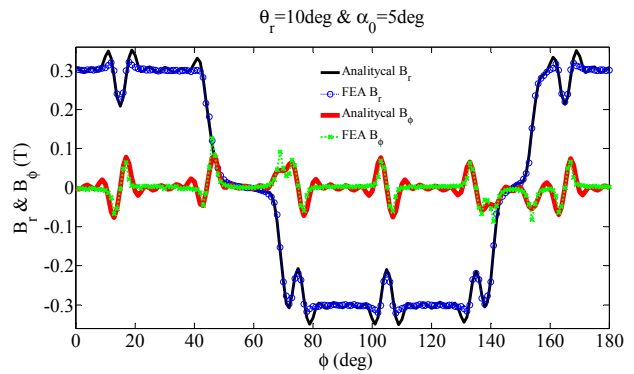
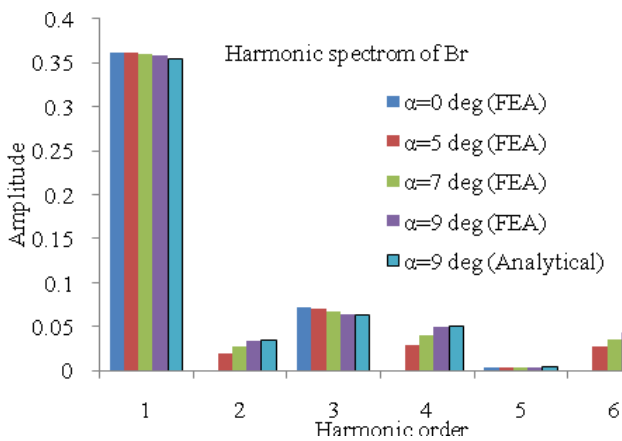
۳-۲ روابط چگالی شار و گشتاور دندانه

با اعمال شرایط مرزی (۲) و حل (۳) با استفاده از روش جداسازی متغیرها برای ماشین آهن‌ربایی بدون شیار [۱۷] و [۱۸]، مؤلفه‌های شعاعی و مماسی چگالی شار فاصله هوایی به صورت (۱۲) به دست می‌آیند که در آن a_{cn} ، a_{sn} و Y_n به ترتیب از (۱۳) تا (۱۵) به دست می‌آیند

$$a_{cn} = M_{cn} np \times \frac{(np+1)R_r^{\nu np} R_m^{-np+1} + (\nu - np)R_m^{np+1} - \nu R_r^{\nu np+1}}{\nu(\nu - (np)^\nu)(R_r^{\nu np} - R_s^{\nu np})} \quad (13)$$

$$a_{sn} = M_{sn} np \times \frac{(np+1)R_r^{\nu np} R_m^{-np+1} + (\nu - np)R_m^{np+1} - \nu R_r^{\nu np+1}}{\nu(\nu - (np)^\nu)(R_r^{\nu np} - R_s^{\nu np})} \quad (14)$$

$$Y_n = \frac{-\mu R_s^{\nu np+1}}{R_r^{\nu np} - R_s^{\nu np}} \quad (15)$$



شکل ۶: مؤلفه‌های چگالی شار فاصله هوایی در موقعیت روتور ۱۰ درجه و جابه‌جایی آهن‌ریا ۵ درجه.

