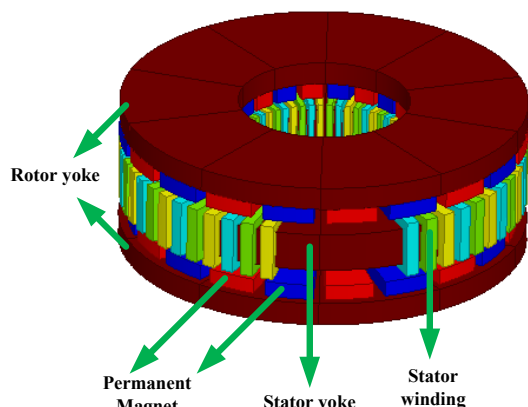


کاهش گشتاور ریپل در موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک با استفاده از طراحی بهینه ساختار موتور

محمدرضا علیزاده پهلوانی، یوسف شهبازی آیت و ابوالفضل واحدی



شکل ۱: ساختار استاتور میانی بدون شیار موتور مغناطیس دایم شارمحوری.

ضد محرکه در موتورهای مغناطیس دایم به صورت سینوسی کامل یا دوزنقه‌ای کامل نمی‌باشد و به دلیل خطاهای مکانیکی و محدودیت‌های طراحی، تولید شکل موج ولتاژ ضد محرکه مطلوب، تقریباً غیر ممکن است [۴].

موتورهای مغناطیس دایم شارمحوری دوجبه‌ای از جمله موتورهای مغناطیس دایم بدون جاروبک می‌باشند که با توجه به ویژگی‌هایی همچون گشتاور به وزن بالا و بازده بالا، نسبت به موتورهای مغناطیس دایم معمولی دارای مزایای قابل توجهی هستند [۵] و [۶]. شکل ۱، نمونه‌ای از این موتورها را نشان می‌دهد که دارای ساختار استاتور میانی بدون شیار می‌باشد.

گشتاور ریپل در سرعت‌های بالا توسط اینرسی سیستم فیلتر می‌شود اما در سرعت‌های پایین گشتاور ریپل اثرات قابل توجهی تولید می‌کند که برای کاربردهای با گشتاور نرم و کم صدا قابل قبول نخواهد بود [۷] و [۸]. گشتاور لحظه‌ای کل در موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک دارای دو مؤلفه می‌باشد، یکی مؤلفه ثابت یا گشتاور متوسط که گشتاور مفید است و دیگری گشتاور نوسانی که موجب نوسانات گشتاور می‌شود [۹]. عوامل تولید گشتاور نوسانی را می‌توان به دو دسته عوامل ساختاری موتور و عوامل ناشی از تغذیه آن دسته‌بندی کرد. منابع تولید گشتاور نوسانی ناشی از ساختار موتور عبارت است از [۱۰]:

- گشتاور دندانه‌ای که در اثر تقابل میان پرمانس متغیر ناشی از شیارهای آرمیچر و شار مغناطیسی آهنرباهای روتور ایجاد می‌شود.
- گشتاور رلوکتانسی که در اثر عدم برابری پرمانس محور d و محور q ایجاد می‌شود.
- گشتاور الکترومغناطیسی هارمونیک که به علت ایده‌آل نبودن توزیع چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی می‌باشد به طوری که در PMSM غیر سینوسی بوده و در BLDC دوزنقه‌ای نمی‌باشد.
- منابع تولید گشتاور نوسانی که ناشی از منبع تغذیه می‌باشد، می‌توان به ریپل موجود در جریان تغذیه و کموتاسیون جریان فاز اشاره کرد [۱۰].

چکیده: در این مقاله محاسبه گشتاور الکترومغناطیسی لحظه‌ای در موتور مغناطیس دایم شارمحوری بدون جاروبک با استفاده از تنوری نیروی لورنتز انجام شده است. در این روش از ولتاژ ضد محرکه و جریان فازها استفاده گردیده و یک روش جدید برای محاسبه هارمونیک‌های مختلف ولتاژ ضد محرکه با استفاده از روش تحلیلی ارائه شده است. نتایج ناشی از روش تحلیلی ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار المان محدود مورد ارزیابی قرار گرفته و تطابق خوبی میان روش تحلیلی ارائه شده و روش المان محدود وجود دارد. زمان محاسبات در روش تحلیلی ارائه شده بسیار کمتر از زمان محاسبات نرم‌افزار المان محدود می‌باشد. در نهایت با استفاده از روش تحلیلی، برخی پارامترهای هندسی موتور با هدف کاهش گشتاور ریپل بهینه‌سازی شده‌اند.

کلیدواژه: موتور BLDC، موتور AFPM، گشتاور الکترومغناطیسی، گشتاور ریپل.

۱- مقدمه

اخیراً سرو موتورهای مغناطیس دایم بدون جاروبک، یک رقیب جدی برای موتورهای جاروبک‌دار در کاربردهای صنعتی شده‌اند. سرو موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک با توجه به چگالی توان بالا، اینرسی چرخشی پایین و عملکرد دینامیکی خوب به طور وسیعی در کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار گرفته است [۱] و [۲]. وجود گشتاور ریپل در موتور باعث به وجود آمدن نویز و لرزش می‌شود. نویز و لرزش پایداری سیستم سرو را کاهش می‌دهد و استفاده از آن برای کاربردهای صنعتی با دقت بالا را دچار مشکل می‌سازد [۳]. کاهش گشتاور ریپل در سرو موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک یکی از مسایل مهم در تحقیقات مهندسی می‌باشد.

موتورهای مغناطیس دایم بدون جاروبک به دو دسته موتور سنکرون مغناطیس دایم با تغذیه جریان سینوسی یا PMSM و موتور مغناطیس دایم بدون جاروبک با تغذیه جریان مستطیلی یا BLDC تقسیم می‌شوند. در حالت ایده‌آل ولتاژ ضد محرکه در PMSM سینوسی می‌باشد و در BLDC ولتاژ ضد محرکه دوزنقه‌ای شکل است. اگر در هر دو روش شرایط ایده‌آل باشد و شکل موج‌های جریان و ولتاژ همان چیزی باشد که انتظار می‌رود، در هر دو حالت گشتاور تولیدی بدون نوسان خواهد بود که در بسیاری از کاربردها مطلوب می‌باشد. به هر حال در عمل ولتاژ

این مقاله در تاریخ ۲۷ مهر ماه ۱۳۹۴ دریافت و در تاریخ ۲۴ خرداد ماه ۱۳۹۵ بازنگری شد.

محمدرضا علیزاده پهلوانی، مجتمع برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، (email: mr_alizadehp@iust.ac.ir).

