



## برنامه‌ریزی تولید استوار ادغامی برای مدیران ریسک‌گریز در شرایط عدم قطعیت

لیلا نظری<sup>۱\*</sup>، محسن رحمانی<sup>۲</sup>

۱. استادیار گروه مهندسی صنایع، واحد ابهر، دانشگاه آزاد اسلامی، ابهر، ایران.  
۲. کارشناس ارشد صنایع، گروه مهندسی صنایع، واحد ابهر، دانشگاه آزاد اسلامی، ابهر، ایران.

### خلاصه

در محیط‌های تولیدی مواجهه با عدم قطعیت و داده‌های متغیر که باعث ایجاد پارامترهای تصادفی می‌شود، غیرعادی نیست. عدم توجه به این تغییرات، باعث می‌شود که برنامه‌ریزی انجام شده تطابق کافی با واقعیت نداشته و ضررهای فراوانی را در محیط‌های تولیدی ایجاد نماید. با توجه به اهمیت موضوع، در این مقاله از رویکرد بهینه‌سازی استوار جهت مقابله با عدم قطعیت در پارامترهای برنامه‌ریزی تولید ادغامی استفاده می‌کنیم. در مدل استوار، فرض می‌شود که عدم قطعیت پارامترهای غیرقطعی به صورت پیوسته و بازه‌ای بوده و یک رویکرد جدید در حالت ریسک‌گریزی مدیران برای بهینه‌سازی استوار ارائه می‌شود. جهت بررسی نتایج مدل، مثال‌هایی در ابعاد کوچک و بزرگ تولید شده و با استفاده از نرم‌افزار گمز و روش آزادسازی لاگرانژ به حل و تحلیل آن‌ها پرداخته شده است. نتایج حاصل از اجرای مدل‌های استوار پیشنهادی در این مقاله نسبت به مدل اولیه نشان می‌دهد که نتایج در مقابل عدم قطعیت از پایداری بیشتری برخوردار هستند و باعث کاهش چشمگیر ریسک خواهند شد.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۶/۵/۲۶

پذیرش ۱۳۹۸/۵/۱۳

کلمات کلیدی:

بهینه‌سازی استوار

برنامه‌ریزی تولید ادغامی

ریسک‌گریزی

عدم قطعیت

### ۱- مقدمه

برنامه‌ریزی تولید ادغامی، برنامه‌ریزی تولید میان مدت است که با توجه به محدودیت‌هایی مانند ظرفیت تولید و سطح نیروی کار به طرح برنامه‌های زمانی تولید می‌پردازد. برنامه‌ریزی تولید ادغامی در سطح گروه محصولات تهیه می‌شود و در آن محصولات مشابه با هم ادغام شده و براساس یک واحد مشترک نظیر لیتر، بشکه، گالن، کیلوگرم، نفر-ساعت بیان می‌شوند.

ورودی‌های برنامه‌ریزی تولید ادغامی عبارتند از:

۱- پیش‌بینی میان مدت تقاضا به صورت ادغامی (واحد مشترک)

۲- منابع در دست شامل نیروی انسانی، تجهیزات تولیدی و سرمایه

۳- سیاست‌های قابل قبول در مورد تغییرات منابع شامل تغییر سطح

نیروی انسانی (استخدام و اخراج)، تغییر اوقات کاری، تغییر سطح

موجودی، قرارداد جنبی، تقسیم خدمت به زمان‌های مختلف، تغییر

تکنولوژی

۴- هزینه‌ها شامل هزینه‌های استخدام و اخراج، هزینه‌های نگهداری

موجودی، هزینه‌های اضافه‌کاری، هزینه‌های کمبود، هزینه‌های

قرارداد جنبی.

خروجی‌های برنامه‌ریزی تولید ادغامی عبارتند از:

۱- میزان تولید در هر دوره

۲- میزان اضافه‌کاری در هر دوره

۳- میزان استخدام و اخراج در هر دوره

۴- میزان قرارداد جنبی در هر دوره

۵- میزان سفارشات معوقه در هر دوره

۶- میزان موجودی در پایان هر دوره

در محیط‌های تولیدی مواجهه با عدم قطعیت و داده‌های متغیر که

باعث ایجاد پارامترهای تصادفی می‌شود، غیرعادی نیست. در واقع وقتی

\* نویسنده مسئول: لیلا نظری

تلفن: ۰۲۴۳۳۷۵۳۲۶۴، پست الکترونیکی: Lea.nazari@gmail.com

تولید میان مدت بهینه را با داشتن سناریوهای مختلف مشخص نماید. لئونگ و همکاران [۵] مسأله برنامه‌ریزی تولید چندمکانی را برای یک شرکت پوشاک چندملیتی هنگ‌کنگ مطرح کردند و در آن مسائلی نظیر سهم واردات و صادرات، استفاده از کارخانه‌های سازنده مختلف با توجه به ارجحیت مشتریان، ظرفیت تولید، نیروی انسانی، فضای انبار و شرایط منابع را در نظر گرفتند. مدل آن‌ها، یک مدل بهینه‌سازی پایدار با هدف کاهش هزینه با داده‌های غیرقطعی بود که در آن با تنظیم پارامترهای جریمه به یک استراتژی میان مدت بهینه در تولید دست یافتند.

کاربرد بهینه‌سازی استوار براساس رویکرد سناریویی در برنامه‌ریزی تولید توسط سیتومپول [۶] به کار بسته شد.

رویگرد بهینه‌سازی استوار جهت برنامه‌ریزی تولید چنددوره‌ای، چندمحصولی در صنایع چوب‌بری توسط کاظمی و همکاران [۷] به کار بسته شد که در آن با استفاده از رویکرد مولوی به مدل‌سازی و برنامه‌ریزی تولید در فضای عدم قطعیت پرداختند و تصادفی بودن پارامترها از طریق سناریوهایی با توزیع احتمالی گسسته مدل شد.

خو و همکاران [۸] یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی پایدار، برای مدیریت دورریزهای شهری تحت عدم قطعیت ارائه کردند. مدل آن‌ها یک بالانس، بین هزینه‌ها، تغییرپذیری مقدار تابع هدف و ریسک تعدادی از محدودیت‌هایی که شامل پارامترهای غیرقطعی بودند، ایجاد می‌کرد. آن‌ها براساس بالانس بین پایداری جواب و پایداری مدل، جواب‌هایی را برای مسائل با عدم قطعیت بالا و پیچیده در برنامه‌ریزی بلندمدت مدیریت دورریزهای شهری پیشنهاد کردند.

میرزاپور و همکاران [۹] مدل بهینه‌سازی استوار چندهدفی جهت برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندمحصولی و چندمکانی در یک زنجیره تأمین تحت شرایط عدم قطعیت ارائه دادند.

آلم و مورایتو [۱۰] یک مدل برنامه‌ریزی استوار برای برنامه‌ریزی تولید در صنعت مبلمان‌سازی ارائه دادند. آن‌ها از رویکرد برتسیماس و سیم در مدل خود استفاده کردند.

رحمانی و همکاران [۱۱] یک مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی استوار دومرحله‌ای و چندمحصولی ارائه دادند. رویکرد به کار گرفته شده توسط آن‌ها رویکرد سناریویی مولوی بود.

میرزاپور آل‌هاشم و همکاران [۱۲] مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چنددوره‌ای، چندمحصولی و چندسایتی در یک زنجیره تأمین سبز با در نظر گرفتن زمان انتظار انعطاف‌پذیر و توابع خرید غیرخطی، هزینه کمبود تصادفی، تقاضای غیرقطعی و تخفیف ارائه کردند که در آن، برخی از شاخص‌های زنجیره تأمین سبز، مانند انتشار گازهای گلخانه‌ای و مدیریت مواد زائد گنجانیده شده بود.

نوید مرتضایی و همکاران [۱۳] مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندهدفه با پارامترهای فازی را با فرض تقاضای غیرقطعی توسعه دادند.

