طراحی الگوریتم تصحیح مسیر فضاپیما در مانور کاهش مدار با روش خطی‌سازی پسخوراند

سینا دیوسالار[۱]، رضا ندافی[۲*]،منصور کبگانیان[۳]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۲- عضو هیات علمی پژوهشکده علوم و فناوری فضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران (rezanadafi@aut.ac.ir)

۳- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

تاریخ دریافت: ۹۳/۱۰/۱۴   تاریخ پذیرش: ۹۴/۹/۲۲

چکیده

هدف در این مقاله، طراحی و تصحیح مسیر یک فضاپیما در مانور کاهش مدار می‌باشد. این مانور کاهش مدار بر اساس الزامات سیستمی در یک پروژه واقعی تکلیف شده و پارامترها و مقادیر آن توسط مهندسی سیستم آن پروژه تعیین شده است. به منظور حصول مانور مورد نظر، نیاز به تولید بردار تغییر سرعت توسط سیستم پیشرانش می باشد اما در عمل، به دلیل عملکرد نامناسب و وجود عدم قطعیت‌ها در سیستم پیشرانش، ممکن است بردار تغییر سرعت ایده‌آل محقق نشود. در نتیجه فضاپیما از مسیر مطلوب کاهش مدار منحرف شده و این امکان وجود دارد که ماموریت فضاپیما با شکست مواجه شود. برای جلوگیری از این موضوع و جبران انحراف به‌وجود آمده، قانون کنترل بدیعی بر اساس مدل کاول و مبتنی بر روش خطی‌سازی پسخوراند طراحی و عملکرد آن پس از تولید و بارگذاری مسیر مطلوب کاهش مدار در قانون کنترل (با استفاده از المان‌های مداری)، در طی یک مانور کاهش مدار ارزیابی شده است. در این مقاله با فرض ضربه‌ای بودن مانور کاهش مدار، بردار تغییر سرعت لازم و زمان اعمال آن به فضاپیما برای قرار گرفتن در مسیر مطلوب کاهش مدار محاسبه می‌شوند. نتایج شبیه سازی نشان می دهند این قانون کنترل که از لحاظ ساختار جدید می باشد با توجه به محدودیت های فنی و ظرفیت سیستم پیشرانش، توانایی جبران سازی ۲۰٪ خطا در اندازه و ۱۵٪ خطا در زاویه اعمال بردار تغییر سرعت را در محدوده زمانی ۳۵۰ ثانیه داراست.

کلیدواژه

فضاپیما، مانور کاهش مدار، طراحی و تصحیح مسیر، خطی‌سازی پسخوراند

مقدمه

یکی از چالش‌های پیش روی مأموریت فضاپیماها، کاهش مدار و بازگشت از مدار است که با توجه به شرایط حاکم بر مسئله (از جمله سرعت و زاویه ورود به جو) از حساس‌ترین مراحل مأموریت هر فضاپیما است. پس از کاهش مدار، فضاپیما با سرعت و زاویه‌ی مسیر پرواز مشخصی وارد جو می‌گردد. برای اینکه فضاپیما بتواند به سلامت به زمین برسد، سرعت و زاویه‌ی مسیر پرواز هنگام ورود به جو باید در محدوده‌ی مجاز قرار گیرند تا فضاپیما در هنگام ورود به جو، از جو خارج نشده و یا به دلیل اصطکاک بالا در جو که با افزایش شدید دمای فضاپیما همراه است در عملکرد آن اختلال ایجاد نشود. بنابراین مسیر طی شده توسط فضاپیما از مدار اولیه (نقطه اعمال ضربه توسط پیشران) تا سطح ورود به جو محسوس نقش کلیدی را در تعیین سرعت و زاویه مسیر پرواز در لحظه ورود به جو ایفا می‌کند، در نتیجه مسیر مورد بحث باید به گونه‌ای طراحی شود تا شرایط مطلوب در انتهای مانور کاهش مدار (ورود به جو) ارضاء شود.

به دلایل مختلف از جمله عملکرد نامناسب سیستم کنترل سمت، اختلال در عملکرد پیشران و غیره؛ ممکن است بین مسیر طراحی شده و واقعی در مرحله کاهش مدار اختلاف بوجود بیاید و همین مسئله باعث شکست مأموریت و از دست دادن فضاپیما شود. بنابراین طراحی و پیاده‌سازی یک کنترلر با اعمال نیروی پیوسته به منظور جبران خطاها و قرار دادن فضاپیما بر روی مسیر مطلوب ضروری به نظر می‌سد.

مانور کاهش مدار در این مقاله بر اساس الزامات سیستمی مربوط به یک پروژه واقعی بوده و پارامترها و مقادیر آن توسط مهندسی سیستم آن پروژه تعیین شده است. بنابراین موضوعاتی همچون

پارامترهای کلیدی مسیر کاهش مدار، حرکت در جو، پارامترهای سیستم پیشرانش، جرم کلی فضاپیما و غیره موضوع این مقاله نمی باشد. هدف این مقاله اصلاح مسیر فضاپیما در حین مانور کاهش مدار و تا قبل از رسیدن به جو می باشد تا با اعمال کنترلر مناسب، به مسیر مطلوب و مد نظر بازگردد.

مرور مقالات تحقیقاتی نشان می‌دهد در مقایسه با سایر مراحل مأموریت یک فضاپیما، مطالعات کمتری در خصوص مانور و هدایت فضاپیما در حین مرحله کاهش مدار صورت گرفته است با این وجود در سال‌های اخیر معدود کارهای تحقیقاتی در ارتباط با مانور کاهش مدار صورت گرفته است.

در سال ۱۹۶۳ میلادی بیکر و همکاران نشان دادند که به ازای یک زاویه مسیر مشخص در لحظه ورود به جو، ارتفاع بهینه‌ای برای آغاز مانور کاهش مدار وجود دارد، که اندازه بردار تغییر سرعت مورد نیاز برای آغاز مانور را به حداقل می‌ساند [۱].

گالمن در سال ۱۹۶۶ میلادی حل دقیق مسئله کاهش مدار حداقل انرژی را برای ارتفاع و زاویه مسیر مشخص در لحظه ورود به جو محسوس ارائه داده است [۲].

در سال ۲۰۱۰ میلادی بلیدوین به مسئله هدایت بهینه فضاپیما در فاز کاهش مدار پرداخت. برای این منظور کنترلی بهینه از نظر سوخت مصرفی بر اساس مدل کاول و با فرض مشخص بودن سرعت و زاویه در لحظه ورود به جو، طراحی کرد [۳].

