



مکان‌یابی تسهیلات چند هدفه با محدودیت ظرفیت و رویکرد ترکیبی سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک

رضا لطفی^۱، مجید امین نیری^{۲*}

۱. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران.

۲. دانشیار مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران.

خلاصه

مدل استاندارد مکان‌یابی با محدودیت ظرفیت (CPLP/CWLP) به جایابی تسهیلات روی شبکه‌ای از تقاضای مشتریان با هدف کمینه‌سازی هزینه کل می‌پردازد. هدف این مسئله پوشش کلیه تقاضاها با تعداد استقرار مشخص تسهیلات با محدودیت ظرفیت برای کاهش هزینه است. در این مقاله جهت نزدیک شدن به دنیای واقعی، پارامترهای مدل فازی و تابع هدف چند هدفه است که همزمان هزینه استقرار کل و زمان جابجایی طی شده با توجه به محدودیت‌ها کمینه می‌شود. نوآوری در این مقاله استفاده از رویکرد هیبرید سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک به منظور جواب نزدیک به بهینه است که از روش L-p تک هدفه فازی استفاده می‌شود و جواب مسئله را با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نیز مقایسه شده و نشان می‌دهد اختلاف معنی‌داری در کارایی جواب و زمان وجود دارد. کاربرد این مسئله در مکانیابی انواع تسهیلات شامل انبار، کارخانجات و بخش خدمات است.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۴/۰۲/۱۷

پذیرش ۱۳۹۵/۰۲/۰۱

کلمات کلیدی:

چندهدفه

مکان‌یابی با محدودیت

ظرفیت

سیمپلکس فازی

الگوریتم ژنتیک

۱- مقدمه

مدل استاندارد مکان‌یابی با محدودیت ظرفیت (CPLP/CWLP) به جایابی تسهیلات روی شبکه‌ای از تقاضای مشتریان با هدف کمینه‌سازی هزینه کل است. هدف این مسئله پوشش کلیه تقاضاها با تعداد استقرار مشخص تسهیلات با محدودیت ظرفیت برای کاهش هزینه است. کاربرد این مسئله در مکانیابی انواع تسهیلات شامل انبار، کارخانجات و بخش خدمات است.

مسئله مکان‌یابی بصورت بدون محدودیت ظرفیت توسط افرویمسن و رای [۱] ارائه می‌شود و بعد از آن خوماوالا [۲] یک الگوریتم شاخه و حد براساس فرمول‌بندی خطی ضعیف ارائه می‌نماید. فرمول‌بندی قوی خطی نیز توسط ارلنکتر [۳] استفاده می‌شود و براساس رویه دوال برای مسئله بدون محدودیت ظرفیت که شاید موثرترین و آسانترین ابزار برای حل این دسته

از مسائل ارائه می‌شود. نتایج مرتبط با کار فوق را گوینارد و اسپیلبرگ [۴] با ارائه یک الگوریتم هیورستیک در ابعاد بزرگ به مسئله می‌پردازد. همچنین با مدل‌سازی کاملی ریاضیات مساله مکان‌یابی بدون محدودیت ظرفیت نیز توسط کورنلوس و همکاران [۵] ارائه می‌شود.

مسئله مکان‌یابی با محدودیت ظرفیت ابتدا توسط کوهن و همبورگر [۶] مورد مطالعه قرار می‌گیرد. آنها از الگوریتم پایه‌ای Add, Drop که الگوریتم سازنده بود برای حل مساله استفاده می‌کنند. اکینز و خوماوالا از برنامه‌ریزی خطی از طریق آزادسازی (لاگرانژ) محدودیت‌ها در مسئله استفاده می‌کند [۷]. ون روی [۸] با رویکردی براساس لاگرانژی که بیسلی [۹] استفاده می‌نماید، موثرترین تکنیک جهت حل مدل با محدودیت ظرفیت را ارائه می‌نماید که از طریق دوالیزه کردن محدودیت ظرفیت اجرا می‌شود و کلیه تسهیلات را مانند یک مسئله حمل و نقل استقرار می‌داد. اما در پژوهشی دیگر گنگ و همکاران با توجه به اینکه رویکرد قبلی دارای ضعفی در سرعت حل است از رویکرد شبکه عصبی استفاده می‌نماید که زمان

* نویسنده مسؤول: مجید امین نیری

تلفن: ۰۲۱-۶۴۵۴۵۳۳۵؛ پست الکترونیک: mjnayeri@aut.ac.ir

می‌شود و با استفاده از تابع کوادراتیک مسئله را بهبود می‌دهد. در مقاله مروری که توسط ماکویی و همکاران [۲۳] ارائه شده است، به مکان‌یابی تسهیلات در محیط رقابتی با استفاده از تئوری بازی‌ها می‌پردازد.

باتوجه به مقالاتی که در مرور ادبیات بررسی گردید از رویکردهای مختلفی جهت حل مسئله مکان‌یابی بهره‌برداری می‌شود که کیفیت جواب را کاهش، زمان حل یا پیچیدگی مسئله را افزایش می‌دهد و این در حالی است که در مکان‌یابی تسهیلات دارای ظرفیت با استفاده از ترکیب سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک پرداخته نشده است در حالی که این موضوع باعث تسریع در فرایند حل مسئله در ابعاد بزرگ می‌شود. در نتیجه نوآوری در این مقاله به مکان‌یابی تسهیلات چند هدفه با محدودیت ظرفیت و رویکرد ترکیبی سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک به منظور تسریع در فرایند بهینه‌سازی در ابعاد بزرگ می‌پردازد که همزمان هزینه استقرار کل و زمان جابجایی طی شده را کمینه می‌نماید و جهت ادغام اهداف از روش L-p تک هدفه فازی استفاده می‌شود و جواب مسئله را با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و الگوریتم دقیق مقایسه می‌نماید و اختلاف معنی داری در کارایی جواب و زمان وجود دارد. این مقاله ترکیب توسعه‌ای بر مقاله ژاناسک و گابریسوا [۱۵]، آرتستگویی و همکاران [۱۶] است که علاوه بر آنها همزمان از رویکرد فازی و الگوریتم ژنتیک جهت حل مسئله چند هدفه دارای ظرفیت استفاده می‌شود.

در ادامه در بخش دوم به تشریح مدل ریاضی مکان‌یابی در شرایط چند هدفه فازی با محدودیت ظرفیت می‌پردازد سپس با توجه به فضای مسئله که NP-hard است [۲۴]. به تبیین منطق فازی و الگوریتم ژنتیک و الگوریتم پیشنهادی که سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک است اقدام می‌شود و سپس در بخش سوم با بیان مثال عددی مرحله به مرحله مسئله را با الگوریتم تبیین شده حل می‌نماید و به تنظیم پارامترهای الگوریتم پرداخته می‌شود و جوابهای نزدیک به بهینه را استخراج و با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و الگوریتم دقیق مقایسه می‌شود و در بخش چهارم به نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات می‌پردازد.

۲- مدل مسئله

مدل مسئله مکان‌یابی با توجه به مرور ادبیات صورت پذیرفته در مقاله ژاناسک و گابریسوا [۱۵] در شرایط چند هدفه فازی با محدودیت ظرفیت به صورت زیر بیان می‌شود.

