

## نامری ساز الکترومغناطیسی به عنوان شیلد الکتریکی

### با کمترین سطح مقطع پراکندگی

علی قائدی<sup>۱</sup>

زهرا اطلس باف<sup>۲</sup>، عباس پیرهادی<sup>۳</sup>

#### چکیده

در این مقاله، میدان های الکترومغناطیسی برای نامری ساز استوانه ای فراموادی<sup>۴</sup> با تمام جزئیات بررسی شده است. معادله موج برای نواحی مختلف، استخراج شده است. مسئله در دو حالت قرار گرفتن منبع خطی الکتریکی<sup>۵</sup> در ناحیه درون و نیز در ناحیه بیرون از نامری ساز بررسی شده است و میدان های پراکندگی متناظر محاسبه شده است و نتایج با شبیه سازی تمام موج با استفاده از بسته نرم افزاری کامسول<sup>۶</sup> تصدیق شده است. وابستگی رفتار نامری ساز به فرکانس بررسی شده است و نتایج تحقیق نشان می دهد از ساختار نامری ساز الکترومغناطیسی ساده شده با قابلیت پیاده سازی عملی، می توان به عنوان شیلد و محافظت الکتریکی مدارات مخابراتی و الکترونیکی فرکانس بالا، با کمترین اثر پراکندگی بهره برد.

#### کلید واژه

نامری ساز الکترومغناطیسی، فرا مواد، انتقال مختصات، شیلد الکتریکی، سطح مقطع پراکندگی

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری برق مخابرات، دانشگاه تربیت مدرس alighaaedi@modares.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشیار دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس

<sup>۳</sup> استادیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شهید بهشتی

<sup>۴</sup> Metamaterial Cylindrical Cloak

<sup>۵</sup> Electric Line Source

<sup>۶</sup> COMSOL Multiphysics

تاریخ دریافت: ۲۲ فروردین ۱۳۹۱

تاریخ پذیرش: ۱۵ تیر ۱۳۹۱

## مقدمه

علاقه زیاد به استتار و پنهانسازی اجسام منجر به پیشرفت‌های اخیر در زمینه ساختار نامربی‌ساز الکترومغناطیسی گردیده است [۱-۳]. برای نخستین بار پندری و همکارانش [۱] ساختار نامربی‌ساز الکترومغناطیسی بر مبنای انتقال مختصات پیشنهاد دادند. در نامربی‌ساز پیشنهاد شده، میدان‌های الکترومغناطیسی طوری کنترل و دستکاری می‌شدند که از اطراف ناحیه پنهان‌شونده مورد نظر منتشر شوند. یک نمونه از این نوع نامربی‌ساز با پارامترهای ساده شده، شامل حلقه‌های شکافته شده تشیدیدی<sup>۷</sup> در فرکانس‌های مایکروویو ساخته و اندازه‌گیری شده است [۲]. با توجه به تغییر ناپذیر بودن معادلات ماکسول در اثر انتقال مختصات، پارامترهای اساسی ماده در سیستم مختصات انتقال یافته به عنوان یک مجموعه از پارامترهای اساسی ماده جدید تعبیر می‌شود [۳]. استفاده از پوشش مواد پلاسمونیک برای حذف پراکندگی [۴] و روش انتقال همدیس نوری [۵]، از جمله رویکردهای دیگری هستند که برای دست‌یابی به پنهانسازی وجود دارد. نامربی‌ساز الکترومغناطیسی بر مبنای انتقال مختصات، هم به صورت تحلیلی و هم به صورت عددی مدل سازی و بررسی شده است. یک مدل بر مبنای روش پراکندگی Mie برای تحلیل نامربی‌ساز کروی به کار گرفته شده است [۶]. همچنین نشان داده شده است که سطوح ولتاژ الکتریکی و مغناطیسی غیرعادی بر روی سطح درونی نامربی‌ساز ایده‌آل القاء می‌گردد [۷]. مدل پراکندگی تمام موج نیز برای بررسی نامربی‌ساز استوانه‌ای استفاده شده است [۸-۱۰]. در مطالعات انجام شده، مشخصات نامربی‌ساز شامل حساسیت یک نامربی‌ساز ایده‌آل نسبت به اختلال کوچک در پارامترها، تأثیر تلفات و نیز نامربی‌ساز با پارامترهای ساده شده بحث شده است. مدل سازی‌های عددی متعددی برای نامربی‌ساز الکترومغناطیسی بر مبنای انتقال مختصات انجام شده است از جمله شبیه‌سازی با استفاده از بسته نرم‌افزاری تجاری کامسول که بر اساس روش المان محدود است [۱۱-۱۲] و شبیه‌سازی بر اساس مدل FDTD که در حوزه زمان است [۱۳]. روش تحلیلی سری توابع ویژه برای مطالعه مشخصات میدان‌نزدیک استوانه‌ای با ضرایب گذردهی و نفوذپذیری هر دو منفی در [۱۴] ارائه شده است. اکثر مطالعات بر اساس موج مسطح تابیده شده از بیرون نامربی‌سازبوده است و کمترین بررسی و مطالعه راجع به منبع خطی الکتریکی در درون نامربی‌ساز استوانه‌ای انجام شده است هر چند بحث شیلد با ساختار استوانه‌ای از دیر هنگام مورد توجه و مطالعه بوده است [۱۵] و نیز میزان اثر بخشی انواع شیلد‌های مغناطیسی و الکتریکی با ساختار استوانه‌ای معمولی بررسی شده است [۱۶-۱۸]، ولی ساختار نامربی‌ساز الکترومغناطیسی استوانه‌ای به عنوان شیلد تاکنون بررسی نشده است. با توجه به اینکه بسیاری از سازه‌های هوافضایی مانند ماهواره‌ها و موشک‌های حاوی مدارات مخابراتی و الکترونیکی فرکانس بالا،

<sup>۷</sup> Split Ring Resonators (SRRs)

نیز دارای ساختار استوانهای هستند، اهمیت بررسی ساختارهای مختلف شیلد استوانهای مضاعف می‌گردد.