موسوی در سال ۲۰۱۲ یکی از روش‌های ممکن برای بازگشت به جو یعنی بازگشت بالستیک را مورد بررسی قرار داد. در آن تحقیق با توجه به شرایط ورود به جو مانورهای کاهش مداری برای انتقال فضاپیما از مدار زمین پایین تا سطح ورود به جو اعمال شده و مقادیر بودجه تغییر سرعت مورد نیاز برای هر کدام از مانورها محاسبه شده‌است. همچنین مقادیر سوخت مورد نیاز برای چهار نوع سیستم پیشران رایج بدست آمد [۴].

نهرنز و همکاران در سال ۲۰۱۲ با انجام تحلیل مونت کارلو بر روی فاز کاهش مدار یک فضاپیما، عدم قطعیت‌های سرعت، زاویه و مکان ورود به جو را که ناشی از خطا در سیستم کنترل سمت و هدایت فضاپیما است، بدست آوردند. سپس با استفاده از این عدم قطعیت‌ها و انجام تحلیل مونت کارلو بر روی مسیر فضاپیما در داخل جو، تخمینی از نقطه فرود، حداکثر شتاب کاهشی و بار حرارتی وارده به فضاپیما را بدست آوردند [۵].

باقری در سال ۲۰۱۳ با استفاده از تئوری کنترل بهینه و معادلات مداری حاکم بر فضاپیما، بردار نیروی پیشران بهینه در خلال مرحله ترمزگیری را بدست آورد. تمرکز اصلی آن تحقیق؛ کنترل سمت فضاپیما قبل از مرحله ترمزگیری و همچنین در هنگام کاهش مدار بوده است. برای این منظور کنترلر تطبیقی سه محوره بر اساس معیار پایداری لیاپانوف طراحی و پایداری آن اثبات شد [۶].

دیوسالار و همکاران در سال ۲۰۱۴ تأثیر انحراف بردار تغییر سرعت از مقدار مطلوب بر روی مسیر کاهش مدار فضاپیما را مورد بررسی قرار دادند. با استناد به این تحقیق، رابطه بین خطای بردار تغییر سرعت و خطای زاویه و سرعت ورود به جو را می‌توان (در محدوده نسبتا وسیعی از خطای بردار تغییر سرعت) به صورت خطی تقریب زد [۷].

هدف در این مقاله طراحی کنترلری از لحاظ ساختاری جدید، به منظور جبران خطای بردار تغییر سرعت و قرار دادن فضاپیما در مسیر مطلوب کاهش مدار می باشد. پس از مدل‌سازی حرکت انتقالی فضاپیما، مسیر مطلوب کاهش مدار، با توجه به سرعت، زاویه مسیر پرواز و مکان ورود به جو، تعیین می‌شود. همچنین بردار تغییر سرعت لازم و زمان اعمال آن به فضاپیما برای قرار گرفتن در مسیر مطلوب کاهش مدار، محاسبه می‌شود. در نهایت کنترلی با استفاده از روش خطی‌سازی پسخوراند طراحی و عملکرد آن با کمک شبیه‌سازی نرم‌افزار بررسی می‌شود.

مدلسازی ریاضی

جهت توصیف حرکت انتقالی یک فضاپیما در میدان جاذبه زمین، در حالت ایده‌آل (عدم وجود نیروهای کنترلی و اغتشاشی، کروی بودن زمین و غیره) از رابطه (۱) استفاده می‌شود. این رابطه از قانون گرانش نیوتن و قانون دوم نیوتن بدست آمده است.

$$\ddot{\boldsymbol{r}} + \frac{\mu}{\|\boldsymbol{r}\|^3}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{0} \qquad (۱)$$

همانطورکه در شکل ۱ نشان داده شده است، r بردار مکان فضاپیما در دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز (XYZ) و μ ثابت گرانش زمین است ($\mu =$ ۳/۹۸۶×۱۰۵ $\frac{km^3}{sec^2}$).

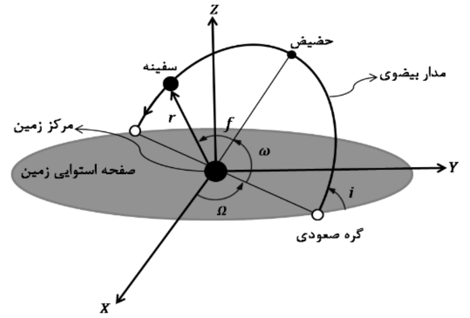
در صورت اعمال شتاب‌های اغتشاشی (u_d) و کنترلی (u_c) به فضاپیما، رابطه (۱) به صورت زیر تکمیل می‌گردد که به آن رابطه کاول گفته می‌شود [۸].

$$\ddot{\boldsymbol{r}} + \frac{\mu}{\|\boldsymbol{r}\|^3}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{u_c} + \boldsymbol{u_d} \qquad (۲)$$

روش دیگر برای مدلسازی حرکت انتقالی فضاپیما، استفاده از شش پارامتر e, a, ω, i, Ω و f است که در اصطلاح به آنها المان‌های کلاسیک مداری گفته می‌شود. با توجه به شکل ۱ زاویای Ω و i مشخص کننده صفحه حرکت فضاپیما هستند (دو دوران متوالی از دستگاه اینرسی). المان‌های a, ω و e شکل مسیر حرکت (مدار بیضوی) فضاپیما را در صفحه حرکتش مشخص می‌کنند، در واقع ω زاویه حضیض بیضی، a نیم محور اصلی بیضی و e خروج از مرکزیت بیضی هستند و در نهایت f آنومالی حقیقی فضاپیما نام دارد که موقعیت زاویه‌ای فضاپیما در مدار را نسبت به حضیض تعیین می‌کند. در صورتی که هیچ نیرویی به فضاپیما وارد نشود پارامترهای a, ω, i, Ω و e دارای مقادیر ثابتی هستند و فقط f با

زمان تغییر می‌کند اما در صورت اعمال نیرو به فضاپیما تغییرات المان‌های کلاسیک مداری با رابطه (۳) بیان می‌شود[۹].

$$\dot{\alpha} = H(\alpha) + F(\alpha)u_{Rtn} \quad (۳)$$



شکل ۱ . نمایش دستگاه مختصات اینرسی و المان‌های کلاسیک مداری

به طوریکه α به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود.

$$\alpha = [\Omega \quad i \quad \omega \quad a \quad e \quad f]^T \quad (۴)$$

ماتریس‌های $H(\alpha)$ و $F(\alpha)$ به ترتیب توسط روابط (۵) و (۶) مشخص می‌شوند.

$$H(\alpha) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad h/r^2]^T \quad (۵)$$

$$F(\alpha) = \frac{1}{h}\begin{bmatrix} 0 & 0 & r\sin\theta/\sin i \\ 0 & 0 & r\cos\theta \\ (-p\cos f)/e & ([p+r]\sin f)/e & -r\sin\theta\cot i \\ 2a^2 e\sin f & 2a^2 p/r & 0 \\ p\sin f & (p+r)\cos f + re & 0 \\ (p\cos f)/e & -(p+r)\sin f/e & 0 \end{bmatrix} \quad (۶)$$