مجموعه اندیس‌ها

I : مجموعه مشتریان (i : اندیس مشتریان)

J : مجموعه مکان‌های کاندید برای احداث تسهیلات (j : اندیس مکان‌ها)

پارامترها

f_j : هزینه راه اندازی تسهیل j (فازی)

حل بسیار موثر است [۱۰]. همچنین هریس و مامفورت [۱۱] مسئله فوق را بصورت چندهدفه توسعه و بهینه سازی می‌کند. کوهلی [۱۲] نیز مسئله را بصورت چند هدفه مدل‌سازی و با استفاده از یک الگوریتم کارای ژنتیک حل می‌نماید و با رویکرد ابتکاری نزدیکترین همسایه در ابعاد بزرگ مقایسه می‌نماید که الگوریتم ارائه شده کارایی خوبی نیز دارد. مویانگ [۱۳] نیز مسئله فوق را بصورت دوهدفه و به کمک روش دوال مدل‌سازی و ارائه می‌نماید و جواب بهینه می‌رسد. ژاناسک [۱۴] این مسئله را با محدودیت ظرفیت و پارامترها را فازی در نظر می‌گیرد و با آزادسازی محدودیت‌ها و در نظرگیری فرم فازی مسئله بهینه سازی می‌کند همچنین در مقاله دیگر ژاناسک و گابریسوا [۱۵] که مشابه حالت قبلی است، از ترکیب محدب توابع عضویت استفاده مینماید و این مورد باعث کاهش زمان حل نسبت به روش قبل می‌گردد که البته این موضوع به پیچیدگی مسئله اضافه می‌نماید.

آرتستگویی و همکاران [۱۶] در مسئله فوق مقایسه کلی بین رویکردهای حل ژنتیک، جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید را باهم مقایسه می‌نماید و نشان می‌دهند که شبیه‌سازی تبرید کارایی بهتری دارد. اما در ابعاد خیلی بزرگ زمان حل نیز خیلی زیاد است. در مقاله آبولیان و همکاران [۱۷] تابع هدف را به دو قسمت هزینه‌های حمل و استقرار و هزینه‌های عملیات که بصورت محدب غیرکاهشی تقسیم می‌نماید و با ارائه یک الگوریتم دقیق حدود بالا و پایین برای مسئله مکان‌یابی تسهیلات بدون ظرفیت مشخص می‌نماید.

همچنین در مقاله هریس و همکاران [۱۸] با ارائه مکان‌یابی با محدودیت ظرفیت بصورت چند هدفه که اهداف آن استقرار و کاهش نشر گاز CO₂ است کاربرد آنرا در جهت لجستیک سبز بکمک یک الگوریتم هیبرید که ترکیبی از آزاد سازی لاگرانژ و جبهه پارتو است راه حل‌های کارا را مشخص می‌نماید.

همچنین ایکینز [۱۹] با مرور ۲۳ مقاله فضای مسئله را به صورت زنجیره تامین دوسطحی تامین کننده و تسهیلات بسط و گسترش می‌دهد. در مقاله کراتیکا و همکاران [۲۰] مسئله را در حالت چند سطحی فرموله می‌نماید و به کمک رویکردی جدید به برنامه ریزی عدد صحیح و اعتبارسنجی آن می‌پردازد و توسط این الگوریتم دقیق قادر به حل اینگونه مسائل با ابعاد نسبتاً بزرگ است. در مقاله ماریک و همکاران [۲۱] مسئله بصورت دوسطحی که مشتریان تامین کنندگان را بر اساس ارجحیت انتخاب می‌نمایند و سه روش ترکیبی بهینه‌سازی ذرات و شبیه‌سازی تبرید و جستجوی همسایگی پیشنهاد می‌نماید و به نتیجه می‌رسد که در شرایط فوق جستجوی همسایگی کارایی بهتری دارد. در مقاله فیشتی و همکاران [۲۲] هزینه تخصیص بصورت کوادراتیک فرض می‌نماید و با رویکرد برش‌های تعمیم یافته گوشه‌ای که در ادبیات مورد استفاده است باعث کارایی حل مدل در فضای برنامه ریزی عدد صحیح

واژه‌ی فازی به معنای غیر دقیق، نواضح و مبهم (شناور) است. کاربرد این محث در علوم نرم‌افزاری را می‌توان به طور ساده این‌گونه تعریف کرد: منطق فازی از منطق ارزش‌های "صفر و یک" نرم‌افزارهای کلاسیک فراتر رفته و درگاهی جدید برای دنیای علوم نرم‌افزاری و رایانه‌ها می‌گشاید، زیرا فضای شناور و نامحدود بین اعداد صفر و یک را نیز در منطق و استدلال‌های خود به کار می‌گیرد.

همانطور که در بخش قبلی ملاحظه می‌نمایید مدل فوق ترکیبی از مدل چندهدفه فازی و برنامه ریزی صفر و یک است. با توجه به اینکه به ترکیب سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک [۲۶] برای حل مدل استفاده می‌شود در ادامه به تشریح آن اقدام می‌شود.

۲-۱-۲- الگوریتم ژنتیک

با توجه به اینکه اثبات می‌شود فضای مسئله فوق *NP-hard* است [۲۴] میتوان از یکی از الگوریتم‌های فرابتکاری مانند ژنتیک استفاده نمود.

الگوریتم ژنتیک نوع خاصی از الگوریتم‌های تکامل است که از تکنیک‌های زیست‌شناسی مانند وراثت و جهش برای به دست آوردن جواب بهینه استفاده می‌کند. این الگوریتم برای اولین بار توسط جان هلند معرفی می‌شود [۲۷].

الگوریتم‌های ژنتیک برای روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی در حل مسائل خطی، محدب و برخی مسائل مشابه بسیار موفق است ولی الگوریتم ژنتیک برای حل مسائل گسسته و غیرخطی بسیار کارا تر می‌باشند. در طبیعت از ترکیب کروموزوم‌های بهتر، نسل‌های بهتری پدید می‌آیند. در این بین گاهی اوقات جهش‌هایی نیز در کروموزوم‌ها روی می‌دهد که ممکن است باعث بهتر شدن نسل بعدی شوند. الگوریتم ژنتیک نیز با استفاده از این ایده اقدام به حل مسائل می‌کند. روند استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: بدست آوردن تابع هدف با n متغیر.

قدم دوم: تعیین طول کروموزوم.

قدم سوم: تولید جمعیت اولیه.

قدم چهارم: مقدار متغیرها را در تابع هدف قرار داده و مقدار تابع را به ازای هر بردار بدست می‌آورد.

قدم پنجم: درصد برآزندگی هر کروموزوم را حساب می‌کند.

قدم ششم: تعیین تعداد کروموزوم شرکت کننده در عمل

تقاطع

قدم هفتم: انتخاب کروموزوم‌هایی که در عمل تقاطع شرکت

می‌کنند.