نوواک [۱۴] رویکرد تعاملی را برای برنامه‌ریزی تولید ادغامی توسعه داد که در آن برنامه‌های استراتژیک بر حداقل کردن هزینه تقدم

بازه‌های زمانی که می‌بایست برای آن بازه‌ها، برنامه‌های تولیدی تعیین شود طولانی می‌شود، بسیاری از عوامل مانند سطوح نیروی کار، تقاضای بازار و شرایط محیطی دستخوش تغییر می‌شوند و ثابت فرض کردن آن‌ها از اعتبار مدل و برنامه می‌کاهد.

به دلیل اهمیت موضوع، در این مقاله سیستم‌های تولیدی را در نظر گرفته‌ایم که در آن تقاضا، زمان‌های تولید و بسیاری از هزینه‌ها دارای عدم قطعیت است.

یکی از رویکردهای برخورد با عدم قطعیت، رویکرد بهینه‌سازی استوار است. بهینه‌سازی استوار زمانی بکار می‌رود که تحلیلگر به دنبال رفتار مطلوب جواب به ازای تمامی رخدادهای ممکن برای داده‌هایی که دچار عدم اطمینان هستند باشد. به عبارتی این تکنیک برای زمانی که برخی از پارامترها با ریسک برآورد مواجه هستند، جواب بهینه به تغییرات کوچک حساس است و یا تصمیم‌گیرنده ریسک‌پذیری پایینی دارد بسیار مناسب است.

در این مقاله رویکرد جدیدی جهت بهینه‌سازی استوار برای مدل‌سازی مسئله‌ی برنامه‌ریزی تولید ادغامی در حالت ریسک‌گریزی ارائه می‌شود.

## ۲- مرور ادبیات موضوع

برنامه‌ریزی تولید بخشی از یک جریان پیچیده اطلاعات و تصمیم‌گیری است که برنامه‌ریزی و کنترل عملیات تولید را شکل می‌دهد. رقابت جهانی و تغییر سریع نیازهای مشتری و شرایط محیطی ساخت و تولید، باعث عدم قطعیت در برنامه‌ریزی شده است.

بهینه‌سازی استوار یکی از قدرتمندترین رویکردهای مقابله با عدم قطعیت است که در سال‌های اخیر در مسائل برنامه‌ریزی تولید وارد شده است.

زارعیان جهرمی و همکاران [۱]، یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه استوار جهت طراحی یک زنجیره تأمین حلقه بسته پایدار شامل توابع هدف سود، اثرات زیست‌محیطی و اجتماعی ارائه دادند.

امیری و همکاران [۲] یک مدل برنامه‌ریزی تولید و توزیع یکپارچه در یک زنجیره تأمین سه سطحی شامل چندین تولیدکننده، چندین توزیع‌کننده و چندین مصرف‌کننده را با فرض تقاضای غیرقطعی و هزینه حمل‌ونقل غیرقطعی با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار توسعه دادند.

جندقی و رضایی‌نیک [۳] یک مدل برنامه‌ریزی تولید برای تعیین ترکیب بهینه‌ی تولید محصولات در شرکت نیان الکترونیک با رویکرد ترکیبی بهینه‌سازی استوار سناریومحور و مدیریت ریسک با هدف کاهش هزینه‌ها ارائه دادند.

با توجه به افزایش تنوع محصولات در محیط‌های تولیدی برنامه‌ریزی تولید ادغامی کاربرد فراوانی دارد.

لئونگ و یو [۴] مدلی استوار را برای برنامه‌ریزی تولید ادغامی در شرایط عدم قطعیت، با هدف کمینه کردن هزینه‌ها ارائه کردند. در مدل آن‌ها، تصمیم‌گیرنده می‌تواند با در نظر گرفتن پارامترهای جریمه،

برنامه‌ریزی تولید ادغامی نظیر تثبیت سرعت تولید و استراتژی ارضای تقاضا و حالت ترکیبی را تحت شرایط عدم قطعیت در صنایع نوشیدنی غیرالکی مورد بررسی و آن‌ها را با استفاده از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه نظیر تاپسیس و ویکور مقایسه و رتبه‌بندی کردند.

جورجویک و همکاران [۲۱]، یک مدل برنامه‌ریزی خطی فازی را برای برنامه‌ریزی ادغامی در صنایع خودروسازی توسعه دادند. در این مقاله، محصولات مختلف با مشتریان متفاوت و زمان تولید متفاوت در یک خط تولید در نظر گرفته شده و زمان تولید، انبارش، بسته‌بندی و بارگیری متغیر و فازی فرض شده است. نتایج حاصل از حل مدل شامل سیاست برنامه‌ریزی تولید بهینه، موجودی بهینه و ذخیره اطمینان بهینه برای تأمین‌کنندگان در حالت تولید برای سفارش (MTO) در یک بازه زمانی خاص است.

ماکویی و همکاران [۲۲] مساله استوار برنامه‌ریزی تولید ادغامی را برای محصولات با طول عمر بسیار کوتاه نظیر لباس‌های فصلی، هدیه‌های سال نو و سررسید با در نظر گرفتن سیاست تعویق با استفاده از الگوریتم تجزیه‌ی بندرز، مورد بررسی قرار دادند.

مدرس و ایزدپناهی [۲۳] مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی را با تمرکز بر کاهش مصرف انرژی با استفاده از رویکرد استوار توسعه دادند. خلاصه‌ای از برخی تحقیقات صورت گرفته در خصوص برنامه‌ریزی تولید ادغامی به همراه رویکرد و نوآوری آن‌ها در جدول ۱ آورده شده است:

داشت. اعظمی و ماکویی [۱۵] برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندکارخانه‌ای برای تولید محصولات فاسدشدنی مانند هدیه‌های سال نو، تقویم‌ها و سررسیدها با استفاده از سیاست تعویق در شرایط عدم قطعیت را توسعه دادند.

خیرخواه و همکاران [۱۶] مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندمحصولی چنددوره‌ای در زنجیره‌ی تأمین شامل تعدادی تأمین‌کننده، تولیدکننده با فرض زمان تحویل احتمالی و اهداف کاهش هزینه و بیشینه‌سازی حداقل قابلیت اطمینان توسعه دادند.

ولیانگ و همکاران [۱۷] یک مدل برنامه‌ریزی ظرفیت تولید ادغامی را در خط تولید قطعات نیمه‌هادی مبتنی بر یک شبکه صف باز و براساس سطح WIP توسعه دادند.

مهدی‌زاده و قاضی‌زاده [۱۸]، یک مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندهدفه فازی با در نظر گرفتن دو عامل اثر یادگیری کارگران و اثر زوال ماشین‌آلات با اهداف افزایش سود و کاهش هزینه و افزایش رضایت‌مندی مشتری را توسعه دادند. آن‌ها مدل را با روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی و با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک و جست‌وجوی ممنوعه حل کردند.

رامیار و همکاران [۱۹]، مدلی جهت بهینه‌سازی قابلیت اطمینان و هزینه‌ی سیستم در برنامه‌ریزی تولید ادغامی زنجیره‌ی تأمین با فرض احتمالی بودن زمان تحویل ارائه دادند. مدل آن‌ها شامل اهداف کاهش هزینه‌ها و افزایش حداقل قابلیت اطمینان سیستم بود.