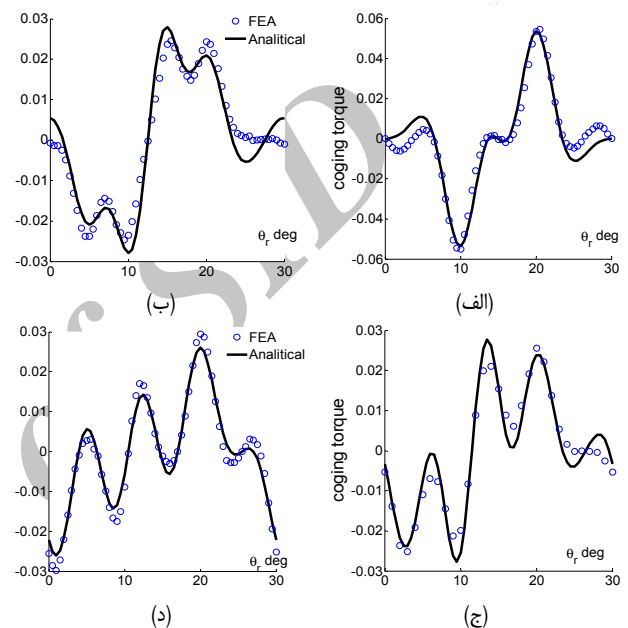
شکل ۸: اندازه شش هارمونیک اول مؤلفه شعاعی چگالی شار فاصله هوایی برای زوایای جابه‌جایی مختلف آهن‌ریا.

جدول ۱: بازه و گام تغییر متغیرهای طراحی.

| متغیر | گام تغییرات | بازه تغییرات |
|------------|-------------|--------------------------------|
| h_m | ۱ mm | [۷ mm - ۷ mm] |
| α | ۰٫۰۱ | [۰٫۷۵ - ۱] |
| α_r | ۱ deg | [۰ - (۱ - α) × ۹۰ deg] |

جدول ۲: اطلاعات ماشین.

| مقدار | نماد | پارامترهای ماشین |
|------------------------------------|---------|--------------------------|
| ۲ | P | تعداد زوج قطب |
| ۱۲ | Q_s | تعداد شیار |
| ۲۴٫۵ mm | R_r | شعاع روتور |
| ۴۰ mm | R_o | شعاع خارجی استاتور |
| ۰٫۷۵ mm | g | فاصله هوایی |
| ۰٫۳۸ T | B_r | پسماند چگالی شار آهن‌ریا |
| ۱ | μ_r | نفوذپذیری آهن‌ریا |
| ۴٫۵ mm | h_m | ارتفاع آهن‌ریا |
| ۵ mm | h_s | ارتفاع شیار استاتور |
| $R_r + h_m + g = ۲۹٫۷۵ \text{ mm}$ | R_s | شعاع استاتور |
| ۲ mm | b | دهانه باز شیار |



شکل ۷: گشتاور دندانه برای زوایای جابه‌جایی آهن‌ریا (بر حسب درجه مکانیکی) برابر با (الف صفر، ب پنج، ج هفت و د) نه.

$$F = w_r f_{1pu} + w_r f_{\nu pu} \tag{۲۱}$$

که در آن زیرنویس pu نمایانگر مقادیر نرمالیزه و هر یک از این ضرایب وزنی (w_1, w_ν) ، اهمیت تابع هدف نظر خود را نشان می‌دهند. در ادامه تابع هدف (۲۱) برای ضرایب وزنی مختلف به دست آورده خواهد شد و بازه تغییرات متغیرهای مورد نظر در فضای جستجو در جدول ۱ آمده است.

۴- نتایج

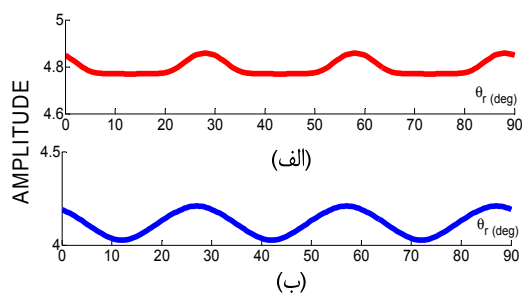
۴-۱- تأیید مدل تحلیلی

پارامترهای ماشین مورد مطالعه در جدول ۲ آورده شده است. شکل ۶ نتایج به دست آمده برای مؤلفه‌های شعاعی و مماسی چگالی شار برای این ماشین با جابه‌جایی قطب‌های آهن‌ریا به میزان ۵ درجه را در موقعیت رتور ۱۰ درجه نمایش می‌دهد.

