

## طراحی کنترل کننده چندگانه بدون ضربه برای سیستم‌های غیر خطی مبتنی بر پایداری و عملکرد

مهدی احمدی<sup>۱</sup>، هادی مهدی پور حسین آباد<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>استادیار دانشکده برق، مجتمع آموزش عالی فنی و مهندسی اسفراین

<sup>۲</sup>استادیار دانشکده برق، مجتمع آموزش عالی فنی و مهندسی اسفراین، mahdipourhadi@esfarayen.ac.ir

### چکیده

این مقاله بر طراحی کنترل کننده چندگانه برای سیستم‌های غیرخطی متمرکز است. در این مقاله برای انتخاب مدل‌های محلی و طراحی کنترل کننده‌های محلی به صورت همزمان الگوریتمی ارائه می‌شود که به دانش تجربی اولیه از سیستم وابسته نبوده و نیازی به استفاده از یک آستانه اولیه ندارد. برای طراحی کنترل کننده‌های محلی با ساختار ساده تناسبی-انتگرالی، در روش پیشنهادی دو معیار پایداری و عملکرد با یکدیگر جمع می‌شوند. از یک سو ساختار ساده کنترل کننده‌های محلی در روش پیشنهادی موجب سادگی کنترل کننده چندگانه جامع طراحی شده برای سیستم غیرخطی می‌شود. اما از طرف دیگر، به دلیل حضور انتگرال‌گیر در ساختار کنترل کننده‌های محلی، به هنگام کلیدزنی میان کنترل کننده‌های مختلف پدیده ضربه رخ می‌دهد که موجب جهش در سیگنال کنترل در لحظات کلیدزنی شده و عملکرد حلقه بسته را تحت الشعاع قرار می‌دهد. لذا برای برطرف کردن این موضوع، در این مقاله یک روش انتقال بدون ضربه میان کنترل کننده‌های محلی مورد استفاده قرار می‌گیرد که در آن با تغذیه کنترل کننده‌های غیرفعال با سیگنالی غیر از سیگنال خطا از جهش ناگهانی سیگنال کنترل به هنگام کلیدزنی جلوگیری می‌شود. برای بررسی روش ارائه شده، یک سیستم غیرخطی شبیه‌سازی شده است. نتایج حاصله نشان می‌دهند که روش بدون ضربه نتایج بهتری را در مقایسه با مراجع دیگر به هنگام انتقال میان نواحی کاری مختلف ارائه می‌دهد.

### کلیدواژه

سیستم‌های غیرخطی، کنترل کننده چندگانه، انتقال بدون ضربه، معیار پایداری و عملکرد، معیار فاصله.

### مقدمه

محلی که معمولاً خطی هستند تجزیه می‌شود به گونه‌ای که تک تک مدل‌های محلی توانایی نمایش رفتار کلی سیستم غیرخطی را ندارند اما ترکیب مناسب آن‌ها این امکان را به وجود می‌آورد. بنابراین تعداد و موقعیت مدل‌های محلی سوال مهمی است که البته تاکنون پاسخ جامعی به آن داده نشده است [۱۵، ۱۶]. اگرچه تعداد بیشتر مدل‌های محلی نامی، دقت را افزایش می‌دهد اما سبب دشواری در پیاده‌سازی خواهد شد که این امر تحت عنوان افزونگی مدل‌ها شناخته می‌شود [۱۷]. در بخش دوم، طراحی کنترل کننده‌های محلی صورت می‌پذیرد. شکل (۱) ارتباط میان دو بخش اول و دوم در مجموعه تحقیقات موجود را نمایش می‌دهد. در شکل ۱-الف ارتباط دو سویه میان انتخاب مدل‌های محلی نامی و طراحی کنترل کننده متناظر با آن وجود ندارد [۴، ۹، ۱۲، ۱۴، ۱۸-۲۲]. محققین در [۴] با استفاده از تجربه، در [۲۲، ۱۸] با استفاده از تغییر زاویه منحنی حالت ماندگار، در [۱۲، ۱۹، ۲۱] با استناد به معیار gap metric و در [۲۰، ۱۴] با به کارگیری معیار H-gap metric مدل‌های محلی نامی را انتخاب کرده‌اند. در

در سال‌های اخیر، توجه بسیاری از محققان به استفاده از روش مدل‌های چندگانه در تحلیل و کنترل سیستم‌های غیرخطی با فضای کاری گسترده جلب شده است. علت اصلی این جلب توجه امکان بهره‌برداری از قضایای غنی کنترل خطی در غلبه بر سیستم‌های پیچیده بوده است [۱-۸]. تاکنون، با تلفیق این رویکرد با کنترل کلاسیک، روش‌هایی نظیر کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی (PID<sup>۱</sup>) چندگانه [۹، ۱۰]، کنترل پیش‌بین چندگانه [۱۱، ۱۲] و کنترل مقاوم چندگانه [۱۳، ۱۴] وارد دنیای کنترل شده‌اند.

تکنیک مدل‌های چندگانه از سه بخش تجزیه<sup>۲</sup> به مدل‌های محلی، طراحی کنترل کننده‌های محلی و ترکیب<sup>۳</sup> آن‌ها تشکیل می‌شود. در نخستین بخش سیستم غیرخطی به تعدادی مدل

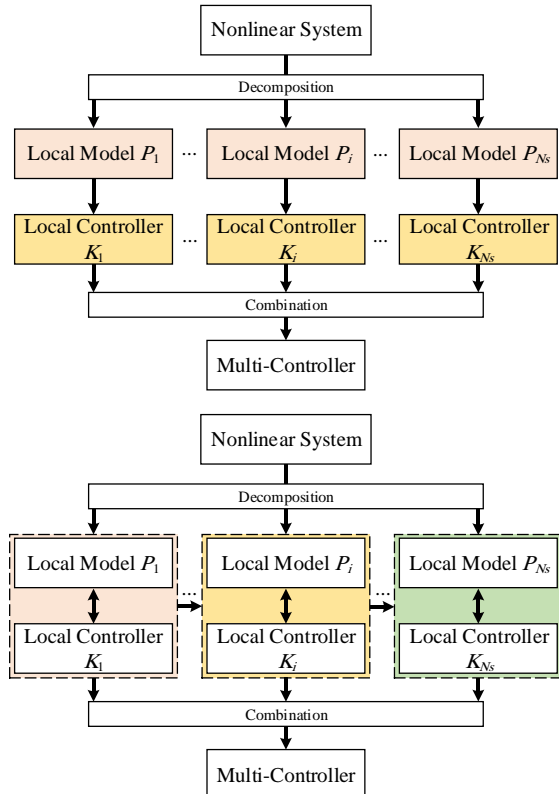
<sup>۱</sup> Proportional Integral Derivative

<sup>۲</sup> Decomposition

<sup>۳</sup> Combination

در این مقاله با تمرکز بر روش طراحی کنترل کننده چندگانه مبتنی بر یکپارچگی پایداری و عملکرد، برای تعیین مدل‌های محلی نامی روشی بدون وابستگی به تعیین آستانه اولیه ارائه می‌شود. همچنین برای رویارویی با رخداد پدیده ضربه در لحظه کلیدزنی میان کنترل کننده‌های مختلف از روش‌های طراحی بدون ضربه استفاده می‌شود. بدین ترتیب با بهره‌گیری از مزایای طراحی یکپارچه مبتنی بر پایداری و عملکرد با استفاده از کنترل کننده‌های محلی با ساختار ساده  $PI^4$ ، همزمان عملکرد حلقه بسته با استفاده از یک روش بدون ضربه بهبود شایان توجهی می‌یابد.

