



DOI: 10.22084/ier.2019.9679.1459

رویکرد نظریه بازی برای قیمت گذاری و تعیین سطح تبلیغات و سطح خدمت در یک زنجیره تأمین دارای کانال توزیع دوگانه: تصمیم گیری متمرکز

ناصر کریمی^۱، مرتضی راستی برزکی^{۲*}

۱. کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.
 ۲. دانشیار دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

خلاصه

عوامل گوناگونی بر تصمیمات مشتریان در انتخاب یک محصول اثرگذار است. از مهم‌ترین این عوامل، قیمت و سطح خدمات ارائه شده توسط تولیدکننده به مشتریان است. سطح تبلیغات نیز از جمله عوامل تأثیرگذار در انتخاب و خرید محصولات است که معمولاً جهت افزایش اعتبار برند توسط تولیدکننده انجام می‌شود. از همین رو در این مقاله موضوع قیمت‌گذاری، تعیین سطح تبلیغات و تعیین سطح خدمت به‌طور هم‌زمان در یک زنجیره تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه با رویکرد بازی متمرکز مورد بررسی قرار گرفته است. زنجیره‌ی مورد نظر در این مقاله شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش می‌باشد که در آن تولیدکننده، محصول خود را هم از طریق خرده‌فروش و هم از طریق کانال مستقیم به فروش می‌رساند. تابع تقاضای استفاده شده در این مقاله امکان بررسی هم‌زمان سه عنصر قیمت، سطح خدمات و سطح تبلیغات بر تقاضای مشتریان را به صورت یکپارچه فراهم می‌نماید. نوع رفتار مورد بررسی در این مقاله، رفتار همکارانه می‌باشد؛ بنابراین پس از مدل سازی، مسئله به صورت متمرکز حل شده است. پس از حل مثال عددی، تحلیل حساسیت‌های انجام شده در این مقاله، اثر تغییر پارامترهای مهم بر تصمیم‌گیری‌های بازیکنان به خصوص ضریب حساسیت قیمتی را فراهم می‌نماید. مسئله مورد بررسی در این مقاله، دارای کاربردهای عملی متنوعی است که به عنوان نمونه می‌توان به کاربرد آن در شرکت‌های هواپیمایی، مجموعه‌های تولیدی و عمده‌خرده‌فروش‌ها جهت تعیین قیمت‌ها، سطح خدمات و سطح تبلیغات اشاره نمود.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۴/۱۲/۱۶

پذیرش ۱۳۹۷/۱۱/۱۰

کلمات کلیدی:

زنجیره تأمین

کانال‌های توزیع دوگانه

قیمت‌گذاری

خدمت

تبلیغات

نظریه بازی

۱- مقدمه

مواجهه با رقابت‌های بسیار شدید در صنعت جهانی تولید، تولیدکنندگان را بر آن داشته است تا با توسعه‌ی خدمات ارزش افزوده، قدرت رقابت خود را افزایش دهند. در دهه‌های اخیر زنجیره‌های خرده‌فروشی پر قدرتی در سطح جهان به وجود آمده‌اند.

این خرده‌فروشان از بسیاری تولیدکنندگان (ارائه‌کنندگان خدمات) دارای قدرت تصمیم‌گیری بیشتری هستند و محصولات جایگزین‌پذیر متفاوتی را از تولیدکنندگان مختلفی به مشتریان ارائه می‌نمایند.

با افزایش اثر این خرده‌فروشان بر روی بازار، چشم‌انداز و دورنمای مسائل کانال‌ها (مسیرهای فروش) توجهات زیادی را به خود جلب نمود. از دهه‌ی ۱۹۹۰ برخی مطالعات بر روی رقابت قیمت و هماهنگی در زنجیره تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه انجام

* نویسنده مسئول: مرتضی راستی برزکی

تلفن: ۰۳۱-۳۳۹۱۱۴۸۰، پست الکترونیکی: rasti@cc.iut.ac.ir

شده است.

در محیط پویا و رقابتی بازارهای کنونی، تولیدکنندگان محصول (ارائه‌کنندگان خدمات) مجبور هستند با راهبردهای پیچیده‌تری نسبت به یک راهبرد ساده‌ی عوامل قیمتی به رقابت بپردازند. عواملی نظیر خدمات ارائه‌شده توسط تولیدکننده (ارائه‌کننده‌ی خدمات) در دوران کنونی در تصمیم‌گیری‌های مشتریان در خرید یک محصول (خدمت) مهم و اثرگذار شده است. برای مثال در صنعت خودرو خدمات مالی نظیر وام خرید خودرو، بیمه، مباحث مربوط به نگهداری و تعمیرات نقش مهمی را در انتخاب برند توسط مشتریان بازی می‌کند [۱].

موضوع مهم دیگر نقش تبلیغات در شناساندن محصولات به مشتریان است. بدون تبلیغات صحیح بسیاری از مشتریان از محصولات و خدمات ارائه‌شده‌ی تولیدکنندگان اطلاعی نخواهند داشت. انجام تبلیغات صحیح و تولید محصول با کیفیت (یا ارائه‌ی خدمات مطلوب) موجب ایجاد ذهنیت مناسب در ذهن مشتریان می‌شود، که در اصطلاح به این ذهنیت و منافع حاصل از آن برای تولیدکننده اعتبار برند تولیدکننده گفته می‌شود. از آنجایی که هیچ یک از تصمیم‌گیرندگان کنترل کاملی بر کل زنجیره ندارند بدیهی است که قادر به اتخاذ تصمیماتی که سود زنجیره را بهینه کند نخواهند بود، بنابراین محققان زنجیره تأمین برای بهینه کردن سود کل زنجیره تأمین، به هماهنگی و یکپارچگی تصمیمات می‌پردازند. در نظریه بازی هم‌زمان مباحث مختلف اثرگذار در زنجیره موجب افزایش هماهنگی و یکپارچگی و همچنین موجب افزایش سود اعضای آن می‌شود. در ادبیات موضوع مرتبط با این مقاله، تحقیقات فراوانی بر روی موضوع قیمت‌گذاری، خدمات محصولات و همچنین سطح تبلیغات شده است؛ به نسبت کمتری تحقیقاتی نیز در نظریه بازی تلفیق موضوعاتی نظیر قیمت‌گذاری و سطح خدمات و یا قیمت‌گذاری و سطح تبلیغات انجام شده است؛ اما تلفیق هم‌زمان این سه موضوع هنوز مورد بررسی دقیقی قرار نگرفته است.

از آنجا که تصمیم‌گیری هم‌زمان در مورد تعیین قیمت، سطح خدمت و سطح تبلیغات محصول در کاربردهای عملی و اجرایی برای مدیران واحدهای تولیدی یا مراکز خدماتی و ایجاد یکپارچگی تصمیمات در زنجیره تأمین بسیار مهم است و چنین پژوهشی در ادبیات موضوع وجود ندارد، در این مقاله مدلی ارائه گردیده است که قیمت‌گذاری و تعیین سطح تبلیغات و سطح خدمت را در یک زنجیره تأمین دارای کانال توزیع دوگانه به‌طور هم‌زمان انجام می‌دهد. لذا اساسی‌ترین نوآوری این مقاله، ارائه‌ی مدلی است که امکان تحلیل هم‌زمان این سه متغیر تصمیم را فراهم نموده و به مدیران در تصمیم‌گیری‌هایشان کمک بسزایی می‌نماید.

به دلیل آن که تصمیمات هر یک از اعضای زنجیره بر میزان سود دیگران اثرگذار است، رویکرد استفاده شده رویکرد تئوری بازی می‌باشد. از میان روش‌های موجود در تئوری بازی نیز، از رویکرد متمرکز استفاده شده است.

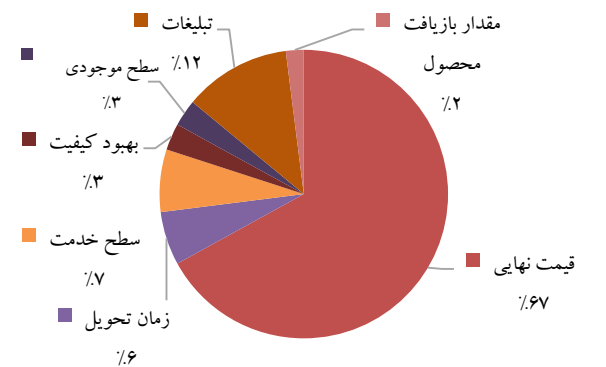
کاربرد عملی این مسئله در مواردی است که یک تولیدکننده یا ارائه‌کننده خدمت (نظیر فروشندگان بیمه‌های مختلف و ...) که محصولات یا خدمات خود را هم از طریق کانال‌های مستقیم و هم از طریق کانال‌های سنتی نظیر خرده‌فروشی به دست مشتریان نهایی می‌رساند، قصد تعیین قیمت، سطح خدمت و سطح تبلیغات (هزینه‌ی صرف شده برای خدمات و تبلیغات خود) را دارد. نمونه‌ی عینی در کشور ایران، مسائل مربوط به قیمت‌گذاری بلیت مسیرهای مختلف شرکت‌های هواپیمایی، مسافری قطار و مسافری اتوبوسی بین شهری نظیر شرکت‌های هم‌سفر، سیر و سفر، رویال سفر، ایران پیما و ... است. این شرکت‌ها، بلیت‌های خود را هم از طریق کانال مستقیم (فروش اینترنتی) و هم از طریق کانال‌های غیرمستقیم نظیر دفاتر خدماتی درون شهری یا پایانه‌های برون‌شهری به فروش می‌رسانند. معمولاً مالکیت دفاتر فروش بلیت درون شهرها، با این شرکت‌ها نیست، لذا آن‌ها بلیت باقیمت عمده‌فروشی را عرضه کرده و این دفاتر هستند که قیمت نهایی را تعیین می‌کنند. از طرفی، مسئولیت تعیین قیمت کانال مستقیم (فروش اینترنتی) بلیت مسیرهای مختلف، با خود شرکت‌های مسافری است؛ لذا انتخاب روش‌های سیستماتیک و علمی که با در نظرگیری جنبه‌های مختلف نظیر روابط تقاضای مشتریان، هزینه‌های تولید یا ارائه‌ی خدمت و ... قیمت محصول یا خدمت را هم‌زمان با سطح تبلیغات و سطح خدمت ارائه‌شده‌ی تولیدکننده، تعیین کند، در افزایش سود تولیدکنندگان، مشتریان نهایی، واسطه‌ها و در مجموع، کل زنجیره می‌تواند نقش بسیار مهمی داشته باشد.

یکی دیگر از نمونه‌های عینی و کاربردی در داخل کشور شرکت‌های هواپیمایی می‌باشند. با آزاد شدن قیمت بلیت‌های هواپیما در کشور، انتخاب قیمت نهایی بلیت به اختیار شرکت‌ها گذاشته شد، لذا مسئله‌ی تعیین قیمت نهایی بلیت و همچنین تعیین سطح خدمات و تبلیغات برای آن‌ها بسیار پر اهمیت شد؛ به دلیل آن که در حال حاضر مدلی برای تعیین این متغیرها در این شرکت‌ها وجود ندارد، فقط به کمک جلسات خبرگی و به صورت گروهی و بر اساس آمار قبلی و تجربه‌ی مدیران ارشد آن‌ها، قیمت نهایی هر مسیر و همچنین سطح خدمات و میزان تبلیغات، تعیین می‌گردد؛ لذا با کمک مدل ارائه شده در این مقاله، پس از استخراج پارامترهای خاص هر شرکت و جایگذاری در فرمول‌های ارائه شده می‌توان، جواب بهینه‌ی مسئله را پیدا نمود.