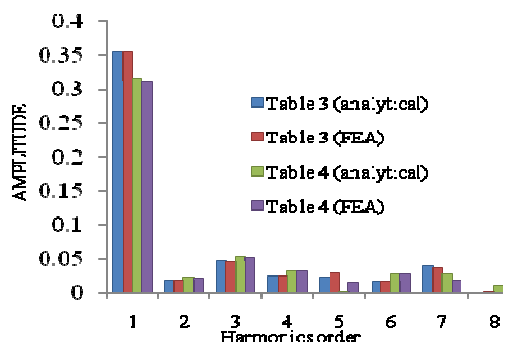
همان گونه که مشخص است دقت مدل تحلیلی ارائه شده قابل قبول می‌باشد و با نتایج روش المان محدود همخوانی دارد. در شکل ۷- الف تا ۷- د گشتاور دندانه به دست آمده از روش تحلیلی با نتایج روش المان محدود برای زوایای مختلف جابه‌جایی آهن‌ریا آورده شده‌اند. همان گونه که مشخص است مدل تحلیلی ارائه شده تطابق خوبی با نتایج روش المان محدود دارد و همچنین مشاهده می‌شود که جابه‌جایی آهن‌ریا باعث

کاهش گشتاور دندانه می‌شود. میزان بیشینه گشتاور دندانه برای جابه‌جایی‌های متفاوت آهن‌ریا تقریباً یکسان است و تنها شکل نمودار آن تغییر می‌کند.

در شکل ۸ اندازه شش هارمونیک اول مؤلفه شعاعی چگالی شار فاصله هوایی که از روش المان محدود به دست آمده نمایش داده شده است. نمودار رسم شده برای ماشین با جابه‌جایی‌های آهن‌ریا به اندازه ۰، ۵، ۷ و ۹ درجه مکانیکی است. در این شکل طیف هارمونیک به دست آمده از مدل تحلیلی برای جابه‌جایی آهن‌ریا به میزان ۹ درجه که توسط روش تحلیلی به دست آمده نیز آورده شده است که همخوانی مناسبی با نتایج روش المان محدود دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که اگرچه جابه‌جایی آهن‌ریا میزان گشتاور دندانه را کاهش می‌دهد ولی سبب می‌شود هارمونیک‌های زوج قابل توجهی در طیف هارمونیک چگالی شار ظاهر شوند. همچنین دامنه هارمونیک‌های زوج با افزایش میزان جابه‌جایی بزرگ‌تر می‌شوند. بنابراین مقدار زاویه بهینه جابه‌جایی را باید توسط الگوریتم بهینه‌سازی و استفاده از مدل تحلیلی که زمان محاسبات کمتری نسبت به روش المان محدود نیاز دارد، مشخص نمود.



شکل ۱۰: اندازه $1/f_r$ به ازای موقعیت روتور برای ماشین، (الف) جدول ۳ و (ب) جدول ۴.



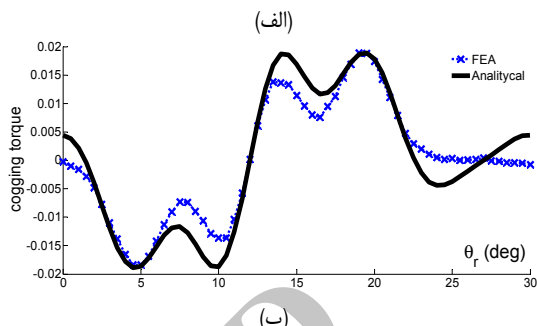
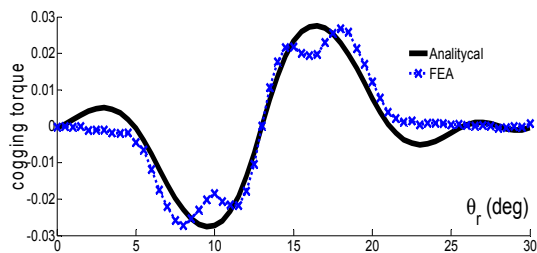
شکل ۱۱: هشت هارمونیک اول مؤلفه شعاعی چگالی شار برای ماشین، (الف) جدول ۳ و (ب) جدول ۴.