در روابط بالا، p یک پارامتر هندسی مدار[۱]، h اندازه مومنتم زاویه‌ای واحد جرم فضاپیما و r فاصله فضاپیما تا مرکز زمین ($\|r\|$) است که به ترتیب توسط روابط (۷)، (۸) و (۹) تعیین می‌شوند. همچنین θ از رابطه (۱۰) بدست می‌آید.

$$p = a(1 - e^2) \quad (۷)$$

$$h = \sqrt{\mu p} \quad (۸)$$

$$\|r\| = \frac{p}{1 + e\cos f} \quad (۹)$$

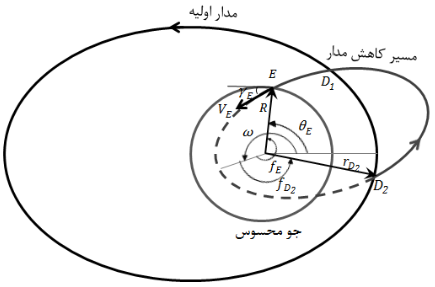
$$\theta = \omega + f \quad (۱۰)$$

در رابطه (۳)، u_{Rtn} بردار شتاب اعمالی به فضاپیما از طرف سیستم پیشران است که مولفه‌های آن (u_n،u_t،u_R) در دستگاه مختصات مرجع مداری بیان می‌شوند. مرکز دستگاه مختصات مرجع مداری منطبق بر مرکز جرم فضاپیما و محور R آن در راستای بردار مکان فضاپیما، محور t عمود بر R در جهت سرعت فضاپیما و محور n تکمیل کننده دستگاه مختصات متعامد راست گرد است.

1.Semi-Latus Rectum

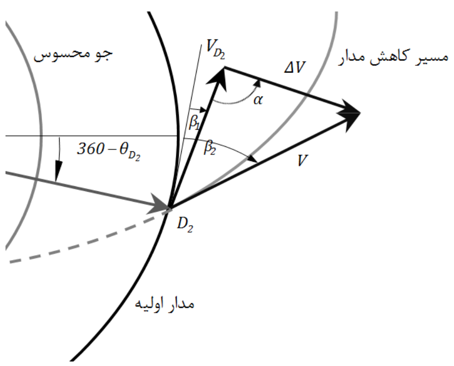
طراحی مسیر کاهش مدار

فضاپیما پس از اتمام ماموریتش در مدار، جهت بازیابی و فرود بر روی سطح زمین، از طریق مانور کاهش مدار به جو محسوس باز خواهد گشت. مطابق شکل ۲ در مانور کاهش مدار، فضاپیما از طریق مسیر کاهش مدار از نقطه D (D_1 یا D_2) به نقطه E (نقطه ورود به جو محسوس و پایان مانور کاهش مدار) منتقل می‌شود. در انتهای این مانور، فضاپیما با سرعت V_E و زاویه مسیر پرواز γ_E (زاویه بین راستای سرعت فضاپیما و راستای عمود بر بردار مکان) وارد جو محسوس می‌شود که به منظور جلوگیری از سوختن فضاپیما در جو و همچنین جلوگیری از فرار آن از جو، این سرعت و زاویه باید در محدوده مجاز قرار داشته باشند.



شکل ۲. بازگشت فضاپیما از مدار اولیه به جو محسوس

به منظور انتقال فضاپیما از مدار اولیه به مسیر کاهش مدار، با توجه به شکل ۳، در نقطه D_2 (یا D_1) که نقطه کاهش مدار نامیده می‌شود، بردار تغییر سرعت ΔV به فضاپیما وارد می‌شود به طوریکه سرعت آن را از V_{D_2} (یا V_{D_1}) به V تغییر می‌دهد و در نهایت فضاپیما در مسیر کاهش مدار قرار می‌گیرد.



شکل ۳. نقطه آغاز مانور کاهش مدار (D_2) و بردار تغییر سرعت متناظر

با دانستن مقادیر مطلوب برای $\|V_E\|$، γ_E و موقعیت ورود به جو (θ_E، R نشان داده شده در شکل ۲) می‌توان مسیر کاهش مدار منحصر بفردی را تعیین کرد که نیم محور اصلی و خروج از مرکزیت آن به ترتیب توسط روابط (۱۱) و (۱۲) بدست می‌آیند [۱۰].

$$a = \frac{\mu}{2\left[\frac{\mu}{R} - \frac{\|V_E\|^2}{2}\right]} \tag{۱۱}$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{(R\|\boldsymbol{V}_E\| \cos \gamma_E)^2}{\mu a}} \tag{۱۲}$$

زاویه حضیض مسیر کاهش مدار (ω، نشان داده شده در شکل ۲) از رابطه (۱۳) تعیین می‌شود.

$$\omega = 360 - f_E + \theta_E \tag{۱۳}$$

آنومالی حقیقی نقطه E بر روی مسیر کاهش مدار (f_E، نشان داده شده در شکل ۲)، از رابطه (۱۴) بدست می‌آید [۱۱].

$$\tan f_E = \frac{\sqrt{1-e^2}\,\sin \psi_E}{\cos \psi_E - e} \tag{۱۴}$$

در رابطه (۱۴)، ψ_E آنومالی خارجی نقطه E نام دارد که توسط روابط (۱۵) و (۱۶) محاسبه می‌شود.

$$\cos \psi_E = \frac{a - R}{ae} \tag{۱۵}$$

$$\sin \psi_E = \frac{-R\|\boldsymbol{V}_E\| \sin \gamma_E}{e\sqrt{\mu a}} \tag{۱۶}$$

به منظور تعیین محل تقاطع مدار اولیه و مسیر کاهش مدار (نقاط D_1 و D_2) از رابطه (۱۷) استفاده می‌شود؛ در واقع با حل رابطه (۱۷) برحسب θ_D نقاط تقاطع بدست می‌آیند.

$$\frac{a_i(1-e_i^2)}{1 + e_i \cos \theta_D} = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos(\theta_D - \omega)} \tag{۱۷}$$

در رابطه (۱۷)، a_i و e_i به ترتیب نیم محور اصلی و خروج از مرکزیت مداراولیه هستند همچنین لازم به ذکر است المان‌های مداری مربوط به مسیر کاهش مدار (a و e، ω) توسط روابط (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) تعیین می‌شود.

