

## ارائه یک مدل ریاضی با رویکرد بهینه‌سازی استوار برای طراحی سیستم تولید سلولی پویا با در نظرگیری ماشین‌آلات چندکاره

مجید رفیعی<sup>۱\*</sup>، عطیه محمدی طلب<sup>۲</sup>

۱. استادیار دانشکده صنایع دانشگاه صنعتی شریف، تهران.

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی شریف، تهران.

### خلاصه

عدم قطعیت یکی از موضوعات مهم در سیستم‌های تولیدی می‌باشد. عدم وجود اطلاعات کافی و انعطاف در نیاز مشتری منجر به ایجاد عدم قطعیت پارامترها می‌شود. در این مطالعه یک رویکرد بهینه‌سازی استوار برای مدل‌سازی عدم قطعیت در سیستم تولید سلولی ارائه شده است. استواری مدل ارائه شده باعث شده است تا جواب بدست آمده به ازای تمامی مقادیر پارامترهای غیرقطعی، شدنی بودن خود را حفظ نماید و در این محیط غیر قطعی به دنبال یافتن جواب بهینه باشد. علاوه بر این خرابی ماشین‌آلات چندکاره مورد تحلیل قرار گرفته است. انتخاب ابزار به گونه‌ای انجام می‌شود که ماشین‌های دارای نرخ خرابی بالا کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرد و لذا متوسط هزینه مربوط به تعمیرات را کاهش می‌دهد. از دیگر ویژگی‌های مدل ارائه شده، در نظرگیری هزینه‌های پیکربندی (جابه‌جایی بین سلولی و درون سلولی)، پیکربندی مجدد، نصب و قطع و مصرف ابزار در محیطی پویا می‌باشد. مدل ارائه شده با استفاده از تکنیک‌های خطی‌سازی به مدلی خطی تبدیل شده است. پس از کدنویسی مدل ارائه شده، با استفاده از نرم‌افزار گمز به تحلیل‌هایی از جمله بررسی مقادیر بهینه و زمان حل هر یک از مدل‌های خطی و غیرخطی و تحلیل حساسیت روی پارامترهای مدل پرداخته شده است. بر اساس نتایج بدست آمده، تاثیر اصلی تعادل حجم کاری بر روی تعیین توالی عملیات قطعات و قرارگیری ماشین‌آلات در سلول‌ها می‌باشد. همچنین هزینه مصرف ابزار بیشتر از سایر توابع هدف از عدم قطعیت ناشی از مقدار تقاضا متاثر شده است.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۵/۰۶/۰۹

پذیرش ۱۳۹۶/۱/۲۷

کلمات کلیدی:

بهینه‌سازی استوار

خرابی ماشین‌آلات

سیستم تولید سلولی

ماشین‌آلات چندکاره

### ۱- مقدمه

مجموعه تکنیک‌هایی گفته می‌شود که هدف آنها دسته‌بندی ماشین‌آلات و ایجاد خانواده قطعات براساس تشابه طراحی و تجهیزات فرآیندی روی قطعات مختلف می‌باشد. یکی از مهمترین کاربردهای تکنولوژی گروهی در عرصه تولید، سیستم تولید سلولی می‌باشد. یک سیستم تولید سلولی شامل چهار زیر مسئله می‌باشد که عبارتند از:

۱- پیکربندی سلول‌ها: دسته‌بندی قطعات و ماشین‌آلات بر اساس عملیات و شباهت‌های تولیدی و تشکیل خانواده قطعات.

پس از وقوع انقلاب صنعتی در اروپا و هم‌زمان با بالا رفتن انتظار مشتریان و نیاز به تولید کالاهای با کیفیت و در حجم وسیع، فلسفه‌های تولیدی متنوعی از جمله تکنولوژی گروهی از سوی محققین و برنامه‌ریزان اصلی عرصه تولید، ارائه شدند. تکنولوژی گروهی توسط میتروفنوف در سال ۱۹۶۶ میلادی [۱] و سپس توسط بوربیج در سال ۱۹۷۵ معرفی شد [۲]. تکنولوژی گروهی، به

\* نویسنده مسئول: مجید رفیعی

تلفن: ۰۲۱-۶۶۰۱۸۱۳۹، پست الکترونیکی: rafiee@sharif.edu

چند عملیات از یک قطعه را بدون جابه‌جایی قطعه بر روی ماشین-آلات دیگر، انجام دهند. مطالعه این نوع ماشین‌آلات نخستین بار توسط جین و همکاران در سال ۱۹۹۰ انجام گرفت و مدلی تک‌دوره‌ای یا در نظرگیری هزینه مصرف ابزار ارائه شد. فانتان و چن (۲۰۰۶)، یک مدل جامع برای مسئله تولید سلولی ارائه کرده‌اند که در آن عوامل تولیدی بسیار متنوعی در نظر گرفته شده است. قائل شدن ابزار عملیات برای قطعات مختلف که بر روی ماشین‌آلات خاصی قابل نصب هستند، مسیرهای پردازش جایگزین برای قطعات، توالی عملیات تعیین حجم انباشته انتقالی قطعات، ظرفیت ماشین، بالانس ظرفیت کاری سلول‌ها، هزینه عملیات، هزینه برون سپاری پردازش قطعات، هزینه ابزار، هزینه راه اندازی و ظرفیت سلول‌ها از جمله مفروضات مسئله می‌باشد. با این حال مدل ارائه شده تخصیص مهم‌ترین منبع تولیدی - نیروی انسانی - را مورد توجه قرار نداده است. مدل ارائه شده، توسط الگوریتم شاخه و کران حل شده است. [۳۶] با توجه به عمر ماشین‌آلات، فرض بی وقفه کارکردن آن‌ها به دور از واقعیت است. خرابی و تعمیرات ماشین‌آلات باعث ایجاد هزینه‌ی مالی و زمانی می‌شوند، پس عنصری به نام "در دسترس بودن ماشین" یا "قابلیت اطمینان از در دسترس بودن ماشین" تعریف می‌شود. در دسترس بودن به معنای احتمال مدت زمانی که ماشین می‌تواند بدون وقفه کار می‌کند و به مشکل بر نمی‌خورد. در اکثر مقالات از توزیع نمایی برای محاسبه‌ی مدت زمان بین دو خرابی متوالی استفاده می‌کنند.

با توجه به مقالات مفهوم تخصیص ابزار به ماشین و ماشین‌آلات چندکاره توام به کارگرفته نشده است و مقاله‌ای جهت مطالعه‌ی این چهار عامل یافت نشد. عوامل پوشش داده شده در این مقاله به صورت جزئی در جدول (۱) نمایش داده شده است. با توجه به مقالات جدول (۲) می‌توان خلاء تحقیقاتی پوشش داده شده و خلاقیت این مقاله را ملاحظه کرد.

### ۳- مدل ریاضی

۳-۱- مدل مبتنی بر پیکربندی، پیکربندی مجدد، ماشین-آلات چندکاره همراه با در نظرگیری قابلیت اطمینان

#### ماشین و تخصیص ابزار

مدل برای سیستم تولید سلولی چند دوره‌ای طراحی شده است. مسیرهای پردازش جایگزین برای قطعات مختلف، موضوعی جدید است که در اثر روی کارآمدن ماشین‌آلات چندکاره مطرح شده است. بی‌وقفه کارکردن ماشین‌آلات، فرضی به دور از واقعیت است. در این مدل سعی بر آن است تا این خلاء تحقیقاتی مورد بررسی قرار گیرد. فرض بر آن است که قابلیت اطمینان هر ماشین، طبق رابطه (۱)، از توزیع نمایی با نرخ شکست یا خرابی ماشین معلوم و مشخصی، پیروی می‌کند.

$$R = \exp(-\lambda t) \quad (1)$$

۲- چیدمان گروهی: تعیین و طراحی چیدمان ماشین‌آلات در داخل هر سلول و همچنین چیدمان خود سلول‌ها به شکلی بهینه یا نزدیک به بهینه.

۳- زمان‌بندی گروهی: زمان‌بندی خانواده قطعات به طوری که در کم‌ترین زمان ممکن (یا تاخیر ممکن) عملیات تولید پایان پذیرد.

۴- تخصیص منابع: عبارت است از تخصیص منابع انسانی و همچنین تجهیزات به ماشین‌آلات، به گونه‌ای که کم‌ترین هزینه تدارک این تجهیزات را متحمل شویم.

توجه به خرابی ماشین‌آلات یکی از مهم‌ترین عوامل در موفقیت سازمان و در نهایت ارتقای سطح کمی و کیفی سازمان می‌باشد. قابلیت اطمینان ماشین‌های چندکاره یکی از عوامل مهمی است که امروزه بسیاری از مدیران به دنبال راه‌هایی برای بهینه‌سازی آن می‌باشند. لذا در این مقاله این موضوعات به صورت خاص مورد توجه قرار گرفته است. همچنان که در بخش آتی با مطالعه مقالات مرتبط نشان خواهیم داد، تاکنون مقاله‌ای این موضوع را در کنار سایر عوامل مهم تولیدی نظیر پویایی، پیکربندی مجدد، نصب ابزار بر روی ماشین در شرایط عدم قطعیت مورد بررسی قرار نداده است. لذا امیدواریم این مقاله بتواند این خلاء تحقیقاتی را پوشش دهد.