یوسف شهبازی آیت، مجتمع برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، (email: yusef.shahbazi@gmail.com).

ابوالفضل واحدی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، (email: avahedi@iust.ac.ir).

در موتور BLDC معمولاً اتصال سیم پیچ‌های استاتور به صورت ستاره می‌باشد. جریان تغذیه را نیز می‌توان به صورت مجموعه‌ای از جریان‌های سینوسی با استفاده از سری فوریه نوشت که برای فاز a با اتصال ستاره به صورت رابطه زیر می‌شود

$$i_a(t) = I_1 \sin(\omega t) + I_5 \sin(5\omega t) + I_7 \sin(7\omega t) + \dots \quad (۳)$$

که در آن I_1, I_5, I_7, \dots دامنه هارمونیک‌های جریان فاز a می‌باشند. در موتور BLDC، جریان هر فاز به صورت مستطیلی و با هدایت ۱۲۰ درجه الکتریکی در هر نیم‌سیکل می‌باشد. شکل ۲ جریان فاز a موتور BLDC را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۲، سری فوریه جریان فاز a مطابق رابطه زیر می‌باشد

$$i_a(\omega t) = \frac{4}{\pi} I_d \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) \sin(n\omega t) \quad (۴)$$

با توجه به تقارن موجود در موتور، ولتاژ ضد محرکه و جریان فازهای b و c دارای اختلاف فاز $\pm 120^\circ$ نسبت به فاز a می‌باشند. با فرض هم‌فاز بودن جریان تغذیه و ولتاژ ضد محرکه هر فاز، گشتاور الکترومغناطیسی از (۱) قابل محاسبه بوده که با انجام محاسبات ریاضی به صورت زیر بیان می‌شود [۶]

$$T_{em}(t) = T_{avg} + \sum_{n=1}^{\infty} T_{\xi n} \cos(\xi n \omega t) \quad (۵)$$

که در آن T_{avg} ، گشتاور متوسط یا گشتاور مفید موتور BLDC است و مطابق رابطه زیر می‌باشد

$$T_{avg} = \frac{3}{2\omega_m} (E_1 I_1 + E_5 I_5 + E_7 I_7 + \dots) \quad (۶)$$

در (۵)، دامنه هارمونیک‌های گشتاور است که منجر به تولید گشتاور ریبیل می‌شود. مقادیر $T_{\xi}, T_{12}, T_{18}, T_{24}, T_{30}, \dots$ مطابق روابط زیر محاسبه می‌شوند

$$T_{\xi} = \frac{3}{2\omega_m} (I_1(E_{\nu} - E_{\delta}) + I_5(E_{11} - E_1) + I_7(E_1 + E_{11}) + I_{11}(E_{\delta} + E_{11}) + I_{17}(E_7 + E_{11}) + \dots) \quad (۷)$$

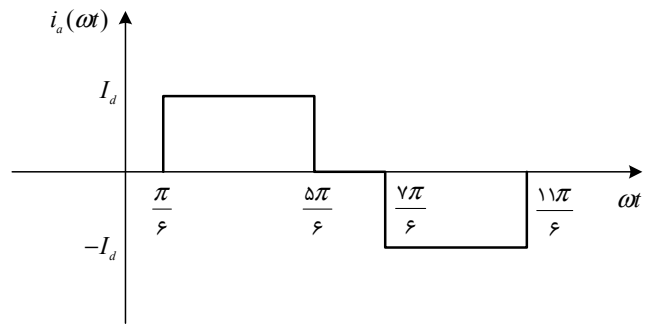
$$T_{12} = \frac{3}{2\omega_m} (I_1(E_{17} - E_{11}) + I_5(E_{17} - E_7) + I_7(E_{11} - E_{\delta}) + I_{11}(E_{17} - E_1) + I_{17}(E_1 + E_{11}) + \dots) \quad (۸)$$

$$T_{18} = \frac{3}{2\omega_m} (I_1(E_{11} - E_{17}) + I_5(E_{17} - E_{11}) + I_7(E_{11} - E_{\delta}) + I_{11}(E_{17} - E_1) + I_{17}(E_1 + E_{11}) + \dots) \quad (۹)$$

$$T_{24} = \frac{3}{2\omega_m} (I_1(E_{11} - E_{17}) + I_5(E_{17} - E_{11}) + I_7(E_{11} - E_{\delta}) + I_{11}(E_{17} - E_1) + I_{17}(E_1 + E_{11}) + \dots) \quad (۱۰)$$

$$T_{30} = \frac{3}{2\omega_m} (I_1(E_{11} - E_{17}) + I_5(E_{17} - E_{11}) + I_7(E_{11} - E_{\delta}) + I_{11}(E_{17} - E_1) + I_{17}(E_1 + E_{11}) + \dots) \quad (۱۱)$$

با داشتن هارمونیک‌های مختلف جریان تغذیه و ولتاژ ضد محرکه موتور BLDC می‌توان گشتاور متوسط و هارمونیک‌های مختلف گشتاور الکترومغناطیسی را بر اساس روابط فوق محاسبه کرد. هارمونیک‌های جریان از (۴) به دست می‌آیند. هارمونیک‌های ولتاژ ضد محرکه با استفاده از روش تحلیلی ارائه شده در بخش بعدی، قابل محاسبه می‌باشند.



شکل ۲: جریان تغذیه یکی از فازهای موتور BLDC.

به طور کلی دو روش مختلف برای کاهش ریبیل گشتاور وجود دارد. روش اول طراحی بهینه ساختار موتور می‌باشد [۱۱] تا [۱۵] و روش دیگر استفاده از استراتژی کنترلی پیشرفته در اعمال جریان تغذیه موتور است [۱۶] تا [۲۲].

در صورتی که ساختار موتور بدون شیار و با آهنربای سطحی انتخاب شود، تنها مؤلفه گشتاور ریبیل که مرتبط با ساختار موتور است، غیر ایده‌آل بودن ولتاژ ضد محرکه می‌باشد. برای موتور PMSM، شکل خاصی برای آهنرباها در نظر گرفته می‌شود که منجر به تولید ولتاژ ضد محرکه القایی سینوسی می‌شود و گشتاور ریبیل کاهش می‌یابد [۱۵]. در این مقاله نحوه کاهش گشتاور ریبیل بر روی موتور شارمحوری BLDC با ساختار استاتور میانی بدون شیار مطابق با شکل ۱ مبتنی بر طراحی بهینه، مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در این موتور سیم‌پیچی با گام کامل بوده و از نوع پای شکل است.