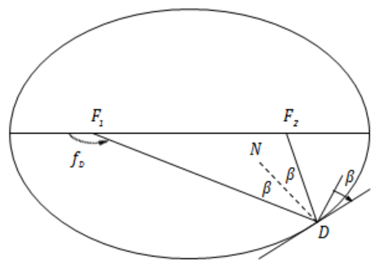
اندازه بردار تغییر سرعت $\|\Delta V\|$ مورد نیاز برای انتقال به مسیر کاهش مدار مطابق با رابطه (۱۸) تعیین می‌شود.

$$\|\Delta \boldsymbol{V}\| = \sqrt{\|\boldsymbol{V}_D\|^2 + \|\boldsymbol{V}\|^2 - 2\|\boldsymbol{V}_D\| \cdot \|\boldsymbol{V}\| \cos(\beta_2 - \beta_1)} \tag{۱۸}$$

برای تعیین $\|V_D\|$ می‌توان از رابطه (۱۹) استفاده کرد [۱۰].

$$\|\boldsymbol{V}_D\|^2 = 2\mu\left(\frac{1}{\|\boldsymbol{r}_D\|} - \frac{1}{2a_i}\right) \tag{۱۹}$$

در رابطه (۱۹)، $\|r_D\|$ فاصله مرکز زمین تا نقطه D است که توسط رابطه (۹) تعیین می‌شود. به طور مشابه می‌توان $\|V\|$ را محاسبه نمود. β_1 و β_2 زوایای مسیر پرواز هستند که برای محاسبه آنها ابتدا به دو خاصیت هندسی بیضی اشاره می‌شود. با در نظر گرفتن F_1 و F_2 به عنوان دو کانون بیضی شکل ۴ و همچنین D به عنوان نقطه‌ای بر روی بیضی، روابط (۲۰) و (۲۱) صادق خواهد بود.



شکل ۴. استفاده از خواص بیضی برای تعیین زاویه مسیر پرواز

$$\boldsymbol{F_1D + F_2D = 2a} \tag{۲۰}$$

$$F_1F_2 = 2ae \tag{۲۱}$$

اگر DN عمود بر بیضی در نقطه D باشد، آنگاه DN نیمساز زاویه $\widehat{F_1DF_2}$ هم خواهد بود [۱۲]. با استفاده از قانون سینوس‌ها در مثلث F_1DF_2 رابطه (۲۲) بدست می‌آید.

$$\frac{F_1F_2}{\sin 2\beta} = \frac{F_2D}{\sin f_D} = \frac{F_1D}{\sin(f_D - 2\beta)} \tag{۲۲}$$

با حل رابطه (۲۲) برحسب β و در نظر گرفتن روابط (۲۰) و (۲۱) زاویه مسیر پرواز بدست می‌آید و در نهایت می‌توان با استفاده از رابطه (۲۳) که از قانون سینوس‌ها در شکل ۳ بدست آمده‌است، جهت بردار تغییر سرعت (α) را بدست آورد.

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{\|\boldsymbol{V}\|}{\|\Delta \boldsymbol{V}\|}\sin(\beta_2 - \beta_1)\right] \tag{۲۳}$$

در عمل به دلیل امکان وجود خطا در اندازه، جهت و زمان اعمال بردار تغییر سرعت، تحقق بردار تغییر سرعت مطلوب امکانپذیر نبوده و در نتیجه فضاپیما از مسیر مطلوب کاهش مدار منحرف می‌شود و در مکانی متفاوت با مکان مورد نظر وارد جو می‌شود. همچنین در این حالت ممکن است سرعت و زاویه مسیر پرواز در لحظه ورود به جو در محدوده مجاز قرار نداشته باشند و این امر باعث سوختن فضاپیما در جو و یا فرار آن از جو و در نهایت شکست مأموریت شود. برای جلوگیری از این موضوع مسیر کاهش مدار باید به طور پیوسته تحت کنترل باشد. در بخش بعدی به منظور جبران انحراف ناشی از خطای بردار تغییر سرعت و هدایت

فضاپیما در مسیر مطلوب کاهش مدار، یک کنترلر تراست پیوسته با استفاده از روش پسخوراند طراحی می‌شود.

طراحی کنترلر

بعد از اعمال بردار تغییر سرعت به فضاپیما در نقطه کاهش مدار، فضاپیما به مسیر واقعی کاهش مدار با المان‌های مداری Ω، i، ω، a و e منتقل می‌شود. با توجه به اینکه معمولا تغییر سرعت مورد نیاز برای انجام ماموریت در فضاپیماهای برگشت پذیر بسیار بزرگ می باشد لذا تراستری خاص (معمولا از نوع سوخت جامد) با مقدار ضربه ویژه مشخص برای اعمال ضربه اولیه جهت خروج فضاپیما از مدار کاری و آغاز مانور کاهش مدار استفاده می شود که این تراست باید در مدت زمان بسیار کوتاه (کمتر از ۲۲ ثانیه) به فضاپیما وارد شود. اما پس از این مرحله و در ادامه ی مانور کاهش مدار، به منظور انجام تصحیح مسیر فضاپیما نیاز به تراسترهای کنترل پذیری همچون هیدرازین می باشد که تا حدودی قابلیت تامین ضربه پیوسته دارا می باشند. در این بخش هدف طراحی کنترلی برای انتقال فضاپیما از مسیر واقعی کاهش مدار به مسیر مطلوب کاهش مدار با المان‌های مداری Ω_d i_d ω_d a_d e_d می‌باشد. از آنجا که المانهای مداری مقادیر ثابتی دارند (چون بردار سرعت و مکان ورود به جو مشخص و مدار ثابت است) لذا نوع کنترلر در این مقاله از نوع پایدار ساز (رگولاتور) می باشد و مسیر تنظیم المانهای مداری از مقادیر واقعی به مقادیر مطلوب مهم نیست.

برای طراحی کنترلر می‌توان به طور مستقیم از رابطه (۳) به عنوان دستگاه استفاده کرد اما همانطور که ظاهر رابطه (۳) نشان می‌دهد طراحی و پیاده‌سازی کنترلر مبتنی بر این دستگاه بسیار مشکل است. برای حل این مشکل می‌توان از رابطه (۲) به عنوان دستگاه برای طراحی کنترلر استفاده کرد. به منظور طراحی کنترلر از روش خطی‌سازی پسخوراند که یکی از روش‌های طراحی کنترلرهای غیرخطی است [۱۳]، استفاده می‌شود. با تعریف r_d به عنوان بردار مکان مطلوب فضاپیما در هر لحظه و x به عنوان بردار خطای مکان فضاپیما خواهیم داشت

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_d \qquad (۲۴)$$

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \dot{\boldsymbol{r}} - \dot{\boldsymbol{r}}_d \qquad (۲۵)$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}} = \ddot{\boldsymbol{r}} - \ddot{\boldsymbol{r}}_d \qquad (۲۶)$$