ساختار مقاله پیش‌رو به این صورت است که در بخش دوم به پیش‌نیازهای مساله و توصیف آن پرداخته می‌شود. این بخش حاوی معرفی معیار فاصله و کاربرد آن در روش مدل‌های چندگانه، و معرفی یک روش طراحی بدون ضربه است. طراحی کنترل کننده چندگانه بدون ضربه موضوعی است که در بخش سوم مورد مطالعه قرار گرفته است. از طرف دیگر، این بخش دربردارنده تحلیل یکپارچه‌سازی پایداری و کارایی است. بخش چهارم به کاوش نتایج عددی یک سیستم غیرخطی  $CSTR^5$  اختصاص داده شده است. در نهایت، نتیجه‌گیری حاصل از این پژوهش در بخش پنجم ارائه می‌شود.



شکل ۱: الف) استراتژی معمول (شکل بالا) و ب) استراتژی یکپارچه طراحی کنترل کننده چندگانه (شکل پایین).

روش‌های مبتنی بر شکل ۱-الف برای انتخاب آستانه باید نسبت به سیستم تجربه و دانش داشت که این امر قویا می‌تواند منجر به افزونگی کنترل کننده‌های محلی شود.

شکل ۱-ب استراتژی یکپارچه سازی دو بخش اول را نمایش می‌دهد که در [۱۵، ۱۶، ۲۳-۲۸] به کار رفته است. در [۲۷]، تعداد و پارامترهای کنترل کننده‌های محلی بر اساس پایداری حلقه بسته مبتنی بر  $v$ -gap metric بدست می‌آیند. مراجع [۲۶، ۲۹، ۳۰]، بیشینه آستانه پایداری را ملاکی برای تعیین مدل‌های محلی نامی قرار داده‌اند. اگرچه کارایی در طراحی کنترل کننده لحاظ می‌شود اما استفاده از بیشینه آستانه پایداری بسیار محافظه‌کارانه است. بنابراین موضوع یکپارچگی کارایی و بیشینه پایداری با مشکل مواجه خواهد شد. مراجع [۱۵، ۱۶، ۲۳-۲۵] استراتژی یکپارچه‌سازی پایداری و کارایی را در دومین بخش مد نظر قرار داده‌اند. در مراجع [۱۵، ۲۵]، ابتدا سیستم غیرخطی به یک بانک مدل خطی تجزیه می‌شود و برای هر کدام از مدل‌های خطی، با در نظر گرفتن معیار کارایی کنترل کننده‌های مقاوم و یا پیش‌بین طراحی می‌شود. سپس به منظور برقراری پایداری، از معیار حاشیه پایداری برای انتخاب مدل‌های محلی نامی و تقسیم فضای کاری سیستم غیرخطی استفاده می‌شود. اگرچه برقراری ارتباط میان دو بخش اول و دوم با روشی ساده فراهم شده است اما در حالتی که بانک اولیه مدل‌های محلی بدست آمده از تجزیه سیستم غیرخطی گسترده باشد طراحی کنترل کننده‌های محلی بسیار زمان‌بر خواهد بود. برای رفع این مشکلات، در مراجع [۱۶، ۲۴] روشی براساس بهینه‌سازی برای یکپارچگی پایداری و کارایی در استراتژی مبتنی بر یکپارچگی انتخاب مدل‌های محلی نامی و طراحی کنترل کننده چندگانه ارائه شده است. در روش ارائه شده در این مراجع، علاوه بر یکپارچگی دو بخش اول و دوم، پایداری و کارایی نیز در یک مساله بهینه‌سازی تجمیع می‌شوند تا از مساله افزونگی کنترل کننده‌های محلی جلوگیری کنند. با این حال، روش‌های ارائه شده در [۱۵، ۱۶، ۲۴، ۲۵] از یک آستانه اولیه استفاده می‌کنند که حدس صحیح آن تاثیر بسزایی در سرعت اجرای الگوریتم دارد. همچنین کنترل کننده‌های محلی طراحی شده در [۱۶، ۲۳، ۲۴، ۲۶]، [۲۹، ۳۰] دارای انتگرال‌گیر هستند و طراحی حلقه بسته به‌گونه‌ای است که کنترل کننده‌های غیرفعال هم با سیگنال خطا تغذیه می‌شوند و لذا در لحظه کلیدزنی بین کنترل کننده محلی فعال و غیرفعال بعدی پدیده ضربه رخ می‌دهد. بدین ترتیب با رخداد پدیده ضربه در لحظه کلیدزنی سیگنال کنترل دچار جهش ناگهانی می‌شود که عملکرد حلقه بسته را تحت تاثیر قرار می‌دهد [۳۱-۳۳].

<sup>4</sup> Proportional Integral

<sup>5</sup> Continuous Stirred Tank Reactor

## پیش نیازها

این بخش شامل معرفی روش مدل‌های چندگانه، معرفی معیار gap metric به عنوان ابزاری برای اندازه‌گیری فاصله بین دو سیستم خطی، و معرفی روش طراحی کنترل کننده بدون ضربه است.

## روش مدل‌های چندگانه

سیستم‌های غیرخطی به فرم کلی

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u), \\ y &= g(x, u), \end{aligned} \quad (1)$$

را در نظر بگیرید که در این رابطه  $x \in \mathbb{R}^n$  و  $u \in \mathbb{R}$ ،  $y \in \mathbb{R}$  را ترتیب بردارهای خروجی، ورودی و حالت سیستم می‌باشند. توابع  $f: \mathbb{R}^{n \times 1} \rightarrow \mathbb{R}^n$  و  $g: \mathbb{R}^{n \times 1} \rightarrow \mathbb{R}$  دو تابع غیرخطی برداری مشتق پذیر می‌باشند. با خطی سازی سیستم مذکور حول  $N$  نقطه تعادل  $(x_{ei}, u_{ei})$ ،  $i = 1, \dots, N$ ، مدل‌های محلی خطی به صورت (۲) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} \delta \dot{x}_i &= A_i \delta x_i + B_i \delta u_i, \\ \delta y_i &= C_i \delta x_i + D_i \delta u_i, \end{aligned} \quad (2)$$

که ملزومات آن به طریق (۳) قابل دستیابی است.

$$\begin{cases} A_i = \partial f / \partial x |_{(x_{ei}, u_{ei})} \\ B_i = \partial f / \partial u |_{(x_{ei}, u_{ei})} \\ C_i = \partial g / \partial x |_{(x_{ei}, u_{ei})} \\ D_i = \partial g / \partial u |_{(x_{ei}, u_{ei})} \end{cases}, \begin{cases} \delta x_i = x - x_{ei}, \\ \delta u_i = u - u_{ei} \\ \delta y_i = y - y_{ei} \end{cases} \quad (3)$$

در صورت استفاده از روش‌های طراحی خطی، کنترل کننده‌های طراحی شده تنها برای قسمتی از کل فضای کاری سیستم غیرخطی (۱) معتبر هستند. جهت پوشش دادن تمام فضای کاری، می‌توان از روش مدل‌های چندگانه بهره جست. روش مدل‌های چندگانه شامل دو مرحله با نام‌های تجزیه و ترکیب است که در نخستین مرحله، سیستم غیرخطی به تعداد  $N_s$  مدل محلی نامی تجزیه می‌شود به طوری که  $N_s \ll N$  باشد. در مرحله دوم، مدل چندگانه حاصل از ترکیب مدل‌های محلی به صورت زیر ساخته می‌شود.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{N_s} \omega_i(t) (A_i x + B_i u + \alpha_i), \quad (4)$$

$$y = \sum_{i=1}^{N_s} \omega_i(t) (C_i x + D_i u + \beta_i),$$

که ملزومات آن  $\alpha_i = -A_i x_{ei} - B_i u_{ei}$  و  $\beta_i = h(x_{ei}, u_{ei})$  می‌باشد. به علاوه،  $\omega_i(t)$  تابع وزنی متناظر با مدل محلی  $i$  ام در زمان  $t$  است که می‌تواند به صورت کلیدزنی نرم [۴، ۲۹، ۳۰] یا سخت [۱۲، ۲۶، ۳۴] طراحی شود.