جمال‌نیا و همکاران [۲۰]، کارایی استراتژی‌های مختلف

جدول (۱): خلاصه تحقیقات صورت گرفته در خصوص برنامه‌ریزی تولید ادغامی

منبع	کاهش هزینه	افزایش سود	افزایش رضایت‌مندی مشتریان	حداکثر کردن قابلیت اطمینان	کاهش زمان خرابی دستگاه‌ها	کاهش زمان تدارک محصول	کاهش انتشار کربن	کاهش مصرف انرژی	قطعی	غیرقطعی	احتمالی	فازی	تعداد		تعداد دوره	رویکرد حل	نوآوری	
													سطوح	اقدام				
[۱۱]	✓									✓				✓	✓	بهینه‌سازی استوار	استفاده از آنتروپی برای کاهش حساسیت مدل به اختلالات داده‌ها و افزایش استواری مدل	
[۱۲]	✓	✓	✓							✓				✓	✓	بهینه‌سازی استوار	در نظر گرفتن زنجیره‌ی تأمین چندسطحی با چند تأمین‌کننده و تولیدکننده و مشتری	
[۱۶]	✓										✓			✓	✓	الگوریتم فرایندکاری	استفاده از الگوریتم رقابت استعماری برای حل	

در نظر گرفتن اثر یادگیری کارگران و اثر زوال ماشین‌آلات	برنامه‌ریزی آرمای فازی	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	[۱۸]	
در نظر گرفتن زمان تحویل احتمالی	جستجوی هارمونی چندهدفه	✓	✓	✓	✓		✓	✓	[۱۹]	
مقایسه و رتبه‌بندی سیاست‌های برنامه‌ریزی تولید ادغامی با تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه در شرکت صنایع نوشیدنی غیرالکلی	تصمیم‌گیری چندشاخصه							✓	✓	[۲۰]
در نظر گرفتن عدم قطعیت در کیفیت محصولات دریافتی از تأمین‌کننده	برنامه‌ریزی خطی فازی	✓	✓	✓	✓		✓			[۲۱]
ارائه مدل استوار برنامه‌ریزی تولید ادغامی برای محصولات با طول عمر بسیار کوتاه با در نظر گرفتن سیاست تعویق و استفاده از الگوریتم تجزیه‌ی بندرز	بهبودسازی استوار	✓	✓	✓		✓			✓	[۲۲]
تمرکز بر کاهش مصرف انرژی	بهبودسازی استوار	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	[۲۳]
مدل یکپارچه برنامه‌ریزی تولید ادغامی و برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات	حل قطعی	✓	✓	✓		✓	✓		✓	[۲۴]
افزایش ارزش خرید بر اساس معیار کارایی کیفی و کاهش تغییرات نیروی انسانی	بهبودسازی خطی عدد صحیح چندهدفه فازی	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	[۲۵]
در نظر گرفتن افزایش ثبات تولید و انجام مطالعه موردی	ایسپلون محدودیت	✓	✓	✓		✓			✓	[۲۶]

برنامه‌ریزی خطی فازی	✓	✓	✓	✓	✓	[۲۷]
در نظر گرفتن ارزش زمانی پول						
برنامه‌ریزی استوار	✓	✓	✓	✓	✓	مقاله
در نظر گرفتن ریسک‌گریزی مدیران در مدل‌سازی و عدم قطعیت بازه‌ای، در نظر گرفتن تورم به صورت ضریب افزایشی در هزینه‌ها، استفاده از روش آزادسازی لاگرانژ در حل						

استوار

- استفاده از آزادسازی لاگرانژ در حل مدل مفروضات مدل ارائه شده عبارتند از:
- مقادیر پارامترها در طول افق برنامه‌ریزی معین است.
- فاکتورهای افزایشی برای تمام هزینه‌ها در تمام دوره‌ها در نظر گرفته شده و معین است.
- کمبود از نوع قابل جبران، مجاز است.
- غیرقطعی بودن زمان‌های تولید در زمان عادی و اضافه‌کاری
- غیرقطعی بودن هزینه‌های تولید
- غیرقطعی بودن تقاضا
- چندمحصولی
- چندماشینی
- چنددوره‌ای
- در نظر گرفتن هزینه‌های نصب و راه‌اندازی
- عدم وابستگی هزینه‌های نصب و راه‌اندازی به توالی انجام کارها
- در نظر گرفتن سفارشات عقب‌افتاده
- در ادامه به توصیف مساله خواهیم پرداخت.

۳- توصیف مساله

در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چنددوره‌ای و چندمحصولی در حالت غیرقطعی بودن تقاضا و زمان‌های تولید ارائه می‌شود که ورودی‌های آن پیش‌بینی میان‌مدت تقاضا به صورت ادغامی، منابع در دست، هزینه‌ها و سیاست‌های قابل قبول در مورد تغییرات منابع است و هدف آن تعیین سطح بهینه میزان تولید در زمان عادی و اضافه‌کاری و قرارداد جنبی برای تأمین تقاضا، موجودی، نیروی کار و برگشت‌ها است. فاکتورهای افزایشی برای هزینه‌های عملیاتی که در طی زمان به علت تورم افزایش می‌یابند در مدل لحاظ شده است.

مدل‌های قطعی برنامه‌ریزی تولید ادغامی در طی زمان تکمیل‌تر شده‌اند، اما این مدل‌ها احتمالاً قادر نیستند نتایجی ارائه دهند که شرایط دنیای واقعی را انعکاس دهد زیرا مسائل برنامه‌ریزی تولید ادغامی در دنیای واقعی دارای بسیاری از عوامل اغتشاشی، تغییرات و عدم قطعیت‌ها است. بنابراین در این مقاله سعی بر ارائه‌ی مدلی استوار است که نسبت به این نوع داده‌ها و این نوع شرایط غیرقطعی، غیرحساس‌تر باشد. براساس مرور ادبیات موضوع صورت گرفته در تحقیقات گذشته ریسک‌گریزی مدیران همزمان با عدم قطعیت در هزینه‌ها و زمان‌های تولید و تقاضا منظور نشده، بنابراین در این مقاله به پوشش گپ تحقیقاتی موجود خواهیم پرداخت.

- اهداف مقاله را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:
- ارائه‌ی راهکاری مناسب برای مدیران تولید ریسک‌گریز با توجه به افزایش روزافزون نوسانات هزینه، قیمت و تقاضا
- کاهش ریسک تولید و هزینه و افزایش سودآوری شرکت در فضای مشتری‌مداری دنیای امروز
- در نظر گرفتن عدم قطعیت به‌عنوان یک اصل الزامی جهت پایدار ماندن شرکت در فضای کسب‌وکار
- در این مقاله سعی بر ارائه مدلی است که نسبت به داده‌ها و شرایط غیرقطعی، پایدارتر باشد در این راستا از رویکرد بهینه‌سازی استوار در حالت بازه‌ای استفاده خواهد شد.

در سیستم‌های تولیدی واقعی زمان پردازش فعالیت‌ها و تقاضا پارامترهای بحرانی و مهم و معمولاً غیرقطعی هستند. مهم‌ترین نوآوری مقاله در نظر گرفتن عدم قطعیت بازه‌ای برای زمان‌های تولید در حالت عادی و اضافه‌کاری و تقاضا است. سایر نوآوری‌های در نظر گرفته شده در مقاله عبارتند از:

- غیرقطعی در نظر گرفتن هزینه‌های تولید
- در نظر گرفتن ضریب افزایشی برای هزینه‌ها با توجه به تورم موجود در واقعیت
- ارائه مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی استوار برای مدیران ریسک‌گریز
- استفاده از رویکردهای نوین عدم قطعیت بازه‌ای در بهینه‌سازی

۳-۱- پارامترها و متغیرهای مدل

پارامترهای مدل عبارتند از:

$CP_{it}$ : هزینه‌ی تولید محصول  $i$  در دوره  $t$  در زمان عادی

$CO_{it}$ : هزینه‌ی تولید محصول  $i$  در دوره  $t$  در زمان اضافه‌کاری

$CC_{it}$ : هزینه‌ی قرارداد جنبی محصول  $i$  در دوره  $t$

$CR_{ijt}$ : هزینه‌ی راه‌اندازی ماشین  $j$  برای تولید محصول  $i$  در دوره  $t$

$\tilde{D}_{it}$ : میزان تقاضای غیرقطعی محصول  $i$  در دوره  $t$

$D_{it}$ : مقدار اسمی تقاضا برای محصول  $i$  در دوره  $t$

$\hat{D}_{it}$ : مقدار انحراف از تقاضای محصول  $i$  در دوره  $t$

$b_{it}$ : هزینه‌ی کمبود محصول  $i$  در دوره  $t$

$h_{it}$ : هزینه‌ی نگهداری محصول  $i$  در دوره  $t$

$g_i$ : زمان موردنیاز برای تولید یک واحد محصول  $i$  توسط یک نفر کارگر در زمان عادی