با جایگذاری رابطه (۲۶) در رابطه (۲)، رابطه (۲۷) بدست می‌آید. این رابطه معرف دینامیک خطای حلقه باز است.

$$\ddot{\boldsymbol{x}} + \ddot{\boldsymbol{r}}_d + \frac{\mu}{\|\boldsymbol{r}\|^3}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{u}_c + \boldsymbol{u}_d \qquad (۲۷)$$

همانگونه که رابطه (۲۷) نشان می دهد رفتار سیستم غیر خطی است. یکی از روش های کنترلی مناسب در مهندسی فضایی، استفاده از قانون کنترل با استفاده از روش خطی‌سازی پسخوراند می باشد زیرا غیرخطی‌های سیستم حذف شده و دینامیک دلخواه حاصل می شود. قانون کنترل (u_c) در این مقاله که از لحاظ ساختاری جدید بوده و مبتنی بر روش پسخوراند غیر خطی است به صورت رابطه (۲۸) بیان می‌شود.

$$\boldsymbol{u}_c = \left(\ddot{\boldsymbol{r}}_d + \frac{\mu}{\|\boldsymbol{r}\|^3}\boldsymbol{r} - \boldsymbol{u}_d\right) + (-2\boldsymbol{k}\dot{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{k}^2\boldsymbol{x}) \qquad (۲۸)$$

در رابطه (۲۸) عبارات داخل پرانتز اول در قانون کنترل، وظیفه حذف عبارات غیرخطی رابطه (۲۷) را بر عهده دارند و عبارات داخل پرانتز دوم به منظور اعمال دینامیک دلخواه (همگرایی نمایی خطا به صفر با میرایی بحرانی) به سیستم حلقه بسته، در نظر گرفته شده‌اند. در رابطه (۲۸)، ماتریس k ، ماتریس بهره و قطری از مرتبه ۳×۳ است که در این مقاله با لحاظ محدودیتهایی همچون ظرفیت تراستر، سرعت پاسخ و سایر مشخصه های سیستم کنترلی و با آزمون و خطا بدست آمده است. جایگذاری رابطه (۲۸) در رابطه (۲۷) منجر به دینامیک خطای حلقه بسته به صورت رابطه (۲۹) می‌شود که همگرایی نمایی x به صفر با میرایی بحرانی را به همراه دارد.

$$\ddot{\boldsymbol{x}} + 2\boldsymbol{k}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{k}^2\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0} \qquad (۲۹)$$

برای پیاده سازی قانون کنترل بیان شده در رابطه (۲۸)، لازم است که بردار مکان مطلوب فضاپیما و مشتقات آن را داشته باشیم. با توجه به آنچه که در بخش ۳ بیان شد، محاسبه المان‌های مداری مطلوب (e_d a_d f_d ω_d i_d Ω_d) از طریق مشخص بودن شرایط مورد نظر برای ورود به جو، امکانپذیر است. در ادامه نحوه بدست آوردن بردار مکان فضاپیما از روی المانهای مداری توضیح داده می‌شود.

برای انتقال از دستگاه مختصات مرجع مداری به دستگاه مختصات اینرسی به سه دوران متوالی با ترتیب ۳-۱-۳ و با زوایای $-(\omega+f)$، $-i$ و $-\Omega$ نیاز است بنابراین ماتریس دوران بین این دو دستگاه مختصات (T) در رابطه (۳۰) بیان شده‌است [۹].

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} C\Omega & -S\Omega & 0 \\ S\Omega & C\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & Ci & -Si \\ 0 & Si & Ci \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C(\omega+f) & -S(\omega+f) & 0 \\ S(\omega+f) & C(\omega+f) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۳۰)$$

در رابطه (۳۰)، $C*$ و $S*$ به ترتیب مخفف $\mathrm{Cos}\,*$ و $\sin *$ هستند.

با معرفی $\bar{r}_d$ به عنوان بردار مکان مطلوب فضاپیما در دستگاه مختصات مرجع مداری، بردار مکان مطلوب فضاپیما در دستگاه مختصات اینرسی مطابق رابطه (۳۱) بدست می‌آید.

$$\boldsymbol{r}_d = \boldsymbol{T}_d\bar{\boldsymbol{r}}_d \qquad (۳۱)$$

به طوریکه $\bar{r}_d$ از رابطه (۳۲) و T_d از جایگذاری Ω_d i_d ω_d f_d در رابطه (۳۰) بدست می‌آید.

$$\bar{\boldsymbol{r}}_d = \begin{bmatrix} \|\boldsymbol{r}_d\| \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (۳۲)$$

لازم به ذکر است، تغییرات f_d مطابق رابطه (۳۳) خواهد بود [۹].

$$\dot{f}_d = \frac{h_d}{\|\boldsymbol{r}_d\|^2} \tag{۳۳}$$

برای محاسبه h_d و $\|r_d\|$ به ترتیب می‌توان از روابط (۸) و (۹) کمک گرفت. بردار سرعت و شتاب مطلوب فضاپیما در دستگاه مختصات مرجع مداری به ترتیب از روابط (۳۴) و (۳۵) حاصل می‌شوند.

$$\dot{\bar{\boldsymbol{r}}}_d = \dot{f}_d \frac{d\bar{\boldsymbol{r}}_d}{df_d} + \dot{\boldsymbol{f}}_d^{\times}\bar{\boldsymbol{r}}_d = \begin{bmatrix} h_d e_d \sin f_d/p_d \\ h_d/\|\boldsymbol{r}_d\| \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۳۴}$$

$$\ddot{\bar{\boldsymbol{r}}}_d = \dot{f}_d \frac{d\dot{\bar{\boldsymbol{r}}}_d}{df_d} + \dot{\boldsymbol{f}}_d^{\times}\dot{\bar{\boldsymbol{r}}}_d = \frac{-h_d^2}{p_d\|\boldsymbol{r}_d\|^2}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۳۵}$$

در روابط (۳۴) و (۳۵)، ترم‌های $\dot{f}_d^{\times}\bar{r}_d$ و $\dot{f}_d^{\times}\dot{\bar{r}}_d$ ناشی از دوران دستگاه مختصات مرجع مداری حول محور n با سرعت $\dot{f}_d$ است و ماتریس $\dot{f}_d^{\times}$ مطابق رابطه (۳۶) بیان می‌شود.

$$\dot{\boldsymbol{f}}_d^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{f}_d & 0 \\ \dot{f}_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{۳۶}$$

در نهایت بردار سرعت و شتاب مطلوب فضاپیما در دستگاه مختصات اینرسی به ترتیب توسط روابط (۳۷) و (۳۸) بدست می‌آید.