### ۲- مرورادبیات

دست یافتن به مدل سیستم تولید سلولی که در آن بسیاری از عوامل تولیدی در نظر گرفته شده باشد، بسیار ارزشمند است. یکی از مهم‌ترین مفاهیم برنامه‌ریزی تولید ماهیت پویایی آن می‌باشد. به این ترتیب که پارامترهایی همچون تقاضا، زمان انجام عملیات و غیره در دوره‌های مختلف تولیدی می‌توانند متفاوت بوده و باعث استراتژی‌های تولیدی مختلفی در هر دوره شوند. این مفهوم در سیستم تولید سلولی با نام "پیکربندی مجدد" و "پویایی" مطرح می‌شود. صفائی و توکلی مقدم (۲۰۰۹)، مدلی ریاضی برای تولید سلولی در محیط پویا با در نظر گرفتن برنامه‌ریزی تولید، با هدف کمینه کردن هزینه‌های حرکات بین سلولی و درون سلولی قطعات و ماشین‌آلات، پیکربندی مجدد بین دوره‌ها، برون سپاری جزئی و انتقال موجودی را ارائه داده‌اند. مدل ارائه شده با استفاده از الگوریتم شاخه و کران حل شده است. [۳۵] کیا و همکاران (۲۰۱۲)، مسئله‌ی پیکربندی و چیدمان در محیط پویا را به طور هم‌زمان مدل کردند. هدف مدل، به حداقل رساندن هزینه کل جابه‌جایی بین سلولی و درون سلولی قطعات، جابجایی ماشین‌آلات، خرید ماشین‌آلات جدید، سربار ماشین‌آلات و عملیات انجام شده توسط ماشین‌آلات می‌باشد. مواردی همچون مسیریابی جایگزین، توالی عملیات، زمان پردازش و پیکربندی مجدد پوشش داده می‌شود. [۱۸] با پیشرفت تکنولوژی و محدودیت فضا در مکان‌های تولیدی، ماشین‌آلات چندکاره به روی کار آمده‌اند. این‌گونه ماشین‌آلات توانایی نصب چندین ابزار بر روی خود را دارند و می‌توانند یک یا

- در هر دوره امکان ابزار نصب نشده و بلا استفاده در سیستم وجود دارد.
- هزینه‌ی نصب و قطع ابزار به صورت توأم در نظر گرفته شده است. در واقع برای ابزارهایی در نظر گرفته شده است که در یک دوره روی ماشینی نصب می‌شوند و در دوره بعدی از روی ماشین برداشته شده و روی ماشین دیگری نصب می‌شوند. پس ابزارهایی که در یک دوره به کار گرفته می‌شوند و دوره دیگر از سیستم حذف می‌شوند شامل هزینه‌ی قطع و نصب نمی‌باشند.
- هر نوع قطعه دارای یک یا چند مسیر پردازش مختلف می‌باشد که باید براساس هزینه‌های مختلفی که بر سیستم تولیدی وارد می‌شود، بهترین این مسیرها برای تولید، انتخاب شود.
- میزان تقاضا برای هر نوع قطعه در هر دوره تولیدی مختلف در نظر گرفته شده است ولی عددی مشخص و معلوم می‌باشد.
- مدت زمان پردازش روی قطعه بسته به ابزار مورد استفاده و این که ابزار روی کدام ماشین نصب شده، متفاوت است ولی در هر دوره مشخص و معلوم فرض شده است.
- حرکات قطعات به صورت بین سلولی و درون سلولی می‌باشند. حرکت درون سلولی به علت ناچیز بودن فواصل بین ماشین-آلات به هزینه‌ی جابه‌جایی کل قطعات بسنده شده است. حرکت بین سلولی قطعات وابسته به فاصله بین سلول‌ها و هزینه‌ی جابه‌جایی کل قطعات می‌باشد. این فواصل بین سلولی و هزینه‌ی جابه‌جایی بسته به نوع قطعه در هر دوره مشخص و معلوم است.
- حداقل و حداکثر ظرفیت هر سلول برای جایگیری ماشین، در هر دوره تولیدی مشخص می‌باشد.

### ۳-۳- اندیس‌ها

- اندیس ماشین‌آلات و تعداد کل ماشین آلات  $(m, m' = 1, \dots, M)$
- اندیس ابزارها و تعداد کل ابزارها  $(g, g' = 1, \dots, G)$
- اندیس سلول‌ها و تعداد کل سلول‌ها  $(c, c' = 1, \dots, C)$
- اندیس قطعات تولیدی و تعداد کل قطعات تولیدی  $(i = 1, \dots, I)$
- اندیس دوره‌های تولیدی و تعداد کل دوره‌های تولیدی  $(t = 1, \dots, T)$
- اندیس عملیات هر قطعه  $i$  در هر دوره تولیدی و تعداد کل این عملیات  $(j = 1, \dots, O_i)$

### ۴-۳- پارامترها

- هزینه‌ی جابه‌جایی قطعه بین سلول‌ها  $(MC_i)$
- هزینه‌ی نصب و قطع ماشین از سلول  $(SM)$
- هزینه‌ی نصب و قطع ابزار از روی ماشین  $(SG)$
- هزینه‌ی مصرف ابزار  $(\Psi_{ijg})$

در این رابطه  $R$  قابلیت اطمینان ماشین،  $\lambda$  نرخ شکست و یا نرخ خرابی ماشین است که دارای مقداری ثابت می‌باشد. بر اساس رفتار توزیع نمایی، امید ریاضی زمان بین دو خرابی متوالی از رابطه (۲) بدست می‌آید:

$$MTBF = \frac{1}{\lambda} \quad (2)$$

در این رابطه  $MTBF$  نشان دهنده متوسط زمان بین دو خرابی متوالی ماشین می‌باشد. با تقسیم زمان پردازش کلی ماشین بر این مقدار، متوسط تعداد خرابی ماشین در طول دوره تولیدی، به دست خواهد آمد. با توضیحات ارائه شده، هدف مدل، انتخاب مسیر پردازش مناسب قطعات در کل دوره برنامه‌ریزی است به گونه‌ای که هزینه‌های کلی خرابی ماشین، مصرف ابزار، پیکربندی و پیکربندی مجدد کمینه شود.

### جدول (۱): ویژگی‌های پوشش داده شده در مدل ریاضی

شماره	ویژگی‌های پوشش داده شده در مدل ریاضی
۱	توالی عملیات
۲	جابه‌جایی قطعات
۲-الف	جابه‌جایی قطعات بین سلول‌ها
۲-ب	جابه‌جایی قطعات درون سلول‌ها
۳	پیکربندی مجدد
۴	اثر خرابی ماشین‌آلات
۵	زمان/ هزینه‌ی عملیات ماشین‌آلات
۶	ظرفیت ساعتی ماشین‌آلات
۷	ماشین‌آلات چند کاره
۸	تعادل حجم بار کاری
۹	عدم قطعیت

### ۲-۲- مفروضات

- ماشین‌آلات چندکاره می‌باشد بدان معنی که قابلیت نصب چندین ابزار روی ماشین‌آلات وجود دارد. این که روی هر ماشین چه ابزارهایی قابلیت نصب دارند به عنوان ورودی به مدل داده می‌شود.
- حداقل و حداکثر ظرفیت هر ماشین برای جایگیری ابزار، در هر دوره تولیدی مشخص می‌باشد.
- هر ماشین ظرفیت زمانی مشخصی برای کار کردن دارد.
- قابلیت اطمینان ماشین‌ها از توزیع نمایی پیروی می‌کند. پارامتر این توزیع که نشان دهنده نرخ شکست یا خرابی ماشین می‌باشد، مقداری مشخص است.
- هزینه خرابی ماشین شامل هزینه‌های قطع فعالیت، بررسی خرابی، تعمیر و نصب مجدد بوده و برای هر ماشین، مقداری ثابت و مشخص می‌باشد.
- در هر دوره یک یا چند ابزار وجود دارند که می‌تواند یک نوع عملیات روی هر قطعه را انجام دهند. یک عملیات از هر قطعه توسط یک ابزار انجام می‌شود بدان معنی که یک عملیات از هر قطعه نباید توسط دو یا چند ابزار انجام شود.

- هزینه تعمیرات ماشین  $m$  ام ( $B_m$ )
- حداکثر ظرفیت زمان پردازش روی ماشین ( $captime$ )
- حداکثر و حداقل تعداد ابزار نصب شده روی ماشین ( $u_m, l_m$ )
- حداکثر و حداقل ظرفیت سلول  $c$  برای ماشین ( $u_c, l_c$ )
- درصد تعادل‌سازی حجم بار کاری سلول‌ها ( $q$ )
- میزان تقاضای قطعه  $i$  ام در دوره تولیدی  $t$  ام ( $D_i^t$ )
- فاصله‌ی سلول  $c$  و  $c'$  ( $dis_{cc'}$ )
- زمان پردازش عملیات  $z$  ام قطعه  $i$  ام توسط ابزار  $g$  ام روی ماشین  $m$  ام ( $time_{ijgm}$ )
- متوسط زمان بین دو خرابی (یک تقسیم بر نرخ خرابی ماشین ( $MTBF = \frac{1}{\lambda_m}$ )