## معیار فاصله بین دو سیستم خطی

در [۳۵، ۳۶] نشان داده شده است که برای اندازه‌گیری فاصله بین دو سیستم خطی نامتغیر با زمان، روش gap metric نسبت به دیگر روش‌های مبتنی بر نرم عملکرد بهتری دارد. تابع تبدیل ماتریسی  $P(s)$  به صورت زیر قابل نمایش است.

$$P(s) = \mathcal{M}(s)^{-1} \mathcal{N}(s), \quad (5)$$

که در آن  $\mathcal{M}$  و  $\mathcal{N}$  فاکتورهای از چپ نسبت به هم اول نرمالیزه شده تابع تبدیل ماتریسی  $P(s)$  هستند. جورجیو [۳۵] نشان داد که فاصله بین دو سیستم خطی نامتغیر با زمان را می‌توان بر اساس رابطه زیر محاسبه کرد.

$$\delta(P_1, P_2) = \max(\vec{\delta}(P_1, P_2), \vec{\delta}(P_2, P_1)) \quad (6)$$

که  $\vec{\delta}(P_1, P_2)$  فاصله جهت دار نامیده شده و به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$\vec{\delta}(P_1, P_2) = \inf_{Q \in \mathbb{H}_\infty} \left\| \begin{bmatrix} \mathcal{M}_1 \\ \mathcal{N}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathcal{M}_2 \\ \mathcal{N}_2 \end{bmatrix} Q \right\|_\infty \quad (7)$$

بنابراین با جایگذاری رابطه (۷) در (۶)، محاسبه فاصله میان دو سیستم خطی به صورت زیر مقدور خواهد شد [۳۷، ۳۵].

$$\delta(P_1, P_2) = \max \left\{ \inf_{Q \in \mathbb{H}_\infty} \left\| \begin{bmatrix} \mathcal{M}_1 \\ \mathcal{N}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathcal{M}_2 \\ \mathcal{N}_2 \end{bmatrix} Q \right\|_\infty, \inf_{Q \in \mathbb{H}_\infty} \left\| \begin{bmatrix} \mathcal{M}_2 \\ \mathcal{N}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathcal{M}_1 \\ \mathcal{N}_1 \end{bmatrix} Q \right\|_\infty \right\} \quad (8)$$

معیار فاصله دارای ویژگی‌های ارزشمندی به صورت زیر است [۳۶]

$$-1 \leq \delta(P_1, P_2) \leq 1 \quad \text{اگر} \quad \delta(P_1, P_2) < 1 \quad \text{آنگاه} \quad \vec{\delta}(P_1, P_2) = \vec{\delta}(P_2, P_1)$$

۲- اگر  $\delta(P_1, P_2) \approx 0$  آنگاه رفتار حلقه بسته دو سیستم  $P_1$  و  $P_2$  مشابه یکدیگر است و کنترل کننده طراحی شده برای یکی از سیستم‌ها می‌تواند سبب پایداری سیستم دیگر شود. در غیر این صورت ( $\delta(P_1, P_2) \neq 0$ ) دو سیستم خطی در حالت حلقه بسته متفاوت خواهند بود و با اعمال کنترل کننده حاصل از سیستم اول به سیستم دوم لزوماً تضمین پایداری وجود نخواهد داشت. قضیه ۱ ارتباط میان معیار فاصله و ضمانت پایداری را تشریح می‌کند.

**قضیه ۱ [۳۶]:** فرض کنید سیستم فیدبک با زوج  $(P, K)$  پایدار است. اگر  $\mathcal{P} \triangleq \{P_\Delta \mid \delta(P, P_\Delta) < \delta_P\}$  تعریف شود آنگاه سیستم فیدبک با زوج  $(P_\Delta, K)$  برای تمامی  $P_\Delta \in \mathcal{P}$  نیز پایدار است اگر و تنها اگر

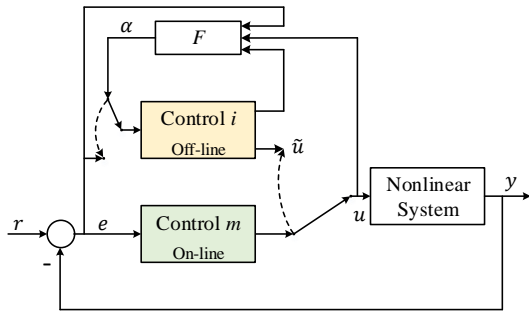
$$\delta_P = \delta(P, P_\Delta) \leq b_{P,K} \quad (9)$$

که در آن  $K(s)$  کنترل کننده پایدار ساز  $P(s)$  بوده و  $b_{P,K}$  حاشیه پایداری سیستم خطی  $P(s)$  است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$b_{P,K} = \left\| \begin{bmatrix} I \\ K(s) \end{bmatrix} (I + P(s)K(s))^{-1} \begin{bmatrix} I & P(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty^{-1} \quad (10)$$

## طراحی کنترل بدون ضربه

در این مقاله برای سادگی ساختار کنترل کننده جامع چندگانه، کنترل کننده‌های محلی یک درجه آزادی هستند. برای برطرف کردن ضربه سیگنال کنترل، روش ارائه شده در [۳۱] مورد کاربرد واقع می‌شود. در این روش لازم است که کنترل کننده‌های محلی بعد محدود، خطی و تغییرناپذیر با



شکل ۲: طراحی کنترل بدون ضربه [۳۱].

### طراحی کنترل کننده چندگانه بدون ضربه

#### طراحی کنترل کننده مقاوم بدون ضربه یگانه

فرض کنید سیستم غیرخطی (۱) در نقطه تعادل  $(x_{ei}, u_{ei})$  خطی شده و ماتریس‌های سیستم  $(A_i, B_i, C_i, D_i)$  با استفاده از (۳) بدست آمده‌اند. تابع تبدیل  $P_i$  به صورت زیر خواهد بود.

$$P_i = C_i(sI - A_i)^{-1}B_i + D_i \quad (17)$$

که در آن  $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ماتریس واحد است. کنترل کننده محلی  $i$  ام به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$K_i(s) = \frac{k_{pi}s + k_{ii}}{s(\tau_{fi}s + 1)} \quad (18)$$

که در آن  $k_{pi} \in \mathbb{R}, k_{ii} \in \mathbb{R}, \tau_{fi} \in \mathbb{R}$  و  $i \in \{1, 2, \dots, N_s\}$  هستند. کنترل کننده (۱۸) ساختار تناسبی-انتگرالی به همراه یک فیلتر را دارد. فیلتر  $\frac{1}{\tau_{fi}s + 1}$  جهت برقراری شرط کنترل پذیر و مشاهده پذیر بودن نمایش کنترل کننده اضافه شده است. پارامترهای طراحی در بردار  $q = [k_{pi} \quad k_{ii} \quad \tau_{fi}]^T$  جمع می‌شوند که به مجموعه مفروضات مشخص  $\mathcal{D}$  متعلق است. این مجموعه به صورت

$$q \in \mathcal{D} = \{q \in \mathbb{R}^3 \mid \underline{q} \leq q \leq \bar{q}\} \quad (19)$$

تعریف می‌شود که  $\underline{q}$  و  $\bar{q}$  کران‌های فضای جستجو هستند. برای طراحی پارامترهای کنترل کننده، مسأله بهینه‌سازی

$$\begin{aligned} \min_q J_\lambda(q) &= \arg \max_{\lambda_j(q)} \{\text{Re}\{\lambda_j(T_i(s, q))\}, \forall j\}, \\ \text{sub. to } g_1(s, q) &= \|W_s(s)S(s)\|_\infty \leq 1, \\ g_2(s, q) &= \left\| \begin{bmatrix} I \\ K_i(s) \end{bmatrix} (I + P_i(s)K_i(s))^{-1} [I \quad P_i] \right\|_\infty^{-1} \geq \gamma, \quad q \in \mathcal{D}, \end{aligned} \quad (20)$$

تعریف می‌شود که  $T_i(s) = (I + P_i(s)K_i(s))^{-1}P_i(s)K_i(s)$  تابع مکمل حساسیت و  $\lambda_j$   $z$  امین مقدار ویژه  $T_i(s)$  است.  $\gamma$  یک آستانه تضمین کننده پایداری مقاوم است (قضیه ۱).  $S(s)$  تابع حساسیت، و  $g_1(s, q)$  و  $g_2(s, q)$  به ترتیب عملکرد مطلوب و پایداری حلقه بسته را آدرس می‌دهند. همچنین تابع وزنی  $W_s(s)$  بزرگ‌ترین مقدار ویژه  $S(s)$  را فرم می‌دهد. در این مقاله از رابطه (۲۱) برای این منظور استفاده می‌شود [۳۶].

$$W_s(s) = \frac{s}{M_s + \omega_b} \quad (21)$$

زمان باشند. همچنین لازم است که کنترل کننده‌های غیرفعال کاملاً کنترل پذیر و مشاهده پذیر باشند. همچنین ورودی و خروجی کنترل کننده فعال نیز می‌بایست در دسترس باشد (برای جزئیات بیشتر به [۳۱] مراجعه شود).