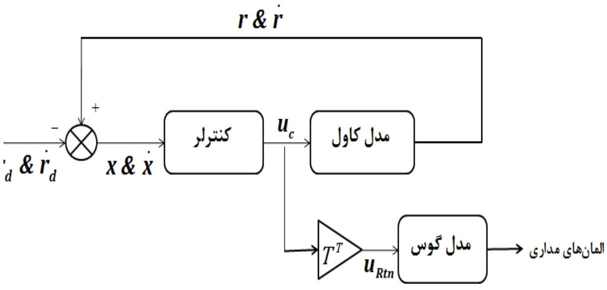
$$\dot{\boldsymbol{r}}_d = \boldsymbol{T}_d\dot{\bar{\boldsymbol{r}}}_d \tag{۳۷}$$

$$\ddot{\boldsymbol{r}}_d = \boldsymbol{T}_d\ddot{\bar{\boldsymbol{r}}}_d \tag{۳۸}$$

برای بررسی رفتار المان‌های مداری در سیستم حلقه بسته لازم است u_{Rtn} محاسبه شود، برای این منظور می‌توان از رابطه (۳۹) استفاده کرد.

$$\boldsymbol{u}_{Rtn} = \boldsymbol{T}^T\boldsymbol{u}_c \tag{۳۹}$$

بلوک دیاگرام سیستم کنترلی به طور خلاصه در شکل ۵ ارائه شده‌است.



شکل ۵. بلوک دیاگرام سیستم کنترلی

شبیه سازی

به منظور ارزیابی عملکرد کنترلر طراحی شده در بخش قبل (رابطه (۲۸))، کاهش مدار فضاپیما در نرم‌افزار متلب شبیه سازی می‌شود. مدار اولیه فضاپیما یک مدار ارتفاع پایین زمینی است که مشخصات آن در جدول ۱ ذکر شده‌است. با توجه به مشخصات فیزیکی فضاپیما مقادیر سرعت و زاویه ورود به جو به ترتیب به صورت $\|V_E\| = ۷/۸\ \frac{km}{sec}$ و $\gamma_E = ۲۰°$ در نظر گرفته می‌شوند. موقعیت ورود به جو عبارت است از $\theta_E = ۶۰°$ و R =۶۳۷۱+۱۲۰km. لازم به ذکر است که این مقاله یکی از دستاوردهای فعالیت در یک طرح کلان ملی می‌باشد که در دانشگاه صنعتی امیرکبیر در حال انجام است. لذا مقادیر پارامترهای سیستمی از جمله مدار اولیه، سرعت و زاویه مسیر پرواز ورود به جو و سایر قیود فنی که در مقاله ذکر شده‌اند با همکاری تیم‌های فعال در آن پروژه حاصل شده و مقادیر واقعی مورد نیاز هستند.

با استفاده از روابط (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) مشخصات مسیر مطلوب کاهش مدار تعیین می‌شود. این مشخصات در جدول ۲ ذکر شده‌است.

موقعیت نقطه کاهش مدار (D_1) به صورت $\theta_{D_1} = ۱۲/۶°$ بدست می‌آید و بردار تغییر سرعت ایده‌آل عبارت است از:

$\|\Delta V\| = ۱۷۷/۲\ \frac{m}{sec}$ و $\alpha = ۴۴/۲°$.

فرض می‌شود اندازه بردار تغییر سرعت با ۲۰٪- خطا نسبت به اندازه ایده‌آل و جهت آن با ۱۰٪+ خطا نسبت به جهت ایده‌آل، به فضاپیما وارد می‌شود. در این حالت فضاپیما به مسیر کاهش مداری با مشخصات ذکر شده در جدول ۳ منتقل می‌شود و در صورت اعمال نشدن قانون کنترل، فضاپیما در مکانی ۱۰۷۰ کیلومتر دورتر از نقطه مورد نظر و با $\|V_E\| = ۷/۸۳\ \frac{km}{sec}$ و $\gamma_E = ۱/۵۸°$ وارد جو می‌شود. به منظور صفر کردن خطای ما بین مقادیر جداول ۲ و ۳ لازم است قانون کنترل طراحی شده در بخش قبل اعمال شود. بدین منظور ماتریس بهره کنترلر به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$\boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} 0.0175 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0175 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0175 \end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه مدار اولیه فضاپیما، یک مدار ارتفاع پایین است، اغتشاشات غالب، پسای اتمسفر و پخی زمین خواهد بود [۱۴]، اما به علت کوتاه بودن مدت زمان مانور کاهش مدار (تقریبا ۷۰۶ ثانیه) و رقیق بودن جو تا قبل از ارتفاع ۱۲۰ کیلومتر، اغتشاشات مذکور تأثیر بسیار اندکی بر روی مسیر حرکت فضاپیما گذاشته به طوری که می‌توان با دقت بسیار خوبی از آنها صرف نظر کرد.

جدول ۱. مشخصات مدار اولیه

عنوان	مدار اولیه				
پارامترهای مداری	Ω	i	ω	a	e
مقدار	۰°	۵۵/۵°	۰°	۶۶۳۹ km	۰

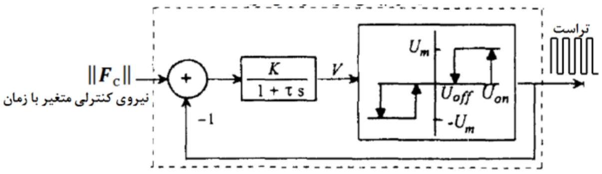
جدول ۲. مشخصات مسیر مطلوب کاهش مدار

عنوان	مسیر مطلوب کاهش مدار				
پارامترهای مداری	Ω	i	ω	a	e
مقدار	۰°	۵۵/۵°	۱۶۶/۸°	۶۴۳۱/۵ km	۰/۰۳۶۱

جدول ۳. مشخصات مسیر واقعی کاهش مدار در اثر وجود خطا در بردار تغییر سرعت بدون اعمال کنترل

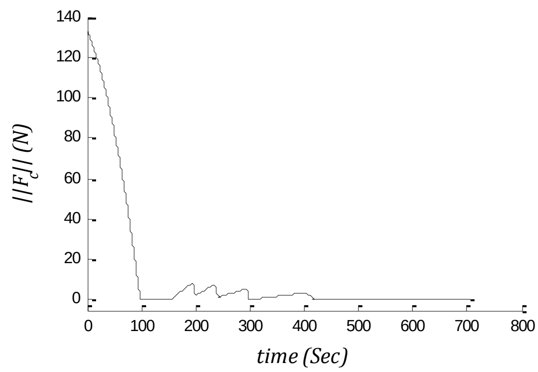
عنوان	مسیر واقعی کاهش مدار بدون اعمال کنترل				
پارامترهای مداری	Ω	i	ω	a	e
مقدار	۰°	۵۵/۵°	۱۶۳/۱°	۶۴۸۴/۳ km	۰/۰۲۷۶