در بخش ۲ گشتاور الکترومغناطیسی با استفاده از روابط تحلیلی بر اساس ولتاژ ضد محرکه و جریان تغذیه موتور ارائه شده است. در بخش ۳ ولتاژ ضد محرکه ناشی از چگالی شار مغناطیسی آهنرباها محاسبه گردیده و چگالی شار مغناطیسی آهنرباها با استفاده از معادلات ماکسول و نگاشت هندسی محاسبه شده است. در بخش ۴، رابطه گشتاور ریبیل ارائه شده، اثر پارامترهای مختلف موتور بر روی آن مورد بررسی قرار گرفته و مقادیر بهینه مرتبط با ساختار موتور به دست آمده است. نهایتاً در بخش ۵ نتیجه‌گیری ارائه شده است.

۲- محاسبه گشتاور الکترومغناطیسی با استفاده از روابط تحلیلی

با استفاده از تئوری نیروی لورنتز گشتاور الکترومغناطیسی لحظه‌ای موتور می‌تواند بر اساس ولتاژ ضد محرکه و جریان فازها به صورت زیر بیان شود [۱۰]

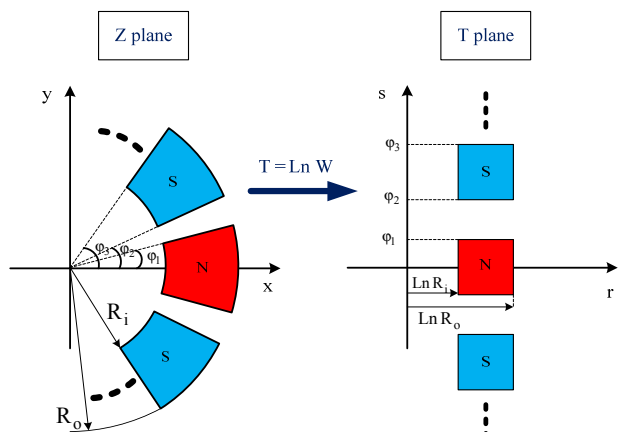
$$T(t) = \frac{1}{2\pi n} (e_a(t)i_a(t) + e_b(t)i_b(t) + e_c(t)i_c(t)) \quad (۱)$$

که در آن $e_a(t), e_b(t), e_c(t)$ ولتاژ ضد محرکه هر فاز، $i_a(t), i_b(t), i_c(t)$ جریان هر فاز و n سرعت دورانی بر حسب دور بر ثانیه است.

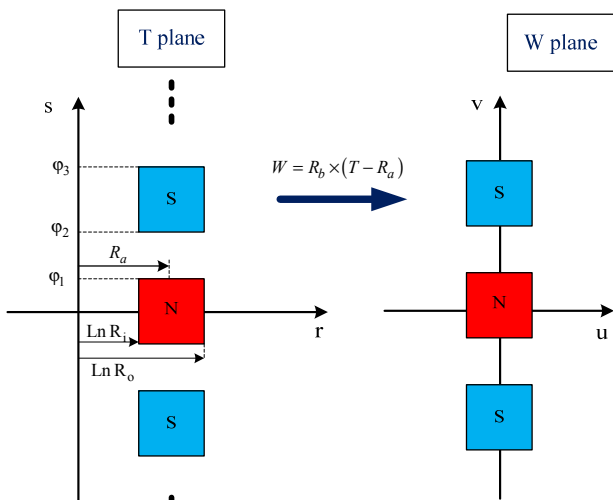
با داشتن شکل موج ولتاژ ضد محرکه هر فاز می‌توان سری فوریه آن را نوشت که با توجه به داشتن تقارن نیم‌موج، برای فاز a به صورت رابطه زیر قابل بیان است

$$e_a(t) = E_1 \sin(\omega t) + E_7 \sin(7\omega t) + E_5 \sin(5\omega t) + \dots \quad (۲)$$

که در آن E_1, E_7, E_5, \dots دامنه هارمونیک‌های ولتاژ ضد محرکه فاز a بوده و ω فرکانس زاویه‌ای می‌باشد.



شکل ۴: نگاشت آهنرباها در گام اول.



شکل ۵: نگاشت آهنرباها در گام دوم.

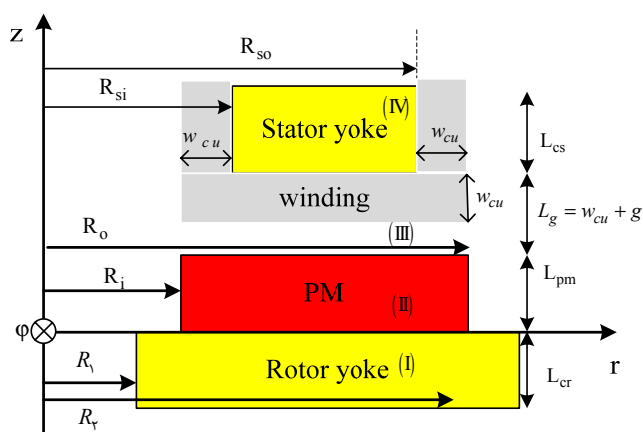
$$R_{so} = R_o - w_{cu} \quad (14)$$

$$R_{si} = R_i + w_{cu} \quad (15)$$

که در آنها w_{cu} پیش آمدگی سیم پیچی می باشد. برای محاسبه چگالی شار مغناطیسی ابتدا با استفاده از نگاشت هندسی، آهنرباها از شکل قطبی به شکل مستطیلی در صفحه جدید تبدیل شده اند و سپس با استفاده از حل معادله لاپلاس و محاسبه پتانسیل مغناطیسی اسکالر، چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی محاسبه شده است. شکل های ۴ و ۵، نگاشت های انجام شده روی صفحه قطبی شامل آهنرباها و تبدیل آهنرباهای شعاعی به آهنرباهای مستطیلی شکل با نگاشت های مربوط را نشان می دهد. در شکل ۴ با استفاده از نگاشت $T = \ln Z$ ، شکل آهنرباها از فرم شعاعی به فرم مستطیلی تغییر می کند. طول تمام آهنرباها در صفحه جدید ثابت و برابر $\ln R_o - \ln R_i$ و عرض تمام آهنرباها نیز در صفحه جدید ثابت و برابر $\alpha_p (\pi/p)$ است. در شکل ۵ با استفاده از نگاشت $W = R_b \times (T - R_a)$ ، آهنرباها به مرکز محور عمودی منتقل شده اند. همچنین واحد طول و عرض آنها بر حسب واحد طولی تبدیل شده است. R_b و R_a به صورت روابط زیر تعریف شده اند

$$R_a = \frac{\ln R_o - \ln R_i}{2} \quad (16)$$

$$R_b = \frac{R_o - R_i}{\ln R_o - \ln R_i} \quad (17)$$



شکل ۳: نواحی مختلف موتور شارمخوری BLDC.