$g'_i$ : زمان موردنیاز برای تولید یک واحد محصول  $i$  توسط یک نفر کارگر در زمان اضافه‌کاری

$a_{ij}$ : زمان اسمی موردنیاز برای تولید یک واحد محصول  $i$  روی ماشین  $j$  در زمان عادی

$a'_{ij}$ : زمان اسمی موردنیاز برای تولید یک واحد محصول  $i$  روی ماشین  $j$  در زمان اضافه‌کاری

$\hat{a}_{ij}$ : حداکثر انحراف از زمان اسمی برای تولید یک واحد محصول  $i$  روی ماشین  $j$  در زمان عادی

$\hat{a}'_{ij}$ : حداکثر انحراف از زمان اسمی برای تولید یک واحد محصول  $i$  روی ماشین  $j$  در زمان اضافه‌کاری

$ch_t$ : هزینه‌ی استخدام یک نفر در دوره  $t$

$cl_t$ : هزینه‌ی اخراج یک نفر در دوره  $t$

$cw_t$ : هزینه‌ی دستمزد یک نفر نیروی کار در دوره  $t$

$I_{i0}$ : میزان موجودی اولیه محصول  $i$

$W_0$ : تعداد نیروی کار اولیه

$W_{tmax}$ : حداکثر سطح نیروی کار در دوره  $t$

$C_{itmax}$ : ماکزیمم میزان قرارداد جنبی برای تولید محصول  $i$  در دوره  $t$

$R_{jt}$ : زمان در دسترس ماشین  $j$  برای تولید در دوره  $t$  در زمان عادی

$\beta_{jt}$ : درصدی از زمان در دسترس ماشین  $j$  در دوره  $t$  جهت تولید در

زمان اضافه‌کاری

$\alpha_t$ : درصدی از نیروی کار در دوره  $t$  جهت تولید در زمان اضافه‌کاری

$f$ : تعداد ساعات کاری نیروی کار در هر دوره

$e^{ch}$ : نرخ افزایش هزینه‌ی استخدام

$e_l$ : نرخ افزایش هزینه‌ی اخراج

$e_w$ : نرخ افزایش دستمزد نیروی کار

$e_r$ : نرخ افزایش هزینه‌ی راه‌اندازی

$e_c$ : نرخ افزایش هزینه‌ی قرارداد جنبی

$e_o$ : نرخ افزایش هزینه‌ی تولید در زمان اضافه‌کاری

$e_p$ : نرخ افزایش هزینه‌ی تولید در زمان عادی

$e_h$ : نرخ افزایش هزینه‌ی نگهداری هر واحد موجودی در یک دوره

متغیرهای تصمیم مدل عبارتند از:

$P_{it}$ : میزان تولید محصول  $i$  در دوره  $t$  در زمان عادی

$O_{it}$ : میزان تولید محصول  $i$  در دوره  $t$  در زمان اضافه‌کاری

$C_{it}$ : میزان قرارداد جنبی برای تولید محصول  $i$  در دوره  $t$

$Y_{it}$ : اگر محصول  $i$  در دوره  $t$  ساخته شود ۱ در غیر این صورت ۰

$W_t$ : تعداد نیروی کار در دوره  $t$

$H_t$ : میزان استخدام در دوره  $t$

$L_t$ : میزان اخراج در دوره  $t$

$B_{it}$ : میزان سفارش عقب‌افتاده (کمبود) محصول  $i$  در دوره  $t$

$I_{it}$ : میزان موجودی محصول  $i$  در دوره  $t$

۳-۲- مدل قطعی پیشنهادی

براساس پارامترها و متغیرهای تعریف‌شده مدل پیشنهادی به صورت زیر است:

(۷) و (۸) مربوط به محدودیت ظرفیت نیروی کار در زمان عادی و اضافه‌کاری است. محدودیت (۹) و (۱۰) حداکثر ظرفیت نیروی کار و قرارداد جنبی در هر دوره را نشان می‌دهد.

۴- مدل بهینه‌سازی استوار براساس رویکرد برتسیماس و سیم در سیستم‌های تولیدی، زمان پردازش کارها و تقاضا شاخص‌های مهم در تصمیم‌گیری و معمولاً غیرقطعی هستند. در این مدل زمان‌های پردازش و تقاضا به صورت بازه‌ای دارای عدم قطعیت هستند. برای مقابله با عدم قطعیت بازه‌ای از رویکرد بهینه‌سازی استوار برتسیماس و سیم استفاده شده است.

روش برتسیماس و سیم یک روش محافظه‌کارانه است. یکی از فرضیاتی که در مدل برتسیماس و سیم وجود دارد این است که عدم قطعیت داده‌ها تنها در ماتریس A وارد می‌شود. این فرضیه تأثیری بر کلیت مساله ندارد، زیرا در صورتی که b غیرقطعی باشد می‌توان متغیر  $x_{n+1}$  را به عنوان ستونی در انتهای ماتریس A قرار داد.

در صورتی که مساله اصلی به صورت زیر باشد:

$$\text{Max } z = C^T X$$

S.t:

$$Ax \leq b$$

$$l \leq x \leq u$$

در روش برتسیماس و سیم فرض می‌شود که عناصر ماتریس A در بازه  $[\hat{a}_{ij} - \hat{\alpha}_{ij}, \hat{a}_{ij} + \hat{\alpha}_{ij}]$  مقدار می‌گیرند.

در این روش برای منظور کردن عدم قطعیت به ازای هر محدودیت i یک عدد مثبت  $\Gamma_i$  در نظر گرفته می‌شود که در بازه  $[0, |I_i|]$  تغییر می‌کند (Ji مجموعه پارامترهایی از ماتریس A است که در سطر نام دارای عدم قطعیت هستند).

در این روش به جای اینکه تمامی  $\hat{a}_{ij}$  ها را متغیر در نظر بگیرد  $[\Gamma_i]$  آن‌ها تغییر می‌کند.

براساس این تعاریف می‌توان مدل زیر را در نظر گرفت:

$$\text{max } c^T x$$

$$\text{s.t. } \sum_j a_{ij} x_j + \text{Max}_{\{S_i \cup \{t_i\} | S_i \subseteq J_i, |S_i| = |I_i|, t_i \in I_i \setminus S_i\}}$$

$$\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij} y_j + (\Gamma_i - |I_i|) \hat{a}_{it_i} y_{t_i} \} \leq b_i \quad \forall i$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j \quad \forall j$$

$$l \leq x \leq u$$

$$y \geq 0$$

بخش دوم محدودیت رابطه قبل برابر با تابع هدف مساله بهینه‌سازی زیر است:

$$\text{max } \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j^+| z_{ij}$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in J_i} z_{ij} \leq \Gamma_i$$

$$0 \leq z_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in J_i$$

دوگان مساله بالا به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_i \sum_t cp_{it} (P_{it} (1 + e_p)^t) \\ & + co_{it} O_{it} (1 + e_o)^t \\ & + cc_{it} C_{it} (1 + e_c)^t \\ & + \sum_i \sum_j \sum_t cr_{ijt} Y_{it} (1 + e_r)^t \\ & + \sum_t cw_t W_t (1 + e_w)^t \\ & + ch_t H_t (1 + e_{ch})^t \\ & + cl_t L_t (1 + e_l)^t \\ & + \sum_i \sum_t h_{it} I_{it} (1 + e_h)^t \\ & + \sum_i \sum_t b_{it} B_{it} (1 + e_b)^t \end{aligned} \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_i a_{ij} P_{it} \leq R_{jt} \quad (2)$$