نتایج شبیه‌سازی از لحظه آغاز مانور کاهش مدار تا لحظه رسیدن به جو در شکل‌های ۶ و ۷ نمایش داده شده‌است. در شکل ۶ خطای بین المان‌های مداری مسیر مطلوب کاهش مدار و واقعی در طول زمان نشان داده شده‌است. همانطور که مشخص است قبل از رسیدن فضاپیما به جو و پس از گذشت ۳۵۰ ثانیه از آغاز مانور کاهش مدار، اختلاف بین المان‌های مداری از بین رفته و فضاپیما در مسیر مطلوب قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است، در این شبیه‌سازی، از آنجایی که خطاهای موجود در بردار تغییر سرعت باعث تغییر صفحه حرکت فضاپیما نمی‌شوند المان‌های Ω و i در طول زمان تغییری نکرده و همواره برابر مقادیر مطلوب خود باقی می‌مانند و در نتیجه در طول مدت مانور u_n برابر صفر خواهد بود. تغییرات ضربه کل و مولفه‌های آن با زمان در دستگاه مختصات مرجع مداری در شکل ۷ نمایش داده شده‌است.تراسترهای عکس‌العملی قابلیت ایجاد رابطه خطی بین فرمان کنترلی و نیروی خروجی را ندارند. در حقیقت، تراسترها در یک حالت روشن-خاموش (پالسی) فعال می‌شوند. با اینحال به منظور شبیه سازی رفتار تراسترها در کاربریهای فضایی، نیروی تولیدی آنها را می‌توان بر اساس روش مشهور اشمیت تریگر که یک مدولاتور پهنای پالس-پهنای فرکانس است، در فاصله بین ضربه‌ها (فرکانس ضربه ها) مدوله نمود [۱۰]. بنابراین در این مقاله مطابق شکل ۶ برای تبدیل نیروی متغیر با زمانِ تولید شده توسط کنترلر ($\|F_c\|$) به نیروی پالسی تولیدی توسط تراستر، از مدولاتور پهنای پالس-پهنای فرکانس استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن ظرفیت تراسترهای موجود و الزامات مهندسی، پارامترهای مدولاتور براساس داده های موجود به صورتِ U_m =۵۰N (ظرفیت تراستر)، U_{on} =۲۰N (حداقل مقدار برای روشن شدن تراستر)، U_{off} =۲N (بیشترین مقدار برای خاموش ماندن تراستر)، τ =۳۲۲۰ (ثابت زمانی مدولاتور)، k =۳۳۰/۱۴ (گین ثابت مدولاتور) انتخاب می‌شوند.

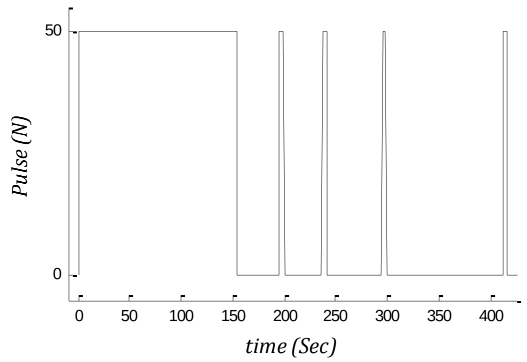


شکل۶ . شماتیکی از عملکرد مدولاتور پهنای پالس-پهنای فرکانس[۱۰]

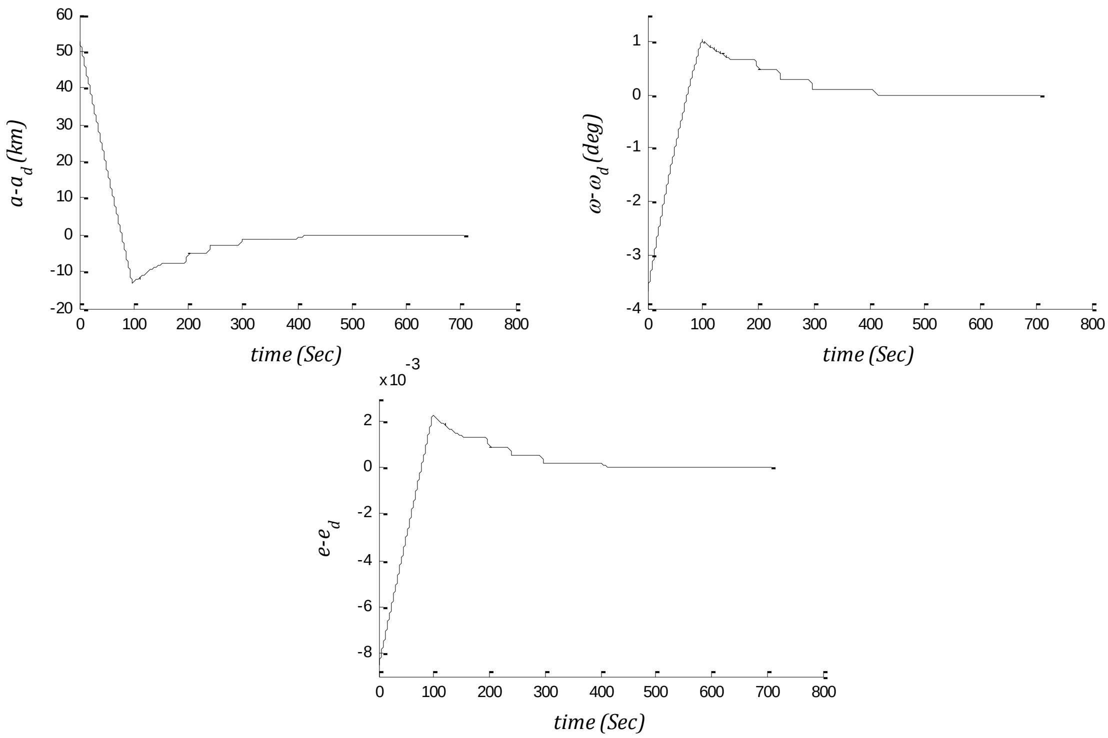
در ادامه نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۷ تا ۹ ارائه می‌شود. در شکل ۷ نیروی تولیدی توسط کنترلر برای تصحیح مسیر فضاپیمایی با جرم اولیه ۱۰۰ کیلوگرم در مانور تقلیل مدار نمایش داده شده است و در شکل ۸ این نیرو توسط مدولاتور به صورت پالسی در آمده است. شکل ۹ خطای المانهای مداری ناشی از این کنترلر را نشان می دهد.