مسأله کلیدزنی بدون ضربه را می‌توان بدین صورت بیان کرد که اولاً خروجی کنترل کننده‌های غیرفعال و فعال در زمان کلیدزنی تا حد ممکن به هم نزدیک باشند و ثانیاً ورودی کنترل کننده‌های غیرفعال و فعال نیز حتی‌الامکان به هم نزدیک باشند تا در زمان کلیدزنی پدیده ضربه رخ ندهد. این دو هدف را می‌توان به صورت تابع هدف زیر بیان نمود.

$$J(\tilde{u}, \alpha, t_f) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (z_u(t)^T W_u z_u(t) + z_e(t)^T W_e z_e(t)) dt + \frac{1}{2} z_u(t_f)^T W_{t_f} z_u(t_f) \quad (11)$$

که در آن  $z_u(t)$  و  $z_e(t)$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} z_u(t) &= \tilde{u}(t) - u(t) \\ z_e(t) &= \alpha(t) - e(t) \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن،  $u(t)$  سیگنال کنترل کنترل کننده فعال،  $e(t)$  سیگنال خطا،  $\tilde{u}(t)$  سیگنال کنترل کنترل کننده‌های غیرفعال و  $\alpha(t)$  سیگنال تولید شده توسط فیدبک استاتیک  $F$  است. همچنین ماتریس‌های مثبت معین با ابعاد مناسب هستند که با توجه به اهداف طراحی توسط طراح تعیین می‌شوند. شکل (۲) شماتیک این روش را نمایش می‌دهد. کنترل کننده غیرفعال  $i$  ام تحریک شده توسط  $\alpha(t)$  دارای دینامیک زیر فرض می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c \alpha(t) \\ \tilde{u}(t) &= C_c x_c(t) + D_c \alpha(t) \end{aligned} \quad (13)$$

که طبق فرضیات روش،  $(A_c, B_c)$  کنترل پذیر و  $(A_c, C_c)$  مشاهده پذیر هستند. با در نظر گرفتن هدف (۱۱)،  $\alpha(t)$  و  $F$  به صورت زیر بدست می‌آیند (برای جزئیات بیشتر به [۳۱] مراجعه شود).

$$\alpha(t) = F \begin{bmatrix} x_c(t) \\ u(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$F = \Delta \begin{bmatrix} (B_c^T \Pi + D_c^T W_u C_c)^T \\ (-D_c^T W_u + B_c^T M (C_c^T W_u + C_c^T W_u D_c \Delta D_c^T + \Pi B_c \Delta D_c^T W_u)) \\ (-W_e + B_c^T M (C_c^T W_u D_c \Delta W_e + \Pi B_c \Delta W_e))^T \end{bmatrix}^T$$

که در آن، ماتریس‌های  $M, \Delta, \bar{A}_c, \bar{B}_c$  و  $\bar{C}_c$  به صورت (۱۵) تعریف می‌شوند. همچنین ماتریس  $\Pi$  از معادله ریکاتی به صورت (۱۶) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} M &= (\bar{A}_c^T + \Pi \bar{B}_c)^{-1} \\ \Delta &= -(D_c^T W_u D_c + W_e)^{-1} \\ \bar{A}_c &= A_c + B_c \Delta D_c^T W_u C_c \\ \bar{B}_c &= B_c \Delta B_c^T \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_c &= C_c^T W_u (I + D_c \Delta D_c^T W_u) C_c \\ \Pi \bar{A}_c + \bar{A}_c^T \Pi + \Pi \bar{B}_c \Pi + \bar{C}_c &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

**گام ۶- محاسبه بیشترین فاصله:** بزرگترین فاصله میان  $P^*$  و دیگر مدل‌های محلی را با استفاده از  $\delta^* = \max_{i \leq m \leq j} (\delta(P^*, P_m))$  تعیین کنید.

**گام ۷- طراحی کنترل‌کننده محلی مقاوم:** برای عملکرد مطلوب تعریف شده، تابع وزنی  $W_s(s)$  را طراحی کرده و مسأله بهینه‌سازی (۲۳) را حل نمایید. اگر مسأله جواب داشت، پارامترهای کنترل‌کننده  $K$  را بدست آورید. اگر  $\delta^* \leq b_{P^*, K}$  آنگاه قرار دهید  $j = j + 1$  و به مرحله ۵ بازگردید تا امکان وجود یک مدل خطی دیگر در این زیر ناحیه را بررسی نمایید. در غیر این صورت ( $b_{P^*, K} < \delta^*$ ) به مرحله ۸ بروید.

**گام ۸- مشخص کردن زیرناحیه:**  $z = j - 1$  را تنظیم کنید. به این ترتیب،  $z - i + 1$  مدل خطی در یک زیر ناحیه دسته‌بندی شده‌اند. با استفاده از رابطه (۲۴) مدل محلی نامی ( $P^*$ ) را مشخص کنید و در ادامه با حل مسأله بهینه‌سازی رابطه (۲۳) کنترل‌کننده محلی ( $K$ ) را طراحی کنید.

**گام ۹- تکرار فرایند تا تقسیم بندی تمام ناحیه کاری:** قرار دهید  $i = z$  و به مرحله ۴ بازگردید. مراحل فوق را تا زمانی ادامه دهید که تمامی  $N$  مدل محلی در زیرناحیه‌های متفاوت دسته‌بندی شوند.

**گام ۱۰- طراحی کنترل‌کننده‌های محلی بدون ضربه:** فرض کنید  $N_s$  زیر ناحیه به دست می‌آید. بنابراین  $N_s$  کنترل‌کننده محلی خواهیم داشت که پایداری مقاوم و عملکرد محلی هر زیرناحیه را تضمین می‌کنند. برای کنترل‌کننده محلی طراحی شده به صورت (۱۸)، نمایش فضای حالت را به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_f} \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_c = [K_f \quad K_p], D_c = 0 \quad (25)$$

بدین ترتیب به شرطی که  $K_p \neq T_f K_f$  باشد، نمایش فضای حالت کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر بوده و شرط طراحی فیدبک کنترل‌کننده بدون ضربه برقرار خواهد بود. با طراحی ماتریس‌های  $W_u$  و  $W_e$  با توجه به رابطه (۱۱)، فیدبک  $F$  را برای هر یک از  $N_s$  کنترل‌کننده محلی طراحی شده بدست آورید.

**گام ۱۰- طراحی کنترل‌کننده جامع:** کنترل‌کننده جامع به صورت رابطه (۲۶) از ترکیب وزن‌دار کنترل‌کننده‌های محلی ساخته خواهد شد که این توابع وزنی براساس متغیرهای بهره‌بندی و به صورت (۲۷) محاسبه می‌شوند.

$$u(t) = \sum_{i=1}^{N_s} \omega_i(t) u_i(t) \quad (26)$$

$$\omega_i(t) = \begin{cases} 1 & \theta(t) \in \psi_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (27)$$

که در آن  $\theta$  متغیر بهره‌بندی و  $\psi_i \subseteq \Psi$  زیرفضای  $i$  ام و  $\Psi$  فضای کاری کل است.

