

تشخیص آشوب از نویز در محیط‌های پرنویز مبتنی بر توزیع انرژی زیرباندهای فرکانسی مختلف و کاربرد آن در یک نمونه نوسان‌ساز مبتنی بر عناصر ممریستیو

فرید ستوده^۱، علی خاکی صدیق^۲، مسعود دوستی^۳

^۱استادیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اراک f.setoudeh@arakut.ac.ir

^۲استاد دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

^۳دانشیار دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران

چکیده

در این مقاله ابتدا معیار جدیدی جهت وجه تمایز آشوب از نویز ارائه می‌شود، سپس روشی جدید به منظور تشخیص آشوب از نویز و همچنین تشخیص آشوب در محیط‌های نویزی مبتنی بر ضریب خودهمبستگی توزیع انرژی ارائه خواهد شد. در نهایت روش دیگری به منظور تشخیص آشوب از نویز مبتنی بر توزیع انرژی در زیر باندهای فرکانسی مختلف با استفاده از تبدیل موجک گسسته ارائه می‌شود، سپس از این روش در تشخیص و تحلیل آشوب در نوسان‌ساز مبتنی بر عناصر ممریستیو با حضور بیش از ۵۰ درصد نویز سفید گوسی و با در نظر گرفتن اثر تکنولوژی ساخت استفاده می‌شود. این روش توانایی تشخیص آشوب در محیط‌های پرنویز از نویزهای سفید گوسی و نویز رنگی را دارد.

کلیدواژه

آشوب، نویز رنگی، تبدیل ویولت، نوسان‌ساز و عناصر ممریستیو.

مقدمه

مثال‌هایی از کاربردهای رفتار آشوبناک وجود دارد که باعث شده مهندسان و محققین زیادی به آن توجه کنند. برای نمونه می‌توان به کاربرد آشوب در سیستم‌های مخابراتی، کدینگ اطلاعات و ... اشاره کرد [۲-۴]. اما در برخی سیستم‌ها، آشوب به‌عنوان عامل مزاحم در نظر گرفته می‌شود. به‌همین دلیل در این سیستم‌ها اولین قدم، شناسایی و تشخیص آشوب است. دینامیک‌های آشوبناک بر اساس قوانین مشخصی رخ می‌دهند. نویز و یا هر نوع

آشوب^۱ به‌طور گسترده در سیستم‌های طبیعی و مهندسی وجود دارد. پدیده آشوب کاملاً تعینی^۲ بوده و مخصوص سیستم‌های غیرخطی است. در واقع نظریه آشوب به شاخه‌ای از ریاضیات و فیزیک گفته می‌شود که مرتبط با سیستم‌هایی است که دینامیک آن‌ها حساس به تغییر شرایط اولیه می‌باشد، به‌طوری که رفتارهای آینده آن‌ها دیگر قابل پیش‌بینی نیست [۱]. امروزه

^۱ Deterministic

^۱ Chaos

توانایی محاسبه نمای لیاپانوف در حضور نویزهای رنگی اضافه شده به سیگنال می باشد [۱۴].

یکی دیگر از روش های محاسبه نمای لیاپانوف، تخمین بزرگترین نمای لیاپانوف مبتنی بر روش حداقل مربعات غیرخطی می باشد. این روش براساس اصلاح مرتبه اول انحراف معیار مسیره ها در فضای حالت سیستم آشوبناک با حضور نویز می باشد [۱۵]. این روش برای تخمین بزرگترین نمای لیاپانوف در محیط نویزی استفاده می شود، از جمله خصوصیات این روش می توان به عدم حساسیت آن به چگونگی توزیع نویز و توانایی تخمین بزرگترین نمای لیاپانوف در سیگنال های آشوبناک در محیط های نویزی با شدت ۳۰٪ اشاره کرد [۱۵]. یکی دیگر از روش هایی که اخیراً برای تشخیص آشوب استفاده شده است، استفاده از شاخص سریع لیاپانوف می باشد. این روش برای تشخیص مانیفولدهای پایدار و ناپایدار در سیستم های دوبعدی، تشدید در سیستم های پیوسته و آشوب استفاده شده است [۱۶]. بر این اساس روش های گوناگون دیگری برای تشخیص آشوب ارائه شده است، که عمدتاً شامل استفاده از بعد فراکتال و یا به عبارتی بعد همبستگی^۵ [۱۷] و آنتروپی کولموگروف^۶ است. این معیارها، ویژگی های کلی دینامیک های غیرخطی را مشخص می کنند، اما تفاوت های کوچک بین حالات دینامیکی مختلف، به خصوص وقتی داده ها نویزی هستند را نشان نمی دهند [۱۷]. همچنین این معیارها برای حصول پاسخ های قابل اطمینان به داده های طولانی مدت و ایستادن نیاز دارند [۱۸]، حال آن که سیستم می تواند در بعضی از بازه های زمانی به صورت غیرایستادن عمل کند، مانند سیگنال های الکتروانسفالوگرام^۷، که این سیگنال ها را تنها در بازه های زمانی کوتاه مدت می توان ایستادن در نظر گرفت [۱۷]. از روش های دیگر مبتنی بر حوزه زمان که به منظور تشخیص آشوب از نویز استفاده می شود، می توان به آنتروپی جایگشت^۸ اشاره کرد. این روش توانایی تشخیص آشوب در محیط های کم نویز را دارد، ولی در مواقعی که سیگنال آشوب آمیخته با نویز زیاد باشد، دقت خوبی ندارند [۱۹]. به منظور استفاده از این روش در برابر نویز، از آنتروپی جایگشت بهبود یافته و آنتروپی جایگشت بهبود یافته چند دقتی استفاده می شود. الگوریتم آنتروپی جایگشت بهبود یافته از دو قسمت اساسی

سیگنال ناخواسته در سیستم های مخابراتی می تواند مانع استفاده صحیح از خروجی سیستم باشد. یکی از نویزهایی که معمولاً در سیستم های مخابراتی و مدارات الکترونیکی وجود دارد، نویز رنگی می باشد [۵]. تجزیه و تحلیل اثر نویز رنگی در سیستم های آشوبناک قابل اهمیت است و حتی از روی مشاهده سری زمانی حاصل از یک فرایند، تشخیص وجود طبیعت غیرخطی و آشوبناک تقریباً غیر ممکن است. در رفتارهای آشوبناک طیف فرکانسی سیگنال در فرکانس های مختلف مقدار غیرصفر دارد و دارای باند گسترده است و از آنجایی که در سیستم های مخابراتی، آشوب در محیط نویزی رخ می دهد، به همین دلیل تشخیص آشوب از نویز ضروری به نظر می رسد. از نظر طیف فرکانسی آشوب و نویز معمولاً مانند هم عمل می کنند. طیف فرکانسی حاصل از یک سری زمانی تصادفی و سری های زمانی مربوط به سیستم های دینامیکی حقیقی که آمیخته با نویز هستند، نیز دارای باند گسترده می باشند و تشخیص بین این دو تنها از روی طیف فرکانسی امکان پذیر نیست [۶].