در این مقاله، مشخصات پراکندگی نامربی‌ساز الکترومغناطیسی استوانهای، برای دو حالت منبع در بیرون و نیز منبع در درون آن مطالعه و بررسی شده است و نامربی‌ساز الکترومغناطیسی به عنوان شیلد و محافظ الکتریکی مدارات الکترونیکی فرکانس بالا معرفی شده و وابستگی عملکرد آن به فرکانس و امکان تحقق عملی آن بررسی شده است. در ادامه حل دقیق معادله موج برای نامربی‌ساز ارائه شده است و فرمولاسیون میدان‌های الکترومغناطیسی و ضرایب بسط بحث و بررسی شده است و نتایج مدل‌سازی تحلیلی و مقایسه با شبیه‌سازی‌های نرم‌افزار کامسول و بررسی وابستگی عملکرد نامربی‌ساز به فرکانس و نیز بررسی نامربی‌ساز ساده شده قابل پیاده‌سازی در بخش پایانی آمده است.

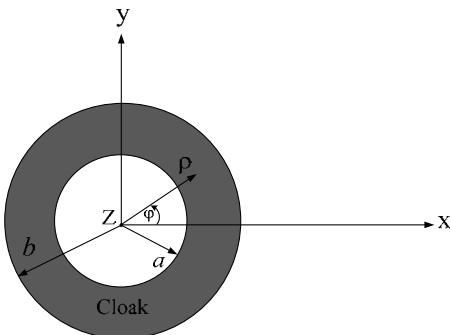
### معادله موج در نامربی‌ساز استوانهای

یک نامربی‌ساز الکترومغناطیسی استوانهای بر اساس انتقال مختصات در شکل (۱) نشان داده شده است [۲]. این انتقال ناحیه استوانهای  $b < \rho < a$  را به ناحیه حلقوی  $b < \rho < a$  تبدیل می‌کند، که  $a$  و  $b$  شعاعهای داخلی و خارجی نامربی‌ساز استوانهای هستند. یک مجموعه کامل از پارامترهای ماده برای نامربی‌ساز ایده‌آل به صورت زیر است [۲].

$$\epsilon_\rho = \mu_\rho = \frac{\rho - a}{\rho} \quad (1-\text{الف})$$

$$\epsilon_\varphi = \mu_\varphi = \frac{\rho}{\rho - a} \quad (1-\text{ب})$$

$$\epsilon_z = \mu_z = \left( \frac{b}{b - a} \right)^2 \frac{\rho - a}{\rho} \quad (1-\text{ج})$$



شکل ۱. مدل نامربی‌ساز استوانه‌ای ایده‌آل

به منظور استخراج معادله موج در ناحیه نامربی‌ساز استوانه‌ای، از معادلات ماکسول در حالت بدون منبع و با تانسورهای ضرایب گذردهی و نفوذپذیری استفاده می‌کنیم.

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \bar{\mu} \vec{H} \quad (2-\text{الف})$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \bar{\epsilon} \vec{E} \quad (2-\text{ب})$$

و از ترکیب دو معادله (۲-الف) و (۲-ب) می‌توان یک معادله فقط بر حسب میدان الکتریکی بدست آورده:

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega} \bar{\epsilon}^{-1} \left\{ \nabla \times \left[ \frac{1}{-j\omega} \bar{\mu}^{-1} (\nabla \times \vec{E}) \right] \right\} \quad (3)$$

بنابراین معادله موج در ناحیه نامربی‌ساز به صورت زیر خواهد بود:

$$\nabla \times [\bar{\mu}^{-1} (\nabla \times \vec{E}^c)] - \omega^2 \bar{\epsilon} \vec{E}^c = 0 \quad (4)$$

منظور از  $\vec{E}^c$  میدان الکتریکی درون ناحیه نامربی‌ساز است در اینجا ما فقط پلاریزاسیون  $TM^z$  بررسی و تحلیل می‌کنیم، هر چند تحلیل پلاریزاسیون  $TE^z$  نیز کاملاً سر راست است. زیرا با توجه به رابطه (۱) و تشابه کامل تعریف مولفه‌های متناظر ضرایب گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی برای نامربی‌ساز ایده‌آل، به طریق کاملاً مشابه می‌توان با استفاده از دوگانی الکترومغناطیسی معادله موج میدان مغناطیسی برای پلاریزاسیون  $TE^z$  استخراج نمود که دوگان

میدان الکتریکی استخراج شده است. بنابراین رفتار و عملکرد نامربی‌ساز ایده‌آل مستقل از پلاریزاسیون است.

برای پلاریزاسیون  $TM^z$  که فقط با مولفه  $z$  میدان الکتریکی سر و کار داریم. معادله (۴) به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\rho^2 \frac{\partial^2 E_z^c}{\partial \rho^2} + \rho \mu_\varphi \frac{\partial E_z^c}{\partial \rho} + \frac{\mu_\varphi}{\mu_p} \frac{\partial^2 E_z^c}{\partial \varphi^2} + \epsilon_z \mu_\varphi \rho^2 \beta_0^2 E_z^c = 0 \quad (5)$$

$\beta_0$  عدد موج در فضای آزاد است. همانطور که از معادله (۵) پیدا است، فقط پارامترهای  $\epsilon_z$ ،  $\mu_\varphi$  و  $\mu_p$  با معادله موج مربوط به  $E_z^c$  مرتبط هستند. با جایگذاری پارامترهای نامربی‌ساز ایده‌آل با استفاده از معادلات (۱-الف) تا (۱-ج)، معادله موج به صورت زیر در می‌آید.

$$\rho^2 \frac{\partial^2 E_z^c}{\partial \rho^2} + \frac{\rho^2}{\rho - a} \frac{\partial E_z^c}{\partial \rho} + \frac{\rho^2}{(\rho - a)^2} \frac{\partial^2 E_z^c}{\partial \varphi^2} + \left( \frac{b}{b - a} \right)^2 \rho^2 \beta_0^2 E_z^c = 0 \quad (6)$$

با استفاده از روش جداسازی متغیرها  $E_z^c(\rho, \varphi, z) = E_z^c(\rho) \cdot E_z^c(\varphi) \cdot E_z^c(z)$  و نیز با در نظر گرفتن  $E_z^c(z) = e^{j\beta_z z}$  و  $E_z^c(\varphi) = e^{jn\varphi}$  را با حل معادله دیفرانسیل بسل مرتبه  $n$  زیر یافت [۱۹].