۲- پیشینه‌ی تحقیق

نظریه بازی با تحلیل وضعیت‌هایی شامل تضاد و همکاری سروکار دارد و در زمینه‌های متعددی از قبیل مزایده‌ها، بیولوژی، تجارت، اقتصاد، مدیریت، فلسفه، ورزش، میدان جنگ و ... کاربرد دارد. یک ریاضی‌دان به نام امیل بورال به‌طور رسمی نظریه بازی را در سال ۱۹۲۱ ارائه داد. در سال ۱۹۲۸ جان فون نویمان این نظریه را تحت

تقسیم می‌شوند؛ نتایج آن‌ها نشان می‌دهد طراحی کانالی، بهینه خواهد بود که ارزش خدمات در هر دو گروه مشتریان، یکسان باشد [۵]. تیسبی و آگراوال یک سامانه‌ی توزیع را مورد مطالعه قرار دادند که یک تولیدکننده یک محصول را برای دو خرده‌فروش مستقل تأمین می‌نماید؛ تقاضا در این مطالعه، غیر احتمالی بوده و هم به قیمت خرده‌فروشی و هم به خدمات ارائه‌شده توسط خرده‌فروشان بستگی دارد [۶].



نمودار (۲): فراوانی عناصر دخیل در توابع تقاضای در نظر گرفته‌شده در ادبیات موضوع (جستجوی نویسندگان در مقالات الزویر).

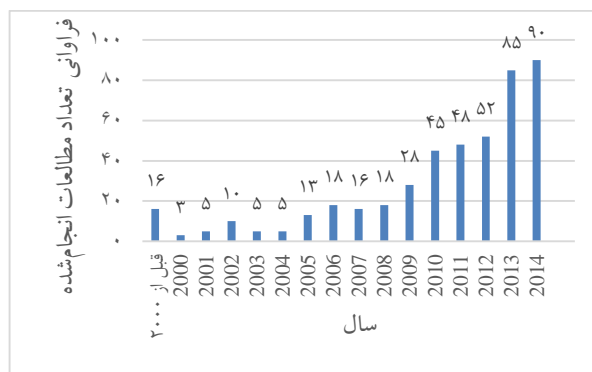
برنشتاین و همکاران یک مدل موجودی تعادل احتمالی برای یک بازار انحصار چندگانه فروش همراه با رقابت قیمت و خدمات توسعه دادند [۷]. یائو و همکاران به این نتیجه رسیدند که خرده‌فروش در کانال سنتی می‌تواند با اضافه نمودن برخی خدمات ارزش افزوده در مقابل کانال اینترنتی به رقابت بپردازد [۸]. دامرونسیری و همکاران یک رقابت خدمت-قیمت بین دو کانال تولیدکننده (کانال فروش اینترنتی و کانال خرده‌فروشی) را مورد مطالعه قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که یک افزایش در کیفیت خدمات خرده‌فروش ممکن است موجب افزایش سود تولیدکننده شود و همچنین محدوده‌ی وسیعی از مشتریان حساس به قیمت از هر دو کانال سود خواهند برد [۹].

یان و پی نشان دادند که خدمات خرده‌فروشی بهبودیافته می‌تواند به‌طور مؤثری عملکرد کلی زنجیره تأمین و بازیکنان آن را بهبود بخشد [۱۰]. لو و همکاران اهمیت خدمات تولیدکننده در تعامل بین دو تولیدکننده رقیب و خرده‌فروش مشترک آن‌ها در مواجهه با مشتری نهایی که حساس به قیمت خرده‌فروشی و خدمات تولیدکننده می‌باشد را بررسی نموده‌اند [۱۱]. دن و همکاران در سال ۲۰۱۲ یک زنجیره تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه را مورد بررسی قرار دادند که خدمات محصول فقط توسط خرده‌فروش عرضه می‌شود [۱۲].

ژائو و همکاران سیستم زنجیره تأمین با دو تولیدکننده که دو محصول جایگزین را از طریق یک خرده‌فروش مشترک به مشتریان نهایی می‌فروشند مورد بررسی قرار داده‌اند؛ متغیر تصمیم این مدل، قیمت و خدمات ارائه‌شده توسط تولیدکننده می‌باشد؛ هزینه‌ها و

عنوان نظریه بازی‌های اتاق پذیرایی، گسترش داد. نظریه بازی به عنوان یک زمینه علمی جدید در سال ۱۹۴۴ با کتاب نظریه بازی و رفتارهای اقتصادی توسط نویمان و اسکار مورگانسترن بنا نهاده شد [۱]. در سال ۱۹۵۰ جان نش نشان داد بازی‌های متناهی همیشه دارای نقطه‌ی تعادل هستند، که این نقطه بهترین انتخاب برای بازیکنان در برابر انتخاب رقیبان می‌باشد. این مفهوم عمیق از بازی‌های غیر مشارکتی نقطه عطفی در تحلیل‌هایی است که تاکنون ارائه شده است. در دهه‌های ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰، نظریه بازی در حل مسائل مربوط به جنگ و سیاست استفاده شد. از دهه ۱۹۷۰ این نظریه یک انقلاب در تئوری‌های اقتصادی ایجاد کرد. همچنین کاربردهای بسیاری از این نظریه در جامعه‌شناسی و روان‌شناسی مورد استفاده قرار گرفت و با نظریه تکامل و زیست‌شناسی پیوند پیدا کرد.

در دو دهه‌ی اخیر استفاده از نظریه بازی‌ها در زنجیره تأمین باعث شد که دوباره این ابزار مورد استفاده دانشگاهیان و شاغلان در مدیریت زنجیره‌ی تأمین قرار گیرد [۲]. در سال‌های اخیر کاربردهای نظریه بازی در زنجیره تأمین اهمیت بسزایی یافته است. بسیاری از زنجیره‌های تأمین، از این رویکرد برای تعیین تصمیمات استراتژیک از جمله قیمت‌گذاری، تبلیغات و خدمات استفاده می‌نمایند. فراوانی تعداد مطالعات انجام‌شده در زمینه‌ی کاربرد نظریه بازی در زنجیره تأمین تا پایان سال ۲۰۱۴ در نمودار ۱ نمایش داده شده است.



نمودار (۱): فراوانی تعداد مطالعات انجام‌شده در زمینه‌ی کاربرد نظریه بازی در زنجیره تأمین (جستجوی نویسندگان در الزویر).

در نمودار ۲ نیز فراوانی عناصر دخیل در توابع تقاضای در نظر گرفته‌شده در ادبیات موضوع کاربرد تئوری بازی در زنجیره تأمین نشان داده شده است.

تحقیقات اولیه‌ی متمرکز بر روی بحث خدمات در ادبیات موضوع اقتصادی مشاهده شده است مانند مقاله‌ی اسپنس و مقاله‌ی دیکسیت که در آن‌ها یک بازار انحصاری تکی که در آن تولیدکننده‌ی انحصاری برخی ویژگی‌های محصول مثل قیمت را تعیین می‌کند مورد بررسی قرار گرفته شده است [۳] و [۴].

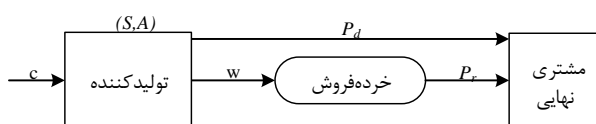
ری و پارک یک کانال ترکیبی را مطالعه نمودند که در آن مشتریان به دو دسته‌ی حساس به قیمت و حساس به خدمات

وی سیاست‌های سه‌گانه‌ی اشاره شده در فوق را در مورد مسئله‌ی خود وارد نموده است؛ البته مسئله‌ی اشاره شده کانال فروش مستقیم ندارد، تابع تقاضای استفاده‌شده در آن نیز با تابع تقاضای استفاده شده در مقاله فعلی متفاوت است [۲۱]. به جدیدترین کارهای صورت گرفته در زمینه نظریه بازی و قیمت گذاری می‌توان به مراجع [۲۲-۲۷] اشاره کرد.

۳- تعریف مسئله و مدل سازی

در این مقاله، یک زنجیره تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش بررسی می‌شود. تقاضای محصول نهایی، وابسته به قیمت، سطح خدمت و اعتبار برند تولیدکننده می‌باشد. تولیدکننده دارای کانال فروش مستقیم (اینترنتی) می‌باشد.

ساختار کلی مسئله به صورت شکل ۱ می‌باشد.



شکل (۱): ساختار کلی مسئله

فضای تصمیم‌گیری مسئله، ایستا و تک دوره‌ای می‌باشد. تقاضای مشتریان، قطعی، و حساس به قیمت، سطح خدمات ارائه‌شده توسط تولیدکننده و همچنین اعتبار برند تولیدکننده می‌باشد. خرده‌فروش با توجه به تقاضای مشتریان، دستور سفارش محصول را به تولیدکننده می‌دهد و با توجه به معیارهایی نظیر قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده، قیمت فروش محصول تولیدکننده در کانال مستقیم، سطح خدمت ارائه‌شده توسط تولیدکننده و ... قیمت خرده‌فروشی محصول را تعیین می‌کند. در این مقاله یک تابع تقاضای غیرخطی وابسته به قیمت عناصر مختلف (تولیدکننده و خرده‌فروش)، سطح خدمت تولیدکننده و برند وابسته به تبلیغات و خدمت تولیدکننده ارائه شده است.

در زنجیره تأمین متمرکز، یک تصمیم‌گیرنده مرکزی که اطلاعات کاملی در اختیار دارد با تعیین قیمت‌ها سود کل زنجیره را بیشینه می‌کند. از نظر ریاضی این کار با استفاده از جمع توابع سود هر کدام از اعضا و در نهایت بیشینه‌سازی آن انجام می‌شود. در این بازی فرض می‌شود هر دو بازیکن برای کسب سود بیشتر با یکدیگر همکاری می‌کنند؛ مشابه بازی همکارانه‌ای که توسط کافی و فاطمی قمی در نظر گرفته شده است [۲۸].

ضرایب و متغیرهای تصمیم مسئله به شرح زیر تعریف می‌شوند:

پارامترها

β_d ضریب حساسیت متقابل قیمتی در انتخاب کالای تولیدکننده بین کانال مستقیم و خرده‌فروشی (اثر قیمت هر بازیکن بر تقاضای بازیکن دیگر)
 b_1 ضریب حساسیت مستقیم قیمتی در کانال خرده‌فروشی (ضریب کشسانی قیمت کانال خرده‌فروشی). اثر قیمت هر

تقاضا در این مدل، فازی در نظر گرفته شده است [۱۳]. همچنین در سال ۲۰۱۳ چن، فانگ و ون یک مدل قیمت‌گذاری در زنجیره تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه با دو تولیدکننده رقیب و یک خرده‌فروش مشترک را مورد بررسی قرار دادند که فقط یکی از تولیدکنندگان دارای کانال فروش مستقیم می‌باشد. مدل آن‌ها فاقد متغیرهای تصمیم سطح خدمات و برند وابسته به تبلیغات می‌باشد؛ آن‌ها خدمت را به عنوان پارامتر وارد مدل خود نموده‌اند [۱۴]. در همین سال کیوان به ارائه‌ی یک راهکار در انتخاب تأمین‌کننده، تعیین قیمت، زمان تحویل و سطح خدمات بر اساس بازار، پرداخت. وی به این نتیجه رسید که باید با توجه به ویژگی‌های بازار، مفاهیم تولید ناب که تأکید بر روی کاهش قیمت دارد با مفهوم تولید چابک که در جهت کاهش زمان تحویل و ارائه‌ی خدمات بهتر است ترکیب شود [۱۵]. در سال ۲۰۱۳ کوراتا و نام شرایطی را بررسی کردند که در آن به دلیل عدم قطعیت بازار، بین دو هدف بیشینه کردن سود و رضایت مشتری تضاد پیش می‌آید؛ در مدل آن‌ها در شرایطی که به دلیل عدم قطعیت، اعضای زنجیره دچار اشتباه می‌شوند، راهکارهایی برای تصمیم‌گیری بهینه‌ی قیمت‌گذاری و خدمات ارائه شده است [۱۶].