جدول (۲): بررسی مقالات از نظر ویژگی‌های پوشش داده شده در مدل ریاضی

۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲		۱		
							الف		ب		
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	تحقیق فعلی	
			*	*	*	*	*	*	*	۲۰۱۵	دیپ و سینگ [۳]
*			*	*		*	*	*	*	۲۰۱۵	رنا [۴]
*				*	*				*	۲۰۱۵	اسماعیل‌زاده و همکاران [۵]
			*		*		*	*	*	۲۰۱۴	یدالهی و همکاران [۶]
				*			*	*	*	۲۰۱۳	جوادی و همکاران [۷]
	*		*	*		*	*	*	*	۲۰۱۳	کیا و همکاران [۸]
				*		*			*	۲۰۱۳	سعیدی مهرآباد و همکاران [۹]
			*	*		*	*	*	*	۲۰۱۳	رفیعی و قدسی [۱۰]
				*		*	*	*	*	۲۰۱۳	بشیری و باقری [۱۱]
			*	*		*	*	*	*	۲۰۱۳	پایدار و همکاران [۱۲]
			*	*		*	*	*	*	۲۰۱۳	دلفرد [۱۳]
*			*	*		*	*	*	*	۱۳۹۳	پایدار و همکاران [۱۴]
				*		*	*	*	*	۲۰۱۳	رضاییان زیدی و همکاران [۱۵]
				*		*	*	*	*	۲۰۱۲	ارکات و همکاران [۱۶]
	*		*	*		*	*	*	*	۲۰۱۲	توکلی مقدم و همکاران [۱۷]
			*	*		*	*	*	*	۲۰۱۲	کیا و همکاران [۱۸]
				*		*	*	*	*	۲۰۱۲	جولایی و همکاران [۱۹]
				*		*	*	*	*	۲۰۱۲	ارکات و همکاران [۲۰]
						*	*	*	*	۲۰۱۲	بنرج و داس [۲۱]
							*	*	*	۲۰۱۲	مهدوی و همکاران [۲۲]
*			*	*	*	*	*	*	*	۲۰۱۱	کانچان و همکاران
	*		*	*		*	*	*	*	۲۰۱۱	جوادیان و همکاران [۲۳]
			*	*	*	*	*	*	*	۲۰۱۱	رفیعی و همکاران [۲۴]
	*		*	*		*	*	*	*	۲۰۱۱	رضازاده و همکاران [۲۵]
			*			*	*	*	*	۲۰۱۱	مهدوی و همکاران [۲۶]
			*	*		*	*	*	*	۲۰۱۱	قطب‌الدین و همکاران [۲۷]
				*		*	*	*	*	۲۰۱۱	ارکات و همکاران [۲۸]
				*	*	*	*	*	*	۲۰۱۱	چنگ و چونگ [۲۹]
				*		*	*	*	*	۲۰۱۱	سلیمان پور و فروعی [۳۰]
			*	*		*	*	*	*	۲۰۱۰	دلجو و همکاران [۳۱]
			*	*		*	*	*	*	۲۰۱۰	مهدوی و همکاران [۳۲]
			*		*	*	*	*	*	۲۰۱۰	صفایی و همکاران [۳۳]
					*	*	*	*	*	۲۰۱۰	سلیمان پور و همکاران [۳۴]

$$+ \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{m=1}^M \sum_{c,c' \neq c} x_{mc}^t \times x_{mc'}^{t+1} \times dis_{c,c'} \times SM \quad (3-3)$$

$$+ \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G y_{gm}^t \times p_{ijg}^t \times D_i^t \times \psi_{ijg} \quad (3-4)$$

$$+ \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{g=1}^G \sum_{m \neq m'} y_{gm}^t \times y_{gm'}^{t+1} \times SG \quad (3-5)$$

$$+ \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G p_{ijg}^t \times y_{gm}^t \times time_{ijgm} \times D_i^t}{MTBF_m} \times B_m \quad (3-6)$$

Subjected to:

$$\sum_{c=1}^C X_{mc}^t = 1 \quad \forall m, t; \quad (4)$$

$$\sum_{g=1}^G P_{ijg}^t = 1 \quad \forall i, j, t; \quad (5)$$

$$\sum_{m=1}^M Y_{gm}^t \leq 1 \quad \forall g, m, t; \quad (6)$$

$$P_{ijg}^t \leq \alpha_{ijg}^t \quad \forall i, j, g, t; \quad (7)$$

$$Y_{gm}^t \leq \beta_{gm}^t \quad \forall g, m, t; \quad (8)$$

$$\sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M Y_{gm}^t \times X_{mc}^t \leq \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} P_{ijg}^t \quad \forall g, t; \quad (9)$$

$$\sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M Y_{gm}^t \times X_{mc}^t \geq P_{ijg}^t \quad \forall i, j, g, t; \quad (10)$$

$$\sum_{m=1}^M X_{mc}^t \leq u_c \quad \forall c, t; \quad (11)$$

$$\sum_{m=1}^M X_{mc}^t \geq l_c \quad \forall c, t; \quad (12)$$

$$\sum_{g=1}^G Y_{gm}^t \leq u_m \quad \forall m, t; \quad (13)$$

$$\sum_{g=1}^G Y_{gm}^t \geq l_m \quad \forall m, t; \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G P_{ijg}^t \times Y_{gm}^t \times time_{ijgm} \times D_i^t \leq captime \quad (15)$$

$$\forall m, t; \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G X_{mc}^t \times Y_{gm}^t \times P_{ijg}^t \times time_{ijgm} \times D_i^t \geq \quad (17)$$

$$\frac{q}{C} \sum_{c=1}^C \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G X_{mc}^t \times Y_{gm}^t \times P_{ijg}^t \times time_{ijgm} \times D_i^t \quad \forall c, t;$$

$$X_{mc}^t, Y_{gm}^t, P_{ijg}^t \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, g, m, t; \quad (17)$$

تابع هدف مدل ارائه شده شامل هزینه‌های جابه‌جایی بین سلولی و درون سلولی قطعات، پیکربندی مجدد، مصرف ابزار، قطع و نصب ابزار و خرابی ماشین‌آلات می‌باشد. جملات (۳-۱) و (۳-۲)

عملیات  $j$  ام قطعه  $i$  ام توسط ابزار  $g$  ام در دوره‌ی  $t$  قابل اجرا

$$\left( \alpha_{ijg}^t = \begin{cases} 1; \\ 0; \end{cases} \right) \text{ است؛ ۱: در غیر این صورت:}$$

ابزار  $g$  ام مجاز باشد در دوره‌ی  $t$  روی ماشین  $m$  ام نصب

$$\left( \beta_{gm}^t = \begin{cases} 1; \\ 0; \end{cases} \right) \text{ شود؛ ۱: در غیر این صورت:}$$

۳-۵- متغیرهای تصمیم

اگر ماشین  $m$  ام در دوره  $t$  ام به سلول  $c$  ام تخصیص یابد:

$$\left( X_{mc}^t = \begin{cases} 1; \\ 0; \end{cases} \right) \text{ در غیر این صورت:}$$

اگر ابزار  $g$  ام روی ماشین  $m$  ام در دوره‌ی  $t$  ام نصب شود:

$$\left( Y_{gm}^t = \begin{cases} 1; \\ 0; \end{cases} \right) \text{ در غیر این صورت:}$$

اگر عملیات  $j$  ام قطعه  $i$  ام در دوره  $t$  ام بر روی ابزار  $g$  ام

$$\left( P_{ijg}^t = \begin{cases} 1; \\ 0; \end{cases} \right) \text{ انجام شود؛ ۱: در غیر این صورت:}$$

۳-۶- مدل غیرخطی

مدل ارائه شده، یک مدل غیرخطی عدد صحیح می‌باشد که مسأله-ی پیکربندی سلولی و پیکربندی مجدد سلولی در کنار ماشین‌آلات چندکاره با قابلیت اطمینان مورد بررسی قرار داده است. دخالت دادن عواملی مانند حرکات بین سلولی و درون سلولی، تعادل حجم بار کاری سلول‌ها، ظرفیت زمانی ماشین‌آلات، هزینه‌ی عملیات، هزینه‌ی مصرف ابزار و هزینه‌های جداسازی ابزار از روی یک ماشین و نصب آن بر روی ماشین دیگر بین دو دوره تولیدی متوالی از ویژگی‌های خاص این مدل می‌باشد.

$$\min \quad OF1-1 = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g,g'=1}^G \sum_{m,m'=1}^M \sum_{c,c' \neq c} x_{mc}^t \times y_{gm}^t \times p_{ijg}^t \quad (3-1)$$

$$\times x_{m'c'}^t \times y_{g'm'}^t \times p_{i(j+1)g'}^t \times D_i^t \times dis_{c,c'} \times MC_i$$

$$+ \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g,g'=1}^G \sum_{c=1}^C \sum_{m,m' \neq m} x_{mc}^t \times y_{gm}^t \times p_{ijg}^t \times$$

$$x_{m'c'}^t \times y_{g'm'}^t \times p_{i(j+1)g'}^t \times D_i^t \quad (3-2)$$

$$PXY1_{ijgmc}^t = X_{mc}^t Y_{gm}^t P_{ijg}^t X_{m'c'}^t Y_{g'm'}^t P_{i(j+1)g'}^t$$

$$PXY2_{ijgmc}^t = X_{mc}^t Y_{gm}^t P_{ijg}^t X_{m'c'}^t Y_{g'm'}^t P_{i(j+1)g'}^t$$

$$XX_{mc}^t = X_{mc}^t X_{mc}^{t+1}$$

$$YX_{gmc}^t = Y_{gm}^t X_{mc}^t$$

$$PY_{ijgm}^t = P_{ijg}^t Y_{gm}^t$$

$$PXY_{ijgmc}^t = P_{ijg}^t X_{mc}^t Y_{gm}^t$$

$$YY_{gm}^t = Y_{gm}^t Y_{gm}^{t+1}$$

### ۳-۷- خطی سازی مدل

با توجه به تکنیک مطرح شده در ذیل، مدل غیر خطی به مدل خطی تبدیل می‌شود.