یکی از ابزارهای قدرتمند برای تشخیص آشوب، نمای لیاپانوف^۳ است. نمای لیاپانوف معیاری عددی از میزان آشوبناک بودن رفتار سیستم به دست می دهد. با استفاده از نمای لیاپانوف می توان میزان حساسیت یک سیستم را به شرایط اولیه بررسی کرد [۷]. اگر علامت نمای لیاپانوف مثبت باشد، سیستم آشوبناک و اگر منفی باشد، آشوبناک نیست [۷-۱۰]. نمای لیاپانوف حساسیت شدیدی نسبت به نویز دارد، به همین دلیل استفاده از نمای لیاپانوف در محیط های نویزی، معیار خوبی برای تشخیص آشوب نیست [۱۱، ۱۲]. روش های متنوعی برای محاسبه نمای لیاپانوف، مقاوم در برابر نویز ارائه شده است، یکی از این روش ها، محاسبه نمای لیاپانوف وابسته به مقیاس^۴ با استفاده از سری های زمانی است [۱۳]. این روش می تواند در سری های زمانی آشوبناک در محیط های کم نویز و همچنین به منظور تشخیص آشوب از نویز رنگی استفاده شود [۱۳]. یکی دیگر از روش های محاسبه نمای لیاپانوف استفاده از روش مبتنی بر نزدیکترین همسایگی در سری های زمانی آشوبناک می باشد [۱۴]. از محدودیت های این روش عدم تشخیص آشوب از نویز و عدم

^۵ Electroencephalographic Signals
^۶ Permutation Entropy

^۳ Lyapunov Exponent
^۴ Scale-Dependent Lyapunov Exponent (SDLE)
^۵ Correlation Dimension
^۶ Kolmogorov Entropy

آستانه، عدم تشخیص سیگنال آشوبناک با حضور نویز رنگی، کاهش دقت در محیط‌های پرنویز و عدم توانایی تشخیص آشوب از نویز اشاره کرد [۲۶]. یکی دیگر از روش‌های تشخیص آشوب مبتنی بر بازسازی فضای فاز می‌باشد. از روش‌های مبتنی بر بازسازی فضای فاز می‌توان به روش نزدیک‌ترین همسایگی FNN^{۱۳}، روش میانگین اطلاعات متقابل^{۱۴} و AFN^{۱۵} اشاره کرد [۲۷، ۲۸]. روش FNN حساس به نویز بوده و برای تشخیص آشوب در محیط‌های نویزی دقت خوبی ندارد [۲۸]. روش AFN برای تشخیص آشوب در محیط کم نویز با حضور نویز سفید گوسی استفاده می‌شود. همچنین این روش برای تشخیص سیگنال آشوبناک از نویز سفید گوسی نیز استفاده می‌شود. از معایب روش AFN می‌توان به عدم تشخیص سیگنال آشوبناک در محیط‌های پرنویز، عدم تشخیص سیگنال آشوبناک با حضور نویز رنگی و عدم توانایی تشخیص آشوب از نویز رنگی اشاره کرد [۲۷]. به منظور تشخیص آشوب در محیط‌های پرنویز با حضور نویز سفید گوسی می‌توان از ترکیب روش تحلیل اجزا اصلی (PCA)^{۱۶} و روش AFN استفاده کرد [۲۷]. از معایب این روش می‌توان به عدم تشخیص سیگنال آشوبناک با حضور نویز رنگی، و عدم توانایی تشخیص آشوب از نویز رنگی اشاره کرد. تشخیص آشوب در سیستم‌های آشوبناک مرتبه کسری به دلیل پیچیدگی محاسبات کسری، یک موضوع اساسی در مهندسی می‌باشد. یکی از روش‌های تشخیص آشوب در سیستم‌های مرتبه کسری استفاده از شاخص همگرایی کوچک‌تر می‌باشد [۲۹]. از معایب این روش حساسیت شدید در برابر نویز می‌باشد. روش دیگر برای تشخیص آشوب در محیط‌های نویزی با حضور نویز سفید گوسی استفاده از ماتریس فاصله Wasserstein مبتنی بر روش تخمین چگالی هسته می‌باشد [۳۰]. این روش برای محیط‌های نویزی با $SNR < 30dB$ استفاده می‌شود. از معایب این روش، عدم توانایی آن در تشخیص آشوب با حضور نویز رنگی می‌باشد. اخیراً روشی برای تشخیص دوشاخگی در یک سری زمانی نویزی توصیف شده با یک سیستم متشکل از دو قسمت مستقل معین و نویز سفید اضافه شده، ارائه شده است. این روش برای نویز سفید با انحراف معیار $\sigma = 0.01$ ارائه شده است [۳۱]. همان‌طور که گفته شد، یکی از روش‌های تشخیص آشوب، استفاده از بعد همبستگی

تعریف الگو و تخمین آنتروپی تشکیل شده است. این روش به منظور تحلیل سیستم‌های پیچیده در محیط‌های نویزی شامل نویز سفید گوسی و نویز $\frac{1}{f}$ استفاده می‌شود [۲۰]. دقت این روش در محیط‌های شامل نویز $\frac{1}{f}$ کمتر از محیط‌های شامل نویز سفید گوسی است. از معایب این روش می‌توان به عدم دقت آن در برابر نویز رنگی اشاره کرد. یکی دیگر از روش‌هایی که به منظور تشخیص سیگنال آشوب از سیگنال نویز استفاده می‌شود، نمای هرست^۹ می‌باشد. این روش برای سیگنال‌های آشوب در محیط نویزی استفاده نمی‌شود [۲۱].

از نظر طیف فرکانسی آشوب و نویز معمولاً مانند هم عمل می‌کنند. طیف فرکانسی حاصل از یک سری زمانی تصادفی و سری‌های زمانی مربوط به سیستم‌های دینامیکی حقیقی که آمیخته با نویز هستند، نیز دارای باند گسترده می‌باشند و تشخیص بین این موارد تنها از روی طیف فرکانسی امکان‌پذیر نیست [۲۲]. اخیراً روش دیگری که به منظور تشخیص آشوب به کار رفته، استفاده از تحلیل زمان-فرکانس است، یکی از این روش‌ها مبتنی بر تبدیل فوریه زمان کوتاه^{۱۰} است [۶]. این روش برای تشخیص آشوب در محیط نویزی استفاده می‌شود. دقت این روش بستگی به طول پنجره انتخابی دارد [۲۳]. یکی از مشکلات تبدیل فوریه زمان کوتاه وابستگی شدید آن به عرض پنجره انتخابی است، برای رفع این مشکل از تبدیلات موجک^{۱۱} استفاده می‌شود. در سال‌های اخیر تشخیص آشوب مبتنی بر تبدیل موجک انجام گرفته است [۲۴، ۲۵]. در مرجع [۲۶] از واریانس ضرایب موجک برای تحلیل سیستم‌های فوق آشوب استفاده شده است. اما در این مقاله هیچ صحبتی از تأثیر نویز بر این روش نشده است. به عبارتی این روش در مواقعی که سیستم آشوبناک آمیخته با نویز باشد، استفاده نمی‌شود [۲۶]. یکی از روش‌هایی که اخیراً برای تشخیص سیگنال‌های آشوب از سیگنال پریودیک در مدارات نوسان‌ساز استفاده شده است، استفاده از ضرایب موجک متوسط^{۱۲} می‌باشد [۲۶]. این روش توانایی تشخیص سیگنال در محیط‌های نویزی را نیز دارد. دقت تشخیص سیگنال در محیط‌های نویزی بستگی به انتخاب صحیح یک حد آستانه دارد. از معایب این روش می‌توان به وابستگی دقت تشخیص به