شکل۷. اندازه نیروی تولید شده توسط کنترلر خطی‌ساز پسخوراند برای فضاپیمایی با جرم اولیه ۱۰۰ کیلوگرم



شکل۸. نیروی پالسی تولید شده توسط تراستر؛ پهنای پالسها به ترتیب ۱۵۲/۸، ۴، ۳/۸ و ۳/۶ ثانیه



شکل ۹. تغییرات خطای المان‌های مداری با زمان

همانگونه که از شکل ۹ نمایان است سیستم کنترلی به خوبی توانسته است در مدت زمان ۴۰۰ ثانیه خطای ناشی از اعمال ضربه اول را جبران کرده و مقادیر المانهای مداری مسیر کاهش مدار را به مقدار مطلوب برساند و خطای سیستم کنترلی صفر شود. حداکثر فراجهش مشاهده شده برای المانهای مداری ۸/۵ درصد می باشد.

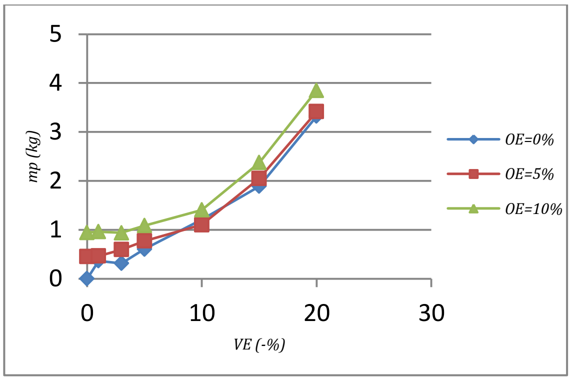
نتیجه‌گیری

در این مقاله به مسئله بازگشت فضاپیما از مدار ارتفاع پایین به جو زمین پرداخته شد. پس از مدل‌سازی مسئله، با توجه به شرایط مد نظر در لحظه ورود به جو، مسیر مطلوب برای انتقال از مدار اولیه به جو، تعیین و سپس کنترلی با استفاده از روش خطی‌سازی پسخوراند به منظور جبران خطاهای احتمالی (خطا در تحقق بردار تغییر سرعت) طراحی و عملکرد آن پس از تولید و بارگذاری مسیر مطلوب کاهش مدار در قانون کنترل، شبیه سازی شد.

به منظور بررسی دقیق‌تر رفتار کنترلر حاضر در مواجه با میزان خطاهای مختلف بردار تغییر سرعت، ضمن معرفی پارامتر s ($s = \int \|F_c\| dt$) به عنوان شاخصی برای عملکرد کنترلر (در واقع این پارامتر نماینده‌ای برای میزان سوخت مصرفی جهت تصحیح مسیر است)، تغییرات این پارامتر به ازای مقادیر مختلف خطا در بردار تغییر سرعت در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. VE و OE به ترتیب بیانگر میزان خطا در اندازه و جهت بردار تغییر سرعت بر حسب درصد هستند. لازم به ذکر است در اینجا شرایط اولیه (مدار اولیه) و شرایط ایده‌آل (مسیر مطلوب کاهش مدار، بردار تغییر سرعت ایده‌آل و غیره) همانند آن چیزی است که در بخش ۵ ذکر شد. با معرفی m_i و m_f به ترتیب به عنوان جرم اولیه و نهایی فضاپیما می‌توان جرم سوخت مصرفی (m_p) برای تصحیح مسیر فضاپیما را مطابق رابطه (۴۰) بدست آورد [۱۰].

$$m_p = m_i - m_f = m_i \left[1 - exp\left(\frac{-S}{g I_{sp}} \right) \right] \qquad (۴۰)$$

در رابطه (۴۰)، g شتاب جاذبه گرانشی در سطح زمین و I_{sp} ضربه ویژه سوخت مصرفی نام دارد. با توجه به شکل ۱۰ و با استفاده از رابطه (۴۰)، (جایگذاری s از شکل ۱۰ در رابطه (۴۰))، مقدار جرم مصرفی از سوختی با I_{sp} =۲۲۴s جهت تصحیح مسیر یک فضاپیما ۱۰۰ کیلوگرمی در بدترین حالت خطا که VE برابر با ۲۰٪- و OE برابر با ۱۰٪+ می‌باشند، تقریبا ۳/۸ کیلوگرم خواهد بود.



شکل ۱۰. تغییرات جرم سوخت مصرفی به ازای مقادیر مختلف خطا در بردار تغییر سرعت

مرجع‌ها

[1] J. M. Baker, B. E. Baxter, P. D. Arthur, Optimum Deboost Altitude for Specied Atmospheric Antry Angle, AIAA Journal Technical Notes and Comments, July, 1963.
[2] B. A. Galman, Minimum Energy Deorbit, Journal of Spacecraft, Vol. 3, No. 7, July, 1966.
[3] M. Baldwin, Autonomous optimal deorbit guidance, Doctor of Philosophy Thesis, Graduate College, Iowa State University, Ames, Iowa, 2010.
[4] A. A. Mousavi, Modeling and analysis of a spacecraft's orbit change, Bachelor Thesis, Department of Mechanical Engineering, AmirKabir University of Technology, Tehran, 2012. (In Persian)
[5] M. Nehrenz, Design and analysis of the deorbit and earth entry trajectories for SPORE, Space Systems Design Lab, Guggenheim School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, pp. 1-13, 2012.
[6] M. Bagheri, Modeling, guidance and control of a spacecraft in de-orbit maneuver, Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, AmirKabir University of Technology, Tehran, 2013.
[7] S. Divsalar, M. Kabganian, R. Nadafi, Deviation analysis of the de-boost impulse in de-orbit maneuver of a spacecraft, in The 22nd Annual International Conference on Mechanical Engineering, Ahvaz, Iran, 2014.
[8] T. M. A. Habib, Global optimum spacecraft orbit control subject to bounded thrust in presence of nonlinear and random disturbances in a low earth orbit, The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Science, Vol. 15, No. 1, pp. 1-8, 6//, 2012.
[9] R. H. Battin, An introduction to the mathematics and methods of astrodynamics, Third ed., pp. 484-489, New York: AIAA, 1987.
[10] M. J. Sidi, Spacecraft dynamics and control a practical engineering approach, pp. 16-27, USA: Cambridge University Press, 1997.
[11] W. M. Kaula, Theory of satellite geodesy, pp. 25, USA: Blaisdell, 1966.
[12] N. X. Vinh, A. Busemann, R. D. Clup, Hypersonic and planetary entry flight mechanics, pp. 79, USA: The University of Michigan Press, 1980.
[13] J. J. E. Slotine, W. Li, Applied Nonlinear Control, pp. 77-80, New Jersey: Prentice Hall, 1991.
[14] M. M. Tavakoli, N. Assadian, Model predictive orbit control of a low earth orbit satellite using Gauss's variational equations, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, Dec 2013.