وانگ و ژائو یک زنجیره تأمین دو کاناله با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش را مورد بررسی قرار دادند [۱۷]. در مدل آن‌ها خدمات محصول هم توسط خرده‌فروش و هم توسط تولیدکننده ارائه می‌شود. هان، سان و ژائو یک مدل با یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش رقیب را مورد مطالعه قرار دادند که خدمات فقط توسط تولیدکننده به خرده‌فروشان ارائه می‌شود [۱۸].

ژائو و همکاران در تحقیق دیگری در سال ۲۰۱۵ سیستم زنجیره تأمین با دو خرده‌فروش و یک تولیدکننده را در یک محیط فازی در نظر گرفتند که تقاضای مشتری نهایی هم به قیمت محصول و هم به خدمات ارائه‌شده توسط تولیدکننده وابسته است [۱۹].

در سال ۲۰۱۵ لیئو، ژانگ و تانگ مدل زنجیره تأمین را ارائه نمودند که در آن دو واحد به نام‌های بازاریابی و عملیات با یکدیگر به رقابت می‌پردازند. واحد عملیات مسئول بهبود کیفیت محصول (نوآوری در محصول) است و لذا متغیر تصمیم آن، سطح کیفیت محصول می‌باشد؛ واحد بازاریابی مسئول فروش محصول است پس متغیر تصمیم آن قیمت خرده‌فروشی و میزان تبلیغات جهت بهبود برند محصول می‌باشد. آن‌ها در این مدل یک تابع تقاضای جدیدی ارائه نمودند که در آن تقاضای مشتری به قیمت، کیفیت محصول و برند محصول وابسته است [۲۰].

همان‌طور که در مقدمه نیز اشاره شد، در نظرگیری هم‌زمان سیاست‌های قیمت‌گذاری، تعیین سطح خدمت و سطح تبلیغات در ادبیات موضوع و مقالات وجود ندارد؛ از میان پایان‌نامه‌های دانشگاهی، اسماعیلی در سال ۱۳۹۳ یک زنجیره تأمین دو سطحی را با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش مورد تحلیل قرار داده است؛

مشتریانی است که به همین علت به کانال خرده‌فروشی مراجعه می‌نمایند. در مقالات مختلفی این رابطه تصریح شده است، به‌طور مثال دان و همکاران در بخش ۲ مقاله‌ی [۱۲]، لو و همکاران در بخش ۳.۱ مقاله‌ی [۱۱]، چنگ و همکاران در فرضیه‌ی ۱،۱ بخش ۲ مقاله‌ی [۱۴] به این فرض اشاره نموده‌اند. همچنین تحلیل‌های آماری توسط هانسنس و همکاران در فصل هشتم کتاب مدل‌های پاسخگویی بازار نیز این فرض را کاملاً تأیید می‌کند [۲۹].

• $b_1 > \beta_d$: میزانی که به علت افزایش یک واحد قیمت کانال خرده‌فروشی از کانال خرده‌فروشی منصرف می‌شوند بیش از میزانی است که به همین علت به کانال مستقیم مراجعه می‌نمایند. تمام مراجع ذکر شده در فرض قبلی، در مورد این فرض نیز صادق است؛ چرا که ماهیت این دو فرض، یکسان است.

تقاضای مصرف‌کننده از خرده‌فروش:

$$D_R = (\alpha_M - b_1 p_R + \beta_d p_d)(\gamma G_M + f S_M) \quad (1)$$

فرض شده است که تقاضای مشتریان به سطح خدمت، اعتبار برند تولیدکننده (یا ارائه‌کننده‌ی خدمت) و همچنین قیمت‌های خرده‌فروشی و فروش مستقیم بستگی دارد؛ بنابراین:

$$D(p_R, p_d, S, G) = h(p) f(S, G) \quad (2)$$

که در این تابع، $f(S, G)$ نشان‌دهنده‌ی اثرات سطح خدمت و اعتبار برند و $h(p)$ نشان‌دهنده‌ی اثر قیمت بر تقاضا هستند. این تابع تقاضا نشان می‌دهد که مقدار قیمت‌ها به‌طور مستقیم بر مشتریان و مقدار سطح خدمت و تبلیغات، به‌طور غیر مستقیم بر تقاضای مشتریان اثرگذار است. از آنجایی که کاهش یا افزایش قیمت‌ها در کانال مستقیم و خرده‌فروشی مستقیماً و بدون هیچ ضریبی، باعث افزایش یا کاهش تقاضای پایه می‌شود، به آن تابع اثرگذار مستقیم گفته می‌شود، اما از آنجا که کاهش یا افزایش سطح خدمات و تبلیغات، به صورت یک ضریبی در میزان تقاضای پایه اثرگذار است به آن تابع اثرگذار غیرمستقیم گفته می‌شود.

در این تابع، مطابق معادله‌ی اثر سطح خدمت و تبلیغات به صورت یک تابع خطی در نظر گرفته شده است.

$$f(G, S) = \gamma G_M + f S_M \quad (3)$$

همچنین تابع اثر قیمت ($h(p)$) نیز به صورت خطی در نظر گرفته شده است.

$$h(p) = \alpha_M - b_1 p_R + \beta_d p_d \quad (4)$$

تابع تقاضای استفاده شده (معادله‌ی (۲)) - که اثر هر سه متغیر قیمت، سطح خدمت (یا کیفیت محصول) و میزان تبلیغات (و اثر آن بر روی اعتبار برند) را به‌طور هم‌زمان بر تقاضای مشتریان نشان دهد- با بهره‌گیری از مدل ارائه‌شده توسط لیئو، ژانگ و تانگ در سال ۲۰۱۵ نوشته شده است [۲۵]. در این تابع، تغییرات قیمت محصول به‌طور مستقیم بر تقاضای آن و تغییرات سطح خدمات و تبلیغات به‌طور غیر مستقیم بر تقاضای محصول اثرگذار هستند؛ که

بازیکن بر تقاضای خود	
b_d ضریب حساسیت مستقیم قیمتی در کانال مستقیم (ضریب کشسانی قیمت کانال مستقیم)	
α_d تقاضای پایه‌ی بازار محصول در کانال مستقیم (تقاضای بالقوه کانال مستقیم)	
α_M تقاضای پایه‌ی بازار محصول در کانال خرده‌فروشی (تقاضای بالقوه کانال خرده‌فروشی)	
γ اثر اعتبار برند بر تقاضای محصول	
f ضریب حساسیت مستقیم خدمتی در هر کانال	
θ ضریب اثر خدمت ارائه‌شده توسط تولیدکننده بر اعتبار برند خود	
δ ضریب اثر تبلیغات تولیدکننده بر اعتبار برند خود	
G_{0M} مقدار اولیه‌ی اعتبار برند تولیدکننده	
μ ضریب هزینه تبلیغات تولیدکننده	
η ضریب هزینه خدمت تولیدکننده	
c هزینه‌ی تولید	

متغیرهای تصمیم

S_M میزان سرمایه‌گذاری تولیدکننده بر روی خدمت محصول خود (متغیر تصمیم تولیدکننده)، شامل خدمات حین فروش مثل تحویل رایگان درب منزل، نصب و راه‌اندازی رایگان، تحویل به موقع، و خدمات پس از فروش نظیر پذیرش حضوری شکایات، گارانتی، وارانتهی و ...	
p_d قیمت محصول تولیدکننده در کانال مستقیم (متغیر تصمیم تولیدکننده)	
p_R قیمت ارائه‌شده‌ی محصول تولیدکننده به مشتری نهایی در کانال خرده‌فروشی (متغیر تصمیم خرده‌فروش)	
A_M هزینه‌ی صرف شده توسط تولیدکننده برای تبلیغات محصول خود (متغیر تصمیم تولیدکننده)	

متغیرهای وابسته

D_d میزان تقاضای کانال مستقیم تولیدکننده	
D_R میزان تقاضای کانال خرده‌فروشی	
G_M تابع محاسبه‌ی اعتبار برند تولیدکننده	
π_R تابع سود خرده‌فروش	
π_M تابع سود تولیدکننده	
π_C تابع سود متمرکز	

مفروضات

- خدمت برای هر محصول، توسط تولیدکننده ارائه می‌شود.
- میزان تقاضایی که مصرف‌کننده از خرده‌فروش دارد به صورت کامل برآورده خواهد شد.
- اعتبار برند تولیدکننده بر اثر تبلیغات و خدمت ارائه‌شده توسط خود، تقویت می‌شود.
- $b_d > \beta_d$: تعداد مشتریانی که به علت افزایش یک واحد قیمت کانال مستقیم از کانال مستقیم منصرف می‌شوند بیش از تعداد

تحت عنوان G_{0M} در این مقاله در نظر گرفته شده است.

تابع سود خرده فروش:

$$\pi_R = (p_R - w)D_R \quad (7)$$

تابع سود تولیدکننده:

$$\pi_M = (w - c)D_R + (p_d - c)D_d - \frac{\eta S_M^2}{2} - \frac{\mu A_M^2}{2} \quad (8)$$

همان گونه که در معادله (۸) مشخص است توابع هزینه‌ای میزان تبلیغات و میزان سطح خدمت به صورت تابعی درجه دو در نظر گرفته شده است. که در آن μ و η مقادیر مثبتی هستند.

در مقالات متعددی از جمله مقاله‌ی تیسسی و آگراوال [۶]، یائو و لیئو [۸]، جیووانی [۳۳]، چن و همکاران [۱۴] و لیئو و همکاران [۲۰] به این نوع در نظرگیری هزینه‌ی خدمت، تبلیغات و کیفیت اشاره شده است. فرم درجه دو برای نمایش این خاصیت است که هر چه سطح خدمات، تبلیغات و یا کیفیت، اضافه شود، هزینه‌ی ارائه‌ی آن‌ها افزایش بیشتری خواهد داشت. به‌طور مثال رسیدن از سطح خدمت ۹۷٪ به ۹۹٪ هزینه‌ی بیشتری دارد تا رسیدن از سطح ۹۵٪ به سطح ۹۷٪.

همان‌طور که می‌دانیم توابع سود و توابع تقاضا نمی‌توانند منفی شوند، با توجه به این نکته داریم:

$$\alpha_d - b_d p_d + \beta_d p_R \geq 0 \rightarrow \begin{cases} p_R \geq \frac{b_d p_d - \alpha_d}{\beta_d} \\ p_d \leq \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d} \end{cases} \quad (9)$$

$$\alpha_M - b_1 p_R + \beta_d p_d \geq 0 \rightarrow \begin{cases} p_R \leq \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1} \\ p_d \geq \frac{b_1 p_R - \alpha_M}{\beta_d} \end{cases} \quad (10)$$

در نتیجه با توجه به محدوده‌های به‌دست‌آمده، مرزهای قابل قبول برای p_d و p_R عبارت‌اند از:

$$w \leq p_R \leq \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1} \quad (11)$$

$$c \leq p_d \leq \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d} \quad (12)$$

تابع سود متمرکز

با جمع توابع سود تولیدکننده و خرده‌فروش (معادلات (۷) و (۸))، تابع سود کل زنجیره به دست می‌آید.

$$\pi_C = (p_R - c)[\alpha_M - b_1 p_R + \beta_d p_d][\gamma G_{0M} + \gamma \delta A_M + S_M(\gamma \theta + f_1)] + (p_d - c)[\alpha_d - b_d p_d + \beta_d p_R][\gamma G_{0M} + \gamma \delta A_M + S_M(\gamma \theta + f_d)] - \frac{\eta S_M^2}{2} - \frac{\mu A_M^2}{2} \quad (13)$$

۴- تحلیل مدل

هدف، پیشینه‌سازی مقدار تابع سود کل زنجیره (سود متمرکز) می‌باشد. تابع سود متمرکز به ازای متغیرهای تصمیم p_R ، A_M ، S_M و p_d لزوماً مقعر نیست. زیرا مینور اول ماتریس هسین تابع سود متمرکز، منفی و مینور دوم آن مثبت است. اما تعیین علامت مینور سوم و چهارم آن به علت پیچیدگی معادله و وجود پارامترها و متغیرهای تصمیم زیاد در آن امکان‌پذیر نیست؛ لذا در مورد منفی معین بودن آن نمی‌توان اظهار نظر نمود؛ در این‌گونه مواقع به خلاف

همین امر یکی از دلایل استفاده از این تابع تقاضا در این مقاله گردیده است؛ چرا که در واقعیت نیز چنین رویه‌ای مشاهده می‌شود زیرا مشتریان غالباً نسبت به تغییرات قیمت محصول، حساس‌تر هستند تا تغییرات سطح خدمات و تبلیغات؛ تحلیل ریاضی این دلایل و نوع اثر تغییر هر یک از این متغیرها بر تقاضای مشتریان به صورت ذیل می‌باشد:

• تقاضای مشتریان در کانال خرده‌فروشی اثرپذیری منفی از قیمت خرده‌فروشی دارد، بنابراین:

$$\frac{\partial D}{\partial p_R} < 0$$

یعنی افزایش قیمت خرده‌فروشی باعث کاهش تقاضای محصول می‌شود.