Average Mutual Information^{۱۴}
Average False Nearest^{۱۵}
Principal Component Analysis^{۱۶}

Hurst Exponent^۹
Short Time Fourier Transform^{۱۰}
Wavelet Transform^{۱۱}
Average Wavelet Coefficients^{۱۲}
False Nearest Neighbors^{۱۳}

نامنظم می باشند. اگرچه سری های زمانی آشوبناک مانند سری های تصادفی به نظر می رسند، ولی خواص ویژه ای دارند که آن ها را از سری های تصادفی متمایز می کند. خاصیت مهمی که یک سیستم آشوبناک دارد و بدین صورت از یک فرآیند تصادفی متمایز می شود، حساسیت آن به شرایط اولیه است. به این ترتیب که خطای کوچکی در اندازه گیری حالت اولیه موجب افزایش نمایی نمای لیاپانوف سیستم می شود. در اغلب اوقات، طیف فرکانسی و تابع اتوکوواریانس سری های آشوبناک مانند نویز سفید است. در واقع اغلب فرآیندهای آشوبناک دارای خواص گشتاور سطح اول و دوم مشابه با نویز سفید و نویز رنگی هستند. طیف فرکانسی حاصل از یک سری زمانی تصادفی و سری های زمانی مربوط به سیستم های دینامیکی حقیقی که آمیخته با نویز هستند، نیز دارای باند گسترده می باشند و تشخیص بین این موارد تنها از روی طیف فرکانسی امکان پذیر نیست. در زیر معیاری جهت تشخیص و تمایز آشوب از نویز ارائه شده است.

قضیه ۱) واریانس ضریب خود همبستگی انرژی سیگنال آشوب از واریانس ضریب خود همبستگی انرژی سیگنال نویز، بیش تر است.

اثبات:

سیستم پیوسته زمانی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x, \varphi) \quad (1)$$

در این صورت طبق تعریف نمای لیاپانوف می توان نوشت:

$$\|\delta x(t)\| = \|\delta x(0)\| e^{\lambda t} \quad \lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln \|\delta x(t)\|}{t} \quad (2)$$

$$\|\delta x(t)\| = \|\delta x(0)\| e^{\lambda t} \rightarrow \delta x(t) = \delta x(0) e^{\lambda t}$$

که این رابطه نشان دهنده بزرگ ترین نمای لیاپانوف و تغییرات سیگنال $x(t)$ می باشد. طبق تعریف نرم 2 سیگنال می توان نوشت:

$$\|x\|^2 = E_x(t) \rightarrow E_x(t) = \left(\|\delta x(0)\| e^{\lambda t} \right)^2 \quad (3)$$

از طرفی، طیف توان نویز رنگی را در حالت کلی می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

می باشد، اخیراً روش های زیادی برای تخمین بعد همبستگی مقاوم در برابر نویز ارائه شده است [۳۲-۳۴]. در مرجع [۳۲] از انتگرال همبستگی به منظور تخمین بعد همبستگی مقاوم در برابر نویز گوسی استفاده شده است. از جمله محدودیت های این روش، عدم توانایی آن در شدت بالای نویز می باشد. در مرجع [۳۴] از شباهت بین مجموع همبستگی هسته گوسی $Gkcs$ ^{۱۷} و تابع بولتزمن سیگموئید اصلاح شده^{۱۸} به منظور تخمین بعد همبستگی مقاوم در برابر نویز گوسی استفاده شده است. این روش مبتنی بر مشتق اول تبدیل لگاریتمی مجموع همبستگی هسته گوسی می باشد. این روش برای تشخیص آشوب در محیط های پرنویز استفاده شده است. این روش برای نویز سفید و نویز گوسی ارائه شده است [۳۴]. از جمله محدودیت های این روش، به مقاوم نبودن آن در برابر نویز رنگی می توان اشاره کرد. یکی از رفتارهای پیچیده ای که در سیستم های غیرخطی می توان مشاهده کرد، پدیده آشوب است. یکی از این سیستم های غیرخطی که در آن پدیده آشوب بروز می کند، نوسان سازهای سینوسی^{۱۹} است. نوسان سازهای سینوسی به علت ماهیت غیرخطی خود به ازای برخی پارامترها، رفتار آشوبناک دارند، این نوع نوسان سازها کاربردهای زیادی در سیستم های نظیر مدارات فرستنده-گیرنده و سیستم های مخابراتی دارند، به طوری که می توان آن ها را یکی از اجزا مهم سیستم های الکترونیکی دانست. همان طور که بررسی شد در زمینه تشخیص آشوب در محیط های نویزی از نویز رنگی، تاکنون تحقیقات زیادی صورت نگرفته است. در این مقاله ابتدا معیاری جدید جهت وجه تمایز آشوب از نویز ارائه می شود، سپس روشی جدید به منظور تشخیص آشوب از نویز مبتنی بر توزیع انرژی در زیر باندهای فرکانسی مختلف در محیط های پرنویز ارائه شده است. سپس کاربرد روش های ارائه شده در نوسان سازهای آشوبناک مبتنی بر عناصر ممریستیو، در بخش آخر دیده خواهد شد. در این مقاله، اثر نویز سفید گوسی و همچنین اثر نویز رنگی بررسی شده است.

معیاری جدید جهت وجه تمایز آشوب از نویز

سیستم های آشوبناک رفتاری مانند فرآیندهای تصادفی دارند، ولی غیرتصادفی هستند. سری های آشوبناک زیرمجموعه ای از فرآیندهای غیرخطی هستند که دارای پیچیدگی زیاد و رفتار

^{۲۰} Norm

^{۱۷} Gaussian Kernel Correlation Sum
^{۱۸} Modified Boltzmann Sigmoidal Function
^{۱۹} Sinusoidal Oscillator

و این یعنی واریانس ضریب خودهمبستگی انرژی سیگنال آشوب از واریانس ضریب خودهمبستگی انرژی سیگنال نویز بیش تر است.
 لم ۱) واریانس ضریب خودهمبستگی انرژی سیگنال آشوب در محیط نویزی از واریانس ضریب خودهمبستگی انرژی سیگنال نویز بیش تر است.