عبارت  $Z = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  را در نظر بگیرید. در این عبارت فرض بر این است که متغیر  $X_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) یک متغیر صفر و یک می‌باشد. واضح است که متغیر  $Z$  تنها در صورتی مقدار ۱ خواهد گرفت که تمامی  $X_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) ها مقدار ۱ بگیرند. اگر حداقل یکی از  $X_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) ها مقدار صفر به خود بگیرد، حاصل ضرب این متغیرها نیز مقدار صفر خواهد گرفت. با توجه به این نکته، با اضافه کردن چند محدودیت می‌توان  $Z$  را که یک متغیر باینری می‌باشد، جای‌گزین حاصل ضرب متغیرهای صفر و یک نمود که به شکل ذیل می‌باشند:

جملات (۳-۱) تا (۳-۶)، (۹)، (۱۰)، (۱۵) و (۱۶) در مدل ارائه شده باعث غیر خطی شدن مدل گشته‌اند. لذا متغیرهای جدید به شکل ذیل تعریف می‌شود:

$$Z \leq X_i \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$Z \geq \sum_{i=1}^n X_i - (n-1)$$

با در نظرگیری متغیرهای جدید، محدودیت‌های زیر به مدل اصلی اضافه خواهد شد:

$$PXY1_{ijgmc}^t \geq YX_{gmc}^t + P_{ijg}^t + YX_{g'm'c'}^t + P_{i(j+1)g'}^t - 3 \quad (18)$$

$$PXY1_{ijgmc}^t \leq YX_{gmc}^t \quad (19)$$

$$PXY1_{ijgmc}^t \leq P_{ijg}^t \quad (20)$$

$$PXY1_{ijgmc}^t \leq YX_{g'm'c'}^t \quad (21)$$

$$PXY1_{ijgmc}^t \leq P_{i(j+1)g'}^t \quad (22)$$

$$PXY2_{ijgmc}^t \geq YX_{gmc}^t + P_{ijg}^t + YX_{g'm'c'}^t + P_{i(j+1)g'}^t - 3 \quad (23)$$

$$PXY2_{ijgmc}^t \leq YX_{gmc}^t \quad (24)$$

$$PXY2_{ijgmc}^t \leq P_{ijg}^t \quad (25)$$

$$PXY2_{ijgmc}^t \leq YX_{g'm'c'}^t \quad (26)$$

$$PXY2_{ijgmc}^t \leq P_{i(j+1)g'}^t \quad (27)$$

$$XX_{mc}^t \geq X_{mc}^t + X_{mc}^{t+1} - 1 \quad (28)$$

$$XX_{mc}^t \leq X_{mc}^t \quad (29)$$

در تابع هدف به ترتیب برای کمینه کردن تعداد حرکات درون سلولی و بین سلولی قطع می‌باشد. در واقع این نوع حرکات ناشی از توالی عملیات قطع تولیدی مختلف می‌باشد که به منظور دست‌یابی به یک سیستم تولید سلولی مناسب، باید کمترین تعداد این حرکات را داشته باشیم. جمله (۳-۳) تابع هدف، ناشی از طبیعت چند دوره ای بودن سیستم تولیدی می‌باشد. در واقع به دلیل تفاوت در مسیرهای پردازش قطعات در دوره های مختلف تولیدی، تفاوت در میزان تقاضای قطعات و تفاوت در ویژگی‌های اپراتور در دوره‌های تولیدی مختلف، یک چیدمان بهینه برای یک دوره تولیدی لزوماً برای دوره بعدی نیز بهینه نخواهد بود. لذا ممکن است مجبور شویم ماشین‌آلات را از یک سلول تولیدی به سلول تولیدی دیگری، در بین دو دوره تولیدی، منتقل نماییم که این امر مستلزم هزینه‌هایی مانند جداسازی ماشین، نصب ماشین و همچنین حمل و نقل ماشین خواهد بود. هدف کلی دست‌یابی به جوابی با کم‌ترین میزان هزینه می‌باشد. جمله (۳-۴) تابع هدف، هزینه‌ی مصرف ابزار می‌باشد که وابسته به حجم کاری روی ابزارها می‌باشد. جمله (۳-۵) تابع هدف، مربوط به هزینه‌ی نصب و قطع ابزار در کل دوره‌ها برنامه‌ریزی سیستم تولیدی می‌باشد. لازم به ذکر است هزینه‌ی نصب و قطع ابزار به ابزارهایی تخصیص می‌یابد که در دو دوره‌ی متوالی از روی ماشینی برداشته و روی ماشینی دیگر نصب شده باشد. جمله (۳-۶) تابع هدف، مربوط به خرابی ماشین‌آلات و هزینه‌ی تعمیرات ماشین‌آلات می‌باشد. جمله (۴) محدودیت، تخصیص ماشین‌آلات به یک سلول می‌باشد. جمله (۵) محدودیت، تخصیص عملیات هر قطعه به یک ابزار می‌باشد. جمله (۶) محدودیت، نصب ابزار روی حداکثر یک ماشین می‌باشد، پس در برخی از دوره‌ها امکان داشتن ابزار بلااستفاده وجود دارد. ماشین‌آلات چندکاره هستند بدان معنی که امکان نصب چند ابزار روی آن‌ها وجود دارد. به عنوان ورودی به مدل گفته می‌شود که کدام ابزارها مجاز به نصب روی ماشین‌آلات هستند تا در زمان تخصیص ابزار به ماشین مد نظر قرار گیرند و به طور مشابه انجام عملیات هر قطعه توسط کدام ابزارها قابلیت انجام دارد تا در زمان تخصیص عملیات هر قطعه به ابزار مد نظر قرار گیرد. این موارد فوق در جملات (۷) و (۸) محدودیت، به عنوان مجاز بودن تخصیص عملیات قطعه به یک ابزار و نصب ابزار به ماشین به کار رفته‌اند. جملات (۹) و (۱۰) محدودیت، مربوط به عدم نصب ابزار بلااستفاده روی ماشین‌آلات می‌باشد. جملات (۱۱) و (۱۲) محدودیت، مربوط به ظرفیت جایگیری ماشین‌آلات در داخل سلول‌ها در هر دوره زمانی می‌باشد. جملات (۱۳) و (۱۴) محدودیت، مربوط به ظرفیت نصب ابزار روی هر ماشین در هر دوره می‌باشد. جمله (۱۵) محدودیت، ظرفیت کار ماشین‌آلات در هر دوره زمانی است. جمله (۱۶) مربوط به بالانس کردن حجم بارکاری در سلول‌ها می‌باشد. جمله (۱۷) مربوط به محدودیت سلامتی متغیرهای تصمیم می‌باشد.

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G PXY_{ijmc}^t \times time_{ijgm} \times D_i^t \geq \frac{q}{C}$$

$$\sum_{c=1}^C \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G PXY_{ijmc}^t \times time_{ijgm} \times D_i^t \quad \forall c, t; \quad (47)$$

$$X_{mc}^t, Y_{gm}^t, P_{ijg}^t, PY_{ijgm}^t, PXY1_{ijgmc}^t, PXY2_{ijgmc}^t, \quad \forall i, j, g, m, t; \quad (48)$$

$$XX_{mc}^t, YX_{gmc}^t, YY_{gm}^t \in \{0,1\}$$

۴- تحلیل

۴-۱- مثال عددی و تحلیل نتایج

به منظور بررسی زمان حل و مقدار بهینه‌ی مدل خطی و مدل غیرخطی، چند نمونه مثال عددی حل شد. در جدول ۳ اطلاعات و نتایج به دست آمده به ترتیب قابل رویت می‌باشند. با توجه به جواب‌های حاصل شده می‌توان دریافت:

- مقایسه‌ی مقادیر بهینه‌ی هر مثال با مثال دیگر منطقی نیست زیرا پارامترهای ورودی مثال‌ها براساس افزایش بعد، تغییر کرده است. منطقی است که در هر مثال، مقادیر بهینه و زمان حل مدل خطی و غیر خطی باهم بررسی شود زیرا ابعاد و پارامترهای ورودی باهم یکسان می‌باشند.
- به طور کلی در هر مسئله، زمان حل مدل خطی کمتر از زمان حل مدل غیرخطی می‌باشد.
- جواب بهینه‌ی مدل خطی کمتر و یا مساوی مقدار بهینه‌ی مدل غیرخطی می‌باشد.
- مسیر یافتن جواب بهینه‌ی مثال سوم را در دو مدل خطی و غیرخطی با شکست زمان بررسی شد. همان طور که در نمودار مشاهده می‌شود، مدل خطی در ۰/۳ ثانیه نقطه‌ی شدنی را یافته و با گذر زمان سعی در یافتن جواب بهینه می‌کند. در زمان ۸/۵ ثانیه جواب و مقدار بهینه را می‌یابد در حالی که مدل غیرخطی در لحظه‌ی ۴۰ ثانیه، جواب شدنی خود را می‌یابد.