$$(\rho - a)^2 \frac{d^2 E_z^c(\rho)}{d\rho^2} + (\rho - a) \frac{d E_z^c(\rho)}{d\rho} + \left[ \left( \frac{b}{b - a} \right)^2 (\rho - a)^2 \beta_0^2 - n^2 \right] E_z^c(\rho) = 0 \quad (7)$$

حل عمومی معادله (۷) به صورت  $E_z^c(\rho, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \alpha_n^{c1} J_n [\beta_\rho (\rho - a)] + \alpha_n^{c2} H_n^{(1)} [\beta_\rho (\rho - a)] \right\} e^{jn\varphi + j\beta_z z}$  هنکل درجه  $n$  است. بنابراین میدان الکتریکی درون ناحیه نامربی‌ساز را می‌توان به صورت معادله (۸) نوشت:

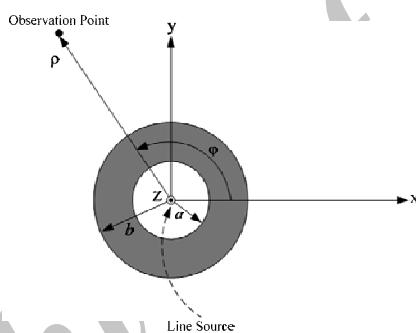
$$E_z^c(\rho, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \alpha_n^{c1} J_n [\beta_\rho (\rho - a)] + \alpha_n^{c2} H_n^{(1)} [\beta_\rho (\rho - a)] \right\} e^{jn\varphi + j\beta_z z} \quad (8)$$

که  $\alpha_n^{c1}$  و  $\alpha_n^{c2}$  ضرایب مجهول بسط هستند و نیز  $J_n$  و  $H_n^{(1)}$  توابع بسل و هنکل نوع اول مرتبه  $n$  هستند.

## فرمول‌بندی میدان الکتریکی

در این بخش میدان‌های الکتریکی برای نواحی مختلف استخراج شده است. شکل (۲) پیکربندی یک نامری‌ساز استوانه‌ای با شعاع بیرونی  $b$  و شعاع درونی  $a$  و نیز محور استوانه در راستای  $Z$  را نشان می‌دهد.

در این پیکربندی منبع خطی الکتریکی در درون نامری‌ساز واقع شده است. بدون آن که از کلیت مسئله کاسته شود فرض می‌کنیم ناحیه درونی  $a < \rho < b$  و ناحیه بیرون از نامری‌ساز  $\rho > b$  فضای آزاد باشد. میدان الکتریکی یک منبع خطی الکتریکی بینهایت را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۹]:



شکل ۲. پیکربندی نامری‌ساز استوانه‌ای با منبع خطی الکتریکی در درون نامری‌ساز

$$E_z^i(\rho, \varphi) = -\frac{\beta_0^2 I_e}{4\omega\epsilon_0} \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_0\rho) H_n^{(2)}(\beta_0\rho') e^{jn(\varphi-\varphi')} & \rho \leq \rho' \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_0\rho') H_n^{(2)}(\beta_0\rho) e^{jn(\varphi-\varphi')} & \rho \geq \rho' \end{cases} \quad (9)$$

بنابراین میدان الکتریکی برای ناحیه درونی  $a < \rho$  را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۲۰]:

$$E_z^{\text{int}}(\rho, \varphi) = E_z^i(\rho, \varphi) + \left(-\frac{\beta_0^2 I_e}{4\omega\epsilon_0}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n^{\text{int}} J_n(\beta_0\rho) e^{jn(\varphi-\varphi')} \quad (10)$$

مطابق معادله (۸)، میدان الکتریکی در ناحیه نامربی‌ساز یعنی  $b < \rho < a$  به صورت زیر در می‌آید:

$$E_z^c(\rho, \phi) = \left( -\frac{\beta_0^2 I_e}{4\omega \epsilon_0} \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \alpha_n^{c1} J_n(\beta_\rho(\rho - a)) + \alpha_n^{c2} H_n^{(1)}(\beta_\rho(\rho - a)) \right\} e^{jn(\phi - \phi')} \quad (11)$$

و در نهایت میدان الکتریکی در ناحیه بیرونی به صورت زیر بیان می‌گردد [۲۰]:

$$E_z^{\text{out}}(\rho, \varphi) = \left( -\frac{\beta_0^2 I_e}{4\omega \epsilon_0} \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n^{\text{out}} H_n^{(2)}(\beta_0 \rho) e^{jn(\varphi - \varphi')} \quad (12)$$

ضرایب مجهول چهار گانه  $\alpha_n^{c1}$ ،  $\alpha_n^{c2}$ ،  $\alpha_n^{\text{int}}$  و  $\alpha_n^{\text{out}}$  برای محاسبه میدان الکتریکی در نواحی مختلف باستی با اعمال شرایط مرزی پیدا کرد. برای پرهیز از واگرایی در محاسبات، شعاع داخلی نامربی‌ساز را  $\rho = a + \delta$  فرض می‌کنیم [۸].

از اعمال شرایط مرزی بر روی مرز  $\rho = a$  می‌توان نوشت:

$$J_n(\beta_0 \rho') H_n^{(2)}[\beta_0(a + \delta)] + \alpha_n^{\text{int}} J_n[\beta_0(a + \delta)] = \alpha_n^{c1} J_n(\beta_\rho \delta) + \alpha_n^{c2} H_n^{(1)}(\beta_\rho \delta) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \beta_0 J_n(\beta_0 \rho') H_n^{(2)}[\beta_0(a + \delta)] + \beta_0 \alpha_n^{\text{int}} J_n'[\beta_0(a + \delta)] \\ &= \frac{\beta_\rho}{\mu_\varphi(a + \delta)} \alpha_n^{c1} J_n'(\beta_\rho \delta) + \frac{\beta_\rho}{\mu_\varphi(a + \delta)} \alpha_n^{c2} H_n^{(1)}(\beta_\rho \delta) \end{aligned} \quad (14)$$