اثبات:

برای سیگنال آشوب $x(t)$ در محیط نویزی به صورت $y(t) = x(t) + n(t)$ ، طبق خصوصیات واریانس، می توان نوشت:

$$\text{var}(x + y) = \text{var}(x) + \text{var}(y) + 2\text{cov}(x, y) \quad (12)$$

که در این رابطه $n(t)$ سیگنال نویز می باشد. انرژی سیگنال آشوب در محیط نویزی طبق رابطه زیر محاسبه می شود.

$$E(x(t) + n(t)) = \|x(t) + n(t)\| = E(x(t)) + E(n(t)) + 2 \int x(t)n(t)dt \quad (13)$$

بنابراین،

$$\text{var}(E(x(t) + n(t))) > \text{var}(E(n(t))) \quad (14)$$

که در این رابطه، $E(\dots)$ نشان دهنده انرژی سیگنال می باشد. همان طور که در قضیه ۱ و لم ۱ دیده می شود، به علت وابستگی سیگنال آشوب به دینامیک غیرخطی سیستم، می توان گفت آشوب از تغییرات آرام تری نسبت به نویز برخوردار است، ولی به دلیل ماهیت تصادفی نویز، نویز تغییرات شدیدتری را دنبال می کند. به همین دلیل می توان گفت واریانس انرژی سیگنال آشوب بیش تر از واریانس انرژی سیگنال نویز در زیرباند های فرکانسی مختلف است. همان طور که مشخص است، با تفکیک بخش فرکانس بالا در سیگنال آشوب آمیخته با نویز، اثر نویز در سیگنال کاهش پیدا می کند، زیرا نویز اغلب در فرکانس های بالا ظاهر می شود. با انتقال اطلاعات سیگنال در حوزه فرکانس و تضعیف فرکانس های بالا، که معادل تضعیف نویز می باشد، تشخیص آشوب در محیط نویزی را به نحو مطلوب تری در بررسی واریانس انرژی زیرباندهای فرکانسی می توان دنبال کرد.

$$S(\alpha) = \frac{A}{f^\alpha} \rightarrow X(f) = \frac{\sqrt{A}}{f^{\frac{\alpha}{2}}} \rightarrow \quad (4)$$

$$E_n(t) = \int X(t)^2 dt \rightarrow E_n(t) = 0.31A \ln(t)$$

باید نشان داد که $E_n(t) - E_x(t) \leq 0$

به این منظور سری تیلور تابع $E_n(t) - E_x(t)$ حول متغیرهای $A, t, \|\delta x(0)\|, \lambda$ به صورت زیر نوشته می شود:

$$E_n(t) - E_x(t) = 0.31A \ln(t) - \|\delta x(0)\|^2 - 2\|\delta x(0)\|^2 \lambda t - 4\|\delta x(0)\|^2 \lambda^2 t^2 \quad (5)$$

همان طور که دیده می شود برای $t < 1$ این رابطه منفی بوده و

برای $t > 1$ به ازای $A < \frac{\|\delta x(0)\|^2}{0.31 \ln(t)}$ می توان نتیجه گرفت:

$$E_n(t) \leq E_x(t)$$

با ضرب طرفین رابطه بالا در e^{-st} داریم:

$$E_n(t) \leq E_x(t) \rightarrow E_n(t)e^{-st} \leq E_x(t)e^{-st} \rightarrow \int_0^\infty E_n(t)e^{-st} dt \leq \int_0^\infty E_x(t)e^{-st} dt \rightarrow E_n(s) \leq E_x(s) \quad (6)$$

طبق تعریف ضریب خودهمبستگی، رابطه بالا را می توان به صورت زیر نوشت:

$$R_{E_n}(t) \leq R_{E_x}(t) \quad (7)$$

با استفاده از خصوصیات تابع توزیع احتمال داریم:

$$E_n(t) \leq E_x(t) \rightarrow f_n \leq f_x \quad (8)$$

که f_n تابع توزیع انرژی نویز و f_x تابع توزیع انرژی سیگنال آشوب است.

از دو رابطه (۶) و (۷) می توان نوشت:

$$\int R_{E_n} f_n \leq \int R_{E_x} f_x \rightarrow \mu_{R_{E_n}} \leq \mu_{R_{E_x}} \quad (9)$$

که در این رابطه $\mu_{R_{E_x}}$ نشان دهنده میانگین ضریب خودهمبستگی آشوب و $\mu_{R_{E_n}}$ نشان دهنده میانگین ضریب خودهمبستگی سیگنال نویز است. از دو رابطه (۶) و (۸) می توان نتیجه گرفت:

$$R_{E_n}(t) - \mu_{R_{E_n}} \leq R_{E_x}(t) - \mu_{R_{E_x}} \rightarrow (R_{E_n}(t) - \mu_{R_{E_n}})^2 f_n \leq (R_{E_x}(t) - \mu_{R_{E_x}})^2 f_x \quad (10)$$

بنابراین طبق تعریف واریانس می توان نوشت:

$$\int (R_{E_n}(t) - \mu_{R_{E_n}})^2 f_n dt \leq \int (R_{E_x}(t) - \mu_{R_{E_x}})^2 f_x dt \rightarrow \delta_{R_{E_n}}^2 \leq \delta_{R_{E_x}}^2 \quad (11)$$

$$E_{w_p} = \int_{\frac{\omega}{2^{p+1}}}^{\frac{\omega}{2^p}} S_n(f) df = \begin{cases} C \ln(2) & \alpha=1 \\ \left[\frac{C}{(\alpha-1) \left(\frac{\omega}{2^{p+1}}\right)^{\alpha-1}} - \frac{C}{(\alpha-1) \left(\frac{\omega}{2^p}\right)^{\alpha-1}} \right] & \alpha \neq 1 \end{cases} \quad (18)$$

بنابراین طبق معادله فوق می توان نوشت:

$$\frac{dE_n}{dp} = \begin{cases} 0 & \alpha=1 \\ -C \ln(2) \left(2^{(p+1)(\alpha-1)} - 2^{p(\alpha-1)} \right) \omega^{\alpha-1} & \alpha \neq 1 \end{cases} \quad (19)$$

$$\rightarrow \frac{dE_n}{dp} < 0$$

بنابراین تغییرات انرژی کلی نویز نسبت به p دارای تغییرات نزولی می باشد.

قضیه ۳ سری زمانی داده شده، آشوبناک می باشد، اگر تغییرات انرژی نویز در سطوح مختلف فرکانسی در جزئیات سیگنال به صورت نامنظم تغییر کند.

اثبات:

سیستم زمان پیوسته زیر را در نظر می گیریم:

$$\dot{x} = f(x, \varphi) \quad (20)$$

در این صورت طبق تعریف نمای لیاپانوف می توان نوشت:

$$\delta x(t) = \delta x(0) e^{\lambda t} \quad \left\| \frac{d\delta x}{dt} \right\| = \lambda \|\delta x\| \quad (21)$$

$$\|\delta x(t)\| = \|\delta x(0)\| e^{\lambda t}$$

که در این رابطه λ نشان دهنده بزرگترین نمای لیاپانوف و $\delta x(t)$ تغییرات سیگنال $x(t)$ است. در سیستم های آشوبناک همان طور که می دانیم، $\lambda > 0$ است.