جدول ۴: مقادیر بهینه به دست آمده برای جابه‌جایی قطب (با ضرایب وزنی $W_1 = 5$ و $W_2 = 1$).

| مقادیر بهینه | نماد | پارامتر |
|--------------|-----------|-------------------------------|
| ۰٫۷۸ | α | نسبت طول آهن‌ربا به گام قطب |
| ۶ | α | زاویه جابه‌جایی آهن‌ربا (deg) |
| ۲ | h_m | ارتفاع آهن‌ربا (mm) |
| ۰٫۲۱۲ | F | تابع هدف |
| ۰٫۱۰۱۸ | T_{cog} | گشتاور دندانه (N.m) |
| ۴٫۰۲ | $1/f_r$ | یک بر روی مقدار تابع هدف دوم |

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر جابه‌جایی آهن‌رباها در ماشین آهن‌ربای سطحی بررسی و مطالعه گردید. همچنین به بهینه‌سازی هم‌زمان گشتاور دندانه و طیف هارمونیک در ماشین آهن‌ربایی با آهن‌رباهای جابه‌جا شده پرداخته شد. به این منظور یک مدل تحلیلی با در نظر گرفتن جابه‌جایی آهن‌رباها و شیارهای استاتور برای این ماشین ارائه شد. اعتبارسنجی مدل تحلیلی با مقایسه نتایج آن با نتایج روش المان محدود انجام پذیرفت. از آنجایی که دو متغیر گشتاور دندانه و طیف هارمونیک از یک جنس نمی‌باشند از مقادیر نرمال‌شده این متغیرها در تابع هدف استفاده شد. به لطف مدل تحلیلی ارائه‌شده، استفاده از الگوریتم جستجوی مستقیم در بهینه‌سازی امکان‌پذیر شد. نشان داده شد که اگرچه جابه‌جایی آهن‌ربا سبب کاهش گشتاور دندانه می‌شود ولی تقارن نیم‌موج فرد ماشین را بر هم می‌زند ولی سبب ایجاد هارمونیک‌های مکانی زوج در توزیع چگالی شار فاصله‌هایی می‌شود. وجود هارمونیک‌های زوج مکانی مرتبه پایین که دارای دامنه قابل توجهی نیز می‌باشند در تولید ضریب گشتاور تأثیرگذار است. در نهایت نتایج به دست آمده از مدل تحلیلی برای ماشین‌های بهینه‌شده با ضرایب وزن‌دهی متغیر توابع هدف با روش المان محدود تأیید شده‌اند.



شکل ۹: گشتاور دندانه برای ماشین، (الف) جدول ۳ و (ب) جدول ۴.

جدول ۳: مقادیر بهینه به دست آمده برای جابه‌جایی قطب (با ضرایب وزنی $W_1 = 1$ و $W_2 = 5$).

| پارامتر | نماد | مقادیر بهینه |
|------------------------------|-----------|--------------|
| نسبت طول آهن‌ربا به گام قطب | α | ۰٫۷۵ |
| زاویه شیفت آهن‌ربا (deg) | α | ۴ |
| ارتفاع آهن‌ربا (mm) | h_m | ۷ |
| تابع هدف | F | ۰٫۱۵۴ |
| گشتاور دندانه (N.m) | T_{cog} | ۰٫۰۲۷ |
| یک بر روی مقدار تابع هدف دوم | $1/f_r$ | ۴٫۷۶ |

۴-۲ بهینه‌سازی ماشین

متغیرهای بهینه به دست آمده برای ماشین مورد نظر دو دسته مقادیر ضرایب وزنی انتخابی برابر با $(w_1, w_2) = (1, 5)$ و $(w_1, w_2) = (5, 1)$ به ترتیب در جداول ۳ و ۴ آورده شده‌اند. همچنین مقادیر تابع هدف و زیرتابع‌های آنها نیز گزارش شده است. پارامترهایی از ماشین که در جداول ۳ و ۴ آورده نشده‌اند مانند پارامترهای اصلی ماشین در جدول ۲ در نظر گرفته شده‌اند.