• تقاضای مشتریان در کانال مستقیم اثرپذیری منفی از قیمت فروش مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{\partial D}{\partial p_d} < 0$$

یعنی افزایش قیمت فروش مستقیم باعث کاهش تقاضای محصول می‌شود.

• تقاضای مشتریان در هر دو کانال اثرپذیری مثبت از سطح خدمت و اعتبار برند تولیدکننده (یا ارائه‌کننده‌ی خدمت) دارد.

$$\frac{\partial D}{\partial G} > 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial S} > 0$$

یعنی افزایش سطح خدمات و اعتبار برند تولیدکننده باعث افزایش تقاضای محصول می‌شود.

تقاضای کانال مستقیم تولیدکننده:

$$D_d = (\alpha_d - b_d p_d + \beta_d p_R)(\gamma G_M + f S_M) \quad (5)$$

تابع محاسبه‌ی اعتبار برند تولیدکننده:

$$G_M = G_{0M} + \delta A_M + \theta S_M \quad (6)$$

در مقالات مختلفی، رابطه‌ی میان اعتبار برند تولیدکننده و سطح خدمت یا سطح کیفیت و سطح تبلیغات بیان شده است. از جمله اولین مقالات می‌توان به مقاله‌ی بزلاو و آرو [۳۰] اشاره نمود. در مقاله‌ی سال ۱۹۹۹، یارنسن و زاگر [۳۱]، رابطه‌ی اثر مثبت تبلیغات تولیدکننده و خرده‌فروش بر اعتبار برند خرده‌فروش مطرح شده است، اما در رابطه‌ی بیان‌شده توسط آن‌ها در مورد اثر سطح خدمت یا کیفیت محصول بر اعتبار برند، صحبتی نشده است. در مقاله‌ی آمروچی و همکاران [۳۲] علاوه بر اثر مثبت تبلیغات تولیدکننده بر اعتبار برند خود، اثر منفی تبلیغات رقیب نیز در نظر گرفته شده است. یکی از آخرین مقالاتی که این تابع در آن استفاده شده است، مقاله‌ی لیئو، ژانگ و تانگ [۲۰] در سال ۲۰۱۵ می‌باشد؛ البته در این مقاله این رابطه به صورت شیب تغییرات اعتبار برند در طول زمان یعنی \dot{G}_M بیان شده است، چرا که فضای بررسی مسئله، پویا بوده است نه ایستا. به همین دلیل و برای تبدیل این رابطه به یک رابطه‌ی ایستا، یک مقدار اولیه برای اعتبار برند تولیدکننده

$$2p_R)\beta_d)^2 \quad (21)$$

$$p_{d_2} = \frac{1}{2(\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)b_d} ((\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(cb_d + \alpha_d - (c - 2p_R)\beta_d) + \sqrt{T1} \quad (21)$$

$$T1 = (\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(c^2(\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)b_d^2 + (\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(\alpha_d - (c - 2p_R)\beta_d)^2 - 2b_d(-2\gamma\eta\mu G_{0M} + (\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(2b_1p_R(-c + p_R) + c\alpha_d + 2(c - p_R)\alpha_M + c^2\beta_d)) \quad (22)$$

$$A_{M_2} = -\frac{\gamma^2\delta\eta G_{0M}}{\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu} \quad (23)$$

$$S_{M_2} = -\frac{\gamma(f + \gamma\theta)\mu G_{0M}}{\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu} \quad (24)$$

$$p_{d_3} = \frac{1}{2(\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)b_d} ((\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(cb_d + \alpha_d - (c - 2p_R)\beta_d) - \sqrt{T1} \quad (25)$$

$$A_{M_3} = -\frac{\gamma^2\delta\eta G_{0M}}{\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu} \quad (26)$$

$$S_{M_3} = -\frac{\gamma(f + \gamma\theta)\mu G_{0M}}{\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu} \quad (27)$$

p_{d_i} : جواب به دست آمده‌ی i -ام برای متغیر قیمت محصول تولیدکننده در کانال مستقیم،

A_{M_i} : جواب به دست آمده‌ی i -ام برای متغیر هزینه‌ی صرف شده توسط تولیدکننده برای تبلیغات محصول خود،

S_{M_i} : جواب به دست آمده‌ی i -ام برای متغیر میزان سرمایه‌گذاری تولیدکننده بر روی خدمت محصول خود

همان‌طور که واضح است در جواب‌های دوم و سوم به دست آمده، مقادیر $A_{M_3}, S_{M_2}, A_{M_2}$ و S_{M_3} همگی منفی به دست آمده‌اند و با توجه به شرط نامنفی بودن سطح خدمت و میزان تبلیغات، مجموعه جواب ۲ و ۳، (معادلات (۲۱) تا (۲۷)) غیر قابل قبول هستند. در مرحله‌ی بعد به کمک مجموعه جواب ۱ (معادلات (۱۸) تا (۲۰)) و جایگذاری در معادله‌ی (۱۴) باید مقدار/مقادیر p_R را به دست آورد.

$$p_{R_1} = \frac{1}{2} (c + \frac{b_d\alpha_M + \alpha_d\beta_d}{b_1b_d - \beta_d^2}) \quad (28)$$

$$p_{R_2} = \frac{1}{2(b_1b_d - \beta_d^2)} (cb_1b_d + b_d\alpha_M + \alpha_d\beta_d - c\beta_d^2 + \frac{1}{\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu} \eta\mu b_d \sqrt{T2}) \quad (29)$$

$$p_{R_3} = \frac{1}{2(b_1b_d - \beta_d^2)} (cb_1b_d + b_d\alpha_M + \alpha_d\beta_d - c\beta_d^2 - \frac{1}{\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu} \eta\mu b_d \sqrt{T2}) \quad (30)$$

که در آن‌ها $T2$ عبارت است از

$$\frac{1}{\eta^2\mu^2b_d} (\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(c^2(\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)b_d^2 + (\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(\alpha_d - (c - 2p_R)\beta_d)^2 - 2b_d(-2\gamma\eta\mu G_{0M} + (\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(2b_1p_R(-c + p_R) + c\alpha_d + 2(c - p_R)\alpha_M + c^2\beta_d)) \quad (31)$$

حالتی که ماتریس هسین مسئله را بتوان تعیین علامت نمود (مشابه ماتریس هسین‌های مقاله‌ی فرخی و راستی برزکی [۳۴] باید مطابق لم ۱ برای یافتن مقدار بیشینه‌ی مطلق تابع هدف ضمن بررسی نقاط بحرانی، نقاط مرزی را نیز بررسی نمود.

برای حل مسائل چند متغیره موضوع بررسی ماتریس هسین مطرح می‌شود. اما همان‌طور که اشاره شد بررسی مقادیر ویژه ماتریس هسین جهت تعیین تحدب و تقعر تابع به صورت پارامتریک مقدور نیست. بنابراین برای حل باید نقاط ایستا و شرایط مرزی بررسی شوند. نقاط ایستا از حل گرادیان تابع که همان مشتقات جزئی مرتبه اول می‌باشد به دست می‌آید پس از به دست آوردن آن‌ها و بررسی شرایط و نقاط مرزی، جواب بهینه مشخص می‌شود.

لم ۱. بیشترین (یا کمترین) مقدار تابع پیوسته‌ی $f(x)$ در فاصله‌ی $[a, b]$ یا در نقاط بحرانی و یا در نقاط انتهایی بازه است. برای تعیین بیشترین (یا کمترین) مقدار تابع، باید مقدار آن در تمام نقاط بحرانی واقع در فاصله‌ی $[a, b]$ و مقادیر $f(a)$ و $f(b)$ را حساب نموده و سپس بیشترین (یا کمترین) مقدار بین آن‌ها را انتخاب نمود [۳۵].

یافتن نقاط بحرانی

برای این کار باید از شرایط مرتبه‌ی اول (مشتق برابر صفر) استفاده نمود.

معادلات مشتق مرتبه‌ی اول تابع سود متمرکز به صورت زیر است:

مشتق π_C نسبت به p_R

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial p_R} = (\gamma\delta A_M + \gamma G_{0M} + (f + \gamma\theta)S_M)(b_1(c - 2p_R) + \alpha_M - (c - 2p_d)\beta_d) = 0 \quad (14)$$

مشتق π_C نسبت به p_d

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial p_d} = (\gamma\delta A_M + \gamma G_{0M} + (f + \gamma\theta)S_M)(b_d(c - 2p_d) + \alpha_d - (c - 2p_R)\beta_d) = 0 \quad (15)$$

مشتق π_C نسبت به S_M

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial S_M} = -\eta S_M + (f + \gamma\theta)(-c + p_R)(-b_1p_R + \alpha_M + p_d\beta_d) + (f + \gamma\theta)(-c + p_d)(-b_dp_d + \alpha_d + p_R\beta_d) = 0 \quad (16)$$

مشتق π_C نسبت به A_M

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial A_M} = -\mu A_M + \gamma\delta(-c + p_R)(-b_1p_R + \alpha_M + p_d\beta_d) + \gamma\delta(-c + p_d)(-b_dp_d + \alpha_d + p_R\beta_d) = 0 \quad (17)$$

پس از حل هم‌زمان معادلات (۱۴) تا (۱۷) سه مقدار برای S_M, A_M و p_d بر حسب p_R به دست می‌آید

$$p_{d_1} = \frac{cb_d + \alpha_d - (c - 2p_R)\beta_d}{2b_d} \quad (18)$$

$$A_{M_1} = \frac{\gamma\delta}{4\mu b_d} (c^2b_d^2 - 2b_d(2b_1p_R(-c + p_R) + c\alpha_d + 2(c - p_R)\alpha_M + c^2\beta_d) + (\alpha_d - (c - 2p_R)\beta_d)^2) \quad (19)$$

$$S_{M_1} = \frac{(f + \gamma\theta)}{4\eta b_d} (c^2b_d^2 - 2b_d(2b_1p_R(-c + p_R) + c\alpha_d + 2(c - p_R)\alpha_M + c^2\beta_d) + (\alpha_d - (c -$$

متمرکز، بیشینه شود. لذا باید تک تک حالات فوق درون تابع سود متمرکز، جایگزین و تابع سود متمرکز، بیشینه شود.