بطور کلی می‌توان روش‌های انتخاب در عمل پیوند (قدم

هفتم) به صورت زیر خلاصه می‌شود:

۱- نمونه برداری جبری

۲- روش انتخابی متناسب

۳- روش انتخابی چرخ رولت

\bar{C}_{ij} : هزینه جابجایی از تسهیل j به مشتری i (فازی)

\bar{T}_{ij} : زمان جابجایی از تسهیل j به مشتری i (فازی)

T_{ij} : میزان نیاز مشتری i از تسهیل j

K_j : میزان ظرفیت تسهیل j

متغیرهای تصمیم

x_j : اگر مکان j برای استقرار تسهیل فعال شود برابر ۱ و در غیر اینصورت برابر ۰ است.

y_{ij} : اگر مشتری i به تسهیل j تخصیص یابد برابر ۱ و در غیر اینصورت برابر ۰ است.

$$\min \bar{Z}_1(x) = \sum_{j=1}^n \bar{f}_j x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \bar{C}_{ij} y_{ij} \quad (1)$$

$$\min \bar{Z}_2(x) = \sum_{j=1}^n \bar{t}_{ij} y_{ij} \quad (2)$$

$$\text{St:} \quad \sum_{i=1}^m y_{ij} \leq m x_j \quad \forall j \in n \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} = 1 \quad \forall i \in m \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^m r_{ij} y_{ij} \leq K_j x_j \quad \forall j \in n \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = P \quad (6)$$

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{if } j \text{ is active} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad j = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{facility } i \text{ cover customer } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall i, j \quad (8)$$

با توجه به مدل مسئله دو تابع هدف بیان می‌شود که هدف اول (۱) شامل کمینه کردن هزینه استقرار تسهیلات در مکان‌های مشخص و هزینه جابجایی بین تسهیلات و مشتری است و تابع هدف دوم (۲) کمینه نمودن مجموع زمان‌های طی شده از تسهیلات به مشتری است. محدودیت اول (۳) تضمین می‌نماید که در صورت استقرار تسهیل در مکان مشخص اجازه تخصیص به مشتریان داده شود و محدودیت دوم (۴) تضمین می‌نماید که در هر مکان فقط یک تسهیل مستقر گردد. همچنین در محدودیت سوم (۵) ظرفیت هر تسهیل در صورت فعال شدن بیان می‌کند و در محدودیت چهارم (۶) تعداد مکان‌های مورد نیاز را مشخص می‌نماید و در معادلات (۷) و (۸) به تعریف متغیرهای تصمیم مسئله بصورت صفر و یک می‌پردازد.

۲-۱-۲- روش حل مدل

باتوجه به اینکه در این مدل از منطق فازی جهت سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود در ادامه به تشریح این دو محث پرداخته می‌شود.

۲-۱-۱- منطق فازی

منطق فازی اولین بار در پی تنظیم نظریه مجموعه‌های فازی توسط لطفی‌زاده [۲۵] در صحنه محاسبات نو ظاهر می‌شود.

$$\text{Min } \tilde{T}(x) = \frac{(\sum_{j=1}^n \tilde{f}_j x_j)}{K_1} + \frac{(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} y_{ij})}{K_1} + \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij} \tilde{t}_{ij}}{K_2} - \frac{\min \tilde{Z}_1(x)}{K_1} - \frac{\min \tilde{Z}_2(x)}{K_2} \quad (18)$$

$$\text{Min } \tilde{T}(x) = \frac{(\sum_{j=1}^n \tilde{f}_j x_j)}{K_1} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\frac{\tilde{C}_{ij}}{K_1} + \frac{\tilde{t}_{ij}}{K_2}) y_{ij} - \frac{\min \tilde{Z}_1(x)}{K_1} - \frac{\min \tilde{Z}_2(x)}{K_2} \quad (19)$$

$$K = -\frac{\min \tilde{Z}_1(x)}{K_1} - \frac{\min \tilde{Z}_2(x)}{K_2} \quad (20)$$

$$\text{Min } \tilde{T}(x) = K + \frac{(\sum_{j=1}^n \tilde{f}_j x_j)}{K_1} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\frac{\tilde{C}_{ij}}{K_1} + \frac{\tilde{t}_{ij}}{K_2}) y_{ij} \quad (21)$$

$$\text{Min } \tilde{T}'(x) = \frac{(\sum_{j=1}^n \tilde{f}_j x_j)}{K_1} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\frac{\tilde{C}_{ij}}{K_1} + \frac{\tilde{t}_{ij}}{K_2}) y_{ij} \quad (22)$$

$$\text{Min } \tilde{T}'(x) = \sum_{j=1}^n \frac{\tilde{f}_j}{K_1} x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\frac{\tilde{C}_{ij}}{K_1} + \frac{\tilde{t}_{ij}}{K_2}) y_{ij} \quad (23)$$

تابع هدف نهایی را با عملیات جبری به صورت $\tilde{T}'(x)$

(۲۳) مشخص می‌شود. سپس در ادامه محدودیت‌ها و تابع

هدف را با عملیات جبری طی معادلات (۲۴ تا ۳۴) به روش

سیمپلکس فازی بسط داده می‌شود.

$$\tilde{T}' = [\tilde{T}'_B, \tilde{T}'_N] \quad (24)$$

$$X = [X_B, X_N] \quad (25)$$

$$Y = [Y_B, Y_N] \quad (26)$$

$$A_X = [B_X, N_X] \quad (27)$$

$$A_Y = [B_Y, N_Y] \quad (28)$$

$$X_B = B_X^{-1} b \quad (29)$$

$$Y_B = B_Y^{-1} b \quad (30)$$

$$X_N = 0 \quad (31)$$

$$Y_N = 0 \quad (32)$$

$$\tilde{T}'(X) = \tilde{T}'_{B_X} X_B + \tilde{T}'_{N_X} X_N + \tilde{C}_{B_Y} Y_B + \tilde{C}_{N_Y} Y_N = \tilde{T}'_{B_X} B_X^{-1} b + \tilde{T}'_{B_Y} B_Y^{-1} b \quad (33)$$

$$\tilde{T}'_i(X_i) = \sum_{j=1}^n \tilde{T}'_{B_X} X_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \tilde{T}'_{B_Y} y_{ij} \quad (34)$$

$$= \sum_{j=1}^n (\tilde{T}'_{B_{X_1}}, \tilde{T}'_{B_{X_2}}, \tilde{T}'_{B_{X_3}}) B_{X_j}^{-1} b$$

$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\tilde{T}'_{B_{Y_1}}, \tilde{T}'_{B_{Y_2}}, \tilde{T}'_{B_{Y_3}}) B_{Y_{ij}}^{-1} b$$

در این مرحله با عمل دیفازی سازی تابع هدف و از طریق

آزاد سازی محدودیت با تخصیص ضرایب جریمه از تابع هدف

کسر می‌گردد. این در شرایطی است که در صورتی که جواب

ناموجه توسط الگوریتم ژنتیک تولید شود باعث بدتر شدن تابع

هدف گردد و در نهایت مقادیر متغیرها در تابع هدف $T'_i(X_i)$

قدم هشتم: تقاطع کروموزوم‌های مادر مرحله اول بطور تصادفی با میزان احتمال تعیین شده جفت‌گیری می‌کنند و دو فرزند جدید به وجود می‌آورند. اگر تقاطع صورت گیرد فرزندان مشابه دو کروموزوم مادر می‌شوند.

قدم نهم: کروموزوم‌های فرزند ایجاد شده بطور تصادفی با میزان احتمال تعیین شده جهش می‌یابد.