که در آن،  $M_s$  و  $\omega_b$  به ترتیب پیک و پهناى باند تابع  $S(s)$  بوده و  $\sigma$  یک مقدار حقیقی مثبت کوچک است.

با استفاده از روش توابع جریمه می‌توان مسأله (۲۰) را به مسأله بهینه‌سازی نامقید

$$J(q) = J_\lambda(q) + \rho(\max(g_1(s, q) - 1, 0) + \max(\gamma - g_2(s, q), 0)) \quad (22)$$

تبدیل کرد. بدین ترتیب مقدار بهینه پارامترها  $q_{opt} \in \mathbb{R}^3$  با استفاده از رابطه (۲۳) بدست می‌آید.

$$q_{opt} = \operatorname{argmin}_{q \in D} J(q) \quad (23)$$

برای حل مسأله (۲۳) که یک مسأله بهینه‌سازی غیرمحدب است از روش  $HKA^1$  استفاده می‌شود. مهم‌ترین مزیت این روش در مقایسه با روش‌های موجود مانند  $PSO^y$ ، نیازمندی به تعداد پارامترهای طراحی کمتر و سرعت اجرای آن است.

### طراحی کنترل‌کننده مقاوم بدون ضربه چندگانه

الگوریتم زیر برای طراحی کنترل‌کننده چندگانه ارائه می‌شود که در آن انتخاب مدل‌های محلی نامی و طراحی کنترل‌کننده‌های محلی با یکدیگر یکپارچه می‌شوند و بدین ترتیب از افزونگی کنترل‌کننده‌های محلی و متناظرا پیچیدگی کنترل‌کننده چندگانه جلوگیری به عمل می‌آید.

**الگوریتم انتخاب مدل‌های محلی نامی و طراحی بانک کنترل‌کننده:**

**گام ۱- یافتن مدل‌های محلی:** متغیرهای بهره‌بندی<sup>۸</sup> را برای سیستم مورد مطالعه تعیین نموده و با استفاده از معیار فاصله و الگوریتم شبکه‌بندی Dichotomy در [۱۲] فضای کاری سیستم غیرخطی را شبکه‌بندی کنید. فرض کنید  $N$  نقطه به دست آید. به این ترتیب، به ازای هر یک از نقاط بدست آمده مدل خطی متناظر را با استفاده از روابط (۲) و (۳) به دست آورید ( $P_i (i = 1, \dots, N)$ ).

**گام ۲- محاسبه فاصله بین مدل‌های محلی:** فاصله میان تمامی مدل‌های خطی را با استفاده از رابطه (۸) محاسبه کنید. به این ترتیب یک ماتریس  $N \times N$  ساخته می‌شود ( $\text{gap} = [\delta_{i,j}] = [\delta(P_i, P_j)]_{N \times N}$ ).

**گام ۳- قرار دهید  $i = 1$**

**گام ۴- قرار دهید  $j = i + 1$**

**گام ۵- انتخاب مدل محلی نامی:** مدل محلی نامی ( $P^*$ ) را از میان  $i$  امین تا  $j$  امین مدل محلی با استفاده از رابطه (۲۴) مشخص کنید.

$$P^* \triangleq \{P_k | \min_{i \leq k \leq j} (\max_{i \leq m \leq j} (\delta(P_m, P_k)))\}. \quad (24)$$

<sup>۶</sup> Heuristic Kalman Algorithm

<sup>۷</sup> Particle Swarm Optimization

<sup>۸</sup> Scheduling Variable

## نتایج شبیه‌سازی

به منظور بررسی قدرت اثربخشی الگوریتم پیشنهاد شده، یک فرآیند شیمیایی غیرخطی مورد مطالعه قرار می‌گیرد که رفتار غیرخطی گری شدیدی دارد و مورد توجه محققان بسیاری قرار گرفته است [۱۶، ۲۹]. رابطه (۲۶) معادلات دینامیکی غیرخطی سیستم CSTR را نشان می‌دهد [۲۹].

$$\begin{cases} \frac{dh(t)}{dt} = F_1(t) + F_2(t) - \alpha\sqrt{h(t)}, \\ \frac{dC_b(t)}{dt} = (C_{b1} - C_b(t))\frac{F_1(t)}{h(t)} + (C_{b2} - C_b(t))\frac{F_2(t)}{h(t)} - \frac{k_1 C_b(t)}{(1+k_2 C_b(t))^2}, \end{cases} \quad (28)$$

که در آن  $h(t)$  سطح مایع،  $C_b(t)$  غلظت محصول خروجی،  $F_1(t)$  و  $F_2(t)$  به ترتیب نرخ جریان تغذیه غلظت‌های  $C_{b1}$  و  $C_{b2}$  هستند. جدول (۱) مقادیر نامی پارامترهای سیستم (۲۸) را نمایش می‌دهد.

جدول ۱: مقادیر نامی پارامترهای سیستم غیرخطی (۲۸).

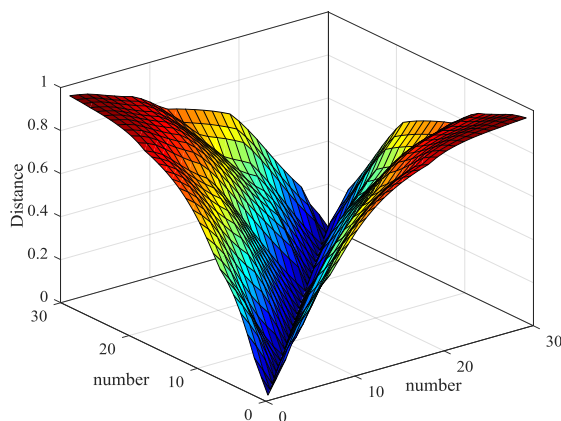
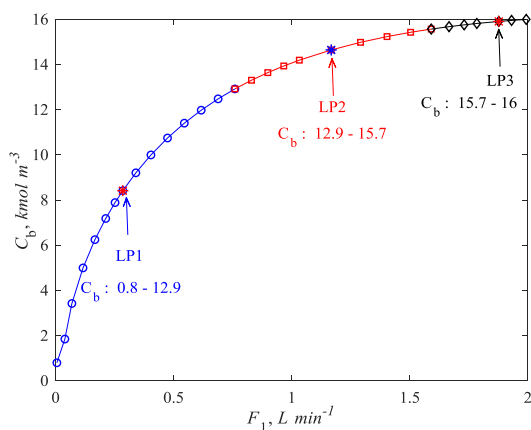
Parameter	Value
$C_{b1}$	24.9 kmol/m <sup>3</sup>
$C_{b2}$	5 kmol/m <sup>3</sup>
$k_1, k_2$	1
$\alpha$	0.2
$F_2$	0.7 l/min

خروجی  $C_b$  به عنوان متغیر بهره‌بندی انتخاب می‌شود. برای یافتن تعداد و موقعیت نقاط تعادل مورد نیاز برای شبکه‌بندی مناسب اولیه، از الگوریتم Dichotomy در [۱۲] استفاده شده است. برای پیاده‌سازی این الگوریتم، مقدار آستانه 0.1 و متغیر بهره‌بندی  $C_b \in [0.8, 16]$  در نظر گرفته شده است. با اجرای الگوریتم Dichotomy، 30 نقطه تعادل ( $N = 30$ ) بدست می‌آید. بدین ترتیب فاصله میان هر دو مدل محلی کمتر از مقدار آستانه 0.1 خواهد بود. منحنی حالت تعادل سیستم (۲۸)، موقعیت نقاط تعادل متناظر با مدل‌های محلی و مدل‌های محلی نامی در شکل ۳-الف نشان داده شده است. شکل ۳-ب فاصله میان هر دو زوج مدل محلی را نشان می‌دهد. مطابق با مشخصه مطرح شده در معیار فاصله در صورتی که فاصله بین دو مدل نزدیک به 1 باشد، آن دو مدل خطی رفتار دوری را در مضمون حلقه بسته خواهند داشت و به عبارت دیگر سیستم به شدت غیرخطی خواهد بود [۱۲]. در این شکل مشاهده می‌شود که بیشترین فاصله بین مدل‌های