۳- محاسبه نیروی محرکه الکتریکی القایی با استفاده از روابط تحلیلی

با داشتن توزیع چگالی شار مغناطیسی و هارمونیک های مربوط به آن می توان هارمونیک های مختلف ولتاژ ضد محرکه در موتور BLDC را مطابق (۱۲) محاسبه نمود [۲۳]

$$V_{n,rms} = \sqrt{2} \pi n N_{ph} (R_o^x - R_i^x) B_{n,eff} \quad (12)$$

که در آن N_{ph} تعداد دور سیم پیچی هر فاز، n سرعت زاویه ای بر حسب دور بر ثانیه و R_o و R_i به ترتیب شعاع های درونی و بیرونی آهنرباها می باشند. همچنین $B_{n,eff}$ دامنه متوسط چگالی شار مغناطیسی محوری ناشی از آهنرباها در ناحیه سیم پیچی است.

مقدار $B_{n,eff}$ متوسط دامنه هارمونیک n ام چگالی شار مغناطیسی در شعاع های مختلف و در ارتفاع های مختلف ناحیه سیم پیچی می باشد که از رابطه زیر قابل محاسبه است

$$B_{n,eff} = \frac{1}{z_r - z_1} \times \frac{1}{R_o - R_i} \int_{z_1}^{z_r} \int_{R_i}^{R_o} B_n dr dz \quad (13)$$

که در آن z_r و z_1 محدوده سیم پیچی در راستای محوری می باشد و B_n چگالی شار مغناطیسی مربوط به هارمونیک n ام ناشی از آهنرباها در مکان های مختلف ناحیه سیم پیچی بوده که از روش تحلیلی قابل محاسبه است.

در ادامه با استفاده از نگاشت هندسی و معادلات ماکسول یک روش تحلیلی سه بعدی برای محاسبه چگالی شار مغناطیسی ناشی از آهنرباها در فاصله هوایی و ناحیه سیم پیچ ها ارائه شده که در این روش ابتدا پتانسیل مغناطیسی اسکالر در نواحی مختلف با استفاده از روش تحلیلی به دست آمده و سپس با استفاده از آن چگالی شار مغناطیسی محاسبه می گردد.

با توجه به تقارن موجود در هندسه موتور (شکل ۱)، جهت محاسبه چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی، ماشین به دو بخش مجزا تقسیم شده که نیمه پایینی ماشین در شکل ۳ ارائه گردیده است. در این شکل موتور به چهار ناحیه تقسیم شده که ناحیه (I) شامل یوغ روتور، ناحیه (II) شامل آهنرباها، ناحیه (III) فاصله میان آهنرباها تا یوغ استاتور است که شامل فاصله هوایی و سیم پیچی آرمیچر است و در نهایت ناحیه (IV) که شامل یوغ استاتور است.

در شکل ۳، R_r و R_l به ترتیب شعاع های درونی و بیرونی بخش های آهنی روتور و R_{so} و R_{si} به ترتیب شعاع های درونی و بیرونی بخش های آهنی استاتور می باشند که به صورت روابط زیر می باشند

$$M_z(u, v) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_{nm} \cos(\omega_n u) \cos(\omega_m v) \quad (25)$$

که در آن ضرایب M_{nm} ، ω_n و ω_m به صورت زیر می‌باشند

$$M_{nm} = \frac{1}{n} \frac{1}{m} \left(\frac{r}{\pi}\right)^2 \frac{B_r}{\mu} \sin(\omega_n u_r) \sin(\omega_m \frac{\alpha_p \pi}{2p}) \quad (26)$$

$$\omega_m = \frac{mp}{R_b} \quad (26)$$

$$\omega_n = \frac{n\pi}{2u_r} \quad (26)$$

به علت عدم وجود جریان در حالت بی‌باری، پتانسیل مغناطیسی اسکالر در معادله لاپلاس صدق می‌کند [۲۳]. با توجه به نگاشت‌های انجام‌شده، معادله لاپلاس در مختصات کارتزینی باید حل شود. معادله لاپلاس در مختصات کارتزینی با مؤلفه‌های u ، v و z به صورت رابطه زیر می‌باشد

$$\frac{\partial^2 V_m}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial z^2} = 0 \quad (27)$$

با استفاده از روش جداسازی متغیرها، جواب کلی معادله لاپلاس در ناحیه (II) و (III) به صورت روابط زیر می‌باشد

$$V_{m\tau}(u, v, z) = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} A_n \sinh(kz) \cos(\omega_n u) \cos(\omega_m v) \quad (28)$$

$$V_{m\tau}(u, v, z) = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} A_n \sinh(k(z - L_g)) \cos(\omega_n u) \cos(\omega_m v) \quad (29)$$

که L_g فاصله از سطح آهنربا تا سطح یوغ استاتور است. ضرایب ω_n و ω_m به صورت (۲۶) می‌باشند و ضریب k مطابق رابطه زیر است

$$k = \sqrt{\omega_n^2 + \omega_m^2} \quad (30)$$

برای به دست آوردن ضرایب A_n و A_m در معادله پتانسیل باید از شرایط مرزی استفاده کرد.

با توجه به عدم وجود جریان در مرز میان نواحی (II) و (III)، مؤلفه‌های مماسی شدت میدان الکتریکی با هم برابرند که منجر به روابط زیر می‌شود

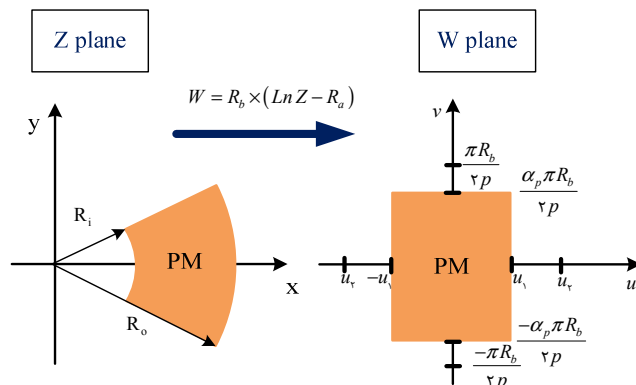
$$\left. \frac{\partial V_{m\tau}}{\partial u} \right|_{z=L_{pm}} = \left. \frac{\partial V_{m\tau}}{\partial u} \right|_{z=L_{pm}} \quad (31)$$

$$\left. \frac{\partial V_{m\tau}}{\partial v} \right|_{z=L_{pm}} = \left. \frac{\partial V_{m\tau}}{\partial v} \right|_{z=L_{pm}} \quad (32)$$

مؤلفه‌های عمودی چگالی شار مغناطیسی نیز با هم برابرند که شرط مرزی زیر را موجب می‌شود

$$-\mu_r \mu_0 \left. \frac{\partial V_{m\tau}}{\partial z} \right|_{z=L_{pm}} + M_z \Big|_{z=L_{pm}} = -\mu_0 \left. \frac{\partial V_{m\tau}}{\partial z} \right|_{z=L_{pm}} \quad (33)$$

با مشخص شدن ضرایب A_n و A_m پتانسیل مغناطیسی اسکالر در ناحیه (II) و (III) به دست می‌آید و در نهایت با داشتن پتانسیل مغناطیسی اسکالر، مؤلفه محوری چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد



شکل ۶: نگاشت انجام‌شده بر روی آهنربا.