طبق تعریف نرم سیگنال و انرژی، داریم:

$$\|x\|^2 = E_x(t) \rightarrow E_x(t) = \left(\|\delta x(0)\| e^{\lambda t} \right)^2 \rightarrow \quad (22)$$

$$E_x(j\omega) = \frac{\|\delta x(0)\|^2}{j\omega - 2\lambda} \rightarrow |E_x(j\omega)| = \frac{\|\delta x(0)\|^2}{\sqrt{\omega^2 + 4\lambda^2}}$$

که $E_x(t)$ نشان دهنده تغییرات انرژی سیگنال آشوب می باشد. تغییرات انرژی در بازه فرکانسی برابر است با:

$$E_x = \frac{\|\delta x(0)\|^2}{\sqrt{\frac{\omega^2}{2^{2P}} + 4\lambda^2}} - \frac{\|\delta x(0)\|^2}{\sqrt{\frac{\omega^2}{2^{2P+2}} + 4\lambda^2}} \quad (23)$$

از رابطه بالا، $\frac{dE_x}{dp}$ می تواند در بعضی سطوح مختلف فرکانسی

صفر شود. یعنی تغییرات انرژی آشوب نسبت به p دارای سیر صعودی نزولی می باشد. به عبارت دیگر انرژی آشوب برای جزئیات

تشخیص آشوب از نویز مبتنی بر توزیع انرژی زیرباند های فرکانسی مختلف

همان طور که گفته شد با توجه به وجود سه نوع نویز مختلف در مدارات الکترونیکی (نویز حرارتی، نویز $\frac{1}{f}$ و نویز ضربه ای) و با توجه به شباهت ظاهری آن ها با سیگنال آشوب، ارائه روشی جهت تشخیص آشوب از نویز ضروری به نظر می رسد. این سه نوع نویز مستقل از یکدیگر می باشند. در منابع نویز مستقل توان کلی نویز برابر مجموع توان همه منابع می باشد. به عبارت دیگر برای منابع نویز مستقل e_1, e_2, \dots, e_n ، نویز کلی e_T به صورت زیر محاسبه می شود.

$$e_T = \sqrt{e_1^2 + \dots + e_n^2} \quad (15)$$

در بخش قبل معیاری شهودی مبتنی بر ضریب خودهمبستگی انرژی ارائه شد، در این قسمت این روش را تعمیم داده و یک روش کمی برای تشخیص آشوب از نویز ارائه می شود.

قضیه ۲ سری زمانی داده شده، نویز رنگی می باشد، اگر تغییرات انرژی نویز در سطوح مختلف فرکانسی در جزئیات سیگنال به صورت نزولی باشد.

اثبات:

در حالت کلی طیف توان نویز رنگی را می توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$S_n(f) = \frac{C}{f^\alpha} \quad (16)$$

که در آن، α نشان دهنده نوع نویز و C نشان دهنده شدت نویز است. طبق تعریف انرژی و رابطه آن با طیف توان، انرژی سیگنال در بازه زمانی به صورت زیر می باشد:

$$E = \int_{\omega l}^{\omega 2} S_n(f) df = \begin{cases} C \ln(f) & \alpha=1 \\ \frac{-C}{(n-1)f^{\alpha-1}} & \alpha \neq 1 \end{cases} \quad (17)$$

که در این رابطه E انرژی سیگنال است.

حال اگر سیگنال، با روش تحلیل چند دقتی تبدیل ویولت تجزیه شود، در این صورت باند فرکانسی جزئیات (مؤلفه های فرکانس بالا) مرحله p م به صورت $\left[\frac{\omega}{2^{p+1}}, \frac{\omega}{2^p} \right]$ داده می شود.

که در این رابطه ω حداکثر فرکانس سیگنال می باشد. در این حالت، انرژی مؤلفه های فرکانس بالا به صورت زیر محاسبه می شود:

معادلات حالت این مدار با استفاده از قوانین کیرشهف به صورت داده شده می باشد.

$$\begin{cases} \frac{dv_{cM}}{dt} = \frac{i_L - W(\phi)v_{c1}}{C_{max} + (|v_{c1}|^{\beta} - 1)(C_{max} - C_{min})e^{-|\beta v_{c1}|}} \\ \frac{di_L}{dt} = \frac{v_{c2} - v_{cM}}{L} \\ \frac{dv_{c2}}{dt} = \frac{Gv_{c2} - i_L}{C_2} \\ \frac{d\phi}{dt} = v_{cM} \end{cases} \quad (25)$$

در شکل های (۲) و (۳) توزیع انرژی در زیربندهای فرکانسی مختلف نوسان ساز آشوب و توزیع انرژی در زیربندهای فرکانسی نویز سفید گوسی، در نظر گرفته شده است.

دارای نقطه عطف است. فرض کنیم سیگنال آشوب در محیط نویزی به صورت زیر باشد:

$$y = x + n_w + n_s + n_p \quad (24)$$

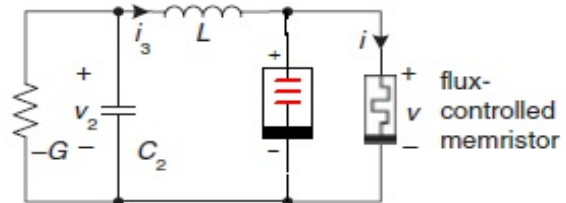
که در این رابطه، y نشان دهنده سیگنال آشوب آمیخته با نویز، n_w نویز حرارتی، n_s نویز ضربه ای و n_p نشان دهنده نویز فلیکر ($\frac{1}{f}$) است. از آن جایی که سیگنال آشوب و منابع مختلف نویز مستقل از هم هستند، داریم:

$$E_y = E_x + E_w + E_s + E_p \quad (25)$$

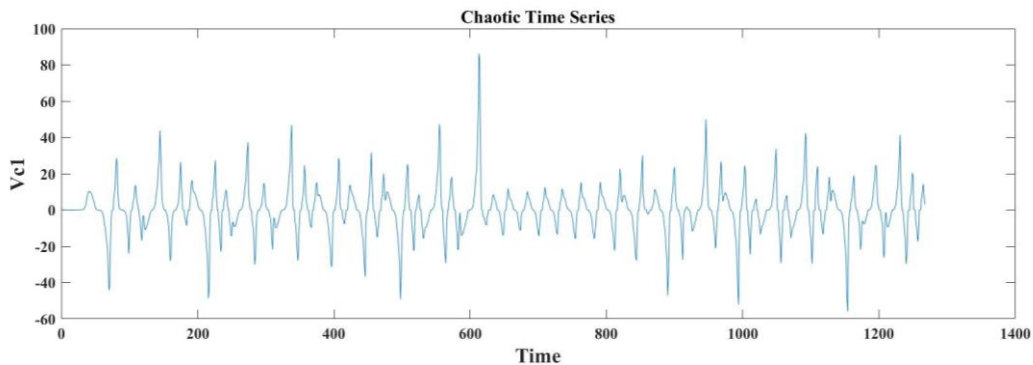
از آن جایی که انرژی سیگنال آشوب نسبت به p (تعداد سطوح تجزیه فرکانسی) دارای تغییرات شدید (دارای نقاط اکسترمم) و طبق قضیه ۲ انرژی سیگنال نویز نسبت به p دارای سیر نزولی است، در نتیجه می توان گفت که انرژی سیگنال آشوب در محیط نویزی نیز نسبت به p (تعداد سطوح تجزیه فرکانسی) دارای تغییرات شدید، یعنی دارای نقاط اکسترمم است.