جدول (۲): مرزهای مورد بررسی متغیرهای تصمیم S_M ، A_M و p_d

متغیر تصمیم	حد پایین	حد بالا
S_M	0	-
A_M	0	-
p_d	-	$\frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$
p_R	-	$\frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$

جدول (۳): مقادیر قابل بررسی مرزها

ردیف	مقدار قابل بررسی
۱	به دست آوردن تمام متغیرها از شرایط مرتبه اول
۲	$S_M = 0$
۳	$A_M = 0$
۴	$p_d = \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$
۵	$p_R = \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$
۶	$S_M = 0$ و $A_M = 0$
۷	$S_M = 0$ و $p_d = \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$
۸	$S_M = 0$ و $p_R = \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$
۹	$A_M = 0$ و $p_d = \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$
۱۰	$A_M = 0$ و $p_R = \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$
۱۱	$p_d = \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$ و $p_R = \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$
۱۲	$S_M = 0$ و $A_M = 0$ و $p_d = \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$
۱۳	$S_M = 0$ و $A_M = 0$ و $p_R = \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$
۱۴	$S_M = 0$ و $p_d = \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$ و $p_R = \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$
۱۵	$A_M = 0$ و $p_d = \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$ و $p_R = \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$
۱۶	$S_M = 0$ و $A_M = 0$ و $p_d = \frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$ و $p_R = \frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$

از آنجا که این محاسبات بسیار طولانی می‌شود، یک نمونه به عنوان مثال ذکر می‌شود:

حالت ۱: به دست آوردن تمام متغیرها از شرایط مرتبه اول

حالتی است که تمام متغیرها از شرایط مرتبه اول به دست آیند؛ در این صورت جواب‌های قابل قبول مسئله به شرح جدول (۴) می‌باشند.

۵- مثال‌های عددی

به منظور بررسی مسئله مذکور در این بخش سه مثال آورده و نتایج تحلیل می‌شود. با توجه به تحلیل‌های ارائه شده توسط هانسنس و همکاران [۲۷] و همچنین داده‌های استفاده شده در مقاله‌های دن و همکاران در مقاله‌ی [۱۸] و همچنین چن و همکاران [۱۹]، پارامترهای جدول ۵ برای تحلیل مسائل این مقاله انتخاب شده است. نتایج حاصل از حل مسئله در جدول‌های ۶ تا ۸ آورده شده

$$\gamma\theta)^2\mu)(\alpha_M + c\beta_d)) + b_1(c^2(\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)b_d^2 + (\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(\alpha_d^2 - c^2\beta_d^2) + 2b_d(2\gamma\mu G_{0M} - c(\gamma^2\delta^2\eta + (f + \gamma\theta)^2\mu)(\alpha_d + \alpha_M + c\beta_d))))$$

با توجه به آن که سه مقدار مختلف برای p_R به دست آمده است و امکان مقایسه‌ی آن‌ها با مرزهای قابل قبول آن (به علت پیچیده بودن فرمول‌ها و همچنین وجود متغیر p_d درون مرزهای متغیر p_R) وجود ندارد، لذا این احتمال وجود دارد که هر سه مقدار به دست آمده برای p_R (معادلات (۲۸) تا (۳۰)) قابل قبول باشند، به دلیل آن‌که درون معادلات به دست آمده برای S_M ، A_M و p_d متغیر p_R وجود دارد، ممکن است سه مقدار قابل قبول هم برای این سه متغیر به دست آمده باشد (به این دلیل به‌طور قطعی نمی‌توان در مورد قابل قبول بودن مقادیر به دست آمده اظهار نظر نمود که معادلات به دست آمده، پیچیده بوده و امکان مقایسه‌ی پارامتریک آن‌ها با مرزهای هر کدام از متغیرها وجود ندارد). لذا این کار به کمک مثال‌های عددی باید انجام شود.

همان‌طور که نشان داده شد، نمی‌توان مقدار بهینه‌ی هر چهار متغیر S_M ، A_M ، p_R و p_d را به‌طور هم‌زمان و به کمک شرایط مرتبه‌ی اول به دست آورد؛ لذا مطابق لم ۱، باید تمام نقاط بحرانی تابع و مرزهای متغیرهای آن را به دست آورده و مقدار تابع را در آن‌ها مقایسه نمود، ماکزیمم مطلق تابع یا همان جواب بازی مقداری است که به ازای آن، تابع، ماکزیمم شده باشد.

مرزهای هر کدام از متغیرهای S_M ، A_M ، p_d و p_R در جدول (۱) آمده است.

جدول (۱): مرزهای متغیرهای تصمیم S_M ، A_M و p_d

متغیر تصمیم	حد پایین	حد بالا
S_M	0	$+\infty$
A_M	0	$+\infty$
p_d	c	$\frac{\alpha_d + \beta_d p_R}{b_d}$
p_R	w	$\frac{\alpha_M + \beta_d p_d}{b_1}$

مرز پایین متغیر p_R جواب بهینه نبوده و نیازی به بررسی ندارد زیرا واضح است با فرض $p_R = w$ مقدار تابع سود خرده‌فروش (معادله‌ی (۷)) برابر صفر خواهد شد و لذا خرده‌فروش وارد بازی نخواهد شد؛ لذا مرز $p_R = w$ قابلیت انتخاب جواب بهینه را ندارد. مرزهای بالای متغیرهای S_M و A_M مورد قبول نبوده و نیازی به بررسی ندارند. زیرا اگر متغیرهای S_M و A_M تا بی‌نهایت افزایش یابند، مقدار تابع هدف مسئله به سمت $-\infty$ میل می‌کند که به هیچ وجه مطلوب نیست. لذا فقط مرزهای جدول (۲) نیاز به بررسی دارند.

باید تمام حالات ممکن بررسی مرزها را به دست آورد؛ انواع حالات قابل بررسی مرزها به شرح جدول (۳) می‌باشند.

جواب بهینه‌ی مسئله مقادیری از متغیرهای تصمیم یکی از حالات ۱۶ گانه‌ی جدول ۳ هستند که به ازای آن‌ها مقدار تابع سود

مقدار خدمات و قیمت‌های فروش مستقیم و خرده‌فروشی در دو مرحله به دست می‌آیند، همچنین مدل آن‌ها، مسئله‌ی تبلیغات و اثر آن بر تقاضا را در بر نمی‌گیرد. با داده‌های مشابه (داده‌های بخش مثال عددی مقاله‌ی دن و همکاران)، پاسخ‌های مدل مقاله‌ی موجود و مقاله‌ی دن و همکاران به شرح جدول ۱۰ می‌باشد.

جدول (۴): مجموعه جواب حالت اول بازی متمرکز

$$p_R = \frac{1}{2} \left(c + \frac{b_d \alpha_M + \alpha_d \beta_d}{b_1 b_d - \beta_d^2} \right)$$

$$p_d = \frac{1}{2} \left(c + \frac{b_1 \alpha_d + \alpha_M \beta_d}{b_1 b_d - \beta_d^2} \right)$$

$$A_M = \frac{\gamma \delta}{4\mu} (c(c(b_1 + b_d) - 2(\alpha_d + \alpha_M)) - 2c^2 \beta_d + \frac{b_1 \alpha_d^2 + b_d \alpha_M^2 + 2\alpha_d \alpha_M \beta_d}{b_1 b_d - \beta_d^2})$$

$$S_M = \frac{(f + \gamma \theta)}{4\eta(b_1 b_d - \beta_d^2)} (c^2 b_1^2 b_d + (\alpha_M + c \beta_d)(b_d(\alpha_M - c \beta_d) + 2\beta_d(\alpha_d + c \beta_d)) + b_1(c^2 b_d^2 + \alpha_d^2 - c^2 \beta_d^2 - 2c b_d(\alpha_d + \alpha_M + c \beta_d)))$$

جدول (۵): داده‌های سه مثال عددی

پارامترها	α_M	α_d	b_1	b_d	c	w	β_d
مثال ۱	۲۰۰	۲۰۰	۱۰	۱۰	۵	۷	۴
مثال ۲	۲۵۰	۱۵۰	۱۰	۱۰	۵	۷	۴
مثال ۳	۱۵۰	۲۵۰	۱۰	۱۰	۵	۷	۴

پارامترها	η	μ	δ	θ	f	γ	G_{0M}
مثال ۱	۰/۵	۰/۴	۲/۵	۲/۵	۰/۱	۰/۱	۱۰۰
مثال ۲	۰/۵	۰/۴	۲/۵	۲/۵	۰/۱	۰/۱	۱۰۰
مثال ۳	۰/۵	۰/۴	۲/۵	۲/۵	۰/۱	۰/۱	۱۰۰

با دقت در جواب بهینه‌ی مثال‌ها به این نکته می‌توان دست یافت که در تمامی مثال‌ها جواب بهینه از اولین حالت بازی متمرکز یعنی حالتی که تمام متغیرها از شرایط مرتبه‌ی اول خود محاسبه شوند، به دست آمده‌اند. برای اطمینان از این که آیا واقعاً جواب‌های به دست آمده بهینه‌ی کلی هستند یا موضعی می‌توان از ماتریس هسین توابع سود هر مثال استفاده نمود. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، اثبات تقعر توابع سود به علت پیچیدگی مینورهای به دست آمده از ماتریس هسین توابع سود، امکان‌پذیر نبود اما نه به این معنا که ماتریس هسین دارای مینیمم مطلق باشد بلکه به این معنا که به دلیل وجود متغیرهای تصمیم و پارامترهای مختلف در این روابط، به‌طور قطعی در مورد منفی معین بودن ماتریس هسین توابع سود و در نتیجه وجود ماکزیمم مطلق در آن‌ها امکان اظهار نظر وجود نداشت. اما حال که در هر مثال مقدار تمامی متغیرهای تصمیم و پارامترها مشخص شده‌اند می‌توان تقعر یا تحدب هر یک از توابع را مشخص نمود. در جدول ۹ تمامی مینورهای ماتریس‌های هسین تابع سود هر ۳ مثال مشخص شده‌اند؛ واضح است که با توجه به منفی معین بودن ماتریس هسین، تمامی ماتریس‌های هسین شرایط منفی معین بودن را دارا هستند و لذا تابع سود مسئله دارای ماکزیمم مطلق است.

جهت مقایسه‌ی کارایی مدل ارائه‌شده و ارزش افزوده‌ی آن در مقایسه با مدل‌های ارائه‌شده در ادبیات موضوع، از مدل ارائه‌شده توسط دن و همکاران [۱۸] استفاده می‌شود. در مدل ارائه شده توسط آن‌ها خدمات توسط خرده‌فروش ارائه می‌شود، ضمن آنکه

جدول (۶): نتایج مثال ۱- بازی متمرکز

حالت خروجی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
p_d	۱۹/۲	۱۹/۲	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۲۷/۷	۳۳/۳
p_R	۱۹/۲	۱۹/۲	۱۹/۲	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۲۷/۷	۱۹/۲	۲۷/۷	۳۳/۳
S_M	۱۶۸/۶	۰/۰	۱۶۸/۶	۱۱۸/۰	۱۱۸/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۱۱۸/۰	۱۱۸/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰
A_M	۱۵۰/۵	۱۵۰/۵	۰/۰	۱۰۵/۴	۱۰۵/۴	۰/۰	۱۰۵/۴	۱۰۵/۴	۰/۰	۱۰۵/۴	۱۰۵/۴	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰
π_C	۱۴۰۴۴/۷	۶۹۳۹/۶	۹۵۱۳/۴	۷۳۸۷/۷	۷۳۸۷/۷	۲۴۰۸/۳	۳۹۰۶/۲	۳۹۰۶/۲	۲۴۰۸/۳	۳۹۰۶/۲	۳۹۰۶/۲	۵۱۶۷/۳	۵۱۶۷/۳	۱۶۸۵/۸	۱۶۸۵/۸	۰/۰