شکل ۹-الف و ۹-ب نمودارهای گشتاورهای دندانه بر حسب موقعیت روتور به دست آمده از روش تحلیلی و روش المان محدود را به ترتیب برای پارامترهای ماشین‌های بهینه‌شده در جداول ۳ و ۴ نمایش می‌دهند. از آن جهت که ضریب وزنی زیرتابع دوم در جدول ۳ بیشتر از ضریب وزنی متناظر در جدول ۴ است، مقدار گشتاور به دست آمده در ماشین جدول ۳ کمتر از گشتاور دندانه جدول ۴ است. شکل ۱۰ اندازه $1/f_r$ در موقعیت‌های مختلف روتور برای ماشین‌های بهینه‌شده در جداول ۳ و ۴ را نمایش می‌دهد. همان‌طور که گفته شد به دلیل ضرایب وزنی مختلف در این جداول، اندازه نمودار جدول ۳ بیشتر از جدول ۴ است.

شکل ۱۱ دامنه هشت هارمونیک اول مؤلفه شعاعی چگالی شار برای ماشین‌های بهینه‌شده در جداول ۳ و ۴ را نشان می‌دهد. این نمودارها در موقعیت روتور برابر ۴۰ درجه مکانیکی رسم شده‌اند. همان‌گونه که مشخص است، نتایج روش تحلیلی با روش المان محدود دارای تطابق مناسبی است. همچنین اندازه هارمونیک اول مربوط به ماشین بهینه جدول ۳ بیشتر از مقدار متناظر برای ماشین جدول ۴ است.

- [8] S. M. Hwang, et al., "Various design techniques to reduce cogging torque by controlling energy variation in permanent magnet motors," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 37, no. 4, pp. 2806-2909, Jul. 2001.
- [9] S. M. Hwang and J. B. Eom, "Cogging torque and acoustic noise reduction in permanent magnet motors by teeth pairing," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 36, no. 5, pp. 3144-3146, Sep. 2000.
- [10] Y. Lin, Y. Hu, and T. Lin, "A method to reduce the cogging torque of spindle motors," *J. of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 209, no. 1-3, pp. 180-182, Feb. 2000.
- [11] N. Bianchi and S. Bolognani, "Torque harmonic compensation in a synchronous reluctance motor," *IEEE Trans. on Energy Convers.*, vol. 23, no. 2, pp. 466-473, Jun. 2008.
- [12] D. Zarko, D. Ban, and T. Lipo, "Analytical solution for cogging torque in surface permanent-magnet motors using conformal mapping," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 44, no. 1, pp. 52-65, Jan. 2008.
- [13] P. Jin and S. Fang, "Analytical magnetic field analysis and prediction of cogging force and torque of a linear and rotary permanent magnet actuator," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 47, no. 10, pp. 3004-3007, Oct. 2011.
- [14] S. Taghipour Boroujeni and V. Zamani, "A novel analytical model for no-load, slotted, surface-mounted PM machines: air gap flux density and cogging torque," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 51, no. 4, article. 8104008, Apr. 2015.
- [15] Z. Azar and Z. Q. Zhu, "Influence of electric loading and magnetic saturation on cogging torque, back-EMF and torque ripple of PM machines," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 48, no. 10, pp. 2650-2958, Oct. 2012.
- [16] D. K. Cheng, *Field and Wave Electromagnetics*, Addison Wesley Publishing Company, 1983.
- [17] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part i: open-circuit field," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 1, pp. 124-135, Jan. 1993.
- [18] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part II: armature reaction field," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 1, pp. 136-142, Jan. 1993.
- [19] A. Varahram, J. R. Mohassel, and K. Mafinezhad, "Optimization of array factor in linear arrays using modified genetic algorithm," *International J. of Engineering, Trans. B.*, vol. 174, no. 6, pp. 367-380, Dec. 2004.