به همین ترتیب با اعمال شرایط مرز بر روی مرز  $\rho = b$  نیز می‌توان نوشت:

$$\alpha_n^{\text{out}} H_n^{(2)}(\beta_0 b) = \alpha_n^{c1} J_n[\beta_\rho(b - a)] + \alpha_n^{c2} H_n^{(1)}[\beta_\rho(b - a)] \quad (15)$$

$$\beta_0 \alpha_n^{\text{out}} H_n^{(2)}[\beta_0(b - a)] = \frac{\beta_\rho}{\mu_\varphi(b)} \alpha_n^{c1} J_n'[\beta_\rho(b - a)] + \frac{\beta_\rho}{\mu_\varphi(b)} \alpha_n^{c2} H_n^{(1)}[\beta_\rho(b - a)] \quad (16)$$

با استفاده از معادلات (۱۳) تا (۱۶) و نیز رونسکین توابع بسل [۱۹] ضرایب بسط مجهول را می‌توان به صورت زیر یافت:

$$\alpha_n^{int} = - J_n(\beta_0 \rho') \times \frac{\left[ \frac{b\delta}{a(b-a)} \frac{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a}\delta)}{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a})} H_n^{(2)}(\beta_0 a) - H_n^{(2)}(\beta_0 a) \right]}{\left[ \frac{b\delta}{a(b-a)} \frac{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a}\delta)}{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a})} J_n(\beta_0 a) - J'_n(\beta_0 a) \right]} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \alpha_n^{out} = & - \frac{J_n(\beta_0 a)}{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a}\delta)} \times J_n(\beta_0 \rho') \times \frac{\left[ \frac{b\delta}{a(b-a)} \frac{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a}\delta)}{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a})} H_n^{(2)}(\beta_0 a) - H_n^{(2)}(\beta_0 a) \right]}{\left[ \frac{b\delta}{a(b-a)} \frac{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a}\delta)}{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a})} J_n(\beta_0 a) - J'_n(\beta_0 a) \right]} \\ & + \frac{H_n^{(2)}(\beta_0 a)}{H_n^{(2)}(\beta_0 \frac{b}{b-a}\delta)} J_n(\beta_0 \rho') \end{aligned} \quad (18)$$

$$\alpha_n^{c1} = 2\alpha_n^{out}, \quad \alpha_n^{c2} = -\alpha_n^{out} \quad (19)$$

هنگامی که  $0 \rightarrow \delta$  مخرج (18) به سمت بی نهایت میل می کند و صورت آن محدود باقی می ماند، بنابراین ضریب  $\alpha_n^{out}$  به سمت صفر میل می کند و با توجه به معادله (19) ضرایب  $\alpha_n^{c2}$  و  $\alpha_n^{c1}$  نیز صفر می گردند. پس در حالت منبع در ناحیه درونی  $a < \rho$ ، هیچ میدانی درون لایه نامربی ساز وجود ندارد و نیز میدانی در ناحیه بیرونی  $\rho > a$  نیز وجود نخواهد داشت. یعنی از منبع خطی الکتریکی موجود در ناحیه درونی، هیچ موجی به بیرون از نامربی ساز نشست نمی کند، بنابراین در این حالت نامربی ساز ایده آل نمایانگر یک شیلد کامل است.

به روشنی مشابه، روابط تحلیلی میدان الکتریکی برای نامربی ساز الکترومغناطیسی که از بیرون تحت تابش امواج ناشی از منبع خطی الکتریکی قرار می گیرد، را می توان استخراج نمود. میدان های الکتریکی در نواحی مختلف را می توان به صورت زیر بیان نمود [۱۹]:

$$E_z^s(\rho, \varphi) = -\frac{\beta_0^2 I_e}{4\omega \epsilon_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ A_n^s H_n^{(2)}(\beta_0 \rho) \right] e^{jn(\varphi-\varphi')} \quad \rho \geq b \quad (20)$$

$$E_z^c(\rho, \varphi) = -\frac{\beta_0^2 I_e}{4\omega \epsilon_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ A_n^c J_n[\beta_\rho (\rho - a)] + A_n^{c2} H_n^{(1)}[\beta_\rho (\rho - a)] \right\} \times e^{jn(\varphi-\varphi')} \quad a \leq \rho \leq b \quad (21)$$

$$E_z^{\text{int}}(\rho, \varphi) = -\frac{\beta_0^2 I_e}{4\omega\epsilon_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_n^{\text{int}} J_n(\beta_0 \rho)] e^{jn(\varphi-\varphi)} \quad \rho \leq a \quad (22)$$

که ضرایب مجھول چهارگانه  $A_n^{\text{C1}}$ ،  $A_n^{\text{C2}}$  و  $A_n^S$  را برای محاسبه میدان الکتریکی در نواحی مختلف بایستی با اعمال شرایط مرزی پیدا کرد.

با اعمال شرایط مرزی بر روی سطوح استوانه‌ای و نیز پس از انجام عملیات جبری و بهره‌گرفتن از محدودیت‌های تابع بسل هنگامی که آرگومان آن به سمت صفر میل می‌کند، ضرایب مجھول مذکور به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$A_n^{\text{C1}} = -H_n^{(2)}(\beta_0 \rho') \times \frac{J'_n(\beta_0 b) H_n^{(2)}(\beta_0 b) - J_n(\beta_0 b) H_n'^{(2)}(\beta_0 b)}{J'_n[\beta_\rho(b-a)] H_n^{(2)}(\beta_0 b) - J_n[\beta_\rho(b-a)] H_n'^{(2)}(\beta_0 b)} \quad (23\text{-الف})$$

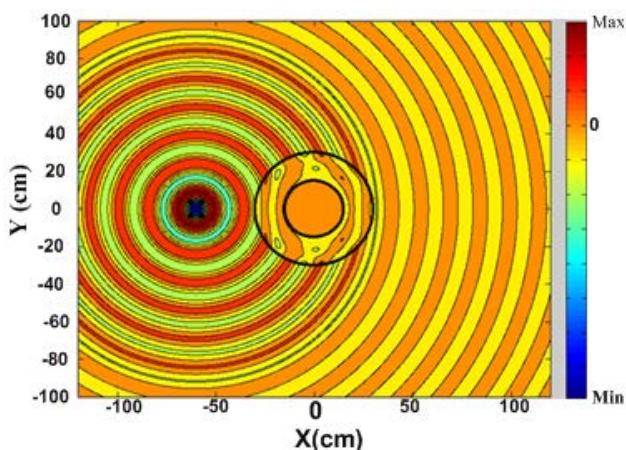
$$A_n^{\text{C2}} = 0 \quad , \quad A_n^S = 0 \quad , \quad A_n^{\text{int}} = 0 \quad (23\text{-ب})$$

این خود نمایانگر این موضوع است که میدان‌های پراکندگی از نامربی‌ساز، هنگامی که از بیرون تحت تابش امواج قرار می‌گیرد صفر است در نتیجه سطح مقطع راداری آن نیز صفر خواهد بود.