$$\sum_i a'_{ij} O_{it} \leq \beta_{jt} R_{jt} \quad (3)$$

$$P_{it} + O_{it} + C_{it} + B_{it} - B_{it-1} + I_{it-1} - I_{it} = D_{it} \quad (4)$$

$$P_{it} + O_{it} \leq M.Y_{it} \quad (5)$$

$$W_t = W_{t-1} + H_t - L_t \quad (6)$$

$$\sum_i g_i P_{it} \leq f W_t \quad (7)$$

$$\sum_i \hat{g}_i O_{it} \leq f \alpha_t W_t \quad (8)$$

$$W_t \leq W_{t \max} \quad (9)$$

$$C_{it} \leq C_{it \max} \quad (10)$$

$$P_{it}, O_{it}, C_{it}, B_{it}, I_{it}, W_t, H_t, L_t \geq 0 \quad (11)$$

$$Y_{it} = \{0,1\}, L_t, H_t, W_t \in \text{Integer} \quad (12)$$

محدودیت‌های (۱) و (۲) به ازای  $\forall i, \forall t$  و بقیه محدودیت‌ها به ازای  $\forall j, \forall t$

رابطه (۱)، تابع هدف را نشان می‌دهد که هزینه کل شامل هزینه‌های تولید در زمان عادی و اضافه‌کاری، هزینه‌های قرارداد جنبی، هزینه‌های راه‌اندازی، هزینه‌های نیروی کار و استخدام و اخراج، هزینه نگهداری موجودی و هزینه‌های کمبود است. محدودیت (۲) و (۳) نشان‌دهنده محدودیت ظرفیت ماشین‌آلات در زمان عادی و اضافه‌کاری است. محدودیت (۴)، محدودیت ارضای تقاضاست. محدودیت (۵) بیان می‌دارد که چنانچه محصولی در یک دوره در زمان عادی یا اضافه‌کاری تولید شود نیاز به هزینه راه‌اندازی دارد. محدودیت (۶) نشان می‌دهد که سطح نیروی کار در هر دوره برابر با سطح نیروی کار در دوره قبل به همراه تصمیمات استخدام و اخراج است. محدودیت

$$Z_{jt}^a + P_{ijt}^a \geq \hat{a}_{ij}^t O_{it} \quad \forall i, \forall t, \forall j \quad (17)$$

$$P_{it} + O_{it} + C_{it} + B_{it} - B_{it-1} + I_{it-1} - I_{it} = D_{it} + \hat{D}_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (18)$$

$$P_{it} + O_{it} \leq M Y_{it} \quad \forall i, \forall t \quad (19)$$

$$W_t = W_{t-1} + H H_t - L_t \quad \forall t \quad (20)$$

$$\sum_i g_i P_{it} \leq f W_t \quad \forall t \quad (21)$$

$$\sum_i \hat{g}_i O_{it} \leq f \alpha_t W_t \quad \forall t \quad (22)$$

$$W_t \leq W_{tmax} \quad \forall t \quad (23)$$

$$C_{it} \leq C_{itmax} \quad \forall i, \forall t \quad (24)$$

$$P_{it}, O_{it}, C_{it}, B_{it}, I_{it}, Z_{jt}^a, P_{ijt}^a, Z_{jt}^a, P_{ijt}^a \geq 0 \quad \forall i, \forall t \quad (25)$$

$$Y_{it} = \{0,1\}, L_t, H_t, W_t \in Integer \quad \forall i, \forall t \quad (26)$$

محدودیت (۱۳) تابع هدف مدل است. محدودیت (۱۴) و (۱۵) محدودیت مربوط به ظرفیت ماشین آلات بعد از اعمال تابع محافظت و متغیرهای کنترل کننده‌ی مدل هستند. با توجه به اینکه زمان مورد نیاز تولید در حالت عادی و اضافه کاری به صورت بازه‌ای تعریف شده است با استفاده از تابع محافظت و متغیرهای کنترل کننده، محدودیت ظرفیت تولید در مدل در نظر گرفته شده است. محدودیت (۱۶) و (۱۷) محدودیت‌های مربوط به مدل استوار هستند. برقراری محدودیت (۱۸) به صورت تساوی برای برآورده کردن تقاضا در بدترین حالت است تا رضایت مدیران ریسک‌گریز در هر شرایطی حاصل شود. محدودیت‌های دیگر نیز همان محدودیت‌های مدل قطعی هستند که در بخش قبلی توضیح داده شدند.

### ۵- ارزیابی مدل استوار پیشنهادی

در این بخش دو سری از نتایج محاسباتی ارائه می‌شود. در بخش اول یک مثال تشریحی در ابعاد کوچک را شبیه‌سازی می‌کنیم تا مدل قطعی پیشنهادی را ارزیابی کنیم و در بخش دوم با استفاده از مسائل نمونه در ابعاد بزرگ تر مدل پیشنهادی استوار را آنالیز می‌کنیم. مدل‌ها در ابعاد کوچک با استفاده از نرم‌افزار Gams حل شده است.

#### ۵-۱- مثال تشریحی

فرض می‌کنیم کارخانه‌ای دارای دو محصول و دو نوع ماشین است. موجودی اولیه محصولات صفر و سطح اولیه نیروی کار برابر با ۱۰ و ساعات عادی کاری روزانه برابر با ۴۰۰ دقیقه است. مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\alpha_t = 0.4 \quad \beta_{jt} = 0.2$$

حداکثر سطح نیروی کار برابر با ۲۰ و فاکتور افزایشی برای تمام هزینه‌ها برابر ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است. زمان مورد نیاز برای تولید یک واحد محصول ۱ در زمان عادی و اضافه کاری نیز برابر با ۱ دقیقه در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j \in J_t} p_{ij} + \Gamma_i z_i \\ \text{s.t.} \quad & z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} |x_j|, \forall i, j \in J_t \\ & p_{ij} \geq 0 \quad \forall j \in J_t \\ & z_i \geq 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

بر اساس نظریه دوگان، جواب بهینه مسأله دوگان برابر با جواب بهینه مسأله اصلی است بنابراین مدل نهایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \max \quad & c'x \\ \text{s.t.} \quad & \sum_j a_{ij} x_j + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_t} p_{ij} \leq b_i \quad \forall i \\ & z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_j \quad \forall i, j \in J_t \\ & -y_j \leq x_j \leq y_j \quad \forall j \\ & l \leq x \leq u \\ & p_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in J_t \\ & z_i \geq 0 \quad \forall i \\ & y_j \geq 0 \quad \forall j \end{aligned}$$

بر این اساس در مدل مقاله فرض می‌شود که تقاضا در بازه‌ی زیر اتفاق می‌افتد:

$$\tilde{D}_{it} = [D_{it} - \hat{D}_{it}, D_{it} + \hat{D}_{it}]$$

زمان‌های تولید در حالت عادی و اضافه کاری نیز در بازه‌های زیر قرار می‌گیرند:

$$\tilde{a}'_{it} = [a'_{it} - \hat{a}'_{it}, a'_{it} + \hat{a}'_{it}] \quad \tilde{a}_{it} = [a_{it} - \hat{a}_{it}, a_{it} + \hat{a}_{it}]$$

نکته‌ی بسیار مهم آن است که از آنجاکه مدل برای مدیران ریسک‌گریز ارائه شده است تمام تقاضا باید برآورده شود. پس در محدودیت تقاضا به جای تقاضای غیرقطعی بیشترین مقدار ممکن آن را قرار می‌دهیم. بنابراین مدل نهایی استوار به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{MinRZ} = \sum_t \sum_i & cp_{it} P_{it} (1 + e_p)^t \\ & + co_{it} O_{it} (1 + e_o)^t \\ & + cc_{it} C_{it} (1 + e_c)^t \\ & + \sum_t \sum_j \sum_i cr_{ijt} Y_{it} (1 + e_r)^t \\ & + \sum_t cw_t W_t (1 + e_w)^t \\ & + ch_t H_t (1 + e_{ch})^t \\ & + cl_t L_t (1 + e_l)^t \\ & + \sum_t \sum_i h_{it} I_{it} (1 + e_n)^t \\ & + \sum_t \sum_i b_{it} B_{it} (1 + e_b)^t \end{aligned} \quad (13)$$