قدم دهم: حفظ بهترین کروموزوم‌ها

قدم یازدهم: حال جمعیت جدید تولید می‌شود که میانگین برازندگی آن از نسل قبلی بهتر است با این جمعیت مجدداً مراحل قبل را از قدم چهارم تا یازدهم تکرار می‌گردد و این اعمال آتقدر انجام می‌پذیرد تا به مقدار بهینه یا نزدیک به بهینه دست پیدا کند [۲۶].

۲-۲- الگوریتم پیشنهادی (هیبرید سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک)

در ادامه با ادغام مدل چندهدفه با استفاده از روش $L-p$ و تبدیل آنها به یک مدل تک هدفه $\tilde{T}(x)$ ابعاد مسئله کوچکتر می‌شود [۲۸]. در روش $L-p$ فازی ابتدا مقادیر تابع هدف را از مینیمم هر تابع کسر و بر طول بازه که حداکثر و حداقل مقدار تابع است تقسیم نموده که مسئله بی مقیاس گردد [۱۰] و با توجه به اینکه تجمیع، یکی از روش‌های ادغام است با توان یکم آنها جمع می‌شود.

$$\text{Min } \tilde{Z}_1(x) = \sum_{j=1}^n \tilde{f}_j x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} y_{ij} \quad (9)$$

$$\text{Min } \tilde{Z}_2(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \tilde{t}_{ij} y_{ij} \quad (10)$$

$$\tilde{Z}_1(x) = \sum_{j=1}^n \tilde{f}_j x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} y_{ij} \quad (11)$$

$$\tilde{Z}_2(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \tilde{t}_{ij} y_{ij} \quad (12)$$

$$L-P: \quad (13)$$

$$\text{Min } \tilde{T}(x) = \frac{\tilde{Z}_1(x) - \min \tilde{Z}_1(x)}{\max \tilde{Z}_1(x) - \min \tilde{Z}_1(x)} + \frac{\tilde{Z}_2(x) - \min \tilde{Z}_2(x)}{\max \tilde{Z}_2(x) - \min \tilde{Z}_2(x)}$$

$$K1 = \max \tilde{Z}_1(x) - \min \tilde{Z}_1(x) \quad (14)$$

$$K2 = \max \tilde{Z}_2(x) - \min \tilde{Z}_2(x) \quad (15)$$

$$\text{Min } \tilde{T}(x) = \frac{\tilde{Z}_1(x)}{K1} + \frac{\tilde{Z}_2(x)}{K2} - \frac{\min \tilde{Z}_1(x)}{K1} - \frac{\min \tilde{Z}_2(x)}{K2} \quad (16)$$

مدل استخراج شده باز می‌شود فواصل K_1 و K_2 از (۱۴) و (۱۵) که حد بالا از حد پایین است کسر گردیده تا شکل معادله کوچکتر شود.

$$\text{Min } \tilde{T}(x) = \frac{(\sum_{j=1}^n \tilde{f}_j x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} y_{ij})}{K_1} + \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij} \tilde{t}_{ij}}{K_2} - \frac{\min \tilde{Z}_1(x)}{K_1} - \frac{\min \tilde{Z}_2(x)}{K_2} \quad (17)$$

قرار داده می‌شود [۲۹].

$$R(\vec{c}_j) = \frac{c_1 + 2c_2 + c_3}{4} \quad (35)$$

$$T'_i(X_i) = R(\vec{T}'_i(X_i)) + \sum_{k=1}^n \delta_{k1} \left(\sum_{i=1}^m y_{ij} - mx_j \right) + \sum_{k=1}^m \delta_{k2} \left(\left| \sum_{j=1}^n y_{ij} - 1 \right| \right) + \sum_{k=1}^n \delta_{k3} \left(\sum_{i=1}^m r_{ij} y_{ij} - K_j x_j \right) + \delta_{14} \left(\left| \sum_{j=1}^n x_j - P \right| \right) \quad (36)$$

۱. نحوه تولید جمعیت اولیه بدین گونه است که کلیه متغیرها $\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i$ با توجه به سیمپلکس فازی که در معادلات (۲۶) و (۲۷) بیان شده تولید می‌شود این موضوع تضمین می‌کند که معادلات (۳) و (۴) و (۵) را ارضا می‌نماید.

۲. سپس تابع هدف معادل فازی را که ترکیبی از دو هدف است با مقدار دهی کروموزم‌ها در (۳۶) محاسبه می‌شود در صورتی که کروموزم‌ها بدلیل عملگرهای تقاطع و جهش محدودیت‌ها را ارضا نکرده باشند، انحراف محدودیت از سمت راست با ضرایبی جریمه ای به تابع هدف اضافه می‌شود و وضعیت تابع هدف را بدتر می‌کند.

۳. با توجه به جمعیت اولیه p مقادیر تابع هدف (۳۶) را به ترتیب صعودی مرتب می‌شود و $a\%$ از جواب‌ها با کمترین مقدار انتخاب به دور بعدی ارسال می‌شود.

۴. سپس بر روی باقی جمعیت به کمک عملگر انتخاب رقابتی عملیات تقاطع صورت می‌پذیرد و به مرحله بعدی می‌روند.

۵. نحوه عملیات تقاطع به این گونه است که از $b\%$ جمعیت دو عضو انتخاب و یک عدد تصادفی تولید شده و کروموزم i, j از محل K_{rand} عدد تصادفی منقطع شده و دو کروموزم مطابق (۴۰) به هم پیوند می‌خورند و این موضوع باعث پرش از بهینه محلی نیز می‌شود. این موضوع تضمین نمی‌کند که محدودیت (۴) ارضا شود و در صورتی که کروموزم شدنی نباشد ضرایب جریمه در تابع هدف کمک می‌کند.

$$1 \leq K_{rand} < n \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mn} \end{bmatrix} \quad (40)$$

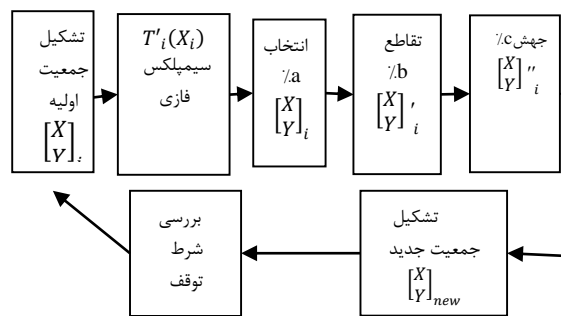
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mn} \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}'_i = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_k & x_{k+1} & x_{k+2} & \dots & x_n \\ y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1k} & y_{1k+1} & y_{1k+2} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2k} & y_{2k+1} & y_{2k+2} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mk} & y_{mk+1} & y_{mk+2} & \dots & y_{mn} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}'_j = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_k & x_{k+1} & x_{k+2} & \dots & x_n \\ y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1k} & y_{1k+1} & y_{1k+2} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2k} & y_{2k+1} & y_{2k+2} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mk} & y_{mk+1} & y_{mk+2} & \dots & y_{mn} \end{bmatrix} \quad (43)$$

۶. سپس حدود $c\%$ از جمعیت اولیه باقی مانده عملیات جهش صورت می‌پذیرد بدین طریق که یک عدد تصادفی K تولید می‌شود و کروموزم i را از محل K مطابق (۴۴) و جهش می‌یابد و این موضوع باعث پرش از بهینه