شکل ۶ یکی از آهنرباها را قبل و بعد از انجام نگاشت نشان می‌دهد. در راستای محور v بردار مغناطیس‌کنندگی با دوره تناوب $2\pi R_b/p$ متناوب می‌باشد و در راستای محور u به طور تصنعی می‌تواند با دوره تناوب $4u_r$ ، متناوب در نظر گرفته شود. مقادیر u_r و u_1 به صورت روابط زیر می‌باشند

$$u_1 = \frac{R_o - R_i}{2} \quad (18)$$

$$u_r = \frac{R_o - R_i}{2} \times \frac{\ln R_r - \ln R_i}{\ln R_o - \ln R_i} \quad (19)$$

آهنرباهای استفاده‌شده در ساختار بدون شیار موتور شارمحوری BLDC باید دارای چگالی انرژی بالایی باشند تا چگالی شار مغناطیسی مطلوب را فراهم سازند. برای این منظور می‌توان از آهنرباهای NdFeB استفاده کرد که دارای چگالی انرژی بالایی هستند. در این نوع از آهنرباها، مشخصه مغناطیسی‌زدایی در ناحیه دوم خطی است و می‌توان رابطه زیر را برای چگالی شار مغناطیسی بر حسب بردار مغناطیس‌کنندگی و شدت میدان مغناطیسی بیان کرد [۲۴]

$$\vec{B} = \vec{B}_r + \mu \vec{H} = \mu \vec{M} + \mu \vec{H} \quad (20)$$

$$\vec{M} = M_z(u, v) \hat{a}_z \quad (21)$$

که در آنها B_r چگالی شار باقیمانده آهنرباها، H شدت میدان مغناطیسی، μ ضریب نفوذپذیری مغناطیسی آهنرباها، μ ضریب نفوذپذیری مغناطیسی در خلأ و M بردار مغناطیس‌کنندگی است که در آهنرباهای مورد استفاده در ماشین‌های شارمحوری تنها دارای مؤلفه‌ای در راستای محوری می‌باشد.

مؤلفه‌های مختلف میدان مغناطیسی با استفاده از روابط زیر با پتانسیل مغناطیسی اسکالر در ارتباط است [۲۳]

$$H_u = \frac{\partial V_m(u, v, z)}{\partial u} \quad (22)$$

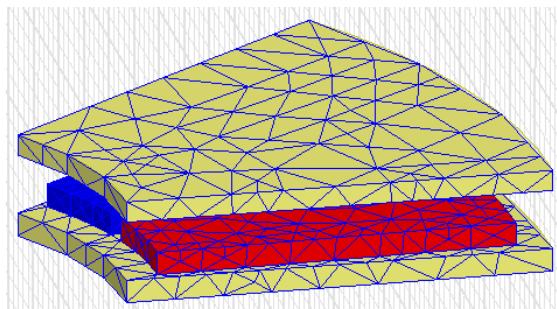
$$H_v = \frac{\partial V_m(u, v, z)}{\partial v} \quad (23)$$

$$H_z = \frac{\partial V_m(u, v, z)}{\partial z} \quad (24)$$

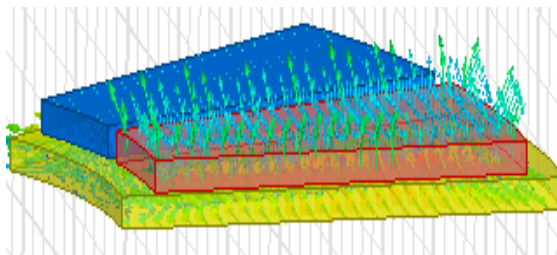
که در آنها، V_m پتانسیل مغناطیسی اسکالر می‌باشد. بردار مغناطیس‌کنندگی با استفاده از سری فوریه دوگانه می‌تواند بسط داده شود که به صورت (۲۲) خواهد شد

جدول ۱: مشخصات موتور شارمخوری BLDC.

۱۰	p	تعداد جفت قطبها
۱,۲۳ [T]	B_r	چگالی شار باقیمانده آهنرباها
$4\pi \times 10^{-7}$	μ	ضریب نفوذپذیری نسبی آهنرباها
۱,۰۵	μ_r	ضریب نفوذپذیری نسبی آهنرباها
۶,۵ [mm]	L_{pm}	ضخامت آهنربا
۱۲۵ [mm]	R_o	شعاع خارجی آهنرباها
۶۱ [mm]	R_i	شعاع داخلی آهنرباها
۹۳ [mm]	R_g	شعاع متوسط آهنرباها
۱۳۱ [mm]	R_r	شعاع خارجی آهن روتور
۵۵ [mm]	R_l	قطر داخلی آهن روتور
۱۱۹ [mm]	R_{so}	شعاع خارجی آهن استاتور
۶۷ [mm]	R_{si}	قطر داخلی آهن استاتور
۶ [mm]	L_{cr}	ضخامت یوغ روتور
۱۳ [mm]	L_{cs}	ضخامت یوغ استاتور
۶ [mm]	w_{cu}	پیش آمدگی سیم پیچها



شکل ۷: مش بندی یک جفت قطب از ماشین در نرم افزار المان محدود.



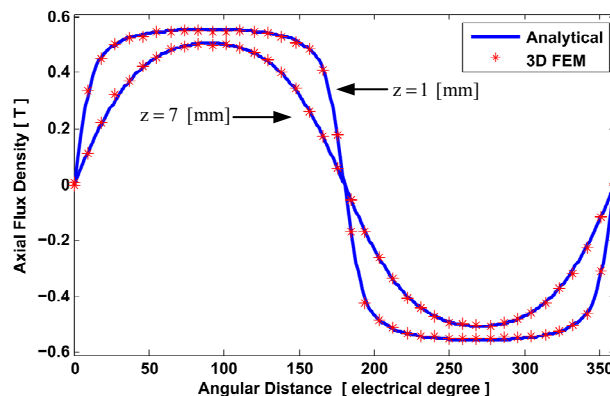
شکل ۸: توزیع بردار چگالی شار مغناطیسی در آهنرباها و یوغ روتور.