$$XX_{mc}^t \leq X_{mc}^{t+1} \quad (30)$$

$$YX_{gmc}^t \geq Y_{gm}^t + X_{mc}^t - 1 \quad (31)$$

$$YX_{gmc}^t \leq Y_{gm}^t \quad (32)$$

$$YX_{gmc}^t \leq X_{mc}^t \quad (33)$$

$$PY_{ijgm}^t \geq P_{ijg}^t + Y_{gm}^t - 1 \quad (34)$$

$$PY_{ijgm}^t \leq P_{ijg}^t \quad (35)$$

$$PY_{ijgm}^t \leq Y_{gm}^t \quad (36)$$

$$PXY_{ijgm}^t \geq X_{mc}^t + PY_{ijgm}^t - 1 \quad (37)$$

$$PXY_{ijgm}^t \leq PY_{ijgm}^t \quad (38)$$

$$PXY_{ijgm}^t \leq X_{mc}^t \quad (39)$$

$$YY_{gm}^t \geq Y_{gm}^t + Y_{gm}^{t+1} - 1 \quad (40)$$

$$YY_{gm}^t \leq Y_{gm}^t \quad (41)$$

$$YY_{gm}^t \leq Y_{gm}^{t+1} \quad (42)$$

با انجام عملیات خطی سازی، مدل ارائه شده به یک مدل خطی صفر و یک تبدیل می‌شود. با فرض اضافه شدن محدودیت‌های خطی سازی بالا، توابع هدف و محدودیت‌های غیرخطی به شکل ذیل تغییر می‌کنند:

$$\min OF1-2 = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G \sum_{m,m'=1}^M \sum_{c,c' \neq c}^C PXY1_{ijgmc}^t \quad (43-1)$$

$$\times D_i^t \times dis_{c,c'} \times MC_i + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G \sum_{c=1}^C \sum_{m,m' \neq m}^M PXY2_{ijgmc}^t \times D_i^t \quad (43-2)$$

$$+ \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \sum_{c,c' \neq c}^C XX_{mc}^t \times dis_{c,c'} \times SM \quad (43-3)$$

$$+ \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G PY_{ijgm}^t \times D_i^t \times \psi_{ijg} \quad (43-4)$$

Subjected to: (۴,۵,۶,۷,۸,۱۱,۱۲,۱۳,۱۴)

$$\sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M YX_{gmc}^t \leq \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} P_{ijg}^t \quad \forall g, t; \quad (44)$$

$$\sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M YX_{gmc}^t \geq P_{ijg}^t \quad \forall i, j, g, t; \quad (45)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G PXY_{ijgm}^t \times time_{ijgm} \times D_i^t \leq captime \quad \forall m, t; \quad (46)$$

جدول ۳. ابعاد مثال‌های عددی، مقادیر بهینه و زمان حل مدل اول

شماره مثال	ابعاد مثال	دوره	ابزار	مقدار بهینه	زمان حل (ثانیه)	مدل خطی	مدل غیر خطی
۱	۲	۲	۵	۲۱۵۶.۸۰۵	۱	۲۱۵۶.۸۰۵	۳۲
۲	۳	۳	۵	۳۵۷۹.۸۴۰	۳	۳۵۷۹.۸۴۰	۸۲
۳	۴	۲	۷	۲۸۲۲.۹۴۰	۹	۳۱۱۷.۴۱۲	۴۴۳
۴	۴	۳	۷	۳۷۶۵.۴۹۰	۱۰۲۰	۵۰۰۷.۹۱۰	۳۷۲۰
۵	۵	۲	۱۰	۱۰۱۳۵.۵۵۸	۱۰۴۱	۱۶۲۲۸.۲۱۱	۳۹۶۰

افزایش می‌یابند. با افزایش هزینه‌ی مصرف ابزار، تابع هدف مربوط به هزینه‌ی مصرف ابزار در کل سیستم افزایش می‌یابد. با افزایش هزینه‌ی نصب و قطع ابزار، هزینه‌ی پیکربندی مجدد ابزار افزایش خواهد یافت.

۴-۲-۳- زمان انجام عملیات

مثال عددی سه را در نظر بگیرید، سه نوع ماشین در این مثال وجود دارد که با نمادهای (\*، ^ و ') نشان داده شده است. برای نمونه \*۱، نشان دهنده‌ی ابزار ۱ روی ماشین نوع \* نصب شده است. در حل اول، مدت زمان انجام عملیات هر قطعه روی سه ماشین نزدیک بهم است. نحوی تخصیص عملیات به ابزار و ابزار به ماشین در شکل ۳ مشخص شده است.

دوره‌ی اول برنامه ریزی			
قطعه	انجام عملیات ژام توسط ابزار g ام		
۱	*۱	→	*۵
۲	^۲	→	*۵
۳	*۱	→	*۵
۴	^۳	→	^۴

شکل (۱): تصویر سیستم در دوره اول برنامه‌ریزی

دوره‌ی دوم برنامه‌ریزی			
قطعه	انجام عملیات ژام توسط ابزار g ام		
۱	^۲	→	^۴
۲	^۱	→	*۵
۳	*۳	→	*۵
۴	^۱	→	^۴

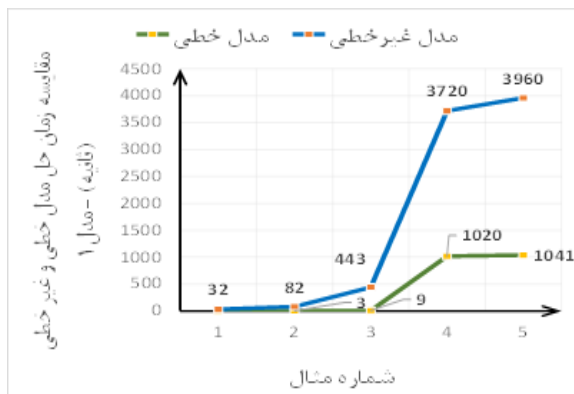
شکل (۲): تصویر سیستم در دوره دوم برنامه‌ریزی

دوره‌ی اول برنامه ریزی			
قطعه	انجام عملیات ژام توسط ابزار g ام		
۱	*۱	→	*۵
۲	^۲	→	*۵
۳	*۱	→	*۵
۴	^۳	→	^۴

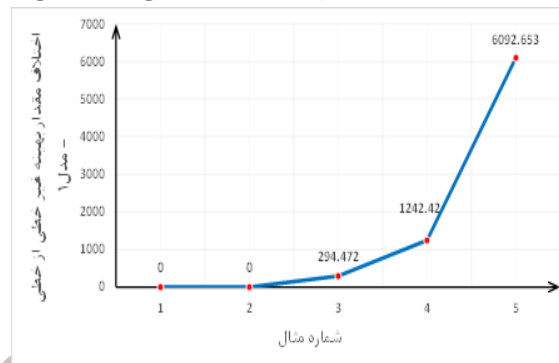
شکل (۳): تصویر سیستم در دوره اول برنامه‌ریزی

در هر دو دوره‌ی برنامه‌ریزی، ماشین ^ و \* در سلول یک، ماشین' در سلول دوم جای گرفته است. برای حل دوم، مدت زمان انجام عملیات هر قطعه توسط ماشین ^ را افزایش دادیم. تخصیص توالی عملیات به ابزار و ابزار به ماشین به صورت شکل ۴ در آمد.

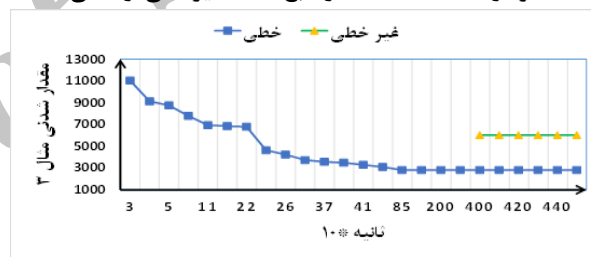
همان‌طور که مشاهده می‌کنید، ابزارهای نصب شده روی ماشین ^ در دوره دوم برنامه‌ریزی از سه به یک کاهش یافته است. در واقع از ماشین ^ استفاده‌ی کمتری شده است زیرا زمان انجام عملیات روی این ماشین طولانی‌تر است و سعی در کم کردن حجم کاری روی این ماشین دارد. در جایگیری ماشین‌آلات در سلول‌ها، ماشین ^ به تنهایی در سلول اول قرار داده شده است تا هزینه‌ی جابه‌جایی بالایی را سیستم متحمل نشود زیرا بیشترین حجم عملیات روی دو



نمودار (۱): مقایسه زمان حل مدل‌های خطی و غیر خطی



نمودار (۲): اختلاف مقدار تابع هدف غیرخطی از خطی



نمودار (۳): مقایسه روند ساخت جواب شدنی در مدل خطی و غیرخطی (مثال ۳)

۴-۲- تحلیل حساسیت پارامتری

۴-۲-۱- هزینه جابه‌جایی

مثال عددی سه را در نظر بگیرید، وقتی نحوی تخصیص مدل در هر بار افزایش هزینه‌های جابه‌جایی (ماشین‌آلات و قطعات) مد نظر قرار می‌گیرد، درمی‌یابیم که در هر بار افزایش، نحوی تخصیص مدل یکی بوده است و هزینه‌هایی که وابسته به افزایش هزینه‌های جابه‌جایی (ماشین‌آلات و قطعات) هستند، افزایش می‌یابند. با افزایش هزینه‌ی جابه‌جایی قطعه، هزینه‌ی جابه‌جایی درون سلولی و بین سلولی افزایش می‌یابد و با افزایش هزینه‌ی جابه‌جایی ماشین‌آلات، هزینه‌ی پیکربندی افزایش خواهد یافت.

۴-۲-۲- هزینه مصرف، قطع و نصب ابزار

مثال عددی سه را در نظر بگیرید، وقتی نحوی تخصیص مدل در هر بار افزایش هزینه‌های ابزار مد نظر قرار می‌گیرد، درمی‌یابیم که در هر بار افزایش، نحوی تخصیص مدل یکی بوده است و هزینه‌هایی که وابسته به افزایش هزینه‌های ابزار (مصرف، قطع و نصب) هستند،



ماشین دیگر تقسیم شده است.