با توجه به اینکه این مسئله بصورت چند هدفه است، با استفاده از روش‌های رایج تصمیم‌گیری (L-p) چندهدفه فازی به یک هدف ایده‌آل تقلیل داده شد و متغیرهای تصمیم که شامل تسهیلات و تخصیص مشتریان به هر تسهیل است، به عنوان کروموزم در الگوریتم ژنتیک تعریف شده و به کلیه کروموزم‌ها مقدار دهی صفر و یک داده می‌شود. سپس متناظر با آن تابع هدف (L-p) را در هر مرحله بصورت تجمیع فازی محاسبه نموده و از طریق رتبه بندی فازی (۳۵) و (۳۶) مقدار هر کروموزم را با سایر کروموزم‌های دوره قبل مقایسه می‌شود و عملیات تقاطع، جهش را تا اتمام جمعیت انتخاب شده ادامه می‌یابد تا همگرایی حاصل و به جواب بهینه نزدیک شود. در شکل (۱) شمای کلی الگوریتم ژنتیک با استفاده از سیمپلکس فازی تشریح شده است:



شکل (۱): الگوریتم ژنتیک

یکی از گام‌های الگوریتم ژنتیک تعریف کروموزم‌ها می‌باشد که هر کروموزم به شیوه زیر در (۳۷) تعریف می‌شود که سطر اول مرتبط با نام متغیر x که تسهیلات است و سطرهای دیگر متغیر y مرتبط به پوشش دهی مشتریان است. مقادیر ماتریس در (۳۸) تکمیل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mn} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

حالت است. در این روش، هدف انتقال سیستم از حالت اولیه دلخواه، به حالتی است که سیستم در آن کمترین انرژی را داشته باشد.

۱. برای حل مسئله بهینه‌سازی فوق، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید ابتدا از یک جواب اولیه $[X/Y]_i$ که در معادلات (۲۹) و (۳۰) بیان شده و بصورت ماتریس (۳۷) و (۳۸) با روش سیمپلکس فازی تولید می‌شود.

۲. جهت اینکه به جواب همسایه بعدی حرکت کند یک عدد تصادفی K تولید می‌شود و جواب i را از محل K مطابق (۴۴ و ۴۵) تغییر می‌یابد و این موضوع تضمین می‌کند که بعضی از محدودیت‌ها ارضا شود و سایر محدودیت‌ها در صورت ارضا نشدن به کمک ضرایب جریمه در تابع هدف قرار می‌گیرند و در نتیجه در بهینه محلی گیر نمی‌کند و جواب جدید مطابق (۴۸) بدست می‌آید سپس در یک حلقه تکرار به جواب‌های همسایه حرکت می‌کند.

۳. اگر جواب همسایه بهتر از جواب فعلی باشد، الگوریتم آن را به عنوان جواب فعلی قرار می‌دهد (به آن حرکت می‌کند)، در غیر این صورت، الگوریتم آن جواب را با احتمال p به عنوان جواب فعلی می‌پذیرد. در این رابطه ΔE تفاوت بین تابع هدف جواب فعلی و جواب همسایه است و T یک پارامتر به نام دما است.

$$p = \exp(-\Delta E/T) \quad (۴۹)$$

۴. در هر دما که بین $tm1$ تا $tm2$ است، چندین تکرار it اجرا می‌شود و سپس دما به آرامی با تغییرات Δtm کاهش داده می‌شود. در گام‌های اولیه دما خیلی بالا قرار داده می‌شود تا احتمال بیشتری برای پذیرش جواب‌های بدتر وجود داشته باشد. با کاهش تدریجی دما، در گام‌های پایانی احتمال کمتری برای پذیرش جواب‌های بدتر وجود خواهد داشت و بنابراین الگوریتم به سمت یک جواب خوب همگرا می‌شود. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید یک الگوریتم غیرمقید می‌باشد که برای طراحی‌های سخت به کار می‌رود.

۵. در هر مرحله، الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، چند حالت را در همسایگی حالت کنونی $[X/Y]_i$ در نظر می‌گیرد، و به طور احتمالی تصمیم می‌گیرد که سیستم را از حالت $[X/Y]_i$ منتقل کند یا در همین حالت باقی بماند. این احتمالات در نهایت سیستم را به حالت با انرژی کمتر میل می‌دهد.

۳-۱-۱- تنظیم پارامترها

در ادبیات موضوع از روش‌های مختلفی برای تنظیم پارامترهای الگوریتم استفاده شده است که میتوان از تکنیک‌های تجربی و آزمایشی، طراحی آزمایشات و آزمایشات تاگوچی و تکنیک سطوح پاسخ نام برد (اسمیت و همکاران)

محلی نیز می‌شود. این موضوع تضمین می‌کند که بعضی از محدودیت‌ها ارضا شود و کروموزم جدید مطابق (۴۵) بدست می‌آید و در صورتی که کروموزم شدنی نباشد ضرایب جریمه در تابع هدف کمک می‌نماید.

$$x'_{ik} = 1 - x_{ik} \quad (۴۴)$$

$$y'_{ik} = x'_{ik} * (1 - y_{ik}) \quad (۴۵)$$

$$y'_{ik} \leq x'_{ik} \quad (۴۶)$$

$$[X/Y]_i = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \dots & Y_{mn} \end{bmatrix} \quad (۴۷)$$

$$[X/Y]_i = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \dots & X_{k-1} & X'_k & X_{k+1} & X_{k+2} & \dots & X_n \\ Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1k-1} & Y'_{1k} & Y_{1k+1} & Y_{1k+2} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2k-1} & Y'_{2k} & Y_{2k+1} & Y_{2k+2} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \dots & Y_{mk-1} & Y'_{mk} & Y_{mk+1} & Y_{mk+2} & \dots & Y_{mn} \end{bmatrix} \quad (۴۸)$$

۷. بدین ترتیب جمعیت جدید حاصل بندهای ۳ تا ۶ تولید می‌شود.

۸. سپس برای n عضو جدید مجدداً مقدار T' دیفازی شده بدست می‌آید و کلیه مقادیر براساس تابع سود بصورت نزولی مرتب می‌شوند و مقادیر میانگین و ماکزیمم مقدار T' در نمودار نمایش داده می‌شود.

۹. این حلقه تا زمانی که شرط توقف را اختلاف بین بهترین جواب‌ها در هر تکرار از مقدار بهترین دوره قبلی از ۰.۰۰۱ کمتر نباشد ادامه پیدا میکند [۲۶] در غیر اینصورت به بند ۳ دوباره برمی‌گردد و در نهایت بهترین جواب در بین کروموزم‌های موجود با بالاترین مقدار T' بدست می‌آید.

۳- الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده (SA)، یک الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری ساده و اثربخش در حل مسائل بهینه‌سازی است. منشأ الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، کارهای کریک پاتریک [۳۰] و کرنی و همکارانشان [۳۱] در سال‌های ۱۹۸۳ و ۱۹۸۵ است. کریک پاتریک و همکارانش، متخصصانی در زمینه فیزیک آماری بودند. آنها برای حل مسائل سخت بهینه‌سازی، روشی مبتنی بر تکنیک تبرید تدریجی پیشنهاد نمودند. تکنیک تبرید تدریجی، به وسیله متالورژیست‌ها برای رسیدن به حالتی که در آن ماده جامد، به خوبی مرتب و انرژی آن کمینه شده باشد، استفاده می‌شود. این تکنیک شامل قرار دادن ماده در دمای بالا و سپس کم کردن تدریجی این دماست. در این مقاله جهت مقایسه ترکیب سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک با حالت کلاسیک شبیه‌سازی تبرید که در زیر بیان می‌شود، مقایسه صورت می‌پذیرد.