جدول ۲: ولتاژ ضد محرکه ناشی از روش تحلیلی و المان محدود.

روش المان محدود	روش تحلیلی
مقدار مؤثر ولتاژ ضد محرکه	۳۴,۹ [V]
	۳۴,۶ [V]

جدول ۳: هارمونیک های مختلف چگالی شار مغناطیسی و ولتاژ ضد محرکه.

مرتبه هارمونیک	$V_{n,rms}$ [V]	$B_{eff,n}$ [T]
۱	۳۴,۱۸۱۸	۰,۵۴۰۰
۳	۵,۳۰۶۸	۰,۱۰۸۲۸
۵	۱,۶۰۹۷	۰,۲۵۴
۷	۰,۶۲۸۰	۰,۱۰۹۹
۹	۰,۲۷۰۴	۰,۱۰۴۳
۱۱	۰,۱۱۷۷	۰,۱۰۱۹
۱۳	۰,۰۴۷۳	۰,۱۰۰۷
۱۵	۰,۱۱۲۸	۰,۱۰۰۲
۱۷	۰,۰۰۱۸	۰,۱۰۰۰۴
۱۹	۰,۰۰۸۴	۰,۱۰۰۰۱



شکل ۹: مؤلفه محوری چگالی شار مغناطیسی ناشی از آهنرباها بر حسب زاویه الکتریکی در یک گام قطب.

$$B_{zr} = -\mu \frac{\partial V_{mT}}{\partial z} \quad (۳۴)$$

محدود سه بعدی را نشان می دهد. جدول ۳ هارمونیک های مختلف متوسط چگالی شار مغناطیسی در ناحیه سیم پیچی و هارمونیک های متناظر ولتاژ ضد محرکه که از (۱۲) قابل محاسبه می باشد را نشان می دهد.

۴- محاسبه گشتاور ریبیل

در این بخش به بررسی گشتاور ریبیل در موتور BLDC با مشخصات مطابق جدول ۱ پرداخته شده است. برای گشتاور ریبیل روابط مختلفی ارائه گردیده [۱۰] و در این مقاله از رابطه زیر برای محاسبه گشتاور ریبیل استفاده شده است

$$T_{ripple} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{avg}} \quad (۳۵)$$

که در آن T_{min} و T_{max} به ترتیب حداکثر و حداقل مقدار لحظه ای گشتاور می باشند و همچنین T_{avg} متوسط گشتاور لحظه ای است که مطابق (۶) است.

شکل ۱۰ منحنی گشتاور ریبیل را بر حسب پارامتر قوس قطب به گام قطب در موتور BLDC با مشخصات مطابق با جدول ۱ نشان می دهد.

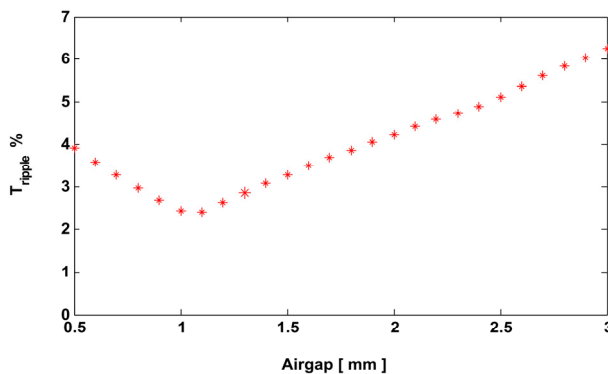
با داشتن B_{zr} و متوسط گیری از آن در ناحیه سیم پیچی، می توان با استفاده از (۱۲) ولتاژ ضد محرکه و هارمونیک های آن را در سیم پیچی های استاتور محاسبه نمود.

برای تأیید روش تحلیلی ارائه شده از نرم افزار المان محدود استفاده شده و مشخصات موتور BLDC در جدول ۱ آمده است.

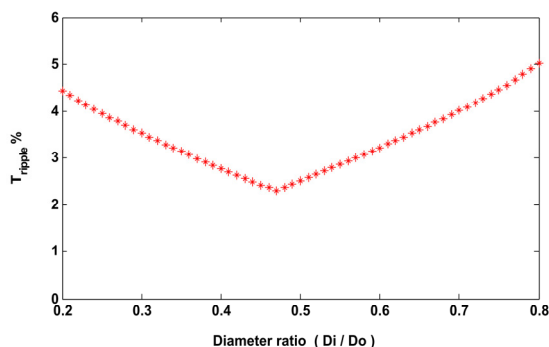
شکل ۷ مش بندی یک جفت قطب از ماشین مورد نظر را در نرم افزار المان محدود Ansoft Maxwell و شکل ۸ بردار چگالی شار مغناطیسی را در سطح آهنرباها نشان می دهد.

شکل ۹ مؤلفه محوری چگالی شار مغناطیسی را بر حسب زاویه الکتریکی در یک گام قطب نشان می دهد. مؤلفه محوری چگالی شار مغناطیسی برای فواصل مختلف از سطح آهنرباها در شعاع متوسط رسم گردیده و میزان فاصله از سطح آهنربا با متغیر z مشخص شده است. چگالی شار مغناطیسی محوری در نزدیکی آهنرباها حالت دوزنقه ای داشته و با فاصله گرفتن از سطح آهنرباها در نزدیکی سطح هسته استاتور به شکل سینوسی نزدیک می شود.

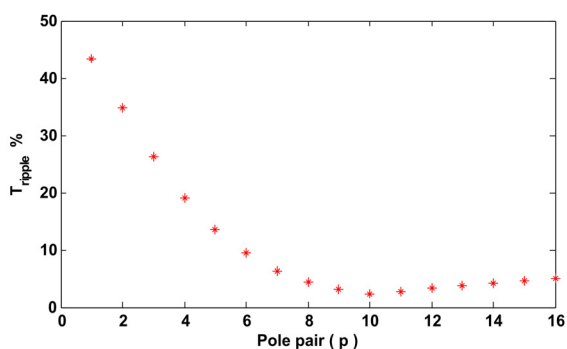
جدول ۲ مقدار مؤثر ولتاژ ضد محرکه به دست آمده از روش تحلیلی ارائه شده در این مقاله و مقدار به دست آمده با استفاده از نرم افزار المان



شکل ۱۳: گشتاور ریبیل بر حسب طول فاصله هوایی.



شکل ۱۴: گشتاور ریبیل بر حسب نسبت قطر داخلی به قطر خارجی.