جدول (۷): نتایج مثال ۲- بازی متمرکز

حالت خروجی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
p_d	۱۷/۴	۱۷/۴	۱۷/۴	۲۳/۴	۱۷/۴	۱۷/۴	۲۳/۴	۱۷/۴	۲۳/۴	۱۷/۴	۲۳/۴	۱۷/۴	۲۳/۴	۱۷/۴	۲۳/۴	۲۹/۸
p_R	۲۱/۰	۲۱/۰	۲۱/۰	۲۱/۰	۳۲/۰	۲۱/۰	۳۲/۰	۲۱/۰	۳۲/۰	۲۱/۰	۳۲/۰	۲۱/۰	۳۲/۰	۲۱/۰	۳۲/۰	۳۶/۹
S_M	۱۷۴/۸	۰/۰	۱۷۴/۸	۱۴۹/۶	۱۴۹/۶	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۱۴۹/۶	۱۴۹/۶	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰
A_M	۱۵۶/۱	۱۵۶/۱	۰/۰	۸۰/۵	۸۰/۵	۰/۰	۸۰/۵	۸۰/۵	۰/۰	۸۰/۵	۸۰/۵	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰
π_C	۱۵۰۱۲/۸	۷۳۷۱/۱	۱۰۱۳۹/۳	۱۱۳۰۵/۰	۱۱۳۰۵/۰	۲۴۹۷/۶	۲۴۹۷/۶	۲۴۹۷/۶	۲۴۹۷/۶	۲۴۹۷/۶	۲۴۹۷/۶	۷۳۳۵/۲	۷۳۳۵/۲	۲۱۳۷/۶	۲۱۳۷/۶	۰/۰

جدول (۸): نتایج مثال ۳- بازی متمرکز

حالت خروجی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
Pd	۲۱/۰	۲۱/۰	۲۱/۰	۳۲/۰	۲۱/۰	۲۱/۰	۳۲/۰	۲۱/۰	۳۲/۰	۲۱/۰	۳۶/۹	۳۲/۰	۲۱/۰	۳۶/۹	۳۶/۹	۳۶/۹
PR	۱۷/۴	۱۷/۴	۱۷/۴	۱۷/۴	۲۳/۴	۱۷/۴	۱۷/۴	۲۳/۴	۱۷/۴	۲۳/۴	۲۹/۸	۱۷/۴	۲۳/۴	۲۹/۸	۲۹/۸	۲۹/۸
SM	۱۷۴/۸	۰/۰	۱۷۴/۸	۹۰/۱	۱۴۹/۶	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۹۰/۱	۱۴۹/۶	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰
AM	۱۵۶/۱	۱۵۶/۱	۰/۰	۸۰/۵	۱۳۳/۶	۰/۰	۸۰/۵	۱۳۳/۶	۰/۰	۱۳۳/۶	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰
πC	۱۵۰۱۲/۸	۷۳۷۱/۱	۱۰۱۳۹/۳	۴۶۱۳/۹	۱۱۳۰۵/۰	۲۴۹۷/۶	۲۵۸۲/۹	۲۴۹۷/۶	۱۱۳۰۵/۰	۲۴۹۷/۶	۵۷۰۷/۵	۳۳۱۸/۶	۷۷۳۵/۲	۰/۰	۱۲۸۷/۶	۲۱۳۷/۶

○ مینورهای به دست آمده شرایط تقعر تابع را نداشته باشند، باید تمامی حالات مرزی، بررسی شوند، خروج از گام‌ها.

جدول (۹): مقادیر مینورهای تابع سود متمرکز در هر ۳ مثال

مقادیر	عناصر ماتریس هسین	مثال
-۱۱۸	مینور اول	۱
۴۷	مینور دوم	
-۲۳	مینور سوم	
۲۷۸۸	مینور چهارم	
-۱۲۷	مینور اول	۲
۵۱	مینور دوم	
-۲۶	مینور سوم	
۳۲۵۷	مینور چهارم	
-۱۲۷	مینور اول	۳
۵۱	مینور دوم	
-۲۶	مینور سوم	
۳۲۵۷	مینور چهارم	

۶-۱- بررسی اثر مقدار قیمت عمده‌فروشی (W) بر قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی و فروش مستقیم

به دلیل آن‌که در بازی متمرکز قیمت عمده‌فروشی (W) به علت جمع شدن توابع سود اثری ندارد، لذا تحلیل حساسیتی در مورد W وجود ندارد.

۶-۲- بررسی اثر مقدار هزینه تولید (C) بر قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی و فروش مستقیم

مشتق مرتبه‌ی اول P_d^*C نسبت به C به صورت معادله‌ی (۳۲) می‌باشد.

$$G_1 = \frac{\partial p_d^*C}{\partial C} = \frac{1}{2} > 0 \quad (32)$$

بنابراین افزایش C موجب افزایش قیمت بهینه‌ی فروش مستقیم می‌شود. به عبارت دیگر، یک واحد افزایش C موجب افزایش نیم واحدی قیمت بهینه‌ی فروش مستقیم می‌شود.

همان‌طور که واضح است با در نظرگیری سطح تبلیغات به عنوان متغیر تصمیم و همچنین حل هم‌زمان مدل (یکپارچه‌سازی) مدل ارائه شده در این مقاله، جواب‌های بهتری نسبت به مدل دن و همکاران داشته است.

۶- تحلیل حساسیت

در این بخش به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر میزان تقاضا و توابع سود بهینه پرداخته می‌شود. با این کار از یک دید مدیریتی جواب‌های به دست آمده در مثال‌های عددی، تحلیل شده و می‌توان برای تصمیم‌گیری‌های آینده از آن‌ها استفاده نمود.

در یک نتیجه‌گیری کلی و جهت کاهش مقدار محاسبات (جلوگیری از محاسبه‌ی تمامی ۱۶ حالت ممکن بازی متمرکز) پیشنهاد می‌شود ابتدا گام‌های زیر را انجام شود؛

- گام ۱: انجام محاسبات مربوط به اولین حالت به دست آوردن جواب بهینه‌ی هر یک از بازی‌ها (یعنی به دست آوردن تمامی متغیرها از شرایط مرتبه‌ی اول) و رجوع به گام ۲،
- گام ۲: مقایسه‌ی مقادیر متغیرهای به دست آمده با مرزهای قابل قبول آن‌ها که دو حالت رخ می‌دهد:

○ نشدنی بودن حداقل یکی از متغیرها، باید تمامی حالات مرزی، بررسی شوند، خروج از گام‌ها.

○ نشدنی بودن تمام متغیرها، رجوع به گام ۳،

○ مینورهای به دست آمده شرایط تقعر تابع را نداشته باشند، یعنی توابع مورد نظر، همگی در نقاط به دست آمده دارای ماکزیمم مطلق بوده و مقادیر محاسبه‌شده، مقادیر بهینه‌ی جهانی هستند و دیگر نیازی به بررسی حالات مرزی نمی‌باشد.

○ همان‌طور که در پایان بخش قبل نیز اشاره شد، در تمامی مثال‌های حل‌شده و همچنین مثال‌های دیگری که در این مقاله ذکر نشده است، جواب‌های بهینه از شرایط مرتبه‌ی اول تمامی متغیرها به دست آمده است؛ لذا برای تحلیل حساسیت مسئله می‌توان از جواب‌های پارامتریک حالت اول مسئله (جدول (۱۱) استفاده نمود.

- گام ۳: محاسبه‌ی ماتریس هسین تابع سود متمرکز و مینورهای مختلف ماتریس هسین، در این گام نیز دو حالت رخ می‌دهد:

جدول (۱۰): مقایسه سود زنجیره در مدل ارائه‌شده در مقاله‌ی موجود و مقاله دن و همکاران [۱۸]

پارامترها	α_M	α_d	b_1	b_d	c	w	β_d	η	μ	δ	θ	f	γ	G_{0M}	π_C مقاله‌ی موجود	π_C مقاله‌ی دن	درصد بهبود سود
مثال ۱	۴۰۰	۴۰۰	۵	۲	۳۰	۶۱	۲	۴	۰/۲	۰/۲	۰/۳	۰/۰۱	۰/۰۱	۱۰	مقاله‌ی موجود	۵۲۳۴۱	۲۶۰۴۰
مثال ۲	۴۰۰	۴۰۰	۵	۲	۳۰	۶۷	۲	۴	۰/۲	۰/۲	۰/۵	۰/۰۱	۰/۰۱	۱۰	مقاله‌ی موجود	۶۱۹۵۳	۳۵۲۰۵
مثال ۳	۴۰۰	۴۰۰	۵	۲	۳۰	۷۹	۲	۴	۰/۲	۰/۲	۰/۸	۰/۰۱	۰/۰۱	۱۰	مقاله‌ی موجود	۸۳۵۸۲	۴۹۱۱۲
مثال ۴	۴۰۰	۴۰۰	۵	۳	۳۰	۶۱	۳	۴	۰/۲	۰/۲	۰/۳	۰/۰۱	۰/۰۱	۱۰	مقاله‌ی موجود	۸۸۴۴۰	۳۳۸۴۰
مثال ۵	۴۰۰	۴۰۰	۵	۳	۳۰	۶۷	۳	۴	۰/۲	۰/۲	۰/۵	۰/۰۱	۰/۰۱	۱۰	مقاله‌ی موجود	۱۰۵۱۶۲	۴۴۴۵۵
مثال ۶	۴۰۰	۴۰۰	۵	۳	۳۰	۷۹	۳	۴	۰/۲	۰/۲	۰/۸	۰/۰۱	۰/۰۱	۱۰	مقاله‌ی موجود	۱۴۲۷۸۵	۵۹۷۵۰

مشقت مرتبه‌ی اول p_R^{*C} نسبت به α_d به صورت معادله‌ی

$$(۳۶) \text{ می‌باشد.}$$

$$C_5 = \frac{\partial p_R^{*C}}{\partial \alpha_d} = \frac{\beta_d}{2b_1b_d - 2\beta_d^2} > 0 \quad (۳۶)$$

لذا افزایش α_d موجب افزایش قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی می‌شود. به عبارت دیگر، یک واحد افزایش α_d موجب افزایش $\frac{\beta_d}{2b_1b_d - 2\beta_d^2}$ واحدی قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی می‌شود.

برای درک تفاوت اثر تقاضای پایه‌ی محصول در کانال مستقیم و کانال خرده‌فروشی بر قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی می‌توان از معادله‌ی (۳۷) (نسبت C_6) بهره برد.

$$C_6 = \frac{C_4}{C_5} = \frac{b_d}{\beta_d} > 1 \quad (۳۷)$$

بنابراین اثر تقاضای پایه‌ی محصول در کانال خرده‌فروشی از اثر تقاضای پایه‌ی محصول در کانال مستقیم بیشتر است؛ به عبارت دیگر افزایش یک واحدی α_M در مقایسه با افزایش یک واحدی α_d ، موجب افزایش $\frac{b_d}{\beta_d}$ برابری قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی می‌گردد.

مشقت مرتبه‌ی اول p_d^{*C} نسبت به α_M به صورت معادله‌ی

$$(۳۸) \text{ می‌باشد.}$$

$$C_7 = \frac{\partial p_d^{*C}}{\partial \alpha_M} = \frac{\beta_d}{2b_1b_d - 2\beta_d^2} > 0 \quad (۳۸)$$

لذا افزایش α_M موجب افزایش قیمت بهینه‌ی فروش مستقیم می‌شود. به عبارت دیگر، یک واحد افزایش α_M موجب افزایش $\frac{\beta_d}{2b_1b_d - 2\beta_d^2}$ واحدی قیمت بهینه‌ی فروش مستقیم می‌شود.

مشقت مرتبه‌ی اول p_d^{*C} نسبت به α_d به صورت معادله‌ی

$$(۳۹) \text{ می‌باشد.}$$

$$C_8 = \frac{\partial p_d^{*C}}{\partial \alpha_d} = \frac{b_1}{2b_1b_d - 2\beta_d^2} > 0 \quad (۳۹)$$

لذا افزایش α_d موجب افزایش قیمت بهینه‌ی فروش مستقیم می‌شود. به عبارت دیگر، یک واحد افزایش α_M موجب افزایش $\frac{b_1}{2b_1b_d - 2\beta_d^2}$ واحدی قیمت بهینه‌ی فروش مستقیم می‌شود.