محلی 0.95 است که موید رفتار شدید غیرخطی برای سیستم مورد مطالعه است. با محاسبه مدل محلی نامی در میان 30 مدل محلی بدست آمده یعنی با محاسبه  $P^* \triangleq \{P_l | \min_{1 \leq l \leq 30} (\max_{1 \leq k \leq 30} (\delta(P_k, P_l)))\}$  مدل محلی سیزدهم به عنوان مدل محلی نامی انتخاب می‌شود که بیشترین فاصله میان آن و مابقی مدل‌های محلی برابر با 0.7483 است. با محاسبه بیشینه آستانه پایداری برای مدل 13 با استفاده از رابطه

$$b_{opt}(P) = \left\{ \inf_{K \text{ stabilizing}} \left\| \begin{bmatrix} I \\ K \end{bmatrix} (I + PK)^{-1} [I \quad P] \right\|_{\infty} \right\}^{-1} \quad (29)$$

مقدار آن برابر با 0.7432 بدست می‌آید. بنابراین از آن جایی که  $b_{opt}(P_{13}) < \max_{1 \leq m \leq 30} (\delta(P_{13}, P_m))$  است، لذا کنترل سیستم غیرخطی (۲۸) در فضای کاری  $C_b \in [0.8, 16]$  با یک کنترل کننده تنها امکان پذیر نیست و به منظور استفاده از روش‌های طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های خطی می‌بایست از تکنیک مدل‌های چندگانه بهره گرفت.

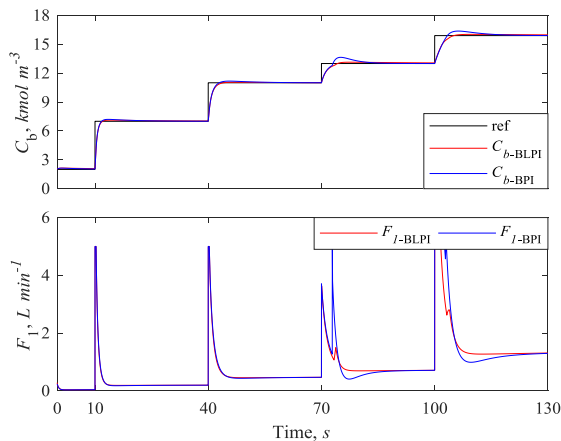


شکل ۳: الف) منحنی تعادل سیستم غیرخطی (۲۸) و مدل‌های محلی نامی (شکل بالا)، ب) فاصله میان مدل‌های محلی (شکل پایین).

با اجرای الگوریتم ارائه شده در این مقاله، فضای کاری سیستم غیرخطی (۲۸) به سه زیرناحیه تجزیه می‌شود که جدول (۲)



زمان‌های غیر از کلیدزنی دارای عملکرد مشابهی هستند. با این حال، در زمان کلیدزنی، سیگنال کنترلی بدست آمده از روش بدون ضربه دارای پرش بسیار کمتری نسبت به [۱۶] است که متناظرا خروجی در لحظه کلیدزنی به روش بدون ضربه با عملکرد بهتری به هدف ردیابی نائل شده است. مقادیر میانگین مجموع مربعات خطا برای دو روش شبیه‌سازی شده به ترتیب  $MSE(C_{b-BLPI}) = 0.18$  و  $MSE(C_{b-BPI}) = 0.22$  است. همچنین مقادیر میانگین مجموع مربعات سیگنال کنترل نیز به ترتیب  $MS(F_{1-BLPI}) = 1.4$  و  $MS(F_{1-BPI}) = 1.6$  است.



شکل ۴: پاسخ حلقه بسته سیستم (۲۸) تحت کنترل کننده بدون ضربه پیشنهادی و ارائه شده در [۱۶].

همچنین عملکرد کنترل کننده بدون ضربه در حالت وجود عدم قطعیت پارامتری در دو حالت مورد بررسی واقع شده است. شکل‌های (۵) و (۶) به ترتیب برای حالتی که  $C_{b1} = 20 \text{ kmol/m}^3$  و  $C_{b2} = 0.5 \text{ kmol/m}^3$  است نتایج

جدول ۲: نتایج تجزیه فضای کاری سیستم غیرخطی (۲۸) با استفاده از روش پیشنهادی.

Sub-region	1st	2nd	3rd
Included local models	1 – 15	16 – 24	25 – 30
Scheduling variable ( $C_b$ ) range	0.8 – 12.9	12.9 – 15.7	15.7 – 16
Operation point	8 <sup>th</sup> ( $C_b = 8.42$ )	20 <sup>th</sup> ( $C_b = 14.64$ )	28 <sup>th</sup> ( $C_b = 15.9$ )
Nominal model	$P_1^* = \frac{0.68s + 0.01}{s^2 + 0.05s + 0.0006}$	$P_2^* = \frac{0.12s + 0.001}{s^2 + 0.03s + 0.0002}$	$P_3^* = \frac{0.05s + 8.5e - 5}{s^2 + 0.02s + 9.6e - 5}$
Maximum gap	$\delta_{\max}(P_1^*) = 0.50$	$\delta_{\max}(P_2^*) = 0.26$	$\delta_{\max}(P_3^*) = 0.18$
Sensitivity Weighting Function	$W_s(s) = \frac{0.81s + 0.23}{s + 0.00023}$	$W_s(s) = \frac{0.81s + 0.23}{s + 0.00023}$	$W_s(s) = \frac{0.81s + 0.18}{s + 0.00018}$
Local controller	$K_1 = \frac{1.62s + 0.1}{s(0.01s + 1)}$	$K_2 = \frac{3.18s + 0.1}{s(0.01s + 1)}$	$K_2 = \frac{4.43s + 0.1}{s(0.01s + 1)}$
Stability margin	$b_{P_1^*, K_1} = 0.52$	$b_{P_2^*, K_2} = 0.3$	$b_{P_3^*, K_3} = 0.22$

نتایج حاصل از تجزیه و کنترل کننده طراحی شده برای هر زیرناحیه را نمایش می‌دهد. مزیت روش ارائه شده برای تجزیه فضای کاری در این مقاله نسبت به مراجع دیگر از جمله [۱۶]، [۲۴] عدم وابستگی به یک آستانه از پیش تعیین شده و جلوگیری از اجرای اضافی الگوریتم به دلیل انتخاب نامناسب اولیه آستانه است که سرعت اجرای الگوریتم بدین روش افزوده خواهد شد. برای طراحی کنترل کننده‌های محلی اول و دوم، تابع وزنی عملکرد با توجه به اهداف زمان نشست کمتر از 15 ثانیه، بالازدگی کمتر از 2 درصد و خطای حالت ماندگار کمتر از 0.1 درصد طراحی شده است. همچنین برای کنترل کننده محلی زیرناحیه سوم، زمان نشست کمتر از 20 ثانیه در نظر گرفته شده و بقیه اهداف طراحی مانند زیرناحیه‌های اول و دوم است. بنابراین، کنترل کننده‌های طراحی شده موجب می‌شوند تا تابع حساسیت حلقه بسته همواره زیر  $|1/W_s(j\omega)|$  واقع شود. همچنین  $D = \{q \in \mathbb{R}^3 | (0,0,0)^T \leq q \leq (10,10,0.1)^T\}$  به عنوان فضای جستجو برای طراحی پارامترهای کنترل کننده‌های محلی در نظر گرفته شده است.