در روش شبیه‌سازی تبرید، هر نقطه $[X/Y]_i$ در فضای جستجو مشابه یک حالت از یک سیستم فیزیکی است، و تابع T' که باید کمینه شود، مشابه با انرژی داخلی سیستم در آن

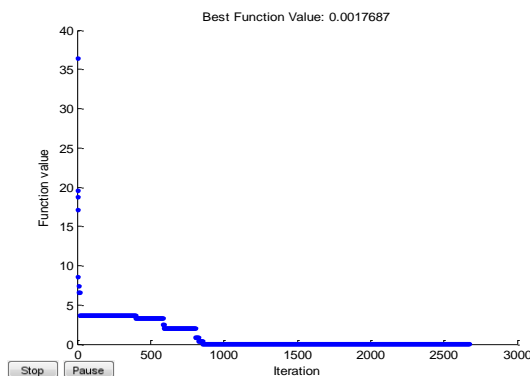
با توجه به پاسخ حاصل از پنج تسهیل، سه تسهیل فعال گردیده و بهترین پوشش با کمترین هزینه (۵۶) و زمان (۵۷) است.

$$\text{Best Cost} = 0.0014286 \quad (56)$$

$$t = 3.3384 \quad (57)$$

البته مقدار بهینه نیز توسط Gams با حل کننده CPLEX نیز بدست آمده (جدول ۳) است که جواب فوق کاملا با جواب بهینه منطبق است.

مجددا مقادیر فوق را در تابع هدف قرار داده می‌شود و کلیه مراحل ۲-۴ (شبیه‌سازی تبرید) اجرا شده و نمودار روند جوابها در شکل (۳) رسم شده و مقدار بهترین جواب تابع هدف نیز ۰,۰۰۱۷۶۸۷ بدست آمده و کل زمان سپری شده ۲۵,۸۴۹۴ ثانیه است همچنین مقدار بهترین جواب شبیه سازی تبرید (۵۸) و کمترین هزینه (۵۹) و زمان حل (۶۰) بدست آمده است



شکل (۳): نمودار روند حل شبیه‌سازی تبرید

$$\text{Best Solution} = \quad (58)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Best Cost} = 0.0017687 \quad (59)$$

$$t = 25.8494 \quad (60)$$

نتیجه اجرای دو الگوریتم فوق دارای تفاوت معناداری است که در بخش ۳-۲ به تفصیل آن پرداخته می‌شود. البته با مقدار بهینه نیز که توسط Gams با حل کننده CPLEX نیز بدست آمده (جدول ۳) است نیز حدود ۲۴٪ انحراف دارد.

۴-۱- تنظیم پارامترها مثال عددی

برای تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک بهترین مقادیر برای c, b, a و p با توجه به طراحی آزمایشات تاگوچی به شرح ذیل بدست می‌آید.

جدول (۱): تنظیم پارامترها

P	a	b	c
50	14%	85%	1%

برای تنظیم پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید بهترین مقادیر طراحی آزمایشات تاگوچی به شرح ذیل بدست می‌آید.

[۳۲] که در این مقاله از روش آزمایشات تاگوچی بهره برداری شده است.

۴- مثال عددی

در این مثال تعداد تسهیلات و مشتریان پنج عدد است و نیاز به استقرار سه تسهیل است مقدار عددی f, \bar{C}, \bar{t}, r و K به ترتیب هزینه استقرار تسهیلات (۵۰)، هزینه جابجایی (۵۱)، زمان سفر (۵۲) بین هر تسهیل و مشتری، نیاز هر مشتری (۵۳) و ظرفیت تسهیل (۵۴) مشخص است در این مثال عددی نتایج حل مسئله مکانیابی چند هدفه فازی به همراه حل به کمک الگوریتم هیبرید سیمپلکس فازی و ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید ارائه می‌شود.

$$\bar{f} = [(1\ 2\ 3) \quad (3\ 4\ 6) \quad (3\ 4\ 8) \quad (4\ 6\ 10) \quad (4\ 5\ 7)] \quad (50)$$

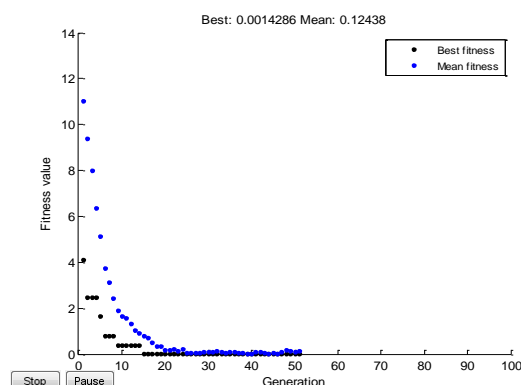
$$\bar{C} = \begin{bmatrix} (1\ 2\ 3) & (3\ 4\ 8) & (4\ 6\ 8) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 6) \\ (3\ 4\ 6) & (3\ 4\ 8) & (4\ 6\ 9) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 8) \\ (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 8) & (4\ 6\ 10) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 6) \\ (3\ 4\ 6) & (3\ 4\ 8) & (4\ 6\ 12) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 8) \\ (4\ 5\ 7) & (4\ 6\ 9) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 8) & (4\ 5\ 7) \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\bar{t} = \begin{bmatrix} (1\ 2\ 3) & (3\ 4\ 8) & (4\ 6\ 8) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 6) \\ (3\ 4\ 6) & (3\ 4\ 8) & (4\ 6\ 9) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 8) \\ (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 8) & (4\ 6\ 10) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 6) \\ (3\ 4\ 6) & (3\ 4\ 8) & (4\ 6\ 12) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 8) \\ (4\ 5\ 7) & (4\ 6\ 9) & (4\ 5\ 7) & (3\ 4\ 8) & (4\ 5\ 7) \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$r = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 7 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 7 & 4 & 6 \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$K = [8 \quad 9 \quad 5 \quad 10 \quad 3] \quad (54)$$

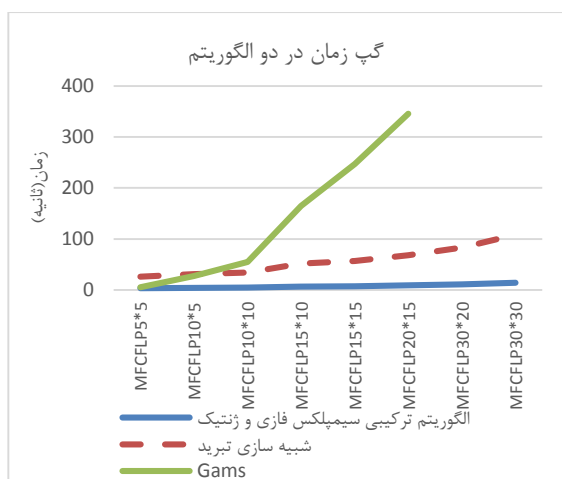
مقادیر فوق را در تابع هدف قرار داده می‌شود و کلیه مراحل ۲-۳ الگوریتم پیشنهادی اجرا شده و نمودار روند جوابها در شکل (۲) رسم شده و مقدار بهترین جواب تابع هدف نیز ۰,۰۰۱۴۲۸۶ بدست آمده است و کل زمان سپری شده ۳,۳۳۸۴ ثانیه است همچنین مقدار بهترین جواب در (۵۵) بدست آمده است.