نوسان سازهای آشوب مبتنی بر قطعات ممریستو

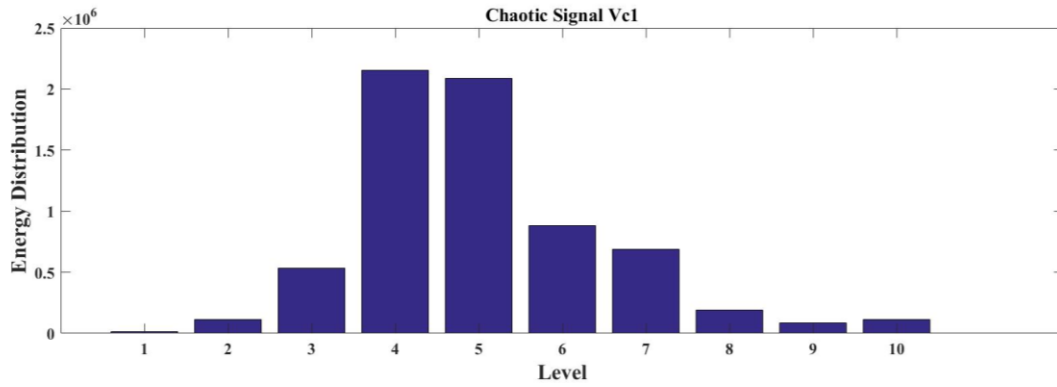
مدار شکل (۱) یک مدار نوسان ساز آشوب مبتنی بر قطعات ممریستو را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، این مدار از یک خازن حافظه دار کنترل شده با ولتاژ و یک ممریستور که به صورت موازی با هم قرار گرفته اند، تشکیل شده است



شکل ۱. شماتیک مداری نوسان ساز آشوب مبتنی بر قطعات ممریستو



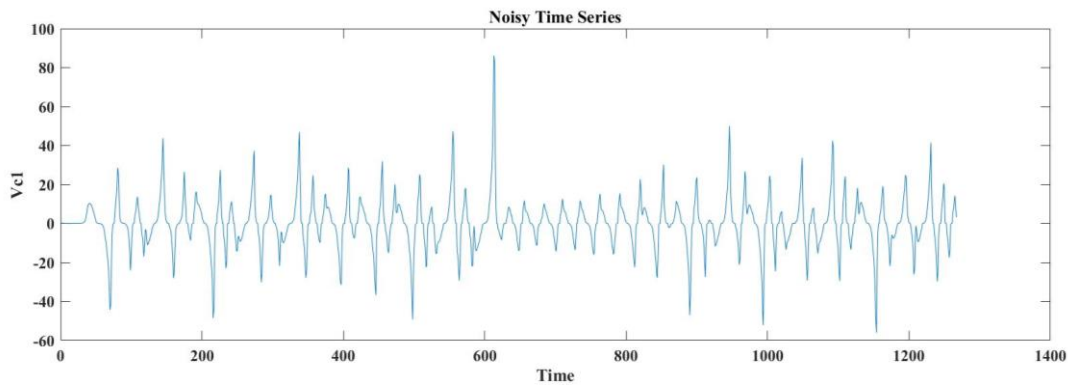
(الف)



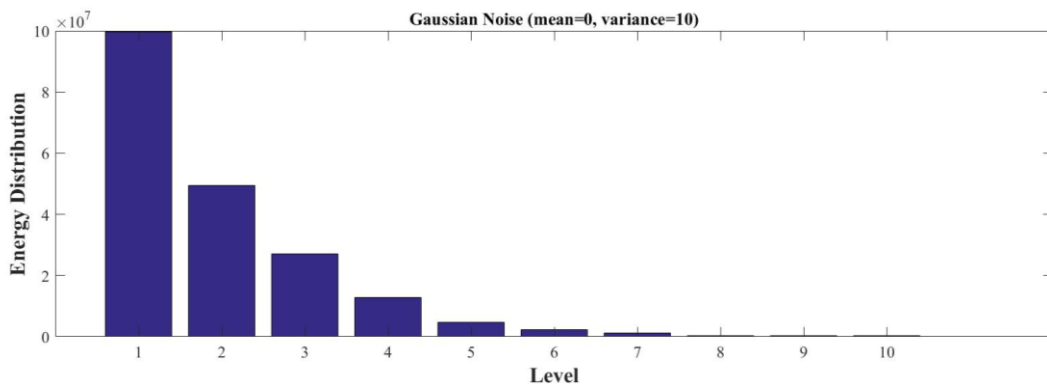
(ب)

شکل ۲. الف) سری زمانی سیگنال آشوب (ب) توزیع انرژی در زیرباندهای فرکانسی سیگنال آشوب

همان طور که در شکل ۲ دیده می شود، تغییرات انرژی سیگنال آشوب نسبت به سطوح مختلف فرکانسی دارای تغییرات نامنظمی می باشد.



(الف)



(ب)

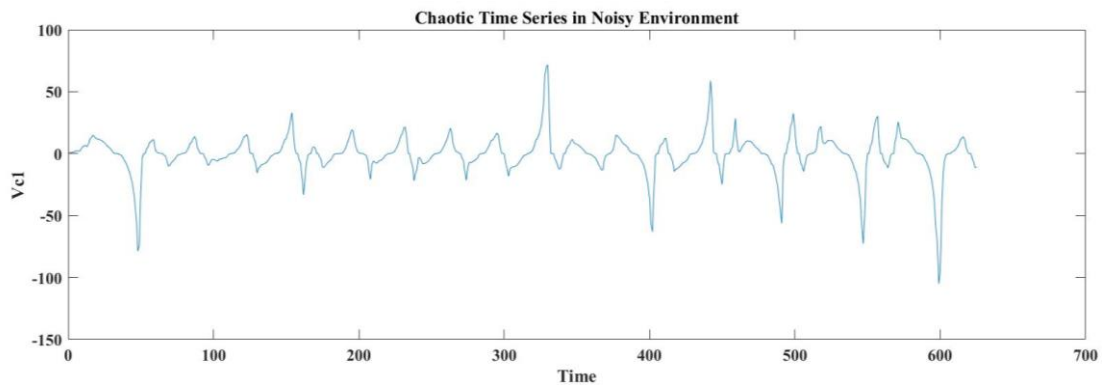
شکل ۳. الف) سری زمانی سیگنال نویز گوسی با میانگین ۱ و واریانس ۵ (ب) توزیع انرژی در زیرباندهای فرکانسی سیگنال نویز سفید گوسی با میانگین ۱ و واریانس ۵

دینامیکی سیستم آمیخته با نویز به صورت معادله (۲۶) در نظر گرفته می شود.