Subject to:

$$\sum_i a_{ij} P_{it} + \Gamma_i^a Z_{jt}^a + \sum_i P_{ijt}^a \leq R_{jt} \quad \forall j, \forall t \quad (14)$$

$$\sum_i a'_{ij} O_{it} + \Gamma_i^a Z_{jt}^a + \sum_i P_{ijt}^a \leq \beta_{jt} R_{jt} \quad \forall j, \forall t \quad (15)$$

$$Z_{jt}^a + P_{ijt}^a \geq \hat{a}_{ij} P_{it} \quad \forall i, \forall t, \forall j \quad (16)$$



ظرفیت ماشین‌آلات، هزینه‌ها، سطوح نیروی کار و سایر اطلاعات موردنیاز در جداول ۲ و نتایج حاصل از حل در جدول ۳ و ۴ نشان داده شده است:

$$g_i = g'_i = 1$$

مقدار ظرفیت قرارداد جنبی در هر دوره محدود است و بر اساس رابطه‌ی (۲۷) برای تمام محصولات در هر دوره محاسبه می‌شود.

$$C_{itmax} = 0.2 \left( \frac{\sum_t D_{it}}{T} \right) \quad (27)$$

هزینه‌های مربوط به نیروی انسانی در هر دوره به صورت زیر قرار داده شده است:

$$cw_t = 100 \quad ch_t = 40 \quad cl_t = 50$$

جدول (۲): طراحی پارامترهای ورودی

پارامتر	تنظیمات	پارامتر	تنظیمات
$cp_{it}$	Uniform[15, 25]	$a_{ij}$	Uniform[2, 4]
$co_{it}$	Uniform[40, 60]	$a'_{ij}$	Uniform[2, 4]
$cr_{ijt}$	Uniform[50, 80]	$D_{it}$	Uniform[1000, 3000]
$cc_{it}$	Uniform[200, 250]	$h_{it}$	Uniform[4, 6]
$b_{it}$	Uniform[1400, 1500]		

جدول (۳): برنامه تولید کارخانه برای هر دو محصول در هر دوره

محصول (i)	دوره (t)						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	
تولید در زمان عادی	۱	۱۷۲۹/۲۹	۱۱۶۲/۵۷۳	۱۳۴۴/۴۹	۱۷۵۰/۴۶۷	۱۴۹۴/۸	۱۱۹۲/۵۷۳
	۲	۱۹۹۳/۲۸	۲۴۳۷/۴۲	۲۴۵۹/۳۸۱	۱۹۵۵/۸۲۱	۲۱۶۵/۸۱۲	۲۴۳۷/۴۲۷
تولید در اضافه کاری	۱	۷۱۹/۶۴۱	۷۱۹/۶۴۱	۷۱۹/۶۴۱	۷۱۹/۶۴۱	۷۱۹/۶۴۱	۷۱۹/۶۴۱
	۲	.	.	.	.	.	.
قرارداد جنبی	۱	۲۱۶/۴۳۹۲	۵۰۰/۱۳۳۳	۵۰۰/۱۳۳۳	۵۰۰/۱۳۳۳	۲۷۱/۴۹۴۵	۲۵۲/۷۸۶۳
	۲	۵۵۸/۸	۵۵۸/۸	۵۵۸/۸	۵۵۸/۸	۵۵۸/۸	۵۵۸/۵۷۲۷
موجودی	۱	۱۳۳۹/۳۰۸	۱۹۱۰/۶۵۵	۱۱۹۷/۷۵۹	.	.	.
	۲	.	۵/۲۲۷۳۳۷	۳۴۷/۴	.	.	.
برگشتی	۱	.	.	.	.	.	.
	۲	.	.	.	.	.	.

جدول (۴): برنامه ریزی نیروی کار را برای هر دوره

محصول (i)	دوره (t)						
	۱	۲	۳	۴	۵	۵	
نیروی کار	استخدام	.	.	.	۱	.	.
	اخراج	.	۱	.	.	.	۱
	تعداد	۱۰	۹	۹	۱۰	۱۰	۹

جدول (۵): طراحی سائز مسائل تصادفی

مسئله	تعداد محصول	تعداد ماشین	تعداد دوره‌ها
۱	۵	۱۰	۶
۲	۱۰	۸	۶

بنابر تعریف مشخص است که:

$$\Gamma_{jt}^a \in [0, N] \quad \forall j$$

بنابراین جهت آنالیز حساسیت ما این مقدار را به صورت:

### ۶- طراحی مسائل شبیه‌سازی شده با روش آزادسازی لاگرانژ

در این بخش برای آنالیز مدل پیشنهادی استوار دو مجموعه مسئله‌ی تصادفی بر اساس جدول (۵) طراحی و شبیه‌سازی شده است. پارامترهای اصلی بر اساس جدول (۲) است.

فرض کنید بتوانیم محدودیت‌های مسأله P را به دو مجموعه محدودیت مجزا به صورت  $Ax = b$  و  $Dx \leq e$  (به منظور آسان کردن حل مسأله لاگرانژین) تقسیم کنیم. در این حالت مسأله لاگرانژین ایجاد شده به صورت زیر خواهد بود:

$$Z_D(\lambda) = \min cx + \lambda(Ax-b) \quad \text{مسأله } LR_2$$

$$Dx \leq e$$

$$x \geq 0 \text{ and integer}$$

در مدل فوق  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  بردار ضریب‌های لاگرانژ است. برای تعیین این ضرایب از روش زیرگردان استفاده می‌شود. روش بهینه‌سازی زیرگردان روشی است شامل چند مرحله، (چند تکرار) که با یک سری مقدارهای اولیه برای ضریب‌های لاگرانژ شروع و با تغییر این مقادیر طبق یک رویه سیستماتیک سعی در حداکثر کردن مقدار حد پایین ایجاد شده توسط مسأله لاگرانژین با پیدا کردن بهترین مقدارها برای ضریب‌های لاگرانژ دارد.

### ۶-۲- نتایج حل با روش لاگرانژ

جدول (۶) جهت اعتبارسنجی مدل و بررسی کارایی الگوریتم لاگرانژ ارائه شده است. در این بخش ۱۰ مسأله در سایزهای کوچک و اندازه‌ی عدم قطعیت‌های مختلف تولید شده است. برای مقایسه‌ی روش حل ساده‌ی مدل پیشنهادی و روش آزادسازی لاگرانژ از نرخ‌های زیر استفاده می‌شود:

- ۱- زمانی
- ۲- هزینه

در کدنویسی روش لاگرانژ، مسأله ابتدا بدون استفاده از روش لاگرانژ حل شده و مقدار بدست آمده به عنوان کران بالا برای روش آزادسازی لاگرانژ قرار داده شده است. در ادامه مسأله را با آزاد کردن بعضی از محدودیت حل نموده و بهترین جواب ایجاد شده مشخص شده است. نتایج جدول (۶)، اعتبار و برتری روش لاگرانژ را به خوبی نشان می‌دهد.