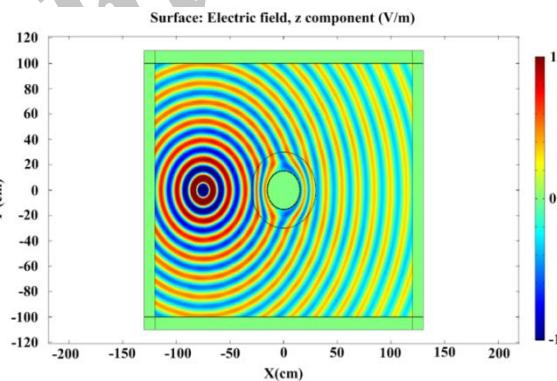
## نتایج عددی و شبیه سازی

در این بخش، برای پیکربندی شکل (۲) میدان‌های الکترومغناطیسی محاسبه شده در کلیه نواحی براساس عبارات تحلیلی (۱۰) تا (۱۲) و نیز (۲۰) تا (۲۲) با شبیه‌سازی تمام موج حاصل از بسته نرمافزاری کامپیوتری کار می‌کند، تأیید شده است. در این شبیه‌سازی‌ها فرکانس کار را  $2\text{GHz}$  فرض شده است و شعاع درونی نامربی‌ساز برابر با یک طول موج و شعاع بیرونی آن دو برابر طول موج نظر گرفته شده است. برای حالت تابش از بیرون نامربی‌ساز، یک منبع خطی الکتریکی در فاصله دو برابر طول موج از مرز بیرونی نامربی‌ساز در نظر گرفته شده است و برای حالت تابش از درون نامربی‌ساز یک منبع خطی بر روی محور استوانه فرض شده است. برای حصول اطمینان از همگرایی در محاسبات، مجموع سری‌ها را تا ۴۵ جمله در نظر گرفته شده است [۱۴].

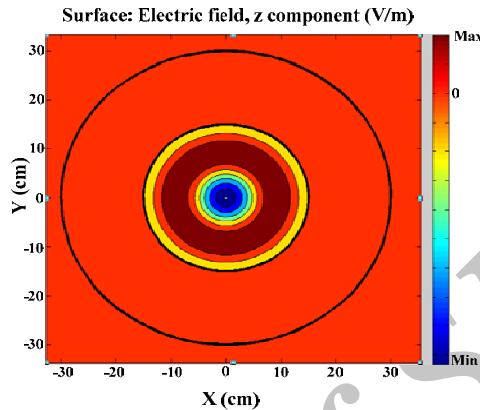
شکل (۳) توزیع میدان الکتریکی ناشی منبع خطی الکتریکی در بیرون از نامربی‌ساز و براساس عبارات تحلیلی میدان‌ها را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌گردد میدان الکتریکی کل در بیرون از نامربی‌ساز نسبت به میدان الکتریکی تابشی بدون تغییر باقی مانده است که این خود بدان معنی است که میدان پراکندگی نزدیک به صفر است. شکل (۴) نیز نتایج شبیه‌سازی تمام موج بر اساس بسته نرم‌افزاری کامسول برای حالت منبع خطی الکتریکی در بیرون از نامربی‌ساز را نشان می‌دهد، که از مقایسه شکل‌های (۳) و (۴) نتایج فرمول‌بندی تحلیلی به خوبی تأیید می‌گردد.



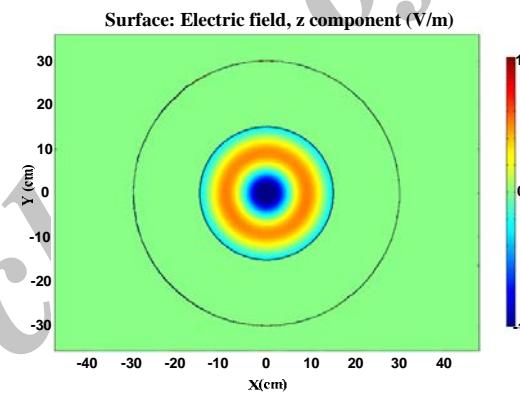
شکل ۳. توزیع میدان الکتریکی برای حالت منبع تابش در بیرون از نامربی‌ساز ایده‌آل در فرکانس ۲ GHz و بر اساس فرمول‌بندی تحلیلی و با استفاده نرم افزار MATLAB



شکل ۴. توزیع میدان الکتریکی برای حالت منبع تابش در بیرون از نامربی‌ساز ایده‌آل در فرکانس ۲ GHz و بر اساس بسته نرم‌افزاری کامسول



شکل ۵. توزیع میدان الکتریکی برای حالت منبع تابش در درون نامری ساز ایدهآل در فرکانس ۲ GHz و بر اساس فرمول‌بندی تحلیلی و با استفاده نرم‌افزار MATALB