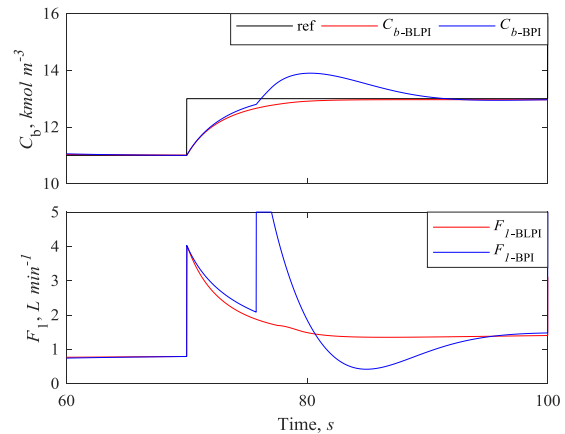
پاسخ سیستم حلقه بسته در شکل (۴) نشان داده شده است. همچنین نتایج شبیه‌سازی با [۱۶] که در آن از کنترل کننده‌های محلی PI استفاده شده است مقایسه می‌شود. در تمامی شکل‌ها اندیس BLPI بیانگر روش طراحی PI بدون ضربه و BPI بیانگر روش طراحی PI معمولی است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده‌های طراحی شده در

بدین ترتیب براساس نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود که در روش طراحی کنترل کننده چندگانه بدون ضربه سیگنال کنترل در لحظه کلیدزنی دارای پرفش کمتری است و لذا حرکت خروجی سیستم از یک زیرناحیه به زیرناحیه دیگر بسیار ملایم و بدون جهش‌های ناگهانی انجام می‌گیرد. همچنین نتایج عددی و مقایسه مقادیر مربعات خطای خروجی و مجموع مربعات سیگنال کنترل گواه این موضوع هستند.

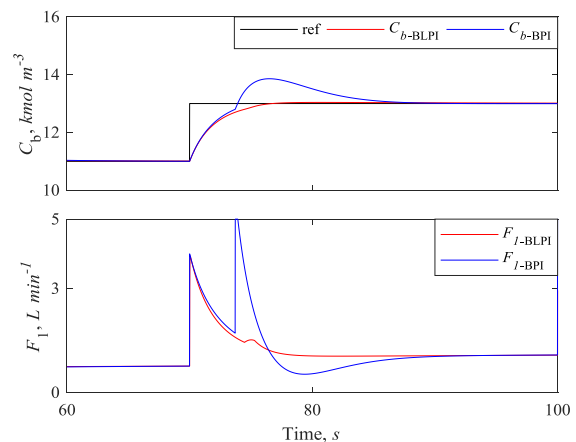
### نتیجه گیری

در این مقاله، روشی جامع برای کنترل سیستم‌های غیرخطی با رفتار پیچیده ارائه گردید. از آنجایی که کنترل این دسته از سیستم‌ها عملاً با یک کنترل کننده خطی میسر نخواهد بود، لذا برای بهره بردن از مزایای روش‌های طراحی مبتنی بر سیستم‌های خطی باید سیستم غیرخطی را به تعدادی مدل خطی تجزیه کرد. تعداد مدل‌های خطی و محل خطی‌سازی دو سوال مهمی هستند که تاکنون به صورت جامع پاسخ داده نشده‌اند. در این مقاله از ابزارهای مفید معیار فاصله و حاشیه پایداری برای تحقق این امر استفاده شد و الگوریتمی برای تعیین مدل‌های محلی نامی ارائه گردید. نشان داده شد که الگوریتم ارائه شده در این مقاله نیازی به دانش تجربی در مورد سیستم و تعیین یک آستانه از پیش تعیین شده ندارد. همچنین برای جلوگیری از رخداد مساله افزونگی کنترل کننده‌های محلی، دو معیار پایداری و عملکرد از طریق یک مساله بهینه‌سازی با یکدیگر تجمیع شدند. از سوی دیگر کنترل کننده‌های محلی در روش پیشنهادی دارای ساختار ساده تناسبی-انتگرالی هستند که بسیار در صنعت مورد استفاده واقع می‌شوند اما در لحظه کلیدزنی با هر یک از کنترل کننده‌های غیرفعال، سیگنال کنترل دچار جهش ناگهانی می‌شود که این موضوع از حضور انتگرال‌گیر نشأت می‌گیرد. برای حل این مساله از روش طراحی کنترل کننده بدون ضربه برای طراحی کنترل کننده‌های محلی استفاده شد. در این روش کنترل کننده‌های غیرفعال به جای تغذیه با سیگنال خطا، از یک سیگنال دیگر تغذیه می‌شوند که توسط یک فیدبک استاتیک بوجود می‌آید و موجب می‌شود در لحظه کلیدزنی خروجی کنترل کننده‌های فعال و غیرفعال به یکدیگر نزدیک باشند تا از جهش سیگنال کنترل جلوگیری شود. نتایج شبیه‌سازی که بر روی سیستم غیرخطی CSTR اعمال شده است نشان می‌دهد که روش پیشنهادی از لحاظ عملکرد حلقه بسته، سرعت پاسخ و تغییرات سیگنال کنترل در لحظه کلیدزنی نسبت به روش‌های رقیب دارای برتری است به طوری که میانگین مجموع مربعات خطای پاسخ حلقه بسته حدود ۱۸

شبیه‌سازی را نشان می‌دهند. با توجه به شکل‌های (۵) و (۶) مشاهده می‌شود که در زمان کلیدزنی، سیگنال کنترلی در روش بدون ضربه دارای پرفش بسیار ناچیزی نسبت به [۱۶] است. پرفش ناچیز سیگنال کنترل در لحظه کلیدزنی موجب حرکت بسیار نرم خروجی از یک زیرناحیه به دیگری شده و این موضوع به خوبی در شکل‌های (۵) و (۶) قابل مشاهده است. مقادیر میانگین مجموع مربعات خطا برای دو روش شبیه‌سازی شده در شکل (۵) به ترتیب  $MSE(C_b-BLPI) = 0.46$  و  $MSE(C_b-BPI) = 0.50$  و در شکل (۶) به ترتیب  $MSE(C_b-BPI) = 0.25$  و  $MSE(C_b-BLPI) = 0.30$  است. همچنین مقادیر میانگین مجموع مربعات سیگنال کنترل نیز در شکل (۵) به ترتیب  $MS(F_{1-BPI}) = 5.7$  و  $MS(F_{1-BLPI}) = 7.4$  و در شکل (۶) به ترتیب  $MS(F_{1-BLPI}) = 2.5$  و  $MS(F_{1-BPI}) = 3$  است.



شکل ۵: پاسخ حلقه بسته سیستم (۲۸) تحت کنترل کننده بدون ضربه پیشنهادی و ارائه شده در مرجع [۱۶] و با فرض وجود عدم قطعیت پارامتری  $(C_{b1} = 20 \text{ kmol}/m^3)$



شکل ۶: پاسخ حلقه بسته سیستم (۲۸) تحت کنترل کننده بدون ضربه پیشنهادی و ارائه شده در مرجع [۱۶] و با فرض وجود عدم قطعیت پارامتری  $(C_{b2} = 0.5 \text{ kmol}/m^3)$