دوره دوم برنامه ریزی			
قطعه	انجام عملیات ژام توسط ابزار g ام		
۱	۸۲	→	*۵
۲	*۱	→	*۵
۳	*۳	→	*۵
۴	*۱	→	*۵

شکل (۴): تصویر سیستم در دوره دوم برنامه ریزی با افزایش مدت زمان عملیات توسط ماشین دوم

۴-۲-۴- تقاضا

مثال عددی سه را در نظر بگیرید، افزایش تقاضا برای ۴ قطعه بررسی خواهیم کرد. در هر بار تکرار، تقاضا به ازای هر قطعه ۱۰ واحد افزایش یافته است. مقادیر تابع هدف در جدول زیر آورده شده است.

وقتی نحوی تخصیص مدل در هر بار افزایش تقاضا مد نظر قرار می گیرد، درمی یابیم که در هر بار افزایش تقاضا، نحوی تخصیص مدل یکی بوده است و هزینه هایی که وابسته به افزایش تقاضا هستند، افزایش می یابند. این موارد عبارتند از: هزینه خرابی ماشین آلات، مصرف ابزار، جابه جایی بین سلول و درون سلول. همان طور که مشاهده می شود، با افزایش تقاضا، حجم کار افزایش می یابد و هزینه مصرف ابزار جهت انجام عملیات افزایش می یابد. ماشین آلات زمان بیشتری کار خواهند کرد، احتمال رخ دادن خرابی بالاتر می رود و هزینه خرابی بیشتری برای ماشین آلات خواهیم داشت. به علت افزایش تقاضا، در هر بار جابه جایی، تعداد قطعات آماده شده ی بیشتری بین سلول و درون سلول جابه جا می شود و هزینه بالاتر می رود.

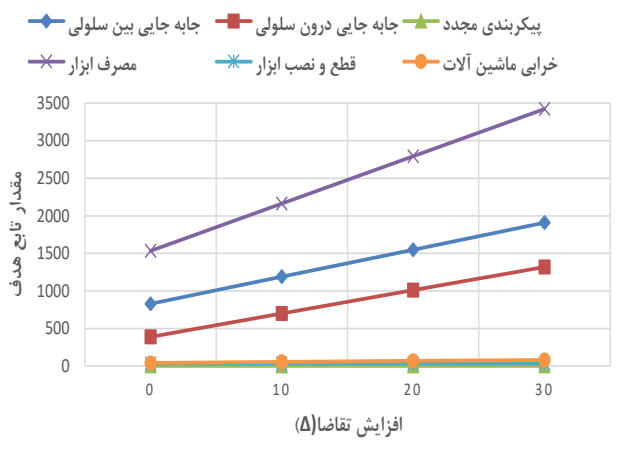
جدول (۵): مقادیر تابع هدف براساس افزایش تقاضا

توابع هدف	افزایش تقاضا (Δ)			
	۰	+۱۰	+۲۰	+۳۰
۱ جابه جایی بین سلولی	۸۲۸	۱۱۸۸	۱۵۴۸	۱۹۰۸
۲ جابه جایی درون سلولی	۳۸۹	۶۹۹	۱۰۰۹	۱۳۱۹
۳ پیکربندی مجدد	۰	۰	۰	۰
۴ مصرف ابزار	۱۵۳۴	۲۱۶۴	۲۷۹۴	۳۴۲۴
۵ قطع و نصب ابزار	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲
۶ خرابی ماشین-آلات	۳۹.۹۴	۵۳.۸۵	۶۷.۷۶	۸۱.۶۷
مجموع توابع هدف	۲۸۲۲.۹۴	۴۱۳۶.۸۵	۵۴۵۰.۷۶	۶۷۶۴.۶۷

۴-۲-۴- تعادل حجم بار کاری

مثال عددی سه را در نظر بگیرید، برای درصد تعادل حجم بار کاری مختلف (q) حل می شود. جدول زیر مقادیر توابع هدف را به ازای افزایش q نشان می دهد. همان طور که ملاحظه می شود، افزایش

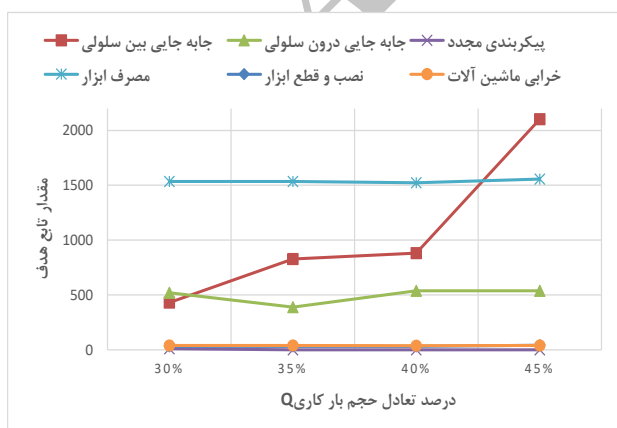
q، هزینه مصرف ابزار، نصب و قطع ابزار و خرابی ماشین آلات را افزایش می دهد ولی به علت اندک بودن می توان چشم پوشی کرد. تاثیر اصلی بر روی تعیین توالی عملیات قطعات و قرارگیری ماشین آلات در سلول ها می باشد. به نحوی که حجم بارکاری هر سلول، q برابر حجم کاری کل سیستم باشد. این تصمیم گیری باعث افزایش جابه جایی بین سلولی و درون سلولی قطعات می شود تا این تعادل برقرار شود.



نمودار (۵): تاثیر افزایش تقاضا بر روی تابع هدف مدل

جدول (۶): مقادیر توابع هدف براساس افزایش حجم بارکاری

توابع هدف	درصد تعادل حجم بار کاری q			
	%۳۰	%۳۵	%۴۰	%۴۵
۱ جابه جایی بین سلولی	۴۳۲	۸۲۸	۸۸۲	۲۱۰۳
۲ جابه جایی درون سلولی	۵۲۱	۳۸۹	۵۳۹	۵۳۹
۳ پیکربندی مجدد	۱۰	۰	۰	۰
۴ مصرف ابزار	۱۵۳۴	۱۵۳۴	۱۵۲۳	۱۵۵۷
۵ قطع و نصب ابزار	۳۲	۳۲	۳۲	۴۳
۶ خرابی ماشین آلات	۳۹.۹۴	۳۹.۹۴	۳۹.۱۵۷	۴۰.۰۷۵
مجموع توابع هدف	۲۵۶۸.۹	۲۸۲۲.۹	۳۰۱۵.۱	۴۲۸۲.۰۷



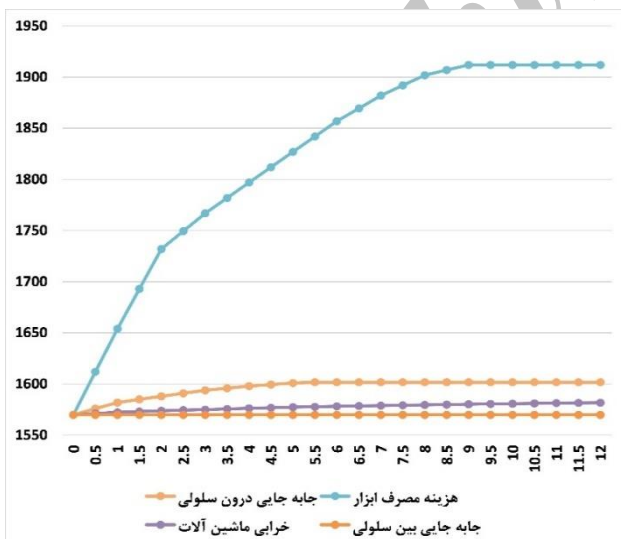
نمودار (۶): تاثیر افزایش تعادل حجم بارکاری بر روی تابع هدف مدل

موضوع بهینه سازی در شرایط عدم اطمینان در دهه ۱۹۵۰

عدم قطعیت پارامتر تقاضا نوشته می‌شود که در انتهای مقاله آورده شده است.

مثال عددی با ابعاد زیر در نظر گرفته شد و پارامتر تقاضا به عنوان پارامتر عدم قطعیت در نظر گرفته شد. تقاضا در عباراتی همچون جابه‌جایی درون سلولی، بین سلولی، هزینه مصرف ابزار، خرابی ماشین‌آلات، تعادل حجم بار کاری و محاسبه حداکثر ظرفیت ماشین‌آلات به کار گرفته شده است. فرض کنیم عوامل مهم برای در نظرگیری عدم قطعیت پارامتر تقاضا، جابه‌جایی درون سلولی، بین سلولی، هزینه مصرف ابزار و خرابی ماشین‌آلات باشند. به ازای مقادیر مختلف پارامتر کنترل‌کننده، به صورت تکی موارد جابه‌جایی درون سلولی، بین سلولی، هزینه مصرف ابزار و خرابی ماشین‌آلات بررسی شد. در نمودار زیر می‌توان روند هر یک از عوامل را با افزایش پارامتر کنترل‌کننده مشاهده کرد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش درجه عدم قطعیت روی تقاضا می‌توان درجه اهمیت هر یک از عوامل جابه‌جایی درون سلولی، بین سلولی، هزینه مصرف ابزار، خرابی ماشین‌آلات را مشاهده کرد. جابه‌جایی بین سلولی با افزایش درجه عدم قطعیت ثابت باقی‌مانده و تأثیری روی مقدار آن نداشته است. در درجه اول، هزینه مصرف ابزار و در درجه دوم، جابه‌جایی درون سلول و در درجه سوم، خرابی ماشین‌آلات روی افزایش درجه عدم قطعیت وابسته هستند.