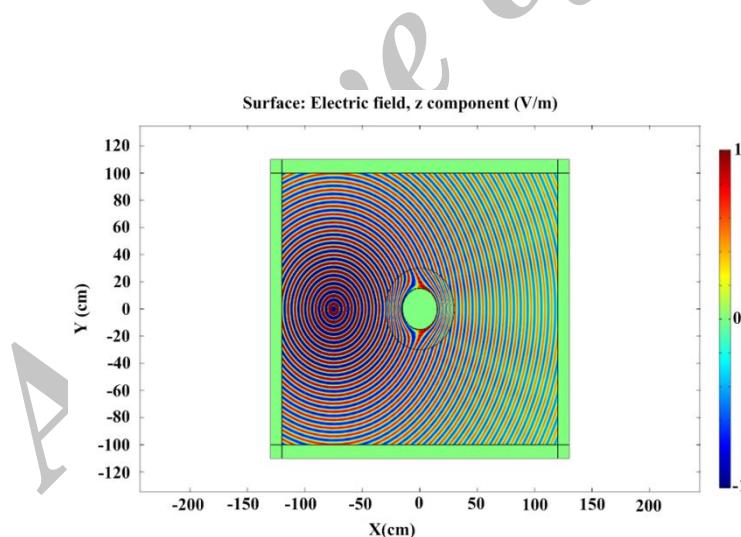
شکل ۶. توزیع میدان الکتریکی برای حالت منبع تابش در درون نامری ساز ایدهآل در فرکانس ۲ GHz و بر اساس بسته نرم‌افزاری کامرسول

شکل (۵) توزیع میدان الکتریکی در حالت منبع خطی الکتریکی در درون نامری ساز و براساس فرمول‌بندی تحلیلی را نشان می‌دهد. شکل (۶) نتایج شبیه‌سازی تمام موج براساس بسته نرم‌افزاری

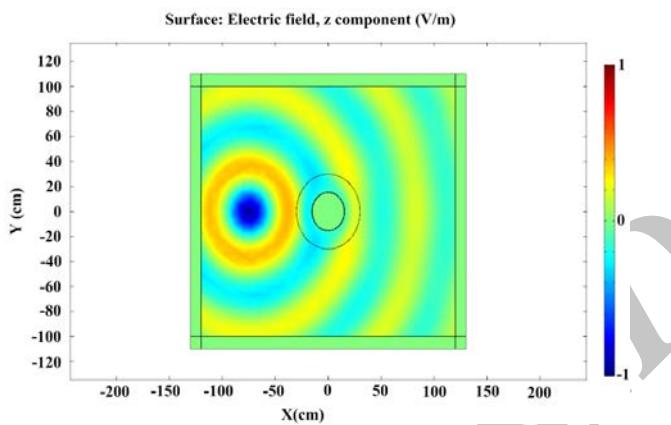
کامسول برای حالت منبع خطی الکتریکی در درون نامربی‌ساز را نشان می‌دهد از مقایسه شکل‌های (۵) و (۶) نتایج عبارتهای تحلیلی در این حالت نیز به خوبی تأیید می‌گردد و از هر دو شکل مذکور می‌توان دید که امواج تابشی ناشی از منبع به هیچ وجه از ناحیه درونی به بیرون نشست نمی‌کنند، بنابراین در این حالت نامربی‌ساز ایده‌آل نمایانگر یک شیلد کامل است.

پس با توجه به شکل‌های (۳) تا (۶)، می‌توان گفت که شیلد کامل حاصل از روش نامربی‌ساز الکترومغناطیسی، ضمن این که برای مدارات الکترونیکی و مخابراتی درونش محافظ و شیلد کاملی است بطور همزمان در اثر تابش امواج الکترومغناطیسی از بیرون نیز پراکندگی امواج ایجاد نمی‌کند و در نتیجه بر خلاف شیلد‌های PEC متداول سطح مقطع راداری خیلی ناچیزی از خود نشان خواهد داد.

برای بررسی و مقایسه عملکرد نامربی‌ساز در فرکانس‌های مختلف، برای همان پیکربندی شکل (۲) و با همان ابعاد، شبیه‌سازی تمام موج در فرکانس‌های  $5\text{GHz}$  و  $5\text{GHz}/0^\circ$  با استفاده از بسته نرم‌افزاری COMSOL Multiphysics انجام شده است که نتایج آن در شکل‌های (۷) و (۸) نشان داده شده است.



شکل ۷. توزیع میدان الکتریکی برای حالت منبع تابش در بیرون از نامربی‌ساز ایده‌آل در فرکانس  $5\text{GHz}$  و بر اساس بسته نرم‌افزاری کامسول



شکل ۸. توزیع میدان الکتریکی برای حالت منبع تابش در بیرون از نامربی‌ساز ایده آل در فرکانس  $5\text{ GHz}$  و بر اساس بسته نرم‌افزاری کامسول

از مقایسه شکل‌های (۴) و (۷) و (۸) که به ترتیب نتایج شبیه‌سازی تمام موج مسئله در فرکانس‌های  $2\text{ GHz}$  و  $5\text{ GHz}$  و  $5\text{ GHz}/0^\circ$  نشان می‌دهند، می‌توان ملاحظه کرد که در فرکانس  $5\text{ GHz}$  است رفتار و عملکرد نامربی‌ساز به خوبی مشهود است و در فرکانس  $5\text{ GHz}/0^\circ$  نیز از شکل (۸) می‌توان دید علیرغم طول موج در حدود ابعاد نامربی‌ساز هنوز تا حدود زیادی رفتار نامربی‌ساز مشاهده می‌گردد.

مطابق رابطه (۱) نامربی‌ساز ایده آل در مرز درونی نامربی‌ساز رفتار تکینی دارد، یعنی در مرز مذکور مقادیر پارامترهای  $\epsilon_\phi$  و  $\mu_\phi$  مربوط به تانسورهای ضرایب گذردهی و نفوذپذیری بی‌نهایت بزرگ می‌گردند و مقادیر پارامترهای  $\epsilon_\rho$  و  $\mu_\rho$  بی‌نهایت کوچک می‌شوند و به سمت صفر میل می‌کنند، پس تحقق عملی نامربی‌ساز ایده آل حتی با استفاده از پیشرفت‌های شگرف اخیر در حوزه فرامواد نیز نا ممکن است. بنابراین برای تحقیق و پیاده‌سازی عملی نامربی‌ساز و بهره برداری از قابلیت‌های آن، ضروری است که ضرایب گذردهی و نفوذپذیری نامربی‌ساز ایده‌آل به روشهای ساده سازی شوند. همانطور که اشاره شد اولین بار در مرجع [۲] یک مجموعه از پارامترهای ساده شده ماده پیشنهاد شد و با استفاده از حلقه‌های شکافته شده تشديدي ساخته و نتایج آزمایش و اندازه