وحید زمانی فرادنیه در سال ۱۳۹۱ مدرک کارشناسی مهندسی برق گرایش الکترونیک و مخابرات دریایی خود را از دانشگاه دریانوردی و علوم دریایی چابهار و در سال ۱۳۹۳ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق قدرت خود را از دانشگاه شهرکرد دریافت نمود. سال ۱۳۹۴-۱۳۹۲ به عنوان همکار تحقیقاتی با دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران همکاری داشته است. با احراز شرایط ستاد بنیاد نخبگان مهندس زمانی فرادنیه به عنوان سرباز نخبه، در قسمت مطالعات و تحقیقات پدافند هوایی خاتم النبیه ارتش مشغول همکاری می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: طراحی ماشین‌های الکتریکی.

صمد تقی‌پور بروجنی تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکترای مهندسی برق قدرت به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۲، ۱۳۸۴ و ۱۳۸۸ از دانشگاه صنعتی امیرکبیر به پایان رسانده است و از سال ۱۳۸۹ تا کنون استادیار دانشکده فنی- مهندسی دانشگاه شهرکرد می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: مدل‌سازی و بهینه‌سازی ماشین‌های الکتریکی، تحلیل و کنترل آنها.

جدول پ-۱: نماد متغیرهای به کار رفته در روابط مقاله.

| | |
|---------------|--|
| R_{PM} | شعاع مرز میان هوا و آهن‌ربا (m) |
| R_s | شعاع داخلی استاتور (m) |
| R_o | شعاع یوغ استاتور (m) |
| A | اندازه برداز پتانسیل مغناطیسی (Wb/m) |
| θ_r | موقعیت روتور (deg) |
| h_{slot} | عمق شیار (m) |
| γ_s | گام دندانه (deg) |
| γ_{so} | گام دهانه باز شیار (deg) |
| Q_s | تعداد شیارهای استاتور |
| B_r | مؤلفه شعاعی چگالی شار (T) |
| B_ϕ | مؤلفه مماسی چگالی شار (T) |
| T_{cog} | گشتاور دندانه (N.m) |
| h_m | ضخامت آهن‌ربا (m) |
| B_{rl} | مؤلفه شعاعی چگالی شار فاصله هوایی (T) |
| B_{rlII} | مؤلفه شعاعی چگالی شار در آهن استاتور (T) |
| α | نسبت کمان آهن‌ربا به کمان قطب |
| α | میزان جابه‌جایی آهن‌ربا (deg) |
| b | دهانه باز شیار (m) |

پیوست

نماد متغیرهای به کار رفته در روابط مقاله در جدول پ-۱ آمده است.

مراجع

- [1] L. Zhu, S. Z. Jiang, and Z. Q. Zhu, "Analytical method for minimizing cogging torque in permanent magnet machines," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 45, no. 4, pp. 2020-2031, Apr. 2009.
- [2] T. M. Jahns and W. L. Soong, "Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motor drives: a review," *IEEE Trans. on Indus. Electronics*, vol. 43, no. 2, pp. 321-330, Apr. 1996.
- [3] D. C. Hanselman, "Effect of skew, pole count and slot count on brushless motor radial force, cogging torque and back EMF," in *Elect. Eng. Proc. Elect. Power Appl.*, vol. 44, no.5, pp. 325-330, Sep. 1997.
- [4] M. S. Islam and T. Sebastian, "Issues in reducing the cogging torque on mass produced permanent magnet brushless DC motor," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 43, no. 9, pp. 813-820, May-June 2004.
- [5] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines," *IEEE Trans. on Energy Convers.*, vol. 15, no. 4, pp. 407-412, Dec. 2000.
- [6] M. Dai, A. Keyhani, and T. Sebastian, "Torque ripple analysis of a PM brushless DC motor using finite element method," *IEEE Trans. on Energy Convers.*, vol. 19, no. 1, pp. 40-45, Mar. 2004.
- [7] N. Bianchi and S. Bolognani, "Design techniques for reducing the cogging torque in surface mounted PM motors," *IEEE Trans. on Ind. Applicat.*, vol. 38, no. 5, pp. 1259-1265, Sep. 2002.