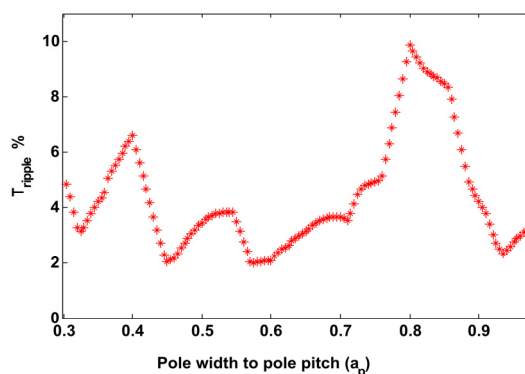


شکل ۱۵: گشتاور ریبیل بر حسب تعداد جفت قطبها.

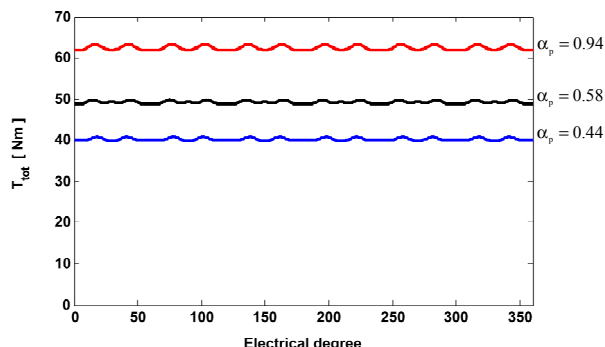
شکل ۱۵ نمودار گشتاور ریبیل را بر حسب تعداد جفت قطب نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۵ گشتاور ریبیل با افزایش تعداد جفت قطب کاهش می‌یابد و در $p = 10$ به مقدار حداقل می‌رسد، سپس با افزایش تعداد جفت قطب، گشتاور ریبیل نیز کمی افزایش می‌یابد.

۵- نتیجه گیری

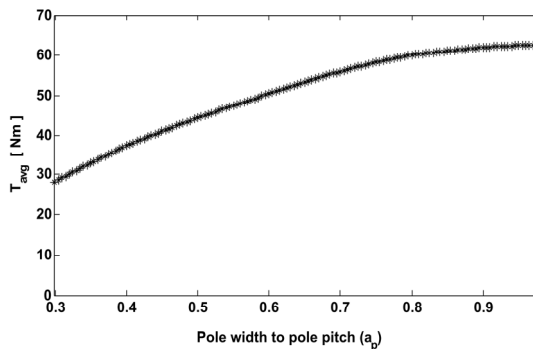
در این مقاله گشتاور الکترومغناطیسی موتور شارمحوری BLDC با استفاده از سری فوریه جریان و ولتاژ ضد محرکه فازها به دست آمد. در عمل ولتاژ ضد محرکه موتور BLDC دوزنقه‌ای کامل نمی‌باشد و به صورت شبه‌دوزنقه‌ای است که هارمونیک‌های مختلف آن با استفاده از روابط تحلیلی و به کمک چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی به دست آمد. وابستگی گشتاور ریبیل به پارامترهای مربوط به طراحی موتور مورد بررسی قرار گرفت. پارامترهایی که گشتاور ریبیل نسبت به آنها مورد ارزیابی قرار گرفت، نسبت قوس قطب به گام قطب، طول فاصله هوایی، نسبت قطر داخلی به قطر خارجی و تعداد جفت قطبها بود که با توجه به نتایج به دست آمده، مقدار بهینه این پارامترها برای دستیابی به حداقل گشتاور ریبیل مشخص شدند.



شکل ۱۰: تغییرات ریبیل گشتاور بر حسب نسبت قوس قطب به گام قطب در موتور.



شکل ۱۱: گشتاور الکترومغناطیسی کل موتور برای در سه مقدار متفاوت α_p .



شکل ۱۲: گشتاور متوسط برای α_p مختلف موتور.

با توجه به شکل ۱۰، گشتاور ریبیل در برخی مقادیر α_p دارای مقدار حداقلی است. مقدار حداقل ریبیل گشتاور در $\alpha_p = 0.44$ ، $\alpha_p = 0.58$ و $\alpha_p = 0.94$ رخ خواهد داد.

شکل ۱۱ گشتاور الکترومغناطیسی کل بر حسب زمان را برای سه مقدار α_p که در آنها گشتاور ریبیل حداقل است نشان می‌دهد. همان طور که از شکل ۱۱ مشخص است، مقدار گشتاور لحظه‌ای در موتور BLDC برای $\alpha_p = 0.94$ دارای بیشترین مقدار است.

شکل ۱۲ نمودار گشتاور متوسط را بر حسب α_p نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود مقدار گشتاور متوسط با افزایش α_p ، افزایش می‌یابد.

شکل ۱۳ تغییرات گشتاور ریبیل را بر حسب فاصله هوایی نشان می‌دهد و مشاهده می‌شود که مقدار حداقل گشتاور ریبیل در فاصله هوایی حدود 1 [mm] رخ می‌دهد.

شکل ۱۴ نمودار گشتاور ریبیل و گشتاور متوسط را بر حسب نسبت قطر داخلی به قطر خارجی نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۴ گشتاور ریبیل در حوالی نسبت قطرها برابر با 0.48 دارای مقدار حداقل است.