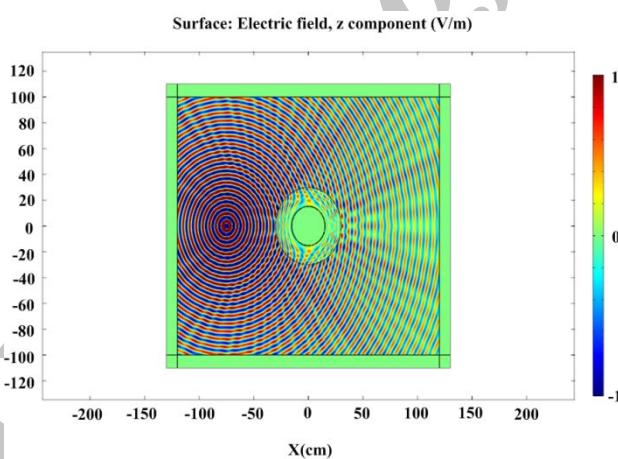
گیری آن در فرکانس‌های مایکروویو گزارش شده است که ما آن را نامربی‌ساز ساده شده می‌نامیم و پارامترهای آن به صورت زیر است:

$$\varepsilon_{\rho} = \mu_{\rho} = \left( \frac{\rho - a}{\rho} \right)^2 \quad (24-\text{الف})$$

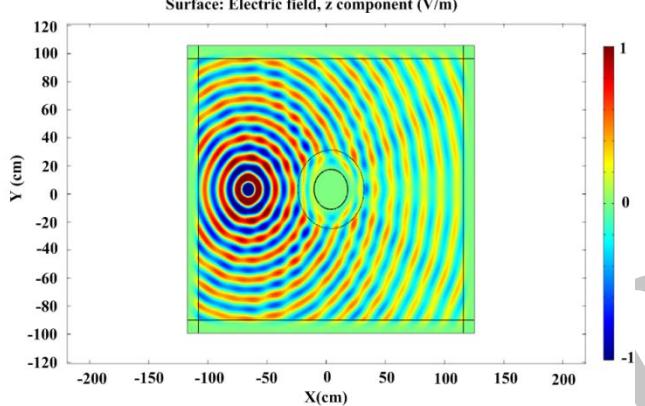
$$\varepsilon_{\varphi} = \mu_{\varphi} = 1 \quad (24-\text{ب})$$

$$\varepsilon_z = \mu_z = \left( \frac{b}{b - a} \right)^2 \quad (24-\text{ج})$$

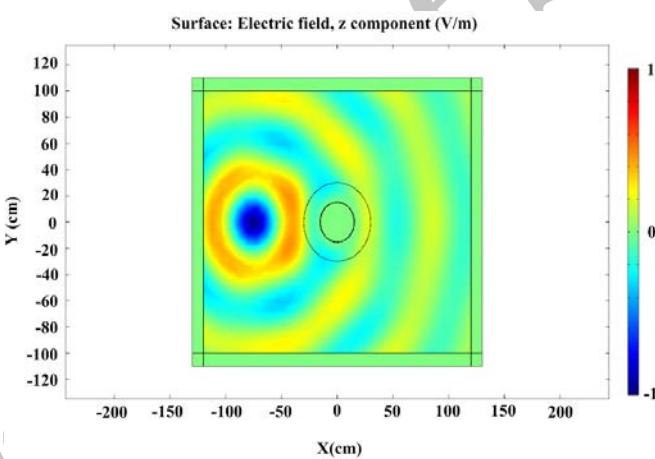
به منظور بررسی تحقق عملی نامربی‌ساز و نیز مقایسه عملکرد نامربی‌ساز ساده با نامربی‌ساز ایده‌آل، برای همان پیکربندی شکل (۲) و با همان ابعاد، شبیه‌سازی تمام موج در فرکانس‌های ۵GHz و ۲GHz و ۰.۵GHz با استفاده از بسته نرم‌افزاری کامسول انجام شده است که نتایج آن در شکل‌های (۹) تا (۱۱) نشان داده شده است.



شکل ۹. توزیع میدان الکتریکی برای حالت منبع تابش در بیرون از نامربی‌ساز ساده در فرکانس ۵GHz و بر اساس بسته نرم‌افزاری کامسول



شکل ۱۰. توزیع میدان الکتریکی برای حالت منبع تابش در بیرون از نامربی ساز ساده شده در فرکانس ۲GHz و بر اساس بسته نرم افزاری کامسول



شکل ۱۱. توزیع میدان الکتریکی برای حالت منبع تابش در بیرون از نامربی ساز ساده شده در فرکانس ۵GHz و بر اساس بسته نرم افزاری کامسول

از مقایسه شکل های (۹) و (۱۰) و (۱۱) به ترتیب با شکل های (۷) و (۴) و (۸) مشاهده می گردد که این شکل ها دو به دو تا حدود زیادی مشابه هستند و فقط در جهت پراکندگی جلو ساختار در حالت استفاده از نامربی ساز ساده مقداری پراکندگی بیشتر است. بنابراین هر چند عملکرد

نامربی‌ساز ساده شده با قابلیت عملی پیاده سازی [۲] نسبت به نامربی‌ساز ایده‌آل دارای افت است، با این حال عملکرد بسیار خوبی از نظر پنهان‌سازی و نیز کاهش پراکندگی دارد به طوری که در مقایسه با شیلد‌های فلزی متداول که در اثر پراکندگی، در جلو آن‌ها سایه ایجاد می‌شود و میزان پراکندگی همراه با بازتابش موج خیلی شدید است، استفاده عملی از نامربی‌ساز ساده شده به عنوان یک شیلد الکتریکی با کمترین پراکندگی امکان پذیر و دارای مزیت و عملکرد بسیار بالاتری است.