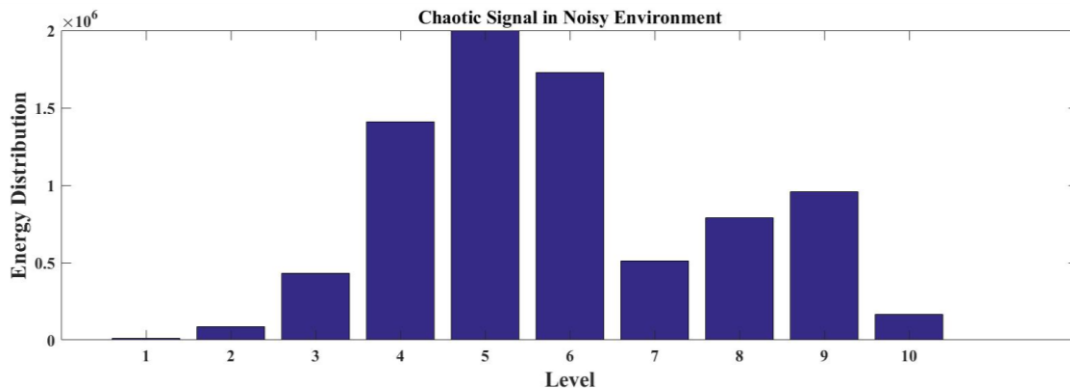
همان طور که در شکل ۳ دیده می شود تغییرات انرژی سیگنال نویز گوسی نسبت به سطوح مختلف فرکانسی به صورت نزولی تغییر می کند. با در نظر گرفتن نویز سفید به عنوان ورودی سیستم توصیف شده در معادلات دینامیکی (۲۵)، معادلات

که در این رابطه، $d(t)$ نشان دهنده نویز سفید گوسی می‌باشد. در شکل‌های ۴ و ۵ ضریب خودهمبستگی توزیع انرژی در زیر-باند‌های فرکانسی مختلف نوسان‌ساز آشوب‌نگ با حضور نویز سفید گوسی با توان‌های مختلف در نظر گرفته شده است.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dv_{c1}}{dt} &= \frac{i_L - W(\varphi)v_{c1}}{C_{\max} + (|v_{c1}|^{\beta} - 1)(C_{\max} - C_{\min})e^{-|\beta v_{c1}|}} + d(t) \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{v_{c2} - v_{c1}}{L} \\ \frac{dv_{c2}}{dt} &= \frac{Gv_{c2} - i_L}{C_2} \\ \frac{d\varphi}{dt} &= v_{c1} \end{aligned} \right. \quad (26)$$

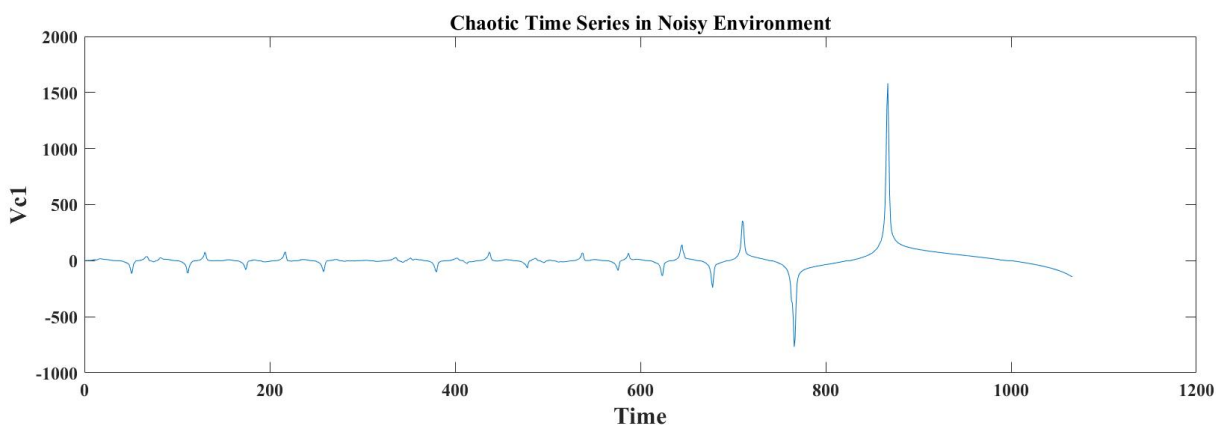


(الف)

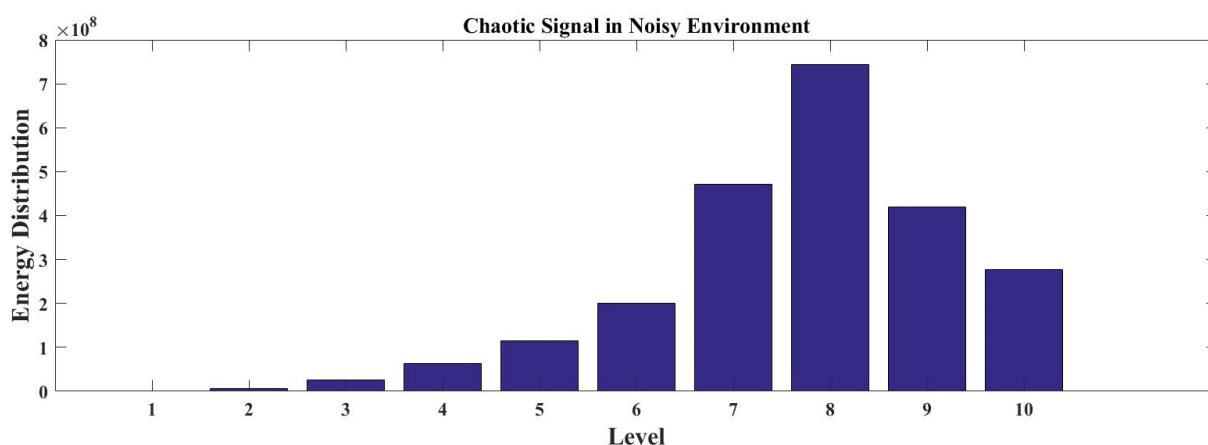


(ب)

شکل ۴. الف) سری زمانی آشوب در حضور نویز سفید گوسی با توان نویز ۰.۱ (ب) توزیع انرژی در زیرباند‌های فرکانسی سیگنال



(الف)



(ب)

شکل ۵. الف) سری زمانی آشوب در حضور نویز سفید با توان نویز ۰.۵، ب) توزیع انرژی در زیرباندهای فرکانسی سیگنال

نویز رنگی و آشوب، در این مقاله معیار جدیدی مبتنی بر تبدیل ویولت گسسته به منظور شناخت وجه تمایز نویز از آشوب ارائه شده است. سپس روشی برای تشخیص آشوب در محیط های پرنویز از نویز سفید گوسی و نویز رنگی مبتنی بر توزیع انرژی در زیر باندهای فرکانسی مختلف ارائه شده است. از این روش در یک نوسان ساز مبتنی بر عناصر ممریستيو در یک محیط پرنویز استفاده شده است. لذا با عنایت به بررسی های صورت گرفته از جنبه های نوآوری این مقاله می توان به ارائه معیاری جهت تشخیص آشوب از نویزهای سفید گوسی و رنگی، تشخیص آشوب در محیط های پرنویز با حضور بیش از ۵۰ درصد از نویز رنگی و سفید گوسی و کاربرد روش ارائه شده در یک نوسان ساز آشوب

همان طور که در شکل های ۵ و ۴ دیده می شود، تغییرات انرژی سیگنال آشوب در حضور نویز سفید گوسی نسبت به سطوح مختلف فرکانسی دارای تغییرات نامنظمی می باشد. در این حالت تغییرات انرژی سیگنال آشوب در محیط های پرنویز نسبت به سطوح مختلف فرکانسی دارای نامنظمی کم تر نسبت به تغییرات انرژی سیگنال آشوب در محیط های آمیخته با نویز با شدت پایین می باشد.