مراجع

- BLDC motor drives," in *Proc. IEEE Region 10 and the 3rd Int. Conf. on Industrial and Information Systems, ICIS'08*, 5 pp., Dec. 2008.
- [19] P. Lin, K. Wei, and Z. C. Zhang, "A novel control scheme to suppress the commutation torque ripple in BLDCM," in *Proc. of the CSEE*, vol. 26, no. 3, pp. 153-158, Feb. 2006.
- [20] K. Y. Nam, W. T. Lee, and C. M. Lee, "Reducing torque ripple of brushless DC motor by varying input voltage," *IEEE Trans. Magnet.*, vol. 42, no. 4, pp. 1307-1310, Apr. 2006.
- [21] H. F. Lu, L. Zhang, and W. L. Qu, "A new torque control method for torque ripple minimization of BLDC motors with un-ideal back EMF," *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. 23, no. 2, pp. 950-958, Mar. 2008.
- [22] P. R. Sultana and P. L. Pathi, "Minimization of torque ripples in BLDC motor using PWM technique," *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*, vol. 3, no. 9, pp. 12043-12050, Sep. 2014.
- [23] T. Chan, L. Lai, and S. Xie, "Field computation for an axial flux permanent-magnet synchronous generator," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 24, no. 1, pp. 1-11, Mar. 2009.
- [24] Y. Huang, B. Ge, J. Dong, H. Lin, J. Zhu, and Y. Guo, "3-D analytical modeling of no-load magnetic field of ironless axial flux permanent magnet machine," *IEEE Trans. on Magnet.*, vol. 48, no. 11, pp. 2929-2932, Nov. 2012.
- محمد رضا علیزاده پهلوانی** در سال ۱۳۷۶ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه شهید چمران اهواز و در سال ۱۳۸۰ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی مالک اشتر در تهران دریافت نمود. از سال ۱۳۷۷ الی ۱۳۸۸ نامبرده به عنوان محقق سیستم‌های قدرت در مرکز تحقیقات کنترل دانشگاه صنعتی مالک اشتر به کار مشغول بود و در سال ۱۳۸۲ به دوره دکترای مهندسی برق در دانشگاه علم و صنعت وارد گردید و در سال ۱۳۸۸ موفق به اخذ درجه دکتری در مهندسی برق از دانشگاه مذکور گردید. دکتر علیزاده از سال ۱۳۸۸ در مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک دانشگاه صنعتی مالک اشتر در تهران مشغول به فعالیت گردید و اینک نیز عضو هیأت علمی این دانشگاه با مرتبه دانشیاری می‌باشد. زمینه‌های علمی مورد علاقه نامبرده متنوع بوده و شامل موضوعاتی مانند ماشین‌های الکتریکی و الکترونیک قدرت، سیستم پالسی، شبکه‌های الکتریکی و کنترل می‌باشد.
- یوسف شهبازی آیت** در سال ۱۳۸۶ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی و در سال ۱۳۹۰ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق خود را از دانشگاه تهران دریافت نمود. نامبرده در سال ۱۳۹۰ در دوره دکترای مهندسی برق در دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران پذیرفته شد و اینک نیز دانشجوی دکترای مهندسی برق در دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران می‌باشد. زمینه‌های علمی مورد علاقه نامبرده شامل طراحی و بهینه‌سازی ماشین‌های الکتریکی، روش‌های تحلیلی و عددی در ماشین‌های الکتریکی می‌باشد.
- ابوالفضل واحدی** در سال ۱۳۶۷ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه فردوسی مشهد دریافت نمود و مقاطع کارشناسی ارشد و دکتری مهندسی برق به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۰ و ۱۳۷۴ از دانشگاه پلی تکنیک لورن فرانسه به پایان رسانده است و هم اکنون استاد دانشکده مهندسی برق دانشگاه علم و صنعت می‌باشد. نامبرده پروژه‌های متعددی در زمینه ماشین‌های الکتریکی متداول و مخصوص و درایو آن‌ها راهنمایی کرده است. زمینه‌های علمی مورد علاقه نامبرده شامل طراحی، پیاده‌سازی و بهینه‌سازی ماشین‌های الکتریکی از جمله موتورهای وسایل نقلیه و درایو می‌باشد.
- [1] P. Pillay and R. Krishnan, "Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives, part ii: the brushless DC motor drive," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 25, no. 2, pp. 274-279, Mar./Apr. 1989.
- [2] A. Rubaai, A. Ofoli, and M. Castro, "dSPACE DSP-based rapid prototyping of fuzzy PID controls for high performance brushless servo drives," in *the 41st IAS Annual Meeting of the IEEE Ind. Appl. Conf.*, IEEE Press, vol. 3, pp. 1360-1364, Oct. 2006.
- [3] G. Mikerov Alexander, "Brushless DC torque motors quality level indexes for servo drive applications," in *Proc. IEEE EUROCON 09*, pp. 827-834, St.-Petersburg, Russia, 18-23 May 2009.
- [4] D. C. Hanselman, "Minimum torque ripple, maximum efficiency excitation of brushless permanent magnet motors," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 41, no. 3, pp. 292-300, Jun. 1994.
- [5] M. Aydin, S. Huang, and T. A. Lipo, "Axial flux permanent magnet disc machines: a review," in *Proc. of Int. Symp. on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, SPEEDAM'04*, pp. 61-71, Jun. 2004.
- [6] M. Aydin, S. Huang, and T. A. Lipo, "Torque quality and comparison of internal and external rotor axial flux surface-magnet disc machines," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 53, no. 3, pp. 822-830, Jun. 2006.
- [7] C. C. Jensen, F. Profumo, and T. A. Lipo, "A low loss permanent magnet brushless DC motor utilizing tape wound amorphous iron," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 28, no. 3, pp. 646-651, May/Jun. 1992.
- [8] T. M. Jahns and W. L. Soong, "Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motor drives-a review," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 43, no. 2, pp. 321-329, Apr. 1996.
- [9] T. M. Jahns, "Torque production in permanent-magnet synchronous motor drives with rectangular current excitation," *IEEE Trans. on Ind. Appl.* vol. 20, no. 4, pp. 803-813, Jul./Aug. 1984.
- [10] J. F. Gieras, *Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications*, 3rd Ed., Taylor and Francis Group, 2010.
- [11] P. Upadhyay and K. R. Rajagopal, "Torque ripple minimization of interior permanent magnet brushless DC motor using rotor pole shaping," in *Proc. IEEE Power Electronics, Drives and Energy Systems, PEDES'06*, IEEE Press, 3 pp., 12-15 Dec. 2006.
- [12] L. Parsa and H. Lei, "Interior permanent magnet motors with reduced torque pulsation," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 2, pp. 602-609, Feb. 2008.
- [13] D. H. Wang, X. H. Wang, and T. T. Ding, "Optimization for the asymmetric angles of magnetic pole to reduce cogging torque in inner-buried PM brushless DC motors," *Proceedings of the CSEE*, vol. 28, no. 9, pp. 66-70, Mar. 2006.
- [14] M. S. Islam, S. Mir, and T. Sebastian, "Design considerations of sinusoidally excited permanent magnet machines for low-torque-ripple applications," *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, vol. 41, no. 4, pp. 955-962, Jul./Aug. 2005.
- [15] M. Shokri, N. Rostami, V. Behjat, J. Pyrhonen, and M. Rostami, "Comparison of performance characteristics of axial-flux permanent magnet synchronous machine with different magnet shapes," *IEEE Trans. on Magnet.*, vol. 51, no. 12, Article No. 8115206, Dec. 2015.
- [16] F. Song, B. Zhou, and X. Q. Wu, "Novel compensation method to suppress commutation torque ripple for brushless DC motor," *Trans. of China Electrotechnical Society*, vol. 23, no. 11, pp. 28-33, Nov. 2008.
- [17] Y. Liu, Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Commutation-torque-ripple minimization in direct-torque-controlled PM brushless DC drives," *IEEE Trans. Industry Applications*, vol. 43, no. 4, pp. 1012-1021, Jul./Aug. 2007.
- [18] S. S. Bharatkar, R. Yanamshetti, and D. Chatterjee, "Commutation torque ripple analysis and reduction through hybrid switching for