### نتیجه گیری

در این مقاله، مشخصات پراکندگی برای نامربی‌ساز استوانه‌ای فراموادی در دو حالت منبع در درون و در بیرون از نامربی‌ساز تحقیق و بررسی شده است. حل دقیق و تحلیلی معادله موج برای نواحی مختلف پیکربندی مسئله استخراج شده است و نتایج با شبیه‌ساز تمام موج حاصل بسته نرم‌افزاری کامسول مورد ارزیابی قرار گرفته است. در حالت منبع در درون نامربی‌ساز، امواج تابشی ناشی از منبع به هیچ وجه از ناحیه درونی به بیرون نشست نمی‌کند و نیز در حالت منبع تابش موج در بیرون از نامربی‌ساز، میدان الکتریکی کل در بیرون از نامربی‌ساز نسبت به میدان الکتریکی تابشی بدون تغییر باقی مانده است این بدین معنی است که میدان پراکندگی نزدیک به صفر است. بنابراین نامربی‌ساز الکترومغناطیسی، نمایانگر یک شیلد کامل است. این شیلد کامل مزیتی که نسبت به یک شیلد فلزی متداول دارد، علاوه بر محافظت الکتریکی کامل از مدارات مخابراتی و الکترونیکی فرکانس بالای درونش، بطور همزمان در اثر تابش امواج الکترومغناطیسی از بیرون بر آن نیز پراکندگی امواج ایجاد نخواهد کرد و در نتیجه بر خلاف شیلد فلزی سطح مقطع پراکندگی خیلی ناچیزی از خود نشان خواهد داد. عملکرد نامربی‌ساز در فرکانس‌های مختلف بررسی شده است و چنانچه نامربی‌ساز حداقل دارای ابعادی برابر با طول موج و یا بزرگتر از آن باشد به خوبی رفتار پنهان‌سازی را دارد. از نقطه نظر تحقق عملی، نامربی‌ساز ساده شده‌ی قابل پیاده‌سازی، دارای عملکرد قابل قبول است.

### تقدیر و تشکر

این تحقیق طبق قرارداد شماره (۴۲۸۴/۵۰۰/ت) از حمایت مالی موسسه تحقیقات ارتباطات و فناوری اطلاعات (ITRC) برخوردار بوده است، بدینوسیله از این موسسه تشکر و قدردانی می‌شود.

## مراجع

- [1] J.B. Pendry, D. Schurig, and D.R. Smith, Controlling electromagnetic fields, *Science*, 2006, vol. 312, pp.1780-1782.
- [2] D. Schurig, J.J. Mock, B.J. Justice, S.A. Cummer, J.B. Pendry, A.F. Starr, and D.R. Smith, Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies, *Science*, 2006, vol. 314, pp.977-980.
- [3] D. Schurig , J.B. Pendry, and D.R. Smith, Calculation of Material Properties and Ray Tracing in Transformation Media, *Optics Express*, 2006, vol. 14, no. 21, pp.9794-9804.
- [4] A. Alu, and N. Engheta, Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings, *Phys. Rev. E*, 2005, vol. 72, pp.016623\_1-9.
- [5] U. Leonhardt, Optical conformal mapping, *Science*, 2006, vol. 312, pp.1777-1780.
- [6] H. Chen, B.-I. Wu, B. Zhang, and J. A. Kong, Electromagnetic wave interactions with a metamaterial cloak, *Phys. Rev. Lett*, 2007, vol. 99, pp.063903\_1-4.
- [7] B. Zhang, H. Chen, B.-I. Wu, and J.A. Kong, Extraordinary surface voltage effect in the invisibility cloak with an active device inside, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, vol. 100, pp.063904\_1-6.
- [8] B. Zhang, H. Chen, B.-I. Wu, Y. Luo, L.X. Ran, and J.A. Kong, Response of a cylindrical invisibility cloak to electromagnetic waves, *Phys. Rev. B*, 2007, vol. 76, pp.121101\_1-4.
- [9] Z. Ruan, M. Yan, C. W. Neff, and M. Qiu, Ideal cylindrical cloak: Perfect but sensitive to tiny perturbations, *Phys. Rev. Lett.*, 2007, vol. 99, pp.113903\_1-10.
- [10] M. YAN, Z. RUAN, and M. QIU, Cylindrical Invisibility Cloak with Simplified Material Parameters is Inherently Visible, *Phys. Rev. Lett.*, 2007, vol. 99, pp.233901\_1-10.
- [11] S.A. Cummer, B.I. Popa, D. Schurig, D.R. Smith, and J. Pendry, Full-wave simulations of electromagnetic cloaking structures, *Phys. Rev. E*, 2006, vol. 74, pp.036621\_1-5.
- [12] Q. Wu, K. Zhang, F.-Y. Meng, and L.-W. Li, Electromgnetic characteristics of metamaterial cloak covered dielectric cylinder illuminated by electric line source, *IET Microw. Antennas Propag.*, 2010, vol. 4, pp.1680-1688.
- [13] C. Argyropoulos, Y. Zhao, and Y. Hao, A radially-dependent dispersive finite-difference time-domain method for the evaluation of electromagnetic cloaks, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 2009, vol. 57, pp.1432-1441.
- [14] S. Arslanagic, O. Breinbjerg, Electric-line-source illumination of a circular cylinder of lossless double-negative material: An investigation of near field,directivity, and radiation resistance, *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, 2006, vol. 48, pp.38–54.
- [15] S. Shenfeld, Shielding of cylindrical tubes, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, EMC*, 1968, vol. 10, no. 1, pp.29-34.
- [16] J. F. Hoburg, A computational methodology and results for quasistatic multilayered magnetic shielding, *IEEE Trans. Electromagn. Compatibility*, 1996, vol. 38, pp.92–103.

- [17] P.Sergeant, L. Dupré, L. Vandenbossche, and J. Melkebeek, Analytical formulation for magnetic shields taking into account hysteresis effects, COMPEL, 2005, vol. 24, pp.1470–1491.
- [18] P.Sergeant, M. Zucca, L. Dupre, and P. E. Roccato, Magnetic Shielding of a Cylindrical Shield in Nonlinear Hysteretic Material IEEE Trans. Magnetics, 2006, vol. 42, no. 10, pp.3189-3191.
- [19] C.A. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley & Sons, New York,1989, pp.570-634.
- [20] W.C. Chew, Waves and Fields in Inhomogeneous Media, IEEE Press, New York, 1995, pp.161-184.