ابعاد مثال عددی	
۳	ماشین
۲	سلول
۴	قطعه
۱۰	ابزار
۳	دوره



نمودار (۷): تأثیر افزایش پارامتر عدم قطعیت روی جابه‌جایی درون سلولی، بین سلولی، هزینه مصرف ابزار، خرابی ماشین‌آلات

توسط دانتریک با ارائه بهینه‌سازی تصادفی و کارنس و کوپر با ارائه بهینه‌سازی در شرایط محدودیت‌های احتمالی مطرح گردید [۳۷]، [۳۸]. با اینکه این دو رویکرد (بهینه‌سازی تصادفی و بهینه‌سازی در شرایط محدودیت‌های احتمالی) بر اصول و روش‌های تحلیل متفاوتی مبتنی هستند، بر فرض "مشخص بودن توزیع احتمال پارامترهای تصادفی مدل" بنا شده‌اند. به عبارتی از اطلاعات موجود برای این پارامترها، برای تبدیل مدل تصادفی به مدل قطعی استفاده می‌شود. مدل قطعی نهایی می‌تواند به صورت برنامه‌ریزی خطی، غیر خطی و غیره باشد. امروزه بهینه‌سازی تصادفی، خود را به عنوان یکی از ابزارهای توانمند مدلسازی عدم اطمینان تحت شرایطی که اطلاعات کافی و مشروح در مورد توزیع احتمال پارامترهای مدل مشخص باشد، توسعه داده است. اما واضح است که در مسائل دنیای واقعی، تصمیم‌گیرنده چنین اطلاعات دقیقی را در اختیار ندارند. [۳۹] این مساله نیاز به تکنیک‌های کمی - که عدم اطمینان پارامترهای مدل را بدون نیاز به بررسی توزیع احتمال آنها در نظر می‌گیرند- را آشکار می‌سازد. این رویکرد در ادبیات موضوع با عنوان بهینه‌سازی استوار مورد بررسی قرار گرفته است. بهینه‌سازی استوار زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که تحلیل‌گر به دنبال جوابی است که به ازای تمامی مقادیر ممکن برای پارامتر دارای عدم قطعیت خوب رفتار کند (شدنی باقی بماند). سویستر اولین کسی بود که رویکرد بهینه‌سازی استوار را برای یک مساله خطی مطرح نمود. با این رویکرد که جواب مساله بهینه‌سازی باید به ازای تمامی مقادیر ممکن برای پارامترهای مدل، شدنی باقی بماند. پس به ازای بدترین حالت ممکن، متغیرها شدنی باقی خواهند ماند. در رویکرد سویستر به تمامی پارامترهای مدل اجازه می‌دهیم که از مقدار اسمی خود نوسان نموده و مقادیری را اختیار نمایند که مقدار تابع هدف در بدترین وضعیت خود قرار گیرد. به عبارتی این مدل برای اینکه بتواند محافظه‌کارانه‌ترین حالت ممکن را برای تصمیم‌گیرنده ایجاد کند، بدبینانه‌ترین شرایط را در نظر می‌گیرد. رویکرد برتسیماس و سیم به تصمیم‌گیرنده این اختیار را می‌دهد که میزان محافظه‌کاری را با تعریف یک پارامتر  $\Gamma$  تعیین نماید که می‌توان در زیر تبدیل شده‌ی یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح به مدل بهینه‌سازی استوار با رویکرد برتسیماس و سیم را مشاهده کرد [۴۰].

$$\min \sum_j \bar{c}_j X_j \quad \bar{c}_j = c_j + \hat{c}_j \times \xi_{j0} \quad \min H$$

$$s.t. \quad \sum_j c_j X_j + \Gamma_0 Z_0 + \varphi \sum_{j \in J_0} W_j \leq H$$

$$\sum_j \bar{a}_{ij} X_j \leq \bar{b}_i \quad \bar{a}_{ij} = a_{ij} + \hat{a}_{ij} \times \xi_{ij}$$

$$Z_0 + W_j \geq \hat{c}_j |X_j|$$

$$X_j \in \{0,1\} \quad \bar{b}_i = b_i + \hat{b}_i \times \xi_{0i}$$

$$\sum_j a_{ij} X_j + \Gamma_i Z_i + \varphi \left( \sum_{j \in J_i} W_j + W_i \right) \leq b_i$$

$$Z_i + W_j \geq \hat{a}_{ij} |X_j|$$

$$Z_i + W_j \geq \hat{b}_i$$

$$X_j \in \{0,1\}$$

$$W, Z \geq 0$$

با در نظرگیری روابط بالا، با حفظ محدودیت‌های (۴) تا (۱۱،۸) تا ۱۸، ۱۴ تا ۴۲، ۴۴ تا ۴۸) مدل بهینه‌سازی استوار مدل خطی برای

## ۵- نتیجه گیری

for cellular manufacturing systems considering variable failure rate of machines”, *International Journal of Production Research*, 52: 7401-7415.

- [7] Javadi, B., Jolai, F., Slomp, J., Rabbani, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., (2013). “An integrated approach for the cell formation and layout design in cellular manufacturing systems”, *International Journal of Production Research*, 51: 6017-6044.
- [8] R. Kia, Shirazi, H., Javadian, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., (2013). “A multi-objective model for designing a group layout of a dynamic cellular manufacturing system”, *Journal of Industrial Engineering International*, 9: 1-14.
- [9] Saidi-Mehrabad, M., Paydar, M.M., Aalaei, A., “Production planning and worker training in dynamic manufacturing systems”, *Journal of Manufacturing Systems*, 32: 308-314.
- [10] Rafiei, H., Ghodsi, R., (2013). “A bi-objective mathematical model toward dynamic cell formation considering labor utilization”, *Applied Mathematical Modelling*, 37: 2308-2316.
- [11] Bagheri, M., Bashiri, M., (2014). “A new mathematical model towards the integration of cell formation with operator assignment and inter-cell layout problems in a dynamic environment”, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 38: 1237-1254.
- [12] M.M. Paydar, Saidi-Mehrabad, M., Kia, R., (2013). “Designing a new integrated model for dynamic cellular manufacturing systems with production planning and intra-cell layout”, *International Journal of Applied Decision Sciences*, 6: 117-143.
- [13] Dalfard, V.M., “New mathematical model for problem of dynamic cell formation based on number and average length of intra and intercellular movements”, *Applied Mathematical Modelling*, 37: 1884-1896.
- [۱۴] پایدار، م.م. سعیدی، مهرآباد، م.، (۱۳۹۳). “طراحی یک مدل یکپارچه استوار دوهدفه زنجیره تأمین و آرایش سلولی مجازی پویا”، نشریه پژوهش های مهندسی صنایع در سیستم های تولید، ۲: ۳۳-۳۵.
- [15] Zeidi, J.R., Javadian, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., Jolai, F., “A hybrid multi-objective approach based on the genetic algorithm and neural network to design an incremental cellular manufacturing system”, *Computers & Industrial Engineering*, 66: 1004-1014.
- [16] Arkat, J., Farahani, M.H., Ahmadizar, F., “Multi-objective genetic algorithm for cell formation problem considering cellular layout and operations scheduling”, *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 25: 625-635.
- [17] Tavakkoli-Moghaddam, R., Ranjbar-Bourani, M., Amin, G.R., Siadat, A., (2012). “A cell formation problem considering machine utilization and alternative process routes by scatter search”, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 23: 1127-1139.
- [18] Kia, R., Baboli, A., Javadian, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., Kazemi, M., Khorrami, J., (2012). “Solving a group layout design model of a dynamic

در این مقاله مدلی ریاضی برای حل مسائل پیکربندی سلولی و تخصیص ابزار به ماشین آلات در محیط تولید سلولی ارائه شده است. مدل ارائه شده تلاش در بهینه سازی هزینه های جابجایی قطعات (جابه جایی بین سلولی و درون سلولی)، پیکربندی مجدد، نصب و قطع ابزار، مصرف ابزار و هزینه خرابی ماشین آلات در محیطی پویا دارد. عدم قطعیت به عنوان یک عامل اساسی در محیط های تولیدی در نظر گرفته شده است. مدل ارائه شده بر مبنای رویکرد بهینه سازی استوار بوده و توانایی حفظ شدنی بودن به ازای تمامی مقادیر پارامتر غیر قطعی را دارا می باشد. همچنین نرخ خرابی ماشین به عنوان یک عامل تاثیرگذار در تخصیص ابزار به ماشین مورد توجه قرار گرفته است. این مدل با استفاده از مثال های عددی و با نرم افزار گمز حل شده و نتایج به صورت تحلیلی بیان شده اند. بر اساس نتایج عددی بدست آمده مدل خطی دارای عملکرد بهتری نسبت به مدل مشابه غیر خطی داشته است. همچنین میزان عدم قطعیت تقاضا بیشتر بر روی هزینه مصرف ابزار تاثیرگذار خواهد بود. لذا از دید مدیریتی این نکته را باید لحاظ کرد که تعیین هزینه مناسب مصرف ابزار و فراهم آوردن منابع مورد نیاز برای مصرف ابزار قطعاً می تواند منجر به کاهش هزینه ها گردد. با توجه به پیچیدگی بالای مدل ارائه یک روش ابتکاری، فرابتنکاری و یا دقیق برای حل آن به عنوان ایده ای برای مطالعات آتی پیشنهاد می گردد. همچنین می توان چارچوب ارائه شده در این مقاله را با در نظرگیری سایر عوامل تولیدی مانند تعیین چیدمان بهینه سلول ها کامل تر نمود. اپراتور به عنوان یکی دیگر از کلیدی ترین منابع تولیدی می تواند به طور کامل مطالعه و تحلیل گردد.