نتیجه گیری

با توجه به بررسی های انجام شده در خصوص تشخیص آشوب از نویز رنگی و همچنین تشخیص آشوب در محیط های نویزی تحقیقات زیادی صورت نگرفته است. با عنایت به شباهت زیاد

- based oscillator." *Abstract and Applied Analysis*, vol. 2014, pp. 1-8, 2014.
- [11] C.-S. Poon, and M. Barahona, "Titration of chaos with added noise," *Proceedings of the national academy of sciences*, vol. 98, no. 13, pp. 7107-7112, 2001.
- [12] G. A. Gottwald, and I. Melbourne, "Testing for chaos in deterministic systems with noise," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 212, no. 1-2, pp. 100-110, 2005.
- [13] J. Gao, J. Hu, W. Tung, and Y. Cao, "Distinguishing chaos from noise by scale-dependent Lyapunov exponent," *Physical Review E*, vol. 74, no. 6, pp. 066204, 2006.
- [14] S. Mehdizadeh, and M. A. Sanjari, "Effect of noise and filtering on largest Lyapunov exponent of time series associated with human walking," *Journal of biomechanics*, vol. 64, pp. 236-239, 2017.
- [15] H.-F. Liu, Z.-H. Dai, W.-F. Li, X. Gong, and Z.-H. Yu, "Noise robust estimates of the largest Lyapunov exponent," *Physics Letters A*, vol. 341, no. 1-4, pp. 119-127, 2005.
- [16] E. Lega, M. Guzzo, and C. Froeschlé, "Theory and applications of the Fast Lyapunov indicator (FLI) method," *Chaos Detection and Predictability*, pp. 35-54: Springer, 2016.
- [17] A. Casaleggio, A. Corana, and S. Ridella, "Correlation dimension estimation from electrocardiograms," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 5, no. 3-4, pp. 713-726, 1995.
- [18] X. Su, Y. Wang, S. Duan, and J. Ma, "Detecting chaos from agricultural product price time series," *Entropy*, vol. 16, no. 12, pp. 6415-6433, 2014.
- [19] L. Zunino, and C. W. Kulp, "Detecting nonlinearity in short and noisy time series using the permutation entropy," *Physics Letters A*, vol. 381, no. 42, pp. 3627-3635, 2017.
- [20] Z. Chen, Y. Li, H. Liang, and J. Yu, "Improved Permutation Entropy for Measuring Complexity of Time Series under Noisy Condition," *Complexity*, vol. 2019, 2019.
- [21] R. Kříž, "Finding chaos in finnish gdp," *International Journal of Automation and Computing*, vol. 11, no. 3, pp. 231-240, 2014.
- [22] J. Sun, Y. Zhao, T. Nakamura, and M. Small, "From phase space to frequency domain: A time-frequency analysis for chaotic time series," *Physical Review E*, vol. 76, no. 1, pp. 016220, 2007.
- [23] I. Djurović, and V. Rubežić, "Multiple STFT-based approach for chaos detection in oscillatory circuits," *Signal processing*, vol. 87, no. 7, pp. 1772-1780, 2007.

جدید متشکل از ممریستور و خازن حافظه‌دار اشاره نمود. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده توان بالای این روش‌ها در برابر نویز است.

مراجع

- [1] J. Maldonado, and J. Hernandez, "Chaos theory applied to communications--part I: Chaos generators." pp. 50-55.
- [2] A. L. Baranovski, and W. Schwarz, "Chaotic and random point processes: Analysis, design, and applications to switching systems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 50, no. 8, pp. 1081-1088, 2003.
- [3] K. M. Cuomo, A. V. Oppenheim, and S. H. Strogatz, "Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to communications," *IEEE Transactions on circuits and systems II: Analog and digital signal processing*, vol. 40, no. 10, pp. 626-633, 1993.
- [4] N. J. Corron, and D. W. Hahs, "A new approach to communications using chaotic signals," *IEEE Transactions on circuits and systems I: Fundamental theory and applications*, vol. 44, no. 5, pp. 373-382, 1997.
- [5] A. Hassan, and S. Shaaban, "Enhancement of noise performance in digital receivers by over sampling the received signal," *International Journal of Industrial Mathematics*, vol. 6, no. 4, pp. 275-284, 2014.
- [6] V. Rubežić, I. Djurović, and M. Daković, "Time-frequency representations-based detector of chaos in oscillatory circuits," *Signal Processing*, vol. 86, no. 9, pp. 2255-2270, 2006.
- [7] M. Van Opstall, "Quantifying Chaos in Dynamical Systems with Lyapunov Exponents," *Furman University Electronic Journal of Undergraduate Mathematics*, vol. 4, no. 1, pp. 1-8, 1998.
- [8] H. D. Abarbanel, R. Brown, and M. Kennel, "Lyapunov exponents in chaotic systems: their importance and their evaluation using observed data," *International Journal of Modern Physics B*, vol. 5, no. 09, pp. 1347-1375, 1991.
- [9] F. Setoudeh, "Chaotic Behavior Of Voltage Control Oscillator Based On Colpitts Oscillator," *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 16, no. 4, pp. 91-98, 2014.
- [10] F. Setoudeh, A. Khaki Sedigh, and M. Dousti, "Analysis of a chaotic memristor

- [30] J. R. Tempelman, and F. A. Khasawneh, "A Look into Chaos Detection through Topological Data Analysis," *arXiv preprint arXiv:1902.05918*, 2019.
- [31] M. S. Williamson, and T. M. Lenton, "Detection of bifurcations in noisy coupled systems from multiple time series," *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 25, no. 3, pp. 036407, 2015.
- [32] C. Diks, "Estimating invariants of noisy attractors," *Physical review E*, vol. 53, no. 5, pp. R4263, 1996.
- [33] J.-M. Ghez, and S. Vaienti, "Integrated wavelets on fractal sets. I. The correlation dimension," *Nonlinearity*, vol. 5, no. 3, pp. 777, 1992.
- [34] Z. Dhifaoui, "Robust to noise and outliers estimator of correlation dimension," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 93, pp. 169-174, 2016.
- [24] Q. Zhu, and S. Liang, "A Method for detecting chaotic vibration based on continuous wavelet transform," *International Journal Sensing, Computing and Control*, vol. 1, no. 2, pp. 125-132, 2011.
- [25] W.-l. Jiang, "Orthogonal wavelet packet analysis based chaos recognition method," *Frontiers of Electrical and Electronic Engineering in China*, vol. 1, no. 1, pp. 13-19, 2006.
- [26] J. Murguía, H. Rosu, L. Reyes-López, M. Mejía-Carlos, and C. Vargas-Olmos, "Wavelet characterization of hyper-chaotic time series," *Revista Mexicana de Física*, vol. 64, no. 3, pp. 283-290, 2018.
- [27] A. Zhou, and S. Wang, "A dimension-reduction AFN method for distinguishing chaos from noise." p. 012030.
- [28] S. Wallot, and D. Mønster, "Calculation of Average Mutual Information (AMI) and False-Nearest Neighbors (FNN) for the Estimation of Embedding Parameters of Multidimensional Time Series in Matlab," *Frontiers in psychology*, vol. 9, 2018.
- [29] S. He, K. Sun, and Y. Peng, "Detecting chaos in fractional-order nonlinear systems using the smaller alignment index," *Physics Letters A*, vol. 383, no. 19, pp. 2267-2271, 2019.