برای درک تفاوت اثر تقاضای پایه‌ی محصول در کانال مستقیم و کانال خرده‌فروشی بر قیمت بهینه‌ی فروش مستقیم می‌توان از معادله‌ی (۴۰) (نسبت C_9) بهره برد.

جدول (۱۱): مجموعه جواب حالت اول - بازی متمرکز

$\frac{1}{2}(c + \frac{b_d\alpha_M + \alpha_d\beta_d}{b_1b_d - \beta_d^2})$	p_d^{*C}
$\frac{1}{2}(c + \frac{b_1\alpha_d + \alpha_M\beta_d}{b_1b_d - \beta_d^2})$	S_M^{*C}
$\frac{\gamma\delta}{4\mu}(c(c(b_1 + b_d) - 2(\alpha_d + \alpha_M)) - 2c^2\beta_d + \frac{b_1\alpha_d^2 + b_d\alpha_M^2 + 2\alpha_d\alpha_M\beta_d}{b_1b_d - \beta_d^2})$	A_M^{*C}
$\frac{(f + \gamma\theta)}{4n(b_1b_d - \beta_d^2)}(c^2b_1^2b_d + (\alpha_M + c\beta_d)(b_d(\alpha_M - c\beta_d) + 2\beta_d(\alpha_d + c\beta_d)) + b_1(c^2b_d^2 + \alpha_d^2 - c^2\beta_d^2 - 2cb_d(\alpha_d + \alpha_M + c\beta_d)))$	p_R^{*C}

مشقت مرتبه‌ی اول p_R^{*C} نسبت به C به صورت معادله‌ی (۳۳)

می‌باشد.

$$C_2 = \frac{\partial p_R^{*C}}{\partial c} = \frac{1}{2} > 0 \quad (۳۳)$$

لذا افزایش C ، موجب افزایش قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی می‌شود. به عبارت دیگر، یک واحد افزایش C موجب افزایش نیم واحدی قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی می‌شود.

برای درک تفاوت اثر قیمت تولید بر قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی و فروش مستقیم، می‌توان از معادله‌ی (۳۴) (نسبت C_3) بهره برد.

$$C_3 = \frac{C_1}{C_2} = 1 \quad (۳۴)$$

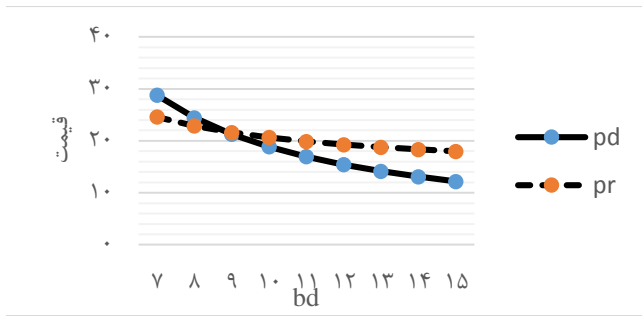
بنابراین یک واحد افزایش هزینه‌ی تولید، در بازی متمرکز، قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی و قیمت بهینه‌ی فروش مستقیم را به یک میزان افزایش می‌دهد.

۳-۶- بررسی اثر تقاضای پایه‌ی محصول بر قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی و فروش مستقیم

مشقت مرتبه‌ی اول p_R^{*C} نسبت به α_M به صورت معادله‌ی (۳۵) می‌باشد.

$$C_4 = \frac{\partial p_R^{*C}}{\partial \alpha_M} = \frac{b_d}{2b_1b_d - 2\beta_d^2} > 0 \quad (۳۵)$$

لذا افزایش α_M موجب افزایش قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی می‌شود. به عبارت دیگر، یک واحد افزایش α_M موجب افزایش $\frac{b_d}{2b_1b_d - 2\beta_d^2}$ واحدی قیمت بهینه‌ی خرده‌فروشی می‌شود.



نمودار (۳): تغییرات قیمت بهینه خریدار فروشی (p_r) و فروش مستقیم (p_d) بر اثر تغییر b_d

۵-۶- جمع بندی و نکات مدیریتی

تصمیم گیری در مورد تعیین قیمت محصولات و تعیین هزینه بهینه صرف شده برای خدمات و تبلیغات محصول از جمله دغدغه های همیشگی مدیران می باشد؛ لذا مدیران واحدهای تولیدی و مراکز خدماتی خصوصاً شرکت های هواپیمایی و اتوبوس رانی بین شهری که دارای ساختاری مشابه ساختار ارائه شده در این مقاله (یعنی دارای دو کانال توزیع خرده فروشی و فروش مستقیم) هستند می توانند با استفاده از نتایج به دست آمده در جدول (۱۱) در مورد قیمت های بهینه فروش مستقیم و خرده فروشی و همچنین سطح مطلوب خدمات و تبلیغات ارائه شده برای محصول یا خدمت خود، تصمیم گیری نمایند. با این کار سود مجموع فرآیند یعنی مجموع سود تولیدکننده و خرده فروش بیشینه می شود؛ مخصوصاً اگر خرده فروش یاد شده جزو زیرمجموعه های تولیدکننده باشد، قطعاً با این کار سود تولیدکننده به حالت بهینه خود می رسد.

در بخش تحلیل حساسیت اثر هر یک از پارامترهای مسئله بر قیمت های بهینه خرده فروشی و فروش مستقیم ذکر گردید. لذا مدیران می توانند با کمک این تحلیل ها در مورد تمرکز مورد نیاز خود در هر بخش تصمیم گیری نمایند؛ به طور مثال همان طور که در نمودار (۱) نیز مشخص است اگر مقدار b_i کمتر از ۱۰ باشد تمرکز بر روی b_1 سود زنجیره را به مقدار بیشتری افزایش می دهد، بالعکس اگر بیش از ۱۰ باشد، تمرکز بر روی b_d سود زنجیره را به مقدار بیشتری افزایش می دهد.

یکی از مهم ترین مسئله برای مدیران، میزان سود مجموعه خود می باشد اما از آنجا که توابع سود مسئله ای این مقاله به صورت پارامتریک بسیار پیچیده بوده و امکان تحلیل پارامتریک آن ها وجود ندارد لذا توصیه می شود مدیران پس از تعیین دقیق پارامترهای مسئله برای واحد خود و جایگذاری آن ها در تابع سود زنجیره، به صورت عددی به تحلیل میزان سود زنجیره بپردازند؛ به طور نمونه در یک مرحله همه ی پارامترها را ثابت در نظر گرفته و اثر افزایش یک واحدی هزینه ی تولید را بر سود کل زنجیره ارزیابی نمایند.

۷- جمع بندی و نتیجه گیری

مواجهه با رقابت های بسیار شدید در صنعت جهانی تولید، تولیدکنندگان را بر آن داشته است تا با توسعه ی خدمات ارزش

$$C_9 = \frac{C_8}{C_7} = \frac{b_1}{\beta_d} > 1 \quad (40)$$

بنابراین افزایش یک واحدی α_d در مقایسه با افزایش ۱ واحدی α_M باعث افزایش بیشتری در مقدار قیمت بهینه ی فروش مستقیم می گردد.

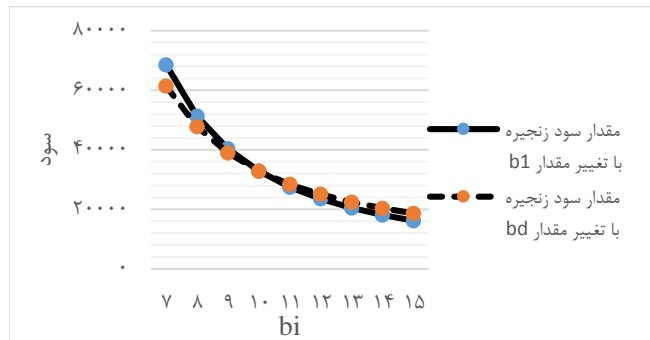
برای درک تفاوت اثر α_M بر قیمت بهینه ی خرده فروشی و فروش مستقیم، می توان از (۴۱) (نسبت S_{13}) بهره برد.

$$C_{10} = \frac{C_4}{C_7} = \frac{b_d}{\beta_d} > 1 \quad (41)$$

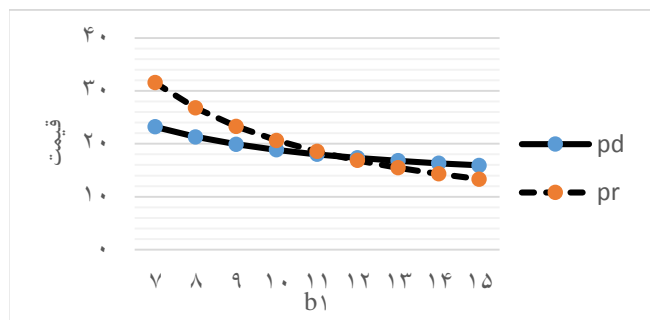
بنابراین افزایش یک واحدی α_M موجب افزایش بیشتر قیمت بهینه ی خرده فروشی در مقایسه با قیمت بهینه ی فروش مستقیم می گردد.

۶-۴- تحلیل پارامتر ضریب حساسیت مستقیم قیمتی (b)

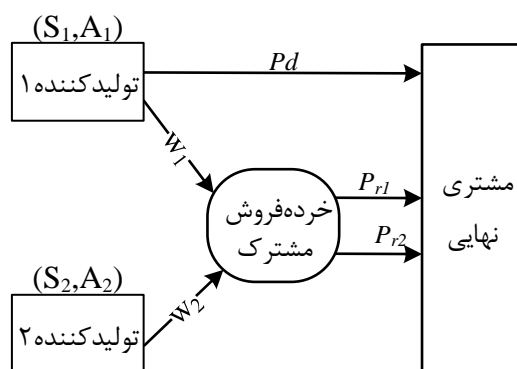
یکی از پارامترهای مهم و اثرگذار بر مسئله، ضریب حساسیت مستقیم قیمتی در کانال ها یعنی b_1 و b_d می باشد. به نوعی می توان گفت، بزرگی یا کوچکی مقادیر b_1 و b_d به میزان وفاداری مشتریان به کانال مورد نظر وابسته است؛ هر چه قدر مشتریان وفاداری بیشتری نسبت به یک کانال داشته باشند تغییرات قیمتی آن کانال، آن ها را به مقدار کمتری از خرید در آن منصرف می نماید و بالعکس هرچه قدر وفاداری مشتریان به یک کانال کمتر باشد، افزایش های جزئی در قیمت نیز موجب انصراف آن ها از خرید می شود. در ادامه نمودارهای تغییرات قیمت های بهینه ی خرده فروشی و فروش مستقیم و همچنین سود بازیکنان بر اثر تغییرات مقادیر b_1 و b_d گردآوری شده است. برای رعایت اختصار از توضیحات اضافه پرهیز شده است.



نمودار (۱): تغییرات سود بازیکنان بر اثر تغییر b_1 و b_d



نمودار (۲): تغییرات قیمت بهینه خریدار فروشی (p_r) و فروش مستقیم (p_d) بر اثر تغییر b_1



شکل (۱): ساختار مسئله با دو تولیدکننده

- در نظریه عدم قطعیت برای تقاضا یا عرضه محصول: به‌طور مثال فازی در نظر گرفتن یک سری پارامترها که موجب کاربردی‌تر شدن مسئله و وفق‌پذیری بیشتر آن با دنیای واقعی می‌شود.
- در نظر گرفتن هزینه‌های موجودی، مسیریابی و حمل و نقل در مدل: در مدل ارائه‌شده فقط هزینه‌های تولید و ارائه‌ی خدمات و تبلیغات در نظر گرفته شده است (زیرا مطابقت بیشتری با موارد کاربردی خدماتی آن نظیر شرکت‌های هواپیمایی و ... دارد)، برای تطبیق بیشتر مسئله با شرایطی که در آن‌ها به تولید محصول پرداخته می‌شود، می‌توان هزینه‌هایی نظیر نگهداری موجودی، مسیریابی، حمل و نقل و ... را نیز وارد مسئله نمود.