## مراجع

- [1] Mitrofanov, S., (1966). “Scientific Principles of Group Technology, Part P”, National Lending Library of Science and Technology, Boston, MA
- [2] Burbidge, J.L., (1975). *The introduction of group technology*: Heinemann London.
- [3] Deep, K., Singh, P.K., (2015). “Design of robust cellular manufacturing system for dynamic part population considering multiple processing routes using genetic algorithm”, *Journal of Manufacturing Systems*, 35: 155-163.
- [4] Renna, P., Ambrico, M., (2015) “Design and reconfiguration models for dynamic cellular manufacturing to handle market changes”, *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 28: 170-186.
- [5] Esmailnezhad, B., Fattahi, P., Kheirkhah, A.S., (2015). “A stochastic model for the cell formation problem considering machine reliability,” *Journal of Industrial Engineering International*, 1-15.
- [6] Yadollahi, M.S., Mahdavi, I., Paydar, M.M., Jouzdani, J., (2014). “Design a bi-objective mathematical model

- [29] Chung, S.H., Wu, T.H., Chang, C.C., (2011). "An efficient tabu search algorithm to the cell formation problem with alternative routings and machine reliability considerations", *Computers & Industrial Engineering*, 60: 7-15.
- [30] Solimanpur, M., Foroughi, A., "A new approach to the cell formation problem with alternative processing routes and operation sequence", *International Journal of Production Research*, 49: 5833-5849.
- [31] Deljoo, V., Mirzapour Al-e-hashem, S., Deljoo, F., Aryanezhad, M., (2010). "Using genetic algorithm to solve dynamic cell formation problem", *Applied Mathematical Modelling*, 34: 1078-1092.
- [32] Mahdavi, I., Aalaei, A., Paydar, M.M., Solimanpur, M., "Designing a mathematical model for dynamic cellular manufacturing systems considering production planning and worker assignment," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 60, pp. 1014-1025, 2010.
- [33] Safaei, N., Banjevic, D., Jardine, A.K., (2010). "Impact of the use-based maintenance policy on the performance of cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Research*, 48: 2233-2260.
- [34] Solimanpur, M., Saeedi, S., Mahdavi, I., (2010). "Solving cell formation problem in cellular manufacturing using ant-colony-based optimization", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 50: 1135-1144.
- [35] Safaei, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., (2009). "Integrated multi-period cell formation and subcontracting production planning in dynamic cellular manufacturing systems," *International Journal of Production Economics*, 120: 301-314..
- [36] Defersha, F.M., Chen, M., (2006). "A comprehensive mathematical model for the design of cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Economics*, 103: 767-783.
- [37] Dantzig, G.B., (1955). "Linear programming under uncertainty", *Management science*, 1: 197-206.
- [38] Charnes, A., Cooper, W.W., (1959). "Chance-constrained programming", *Management science*, 6: 73-79.
- [39] Bertsimas, D., Thiele, A., (2006). "Robust and data-driven optimization: Modern decision-making under uncertainty", *INFORMS tutorials in operations research: models, methods, and applications for innovative decision making*, 137.
- [40] Bertsimas, D., Sim, M., (2004). "The price of robustness", *Operations research*, 52: 35-53.
- cellular manufacturing system with alternative process routings, lot splitting and flexible reconfiguration by simulated annealing", *Computers & Operations Research*, 39: 2642-2658.
- [19] Jolai, F., Tavakkoli-Moghaddam, R., Golmohammadi, A., Javadi, B., "An electromagnetism-like algorithm for cell formation and layout problem", *Expert Systems with Applications*, 39: 2172-2182.
- [20] Arkat, J., Farahani, M.H., Hosseini, L., "Integrating cell formation with cellular layout and operations scheduling", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 61: 637-647.
- [21] Banerjee, I., Das, P., (2012). "Group technology based adaptive cell formation using predator-prey genetic algorithm", *Applied Soft Computing*, 12: 559-572.
- [22] Mahdavi, I., Aalaei, A., M.M. Paydar, Solimanpur, M., (2012). "A new mathematical model for integrating all incidence matrices in multi-dimensional cellular manufacturing system", *Journal of Manufacturing Systems*, 31: 214-223.
- [23] Javadian, N., Aghajani, A., Rezaeian, J., Sebdani, M.J.G., "A multi-objective integrated cellular manufacturing systems design with dynamic system reconfiguration", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 56: 307-317.
- [24] Rafiee, K., Rabbani, M., Rafiei, H., Rahimi-Vahed, A., "A new approach towards integrated cell formation and inventory lot sizing in an unreliable cellular manufacturing system", *Applied Mathematical Modelling*, 35: 1810-1819.
- [25] Rezazadeh, H., Mahini, R., Zarei, M., (2011). "Solving a dynamic virtual cell formation problem by linear programming embedded particle swarm optimization algorithm", *Applied Soft Computing*, 11: 3160-3169.
- [26] Mahdavi, I., Aalaei, A., Paydar, M.M., Solimanpur, M., (2011) "Multi-objective cell formation and production planning in dynamic virtual cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Research*, 49: 6517-6537.
- [27] Ghotboddini, M., Rabbani, M., Rahimian, H., (2011) "A comprehensive dynamic cell formation design: Benders' decomposition approach", *Expert Systems with Applications*, 38: 2478-2488.
- [28] Arkat, J., Hosseini, L., Farahani, M.H., (2011). "Minimization of exceptional elements and voids in the cell formation problem using a multi-objective genetic algorithm", *Expert Systems with Applications*, 38: 9597-9602.

## پیوست

مدل بهینه‌سازی استوار مدل خطی برای عدم قطعیت پارامتر تقاضا

$$H = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 \quad (1-0)$$

Subjected to:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g,g'=1}^G \sum_{m,m'=1}^M \sum_{c,c' \neq c} PXY1_{ijgmc}^t \times D_i^t \times dis_{c,c'} \times MC_i + z_1 \Gamma_1 + \sum_t \sum_i w1_i^t \leq h_1 \quad (2-0)$$

$$z_1 + w1_i^t \geq \hat{D}_i^t \times PXY1_{ijgmc}^t \times dis_{c,c'} \times MC_i \quad \forall i, j, g, m, c, t \quad (3-0)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g,g'=1}^G \sum_{c=1}^C \sum_{m,m' \neq m} PXY2_{ijgmc}^t \times D_i^t + z_2 \Gamma_2 + \sum_t \sum_i w2_i^t \leq h_2 \quad (4-0)$$

$$z_2 + w2_i^t \geq \hat{D}_i^t \times PXY2_{ijgmc}^t \quad \forall i, j, g, m, c, t \quad (5-0)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G PY_{ijgm}^t \times D_i^t \times \psi_{ijg} + z_3 \Gamma_3 + \sum_t \sum_i w3_i^t \leq h_3 \quad (6-0)$$

$$z_3 + w3_i^t \geq \hat{D}_i^t \times PY_{ijgm}^t \times \psi_{ijg} \quad \forall i, j, g, m, t \quad (7-0)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \frac{\sum_{j=1}^{O_i} \sum_{g=1}^G PY_{ijgm}^t \times time_{ijgm} \times D_i^t}{MTBF_m} \times B_m + z_4 \Gamma_4 + \sum_t \sum_i w4_i^t \leq h_4 \quad (8-0)$$

$$z_4 + w4_i^t \geq \hat{D}_i^t \times \frac{PY_{ijgm}^t \times time_{ijgm}}{MTBF_m} \times B_m \quad \forall i, j, g, m, t \quad (9-0)$$

$$\sum_{t=1}^{T-1} \sum_{g=1}^G \sum_{m=1}^M YY_{gm}^t \times SG \leq h_5 \quad (10-0)$$

$$\sum_{t=1}^{T-1} \sum_{m=1}^M \sum_{c,c' \neq c} XX_{mc}^t \times dis_{c,c'} \times SM \leq h_6 \quad (11-0)$$

$$z_1, w1_i^t, z_2, w2_i^t, z_3, w3_i^t, z_4, w4_i^t, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, H \geq 0 \quad (12-0)$$

Arhive of SID



## A New Robust Optimization Approach to Solve a Dynamic Cellular Manufacturing System in Presence of Multi-Functional Machines

M. Rafie<sup>\*1</sup>, A. Mohamaditalab<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Industrial Engineering, Sharif University of technology, Tehran, Iran.

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 30 August 2016  
Accepted 16 April 2017

#### Keywords:

Cellular manufacturing system  
machine breakdown  
multi-function machines  
Robust Optimization

### ABSTRACT

Parameter uncertainty is one of the most concerning issues in manufacturing systems. Information insufficiency and also flexibility in the customer needs are main reasons of the uncertainty. In this study a robust optimization approach has been implemented in order to cope with uncertainty in a cellular manufacturing system. The solution obtained using this robust model remains feasible even optimal in every uncertainty level. Moreover multi-functional machines' reliability is considered in proposed mathematical model. Machine tool selection is done based on the machine reliability. Other features of proposed model are consideration of inter-intra cell formation, cells' reconfiguration and tools' install-uninstallation costs. The proposed model is linearized and solved using the Gams optimization package. Based on the obtained results, machine loading volume impacts on the part process routing and also the machine intra-cell layout. Moreover, tool consumption cost is the most sensitive term to the model uncertainty.

\* Corresponding author. Majid Rafie

Tel.: 021-66018139; E-mail address: rafiee@sharif.edu