شکل (۲): نمودار روند حل سیمپلکس فازی و ژنتیک

$$\text{Best Solution} = \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



شکل (۵): نمودار گپ زمان در دو الگوریتم به‌همراه جواب دقیق

در ادامه آزمون t بر روی میانگین گپ‌های زمان و جواب بدست می‌آید نتیجه آزمون فرض در جدول (۴) نیز گواه بر اختلاف معنی دار بین دو الگوریتم پیشنهادی با شبیه سازی تبرید را نشان می‌دهد.

جدول (۴): جدول مقایسه آزمون T

میانگین	آزمون T	مقدار بحرانی	توضیحات
گپ زمان	5.737488	2.364	رد فرض صفر و اختلاف معنی دار
گپ جواب	4.038371	2.364	است

۵- نتیجه‌گیری

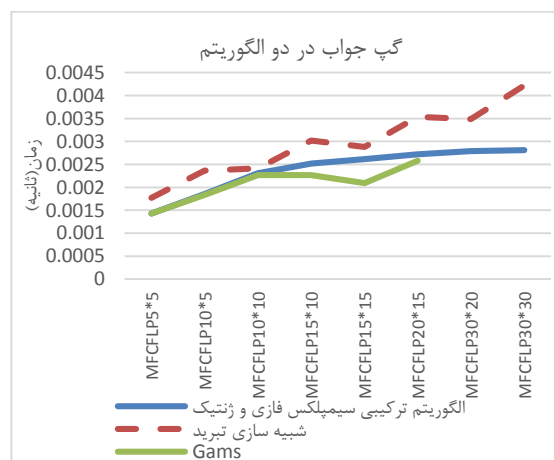
در این مقاله به بیان مسئله مکان‌یابی تسهیلات چند هدفه با محدودیت ظرفیت با رویکرد ترکیبی سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک می‌پردازد و نتایج آن در شکل (۴) و (۵) نشان داده می‌شود. نوآوری در این مقاله استفاده از رویکرد جدید ترکیبی سیمپلکس فازی و الگوریتم ژنتیک جهت تسریع در فرایند بهینه‌سازی است. همچنین این روش حل مسئله با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید که در مرور ادبیات مطرح شده [۱۶] نیز مقایسه شده که نشان از اختلاف معنی داری در کارایی جواب و زمان دارد و همچنین در جدول (۳) نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی دارای فاصله ای کمتر از ۵ درصد از الگوریتم دقیق دارد. در مثال‌های عددی با ابعاد بزرگ این الگوریتم در زمان کمتری نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به جواب نزدیک به بهینه می‌رسد. در حالیکه این مسئله NP-hard و غیرقطعی (فازی) است الگوریتم فوق با توجه به زمان بدست آمده کارایی مناسبی دارد که نتایج آن در جدول (۴) نیز مشخص می‌شود. در تحقیقات آتی، پیشنهاد استفاده از این الگوریتم در مدل‌های بصورت چند دوره ای یا چند محصولی بصورتی که تقاضا برای هر محصول در مکان مشخص مطرح می‌شود همچنین استفاده از سایر ابزارهای جستجو در فضای جواب و ادغام با این الگوریتم توصیه می‌شود.

جدول (۲): تنظیم پارامترها

$tm1$	$tm2$	Atm	it
0.001	100	0.085	100

۴-۲- مقایسه الگوریتم فوق با سایر الگوریتم‌ها

باتوجه به اینکه در مرور ادبیات فضای مسئله NP-hard است [۲۴] از الگوریتم‌های فرابتکاری استفاده می‌شود یکی از الگوریتم‌های مورد استفاده جهت حل این مدل، شبیه‌سازی تبرید است [۲۰] در جدول (۳) مثال‌های عددی دیگری با ابعاد بزرگتر مطرح شده است که این مثال‌ها از پژوهشی که آراستگویی و همکاران [۱۶] برگرفته شده است و در آنها تغییراتی لحاظ شده است. در این مثالها الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید که بصورت کدگذاری است مقایسه می‌شود که در آنها تعداد تسهیلات و تعداد مشتریها مشخص شده و مقایسه بین جوابها و زمان حل صورت می‌پذیرد و با جواب بهینه که با نرم افزار Gams بدست آمده مقایسه می‌شود. با توجه به اینکه الگوریتم پیشنهادی و شبیه سازی تبرید با سیستم Cpu 1.7GB و RAM 6.0GB محاسبه شده هرچه تعداد تسهیلات و تعداد مشتریها افزایش می‌کند زمان حل و گپ زمان در هر دو الگوریتم افزایش پیدا می‌کند و این موضوع در الگوریتم پیشنهادی با شیب بسیار کمتری افزایش می‌یابد، این درحالی است که الگوریتم دقیق از مسئله ای به بعد زمان آن بطور فزاینده افزایش می‌یابد و به جواب نمی‌رسد. بهترین جواب الگوریتم پیشنهادی با جواب بهینه اندکی فاصله دارد و بطور میانگین ۲٪ و حداکثر تا ۴٪ درصد فاصله دارد در صورتیکه شبیه‌سازی تبرید تفاوت‌های قابل ملاحظه تری در بهترین جواب دارد و بطور میانگین ۲۲٪ و حداکثر تا ۳۷٪ درصد فاصله دارد این در صورتی است که در ادبیات اختلاف کمتر از ۵ درصد الگوریتم دارای کارایی مناسبی است. همچنین در شکل‌های (۴) و (۵) از گپ جواب و زمان نمودار روند تهیه شده است.



شکل (۴): نمودار گپ جواب در دو الگوریتم به‌همراه جواب دقیق

جدول (۳): جدول مقایسه الگوریتم هیبرید و شبیه سازی تبرید و جواب دقیق

نام مسئله (تسهیلات مشتری*)	Gams(Exact)		Hybrid Simplex fuzzy & GA			SA			گپ جواب	گپ زمان	گپ جواب	گپ زمان		
	جواب بهینه	زمان حل	بهترین جواب	انحراف معیار	زمان حل	تعداد run	بهترین جواب	انحراف معیار	زمان حل	تعداد run	%	%	%	%
5*5	0.00149	5.484	0.00149	0.0194	3.3384	5	0.00179	0.2942	25.8494	5	0	24	-39	371
10*5	0.00184	27.42	0.00186	0.0252	4.00608	5	0.00236	0.39339	31.019	5	1	29	-85	13
10*10	0.00227	54.84	0.0023	0.03144	4.4467	6	0.0024	0.40120	34.4314	5	2.2	6	-92	-37
15*10	0.00226	164.5	0.00234	0.03187	6.67012	7	0.00302	0.50220	51.6471	8	3.5	33	-96	-69
15*15	0.00209	246.78	0.00217	0.02953	7.33714	10	0.00289	0.4792	56.8118	10	3.8	38	-97	-77
20*15	0.00258	345.492	0.00269	0.03647	8.80457	10	0.00353	0.58773	68.1742	12	4	37	-97	-80
30*20			0.0028	0.03786	10.7416	12	0.00348	0.57968	83.1725	12				
30*30			0.0028	0.03819	13.9640	15	0.0042	0.7016	108.124	15				
میانگین											2	22	-84	20