- [10] Q. Chen, L. Gao, R.A. Dougal, and S. Quan, "Multiple model predictive control for a hybrid proton exchange membrane fuel cell system," *Journal of Power Sources*, vol. 191, no. 2, pp. 473-482, 2009.
- [11] D. Dougherty and D. Cooper, "A practical multiple model adaptive strategy for single-loop MPC," *Control engineering practice*, vol. 11, no. 2, pp. 141-159, 2003.
- [12] J. Du, C. Song, Y. Yao, and P. Li, "Multilinear model decomposition of MIMO nonlinear systems and its implication for multilinear model-based control," *Journal of Process Control*, vol. 23, no. 3, pp. 271-281, 2013.
- [13] T.A. Johansen and B.A. Foss, "Identification of non-linear system structure and parameters using regime decomposition," *Automatica*, vol. 31, no. 2, pp. 321-326, 1995.
- [14] S. Hosseini, A. Fatehi, T.A. Johansen, and A.K. Sedigh, "Multiple model bank selection based on nonlinearity measure and H-gap metric," *Journal of Process Control*, vol. 22, no. 9, pp. 1732-1742, 2012.
- [15] J. Du and T.A. Johansen, "Integrated multimodel control of nonlinear systems based on gap metric and stability margin," *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 53, no. 24, pp. 10206-10215, 2014.
- [16] M. Ahmadi and M. Haeri, "A New Structured Multimodel Control of Nonlinear Systems by Integrating Stability Margin and Performance," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 139, no. 9, p. 091014, 2017.
- [17] K.S. Narendra and Z. Han, "The changing face of adaptive control: The use of multiple models," *Annual Reviews in Control*, vol. 35, no. 1, pp. 1-12, 2011.
- [18] J. Du, C. Song, and P. Li, "Multilinear Model Control of Hammerstein-like Systems Based on an Included Angle Dividing Method and the MLD-MPC Strategy," *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 48, no. 8, pp. 3934-3943, 2009.
- [19] K. Hariprasad, S. Bhartiya, and R.D. Gudi, "A gap metric based multiple model approach for nonlinear switched systems," *Journal of Process Control*, vol. 22, no. 9, pp. 1743-1754, 2012.
- [20] B. Aufderheide and B.W. Bequette, "A variably tuned multiple model predictive controller based on minimal process knowledge," *Proceedings of the 2001*

درصد و میانگین مربعات سیگنال کنترل حدود ۱۵ درصد نسبت به رقیب در حالت بدون عدم قطعیت بهبود پیدا یافته است. بدین ترتیب نتایج حاصله بر عملکرد مطلوب روش ارائه شده به هنگام کلیدزنی میان نواحی مختلف کاری صحه می گذارند.

## مراجع

- [1] R. Murray-Smith and T. Johansen, *Multiple-Model Approaches to Nonlinear Modelling and Control*, Taylor & Francis, 1997.
- [2] M.S. Chiu, S. Cui, and Q.G. Wang, "Internal model control design for transition control," *AIChE journal*, vol. 46, no. 2, pp. 309-320, 2000.
- [3] O. Galán, J.A. Romagnoli, and A. Palazoglu, "Robust  $H_\infty$  control of nonlinear plants based on multi-linear models: an application to a bench-scale pH neutralization reactor," *Chemical Engineering Science*, vol. 55, no. 20, pp. 4435-4450, 2000.
- [4] O. Galan, J.A. Romagnoli, and A. Palazoglu, "Real-time implementation of multi-linear model-based control strategies - an application to a bench-scale pH neutralization reactor," *Journal of Process Control*, vol. 14, no. 5, pp. 571-579, 2004.
- [5] L. Özkan and M.V. Kothare, "Stability analysis of a multi-model predictive control algorithm with application to control of chemical reactors," *Journal of Process Control*, vol. 16, no. 2, pp. 81-90, 2006.
- [6] R. Toscano and P. Lyonnet, "Robustness analysis and synthesis of a multi-PID controller based on an uncertain multimodel representation," *Computers & chemical engineering*, vol. 31, no. 2, pp. 66-77, 2006.
- [7] R. Toscano, "Robust synthesis of a PID controller by uncertain multimodel approach," *Information Sciences*, vol. 177, no. 6, pp. 1441-1451, 2007.
- [8] F. Wang, P. Bahri, P.L. Lee, and I. Cameron, "A multiple model, state feedback strategy for robust control of non-linear processes," *Computers & chemical engineering*, vol. 31, no. 5-6, pp. 410-418, 2007.
- [9] E. Arslan, M.C. Çamurdan, A. Palazoglu, and Y. Arkun, "Multimodel scheduling control of nonlinear systems using gap metric," *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 43, no. 26, pp. 8275-8283, 2004.

- Loop Shaping Design Procedure and decomposition based on Laguerre functions,” Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 38, no. 10, pp. 1236-1260, 2016.
- [31] M.C. Turner and D.J. Walker, “Linear quadratic bumpless transfer,” Automatica, vol. 36, no. 8, pp. 1089-1101, 2000.
- [32] Y. Peng, D. Vrancic, and R. Hanus, “Anti-windup, bumpless, and conditioned transfer techniques for PID controllers,” IEEE Control systems magazine, vol. 16, no. 4, pp. 48-57, 1996.
- [33] Q. Chen, Y. Li, and J.E. Seem, “Bumpless Transfer-Based Inter-Region Controller Switching of Wind Turbines for Reducing Power and Load Fluctuation,” IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 7, no. 1, pp. 23-31, 2016.
- [34] J. Du and T.A. Johansen, “A gap metric based weighting method for multimodel predictive control of MIMO nonlinear systems,” Journal of Process Control, vol. 24, no. 9, pp. 1346-1357, 2014.
- [35] T.T. Georgiou and M.C. Smith, “Optimal robustness in the gap metric,” IEEE transactions on automatic control, vol. 35, no. 6, pp. 673-686, 1990.
- [36] K. Zhou and J.C. Doyle, Essentials of robust control, Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998.
- [37] A. El-Sakkary, “The gap metric: Robustness of stabilization of feedback systems,” IEEE transactions on automatic control, vol. 30, no. 3, pp. 240-247, 1985.
- American Control Conference, USA, vol. 5, pp. 3490-3495, 2001.
- [21] A. Zribi, M. Chtourou, and M. Djemal, “A Systematic Determination Approach of Model’s Base Using Gap Metric for Nonlinear Systems,” Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 138, no. 3, p. 031008, 2016.
- [22] J. Du, L. Zhang, and Q. Han, “A novel weighting method for multi-linear MPC control of Hammerstein systems based on included angle,” ISA Transactions, vol. 80, pp. 212-220, 2018.
- [۲۳] مهدی احمدی و محمد حائری، “ارائه روشی جدید برای کاهش مجموعه مدل‌های محلی در روش مدل‌های چندگانه مبتنی بر آستانه پایداری بیشینه و Gap Metric”، مجله کنترل، جلد ۱۱، شماره ۲، صفحه ۲۲-۱۴، ۱۳۹۶.
- [24] M. Ahmadi and M. Haeri, “Multimodel Control of Nonlinear Systems: An Improved Gap Metric and Stability Margin-Based Method,” Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 140, no. 8, p. 081013, 2018.
- [25] J. Du and T.A. Johansen, “Integrated multilinear model predictive control of nonlinear systems based on gap metric,” Industrial & engineering chemistry research, vol. 54, no. 22, pp. 6002-6011, 2015.
- [26] J. Du, C. Song, and P. Li, “Multimodel control of nonlinear systems: an integrated design procedure based on gap metric and  $H_\infty$  loop shaping,” Industrial & engineering chemistry research, vol. 51, no. 9, pp. 3722-3731, 2012.
- [27] A.A. Jalali and H. Golmohammad, “An optimal multiple-model strategy to design a controller for nonlinear processes: A boiler-turbine unit,” Computers & chemical engineering, vol. 46, no. 0, pp. 48-58, 2012.
- [28] A. Zribi, M. Chtourou, and M. Djemal, “Multiple model reduction approach using gap metric and stability margin for control nonlinear systems,” International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 15, no. 1, pp. 267-273, 2017.
- [29] A.A. Haj Salah, T. Garna, J. Ragot, and H. Messaoud, “Transition and control of nonlinear systems by combining the loop shaping design procedure and the gap metric theory,” Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 38, no. 8, pp. 1004-1020, 2016.
- [30] A.A. Haj Salah, T. Garna, J. Ragot, and H. Messaoud, “Synthesis of a robust controller with reduced dimension by the