مراجع

- [1] Von Neumann, J., Morgenstern, O., (2007). "Theory of games and economic behavior (60th Anniversary, Commemorative edition) Princeton University Press", Princeton, NJ, USA.
- [2] Leng, M., Parlar, M., (2005). "Game theoretic applications in supply chain management: a review".
- [3] Spence, A.M., (1975). "Monopoly, quality, and regulation", The Bell Journal of Economics, 417-429.
- [4] Dixit, A., (1979). "Quality and quantity competition", The Review of Economic Studies, 587-599.
- [5] Rhee, B.D., Park, S.Y., (2000). "Online store as a new direct channel and emerging hybrid channel system".
- [6] Tsay, A.A., Agrawal, N., (2000). "Channel dynamics under price and service competition", Manufacturing & Service Operations Management, 2: 372-391.
- [7] Bernstein, F., Federgruen, A., (2004). "Dynamic inventory and pricing models for competing retailers", Naval Research Logistics (NRL), 51: 258-274.
- [8] Yao, D.Q., Liu, J.J., (2005). "Competitive pricing of mixed retail and e-tail distribution channels", Omega, 33: 235-247.
- [9] Dumrongsiri, A., Fan, M., Jain, A., Moinsadeh, K.,

افزوده، قدرت رقابت خود را افزایش دهند. در نظریه هم‌زمان مباحث مختلف اثرگذار در زنجیره موجب افزایش هماهنگی و یکپارچگی و همچنین موجب افزایش سود اعضای آن می‌شود. لذا در این مقاله اثر هم‌زمان قیمت‌گذاری، تعیین سطح تبلیغات و سطح خدمت در یک زنجیره تأمین دارای کانال توزیع دوگانه بر روی تقاضای مشتریان و سود زنجیره بررسی شد. از نکات برجسته مطرح در این مقاله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

تابع تقاضای استفاده‌شده در این مقاله امکان بررسی هم‌زمان سه عنصر قیمت، سطح خدمات و سطح تبلیغات بر تقاضای مشتریان را فراهم می‌نماید؛

در نظریه زنجیره تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه با کاربردهای فراوان آن، نکات و تحلیل‌های ریاضی در حل آن؛ در مقالات مطرح شده در ادبیات موضوع، معمولاً توابع سود به‌گونه‌ای در نظر گرفته می‌شوند که برای یافتن مقدار بیشینه‌ی مطلق، نیازی به بررسی مرزها و تحلیل‌های ریاضی مربوط به آن نمی‌باشد. موارد پرکاربرد موضوع این مقاله خصوصاً در شرکت‌های هواپیمایی، شرکت‌های اتوبوس‌رانی بین شهری و ... و قابلیت اجرای آن و رفع نیازهای داخل کشور. لذا این مقاله می‌تواند راهگشای مقاله‌های بعدی باشد.

برای گسترش‌های آتی پیشنهادهای زیر ارائه می‌گردد:

- اجرای این مدل در شرایط واقعی (مطالعه‌ی موردی): پیشنهاد می‌شود برای استفاده‌ی عملی از نتایج این مقاله خصوصاً در مسائل داخلی نظیر شرکت‌های هواپیمایی و اتوبوس‌رانی بین شهری و ... مدل ارائه‌شده در یکی از آن‌ها اجرا و نتایج آن تحلیل شود.
- چند دوره‌ای در نظر گرفتن زنجیره در این صورت مدل مسئله از حالت ایستا به حالت پویا تغییر می‌کند. در واقع فضای مسئله از حالت گسسته به حالت پیوسته در می‌آید. بازی‌های پویا جزو مسائل دیفرانسیلی قرار می‌گیرند که حل آن‌ها نکات مختص به خود را دارد.
- در نظریه بیش از یک تولیدکننده: در شرایط واقعی معمولاً یک محصول یا خدمت توسط بیش از یک تولیدکننده یا ارائه‌کننده‌ی خدمت عرضه می‌گردد. به‌طور مثال در مورد شرکت‌های هواپیمایی داخل کشور شرکت‌های مختلفی نظیر ماهان، آسمان، هما و ... وجود دارند که برای کسب سود بیشتر با همدیگر رقابت می‌کنند. لذا برای تطبیق بیشتر مسئله با دنیای واقعی می‌توان تعداد تولیدکنندگان را از یک به دو مورد افزایش داد. در مقایسه با افزایش یک تولیدکننده، افزایش بیش از یک موردی، نتایج به خصوصی را در بر نخواهد داشت. باوجود دو تولیدکننده و یک خرده‌فروش، ساختار مسئله به صورت شکل (۱) خواهد شد؛ که در واقع به این نوع خرده‌فروش، خرده‌فروش مشترک (خرده‌فروشی که محصول چند تولیدکننده یا ارائه‌کننده‌ی خدمت را عرضه می‌کند) گفته می‌شود.

- (2019). "A game theoretic approach for pricing decisions considering CSR and a new consumer satisfaction index using transparency-dependent demand in sustainable supply chains", *Journal of Cleaner Production*, 208: 1065-1080.
- [24]Mahmoudi, R., Rasti-Barzoki, M., (2018). "Sustainable supply chains under government intervention with a real-world case study: An evolutionary game theoretic approach", *Computers & Industrial Engineering*, 116: 130-143.
- [25]Safarzadeh, S., Rasti-Barzoki, M., (2019). "A game theoretic approach for assessing residential energy-efficiency program considering rebound, consumer behavior, and government policies", *Applied Energy*, 233-234: 44-61.
- [26]Safarzadeh, S., Rasti-Barzoki, M., (2019). "A game theoretic approach for pricing policies in a duopolistic supply chain considering energy productivity, industrial rebound effect, and government policies", *Energy*, 167: 92-105.
- [27]Sinayi, M., Rasti-Barzoki, M., (2018). "A game theoretic approach for pricing, greening, and social welfare policies in a supply chain with government intervention", *Journal of Cleaner Production*, 196: 1443-1458.
- [۲۸] کافی، فرهاد، فاطمی قمی، سید محمدتقی، (۲۰۱۴). "توسعه یک مدل جدید مبتنی بر تئوری بازی برای تحلیل توسعه تأمین کننده با لحاظ همکاری و رقابت همزمان در زنجیره تأمین"، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید ۱: ۱۲۳-۱۳۷.
- [29]Hanssens, D.M., Parsons, L.J., Schultz, R.L., (2003). "Market response models: Econometric and time series analysis", *Springer Science & Business Media*, 12.
- [30]Nerlove, M., Arrow, K.J., (1962). "Optimal advertising policy under dynamic conditions", *Economica*, 129-142.
- [31]Jørgensen, S., Zaccour, G. (1999). "Equilibrium pricing and advertising strategies in a marketing channel", *Journal of optimization theory and applications*, 102: 111-125
- [32]Amrouche, N., Martín-Herrán, G., Zaccour, G., (2008). "Feedback Stackelberg equilibrium strategies when the private label competes with the national brand", *Annals of Operations Research*, 164: 79-95
- [33]De Giovanni, P., (2011). "Quality improvement vs. advertising support: Which strategy works better for a manufacturer?", *European Journal of Operational Research*, 208: 119-130.
- [۳۴] فرخی، محمدمامین، راستی برزکی، مرتضی، (۲۰۱۶). "قیمت گذاری در یک زنجیره تأمین دو سطحی با در نظر گرفتن رقابت تولیدکنندگان در تصاحب بازار در سیستم تولید بر اساس سفارش با استفاده از نظریه بازی"، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید ۳: ۲۰۷-۲۱۹.
- [35]Silverman, R.A., (2013). "Essential calculus with applications: Courier Corporation".
- (2008). "A supply chain model with direct and retail channels", *European Journal of Operational Research*, 187: 691-718.
- [10]Yan, R., Pei, Z., (2009). "Retail services and firm profit in a dual-channel market", *Journal of Retailing and Consumer Services*, 16: 306-314.
- [11]Lu, J.C., Tsao, Y.C., Charoensiriwath, C., (2011). "Competition under manufacturer service and retail price", *Economic Modelling*, 28: 1256-1264.
- [12]Dan, B., Xu, G., Liu, C., (2012). "Pricing policies in a dual-channel supply chain with retail services", *International Journal of Production Economics*, 139: 312-320.
- [13]Zhao, J., Liu, W., Wei, J., (2013). "Competition under manufacturer service and price in fuzzy environments", *Knowledge-Based Systems*, 50: 121-133.
- [14]Chen, Y.C., Fang, S.C., Wen, U.P., (2013). "Pricing policies for substitutable products in a supply chain with Internet and traditional channels", *European Journal of Operational Research*, 224: 542-551.
- [15]Qian, L., (2014). "Market-based supplier selection with price, delivery time, and service level dependent demand", *International Journal of Production Economics*, 147: 697-706.
- [16]Kurata, H., Nam, S.H., (2013). "After-sales service competition in a supply chain: Does uncertainty affect the conflict between profit maximization and customer satisfaction?", *International journal of production economics*, 144: 268-280.
- [17]WANG, L., ZHAO, J., (2014). "Pricing and service decisions in a dual-channel supply chain with manufacturer's direct channel service and retail service", *WSEAS Transactions on Business & Economics*, 11.
- [18]Han, X., Sun, X., Zhou, Y., (2014). "The Equilibrium Decisions in a Two-Echelon Supply Chain under Price and Service Competition", *Sustainability*, 6: 4339-4354.
- [19]Zhao, J., Wang, L., (2015). "Pricing and retail service decisions in fuzzy uncertainty environments", *Applied Mathematics and Computation*, 250: 580-592
- [20]Liu, g., Zhang, j., Tang, w., (2015). "Strategic transfer pricing in a marketing-operations interface with quality level and advertising dependent goodwill", *Omega*.
- [۲۱] اسماعیلی، پ.، (۱۳۹۳). "قیمت‌گذاری، خدمات پس از فروش و تبلیغات مشارکتی با رویکرد نظریه بازی در زنجیره تأمین دو سطحی"، دانشکده‌ی مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان.
- [22]Jamali, M.B., Rasti-Barzoki, M., (2018). "A game theoretic approach for green and non-green product pricing in chain-to-chain competitive sustainable and regular dual-channel supply chains", *Journal of Cleaner Production*, 170: 1029-1043.
- [23]Khosroshahi, H., Rasti-Barzoki, M., Hejazi, S.R.,



A game theoretic Approach for Pricing, Advertising, and Service Level Decisions in a Dual-Channel Supply Chain: Centralized Decision

N. Karimi¹, M. Rasti-Barzoki^{1,*}

¹ Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

ARTICLE INFO

Article history:

Received 07 March 2016

Accepted 31 December 2018

Keywords:

Supply chain
Dual channels
Pricing
Service
Advertising
Game theory

ABSTRACT

Different variables effect on customer decision in product selection. The most important factor are price and service provided by the manufacturer to the customer. Advertising is one of the effective factors in the selection and purchase of goods is usually done by the manufacturer to increase goodwill of manufacturer brand. Therefore in this research we use centralized game approach to find optimal price, service level & advertising level in a dual channel supply chain simultaneously. Chain used in this study included a manufacturer and a retailer in which the manufacturer sells its products through retailer and through direct channel. Demand function used in this paper provide review possibility of three elements of price, service and advertising on customer demand seamlessly at the same time. Conduct examined in this paper, is cooperative behavior. Therefore, after modeling the problem is solved by centralized approach. After numerical examples, sensitivity analysis performed in this study provide the effect of important parameters on decisions players particularly price sensitivity factor. The issue examined in this study had a variety of practical applications for example can be cited its use in airlines, manufacturing sets and retailers to determine prices, service and advertising.

* Corresponding author. Morteza Rasti-Barzoki

Tel.: 031- 33911480; E-mail address: rasti@cc.iut.ac.ir