- [14] Janáček, J., (2004), "Service System Design in the Public and Private Sectors", <http://frdsa.fri.uniza.sk/~buzna>.
- [15] Janáček, J., Gábrířová, L., (2005), "Fuzzy Approach to the Capacity Constraint Relaxation", *Journal of Information, Control and Management Systems* 3(2): 81-89.
- [16] Jr, M. A. A., Kadipasaoglu, S. N., Khumawala, B. M., (2006), "An empirical comparison of Tabu Search, Simulated Annealing and Genetic Algorithms for facilities location problems", *International Journal of Production Economics* 103(2): 742-75.
- [17] Aboolian, R., Carrizosa, E., Guerrero, V., (2014), "An Efficient Approach for Solving Uncapacitated Facility Location Models with Concave Operating Costs," XII Global Optimization Workshop.
- [18] Harris, I., Mumford, C. L., Naim, M. M., (2014), "A hybrid multi-objective approach to capacitated facility location with flexible store allocation for green logistics modeling", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 66, 1-22.
- [19] Aikens, C. H., (1985), "Facility location models for distribution planning", *European Journal of Operational Research* 22(3): 263-279.
- [20] Kratica, J., Dugošija, D., Savić, A., (2014), "A new mixed integer linear programming model for the multi level uncapacitated facility location problem" *Applied Mathematical Modelling* 38(7-8): 2118-2129.
- [21] Marić, M., Stanimirović, Z., Milenkovic, N., Djenic, A., (2015), "Metaheuristic Approaches to Solving Large-scale Bilevel Uncapacitated Facility Location Problem with Clients'preferences" *Yugoslav Journal of Operations Research*, 25(3): 361-378.
- [22] Fischetti, M., Ljubic, I., Sinnl, M., (2014), "Thinning out facilities: a Benders decomposition approach for the uncapacitated facility location problem with separable convex costs", http://homepage.univie.ac.at/markus.sinnl/wp-content/uploads/2013/09/thinning_out_facilities.pdf.
- [۲۳] ماکویی، ا.، سراجیان، ا.، ترکستانی، ا.، (۱۳۹۳)، "مروری بر مقالات مکان‌یابی تسهیلات با استفاده از تئوری بازیها"، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۲(۳): ۱-۱۹.
- [24] Karp, R., (1972), "Reducibility among Combinatorial Problems", Part of the series The IBM Research Symposia Series, 85-103.

مراجع

- [1] Efromson, M. A., Ray, T. L., (1996), "A branch-bound algorithm for plant location", *Operations Research* 14(3): 361-368.
- [2] Khumawala, B. M., (1972), "An efficient branch and bound algorithm for the warehouse location problem", *Management Science* 18(12): B-718 - B-731.
- [3] Erlenkotter, D., (1978), "A dual-based procedure for uncapacitated facility location", *Operations Research* 26(6): 992-1009.
- [4] Guignard, M., (1977), "Algorithms for exploiting the structure of the simple plant location problem", *Annals of Discrete Mathematics* 1: 247-277.
- [5] Cornuéjols, G., Nemhauser, G. L., Wolsey, L. A., (1983), "The uncapacitated facility location problem (No. MSRR-493)", Carnegie-mellon univ pittsburgh pa management sciences research group.
- [6] Kuehn, A. A., Hamburger, M. J., (1963), "A heuristic program for locating warehouses", *Management Science* 9(4):643-666.
- [7] Akinc, U., Khumawala, B. M., (1977), "An efficient branch and bound algorithm for the capacitated Warehouse Location Problem", *Management Science* 23(6): 585- 594.
- [8] Roy, T. J. V., (1986), "A cross decomposition algorithm for capacitated facility location", *Operations Research* 34(1): 145-163.
- [9] Beasley, J. E., (1988), "An algorithm for solving large capacitated warehouse location problems", *European Journal of Operational Research* 33(3): 314-325.
- [10] Gong, D., Gen, M., Yamazaki, G., Xu, W., (1996), "Neural network approach for allocation with capacity", *Computers & industrial engineering*, 31(3), 849-854.
- [11] Harris, I., Mumford, C., Naim, M., (2009), "The multi-objective uncapacitated facility location problem for green logistics", *IEEE Xplore Conference: Evolutionary Computation, CEC '09*.
- [12] Kohli, A., (2009), "Efficient Solutions for the Multi-Objective Warehouse Problems", *Masters of Science Thesis In Mathematics and Computing, School of Mathematics and Computer Applications Thapar University*.
- [13] Myung, Y. S., Kim, H., Tcha, D., (1997), "A bi-objective uncapacitated facility location problem", *European Journal of Operational Research* 100(3): 608-616.

- [25] Karp, R., (1972), "Reducibility among Combinatorial Problems", Part of the series The IBM Research Symposia Series, 85-103.
- [26] Sivanandam, S. N., Deepa. S. N., (2008), "Genetic Algorithm Optimization Problems", Springer, ISBN: 978-3-540-73189-4 (Print) 978-3-540-73190-0 (Online).
- [27] John Henry Holland., (1992), "Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence", MIT press.
- [28] Diamond, P., Kloeden, P., (1990), "Metric spaces of fuzzy sets", Fuzzy sets and systems 35(2): 241-249.
- [29] Bortolan, G., Degani, R., (1985), "A review of some methods for ranking fuzzy subsets", Fuzzy Sets and Systems 15(1): 1-19.
- [30] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P., (1983), "Optimization by simulated annealing", science, 220(4598), 671-680.
- [31] Černý, V., (1985), "Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm", Journal of optimization theory and applications 45(1), 41-51
- [32] Smit, S. K., Eiben, A. E., (2009), Comparing parameter tuning methods for evolutionary algorithms. In Evolutionary Computation, 2009. CEC'09. IEEE Congress on (399-406).



Multi-Objective Capacitated Facility Location with Hybrid Fuzzy Simplex and Genetic Algorithm Approach

R. Lotfi¹, M. Amin Nayeri^{*2}

1. Department of Industrial Engineering, Amir Kabir University of technology, Tehran, Iran.

2. Department of Industrial Engineering, University of Science and Culture, Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

Article history:

Received 6 May 2015

Accepted 20 April 2016

Keywords:

Multi-objective
Facility location with
capacitated
Fuzzy Simplex
Genetic algorithm

ABSTRACT

The standard model capacitated facility location (CPLP / CWLP) to locate the facility on a network of customer demand until total cost of the allocation minimize. The purposes of this paper cover all the demands of specified number of facilities to reduce the cost. In this paper closer to the real world, parameters of model is fuzzy and objective function is multi objective at the same time the total establishment cost and travel time is minimized in accordance with the constraints. The innovation is combining hybrid fuzzy simplex with genetic algorithm approach to accelerate near optimization process to change multi-objective to a single objective with LP metric. Simulated annealing algorithm also compared to reflect significant differences in performance and response time. Its application in locating facilities include warehouses, factories and services sector.

* Corresponding author. Majid Amin Nayeri
Tel.: 021-64545335; E-mail address: mjnayeri@aut.ac.ir