جدول (۶): مقایسه نتایج گمز و آزادسازی لاگرانژ

شماره مسئله	زمان حل مسئله		مقدار تابع هدف	
	گمز	بهترین جواب لاگرانژ	گمز	بهترین جواب لاگرانژ
۱	۱/۲	۲/۲	۵۴۷۳	۵۴۸۱
۲	۱/۱	۲/۸	۵۴۸۶	۵۴۹۳
۳	۱/۸	۲/۹	۵۶۹۸	۵۷۱۰
۴	۲/۵	۴/۱	۶۳۸۳	۶۳۸۹
۵	۶/۳	۵/۸	۸۹۳۵	۸۹۵۸
۶	۵/۴	۶/۱	۸۹۹۰	۹۰۱۱
۷	۸/۳	۶/۲	۹۳۶۲	۹۳۶۲
۸	۸/۴	۵/۴	۹۲۸۸	۹۲۸۸
۹	۹/۴	۶/۷	۱۰۲۷۳	۱۰۲۹۲
۱۰	۹/۱	۶/۸	۱۱۸۳۲	۱۱۸۳۴

$$\Gamma_{jt}^a = \psi N$$

تعریف می‌نماییم که در آن:

$$0 \leq \psi \leq 1$$

از طرفی جهت شبیه‌سازی بازه‌ای غیرقطعی زمان تولید در حالت عادی و اضافه‌کاری فرض می‌کنیم که:

$$\hat{a}'_{ij} = \theta a'_{ij} \quad \hat{a}_{ij} = \theta a_{ij}$$

با بزرگ‌تر شدن سایز این مسائل، نرم‌افزار گمز قادر به حل نیست بنابراین از روش آزادسازی لاگرانژ برای حل استفاده می‌شود.

### ۶-۱- روش آزادسازی لاگرانژ برای حل مسائل طراحی شده

در این قسمت ابتدا به معرفی و توضیح روش آزادسازی لاگرانژ و چگونگی عملکرد این روش پرداخته می‌شود، سپس مدل مسئله را با استفاده از آزادسازی لاگرانژ حل می‌کنیم.

این روش در ابتدای دهه ۷۰ میلادی توسط هلد و کارپ به منظور حل مسئله‌ی فروشنده‌ی دوره‌گرد ارائه شد و یک روش متداول برای محاسبه حد پایین برای مسأله‌های پیچیده است. در این روش تعدادی از محدودیت‌های مسأله آزاد شده و حد پایینی برای حل مسأله در الگوریتم شاخه و حد ایجاد می‌شود.

با حذف محدودیت‌های سخت از مجموعه محدودیت‌ها، حل مسأله جدید آسان‌تر می‌شود. این نکته‌ها منجر به توسعه روش آزادسازی لاگرانژ برای به‌دست‌آوردن حد پایین برای مسئله‌ها می‌شود.

مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر را با  $n$  متغیر تصمیم و  $m$  محدودیت در نظر بگیرد:

$$\begin{aligned} \text{مسأله } P \quad & \text{Min } Z = cx \\ & Ax = b \\ & Dx \leq e \\ & x \geq 0 \text{ and integer} \end{aligned}$$

اگر محدودیت عدد صحیح بودن متغیرهای تصمیم را حذف کنیم مسأله جدیدی ایجاد می‌شود که آن را LP می‌نامیم و مقدار بهینه مسأله LP را با ZLP نمایش می‌دهیم.

جدول (۷): تأثیر تغییرات پارامترهای عدم قطعیت در مسئله

$\theta$	$\psi$				
	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱
۵%	۴۳۰۰۷/۱۳	۸۸۰۶۸/۱۱	۱۴۳۹۲۶/۹	۱۶۷۵۰۹	۱۹۵۱۸۸/۸
۱۰%	۴۴۹۱۸۴/۲	۳۷۴۲۰۲/۹	۴۶۹۹۵۰/۱	۲۴۳۴۹۸/۷	۷۱۲۵۳۸/۴
۲۰%	۷۳۳۷۲۲/۷	۱۱۲۰۹۳۰	۱۴۹۹۶۹۳	۱۹۶۰۸۳۸	۲۴۹۵۰۹۹
۳۰%	۱۲۶۳۴۸۹	۲۱۹۳۶۷۳	۳۳۹۶۹۷۳	نشدنی	نشدنی
۴۰%	۱۸۰۶۲۲۸	۳۲۱۲۸۰۲	نشدنی	نشدنی	نشدنی

#### ۸- پیشنهادها براساس تحقیق

- مدلسازی و حل مسأله با رویکردهای دیگر عدم قطعیت در نظر گرفتن نگهداری و تعمیرات به عنوان یک مسأله غیرقطعی ورود به بحث قیمت‌گذاری بر حسب نیاز بازار در مدلسازی در نظر گرفتن معیارهای سبزینگی و محیط‌زیست در مدلسازی برنامه‌ریزی تولید
- یکپارچگی مباحث تولید و توزیع

#### مراجع

- [1] زارعیان جهرمی، حسین، فلاح‌نژاد، محمدصابر، صادقیه، احمد، احمدی یزدی، احمد (۱۳۹۳)، مدل بهینه‌سازی چند هدفه استوار در طراحی زنجیره تأمین حلقه بسته، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید (۳): ۹۳-۱۱۱.
- [2] امیری، مقصود، برزگر، مجید، نیکنام‌فر، امیرحسین، (۱۳۹۵)، برنامه‌ریزی تولید و توزیع ادغام‌شده با رویکرد بهینه‌سازی استوار در زنجیره تأمین سه‌سطحی، فصلنامه علمی و پژوهشی چشم‌انداز مدیریت صنعتی، ۱۲۱۴۸-۲۴۲۵۱.
- [3] جندقی، نیلوفر، رضایی‌نیک، ابراهیم، (۱۳۹۲)، برنامه‌ریزی تولید در شرایط عدم قطعیت با رویکرد ترکیبی بهینه‌سازی استوار و مدیریت ریسک مطالعه موردی: شرکت نیان الکترونیک)، دومین کنفرانس ملی مهندسی صنایع و سیستم‌ها.
- [4] Leung, S.C.H., Wu, Y., (2004). "A robust optimization model for stochastic aggregate production planning", Production Planning and Control 15 (5): 502-514.
- [5] Leung, S.C.H., Tsang, S.O.S., Ng, W.L., Wu, Y., (2007). "A robust optimization model for multi-site production planning problem in an uncertain environment", European Journal of Operational Research, 181 (1): 224-238.
- [6] Sitompul, H. (2008). "Robust production planning: an alternative to scenario based optimization model", MCO.
- [7] Kazemi Zanjani, M., Ait-Kadi, D., Nourelfath. M. (2010). "Robust production planning in a manufacturing environment with random yield: A case in sawmill production planning", European

پس از تأیید روش لاگرانژ و اعتبارسنجی آن از این روش برای حل مسائل طراحی شده در سایزهای بزرگ‌تر که در بخش‌های قبلی معرفی شدند استفاده شده است. جداول (۷) تأثیر همزمان عدم قطعیت در تعداد و اندازه‌ی پارامترهای قطعی را، در مسئله نشان می‌دهد.

در هر سطر، با زیاد شدن  $\psi$  و بیشتر شدن درصد در نظر گرفتن عدم قطعیت (با ثابت بودن بازه‌ی عدم قطعیت  $(\theta)$ )، مقدار هدف افزایش پیدا می‌کند. با بالا رفتن بازه عدم قطعیت  $(\theta)$  یا با بیشتر شدن میزان در نظر گرفتن عدم قطعیت  $(\psi)$ ، امکان نشدنی شدن مدل به وجود می‌آید. در صورت نشدنی شدن یک عضو از جدول بالا، تمامی اعضای سمت راست و پایین آن نشدنی خواهد بود.

#### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی برنامه‌ریزی ادغامی در حالتی که برخی پارامترها دارای عدم قطعیت هستند پرداخته شد. با عنایت به اینکه در دنیای واقعی تقاضا همیشه نوسان داشته و زمان تولید تابع پارامترهایی است که منجر به غیرقطعی بودن آن می‌شود در این مقاله برنامه‌ریزی تولید ادغامی در شرایط غیرقطعی بودن تقاضا و زمان‌های تولید مورد بررسی قرار گرفته است. از طرفی هزینه‌ها نیز در دنیای واقعی قطعی نبوده و علاوه بر ثابت نبودن تحت تأثیر تورم معمولاً درصدی افزایش دارند، در همین راستا در مدل مقاله برخی هزینه‌ها به صورت احتمالی و با در نظر گرفتن فاکتور افزایش منظور شده است. در مدل فرض شده است مدیران ریسک‌گریز هستند از آنجاکه ریسک‌گریزی به معنای برآورده کردن کامل تقاضا است بنابراین حداکثر تقاضا در مدل نهایی منظور شده و برای مقابله با عدم قطعیت، از رویکرد برنامه‌ریزی استوار در حالت بازه‌ای استفاده شده است، این رویکرد زمانی به کار می‌رود که تحلیلگر به دنبال رفتار مطلوب جواب به ازای تمامی رخدادهای ممکن برای داده‌هایی که دچار عدم اطمینان هستند باشد.

رویکرد اصلی مدل براساس رویکرد برتسیماس و سیم مدلسازی شده و مسأله برای یک مثال تشریحی با نرم‌افزار گمز حل شد. از طرفی برای تحلیل بیشتر مدل ارائه شده، مسائل در ابعاد بزرگ‌تر با روش آزادسازی لاگرانژ حل و نتایج حاکی از تأثیر شگرف و قابل توجه عدم قطعیت روی مدل ارائه شده بود.

- [۱۸] مهدی‌زاده، اسماعیل، قاضی‌زاده، رسا (۱۳۹۵). حل مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی چندهدفه فازی با آثار یادگیری و زوال به کمک الگوریتم‌های ژنتیک و جست‌وجوی ممنوعه، نشریه تخصصی مهندسی صنایع، (۲): ۵۰-۳۵۴-۳۴۱.
- [19] Ramyar, M., Mehdizadeh, E., Hadji Molana, S. M. (2017). "Optimizing reliability and cost of system for aggregate production planning in a supply chain", *Scientia Iranica*, 24(6), 3394-3408.
- [20] Jamalnia, A., Yang, J.B., Xu, D.L., Feili, A., Jamali, G. (2019). "Evaluating the performance of aggregate production planning strategies under uncertainty in soft drink industry", *Journal of Manufacturing Systems* 50, 146-162.
- [21] Djordjevic, I., Petrovic, D., Stojic, G. (2019). "A fuzzy linear programming model for aggregated production planning (APP) in the automotive industry", *Computers in Industry* 110, 48-63.
- [22] Makui, A., Heydari, M., Aazami, A., Dehghani, E. (2016). "Accelerating Benders decomposition approach for robust aggregate production planning of products with a very limited expiration date", *Computers & Industrial Engineering* 100, 34-51.
- [23] Mohammad Modarres, M., Izadpanahi, E. (2016). "Aggregate production planning by focusing on energy saving: A robust optimization approach", *Journal of Cleaner Production* 133, 1074-1085.
- [۲۴] چراغلی خانی، علی، خوش‌الحان فرید، (۱۳۹۱). ارائه مدل یکپارچه برنامه‌ریزی تولید ادغامی با هزینه نگهداری و تعمیرات، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، (۱): ۲۳-۷۷-۶۸.
- [25] Gholamian, N., Mahdavi, I., Tavakkoli-Moghaddam, R., Mahdavi-Amiri, N., (2015). "A comprehensive fuzzy multi-objective multi-product multi-site aggregate production planning decisions in a supply chain under uncertainty", *Applied Soft Computing*, 37, 585-607.
- [۲۶] جبارزاده، آرمین، زارعیان، رحمان، قوسی، روزه، (۱۳۹۲). ارائه یک رویکرد برنامه‌ریزی تولید ادغامی با اهداف بیشینه کردن سود و بیشینه کردن ثبات تولید: مدل سازی و کاربرد واقعی، دهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، تهران، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.
- [۲۷] حجی، علی‌رضا، محمدرحیمی، علی‌رضا (۱۳۸۷). به‌کارگیری برنامه‌ریزی خطی چند هدفه فازی در برنامه‌ریزی تولید ادغامی، ششمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، تهران، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه صنعتی شریف.
- Journal of Operational Research, 201(3), 882-891.
- [8] Xu, Y., Huang, G.H., Qin, X.S. (2009). "SRCCP: A stochastic robust chance-constrained programming model for municipal solid waste management under uncertainty", *Resources, Conservation and Recycling*, 53(6), 352-363.
- [9] Mirzapour, Al-e-hashem, S. M. J., Malekly, H., Aryanezhad S.M.J., (2011). "A multi-objective robust optimization model for multi-product multi-site aggregate production planning in a supply chain under uncertainty", *International Journal of Production Economics*, 134(1), 28-42.
- [10] Alem, D. J., Morabito, R. (2012). "Production planning in furniture settings via robust optimization", *Computers & Operations Research*, 39(2), 139-150.
- [11] Rahmani, D., Ramezani, R., Fattahi, P., Heydari, M. (2013). "A robust optimization model for multi-product two-stage capacitated production planning under uncertainty", *Applied Mathematical Modeling*, 37(20-21), 8957-8971.
- [12] Mirzapour Al-e-hashem, S.M.J., Baboli, A., Sazvar, Z. (2013). "A stochastic aggregate production planning model in a green supply chain: considering flexible lead times, nonlinear purchase and shortage cost functions", *European Journal of Operational Research*, 203(1), 26-41.
- [13] Mortezaei, N., Zulkifli, N., Hong, T., Rosnah Mohd, Y. (2013). "Multi-objective aggregate production planning model with fuzzy parameters and its solving methods", *Life Science Journal*, 10(4).
- [14] Nowak, M., (2013), "An Interactive Procedure For Aggregate Production Planning", *Croatian Operational Research Review (Crorr)*, 4.
- [۱۵] اعظمی، عادل، ماکویی، احمد، (۱۳۹۵). مدل بهینه‌سازی استوار برای برنامه‌ریزی تولید ادغامی چند کارخانه‌ای محصولات فاسدشدنی تحت شرایط عدم قطعیت با در نظر گرفتن سیاست تعویق، فصلنامه علمی و پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی، ۱۴(۳۴): ۵۱-۲۷.
- [۱۶] خیرخواه، امیر سامان، نوبری، آرش، حاجی‌پور، وحید (۱۳۹۵). ارائه الگوریتم رقابت استعماری چندهدفه جهت بهینه‌سازی مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی پایا، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۳(۷): ۱۵-۱
- [17] Wenliang, Ch., , Zheng, W., Felix, T.S. (2017), "Robust production capacity planning under uncertain wafer lots transfer probabilities for semiconductor automated material handling systems", *European Journal of Operational Research*, doi: 10.1016/j.ejor.2017.02.026.



## Robust Aggregate Production Planning for Risk-Averse Managers in Uncertainty Conditions

L. Nazari<sup>1\*</sup>, M. Rahmani<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of industrial engineering · Abhar branch, Islamic Azad university, Abhar, Iran.

<sup>2</sup> Department of industrial engineering · Abhar branch, Islamic Azad university, Abhar, Iran.

### ARTICLE INFO

#### **Article history:**

Received 17 August 2017

Accepted 4 August 2018

#### **Keywords:**

Aggregate Production Planning  
Robust Optimization, Risk-  
Averse  
Uncertainty.

### ABSTRACT

It is usual for a production environment to encounter uncertainty and variable data that causes generating random parameters. Failure to pay attention to these changes will make the scheduling not adequately match the reality and cause many losses in production environments. Considering the importance of the issue, in this article we use the Robust Optimization Approach to deal with uncertainty in the aggregate production planning parameters. In this paper, in a robust model, it is assumed that the uncertainty of non-deterministic parameters is continuous and a completely new and innovative approach is proposed for Robust Optimization for risk-averse managers and then, an optimization strategy is used to examine the uncertainty. In order to investigate the model results, examples have been made in small and large sizes and the problem has been solved and analyzed using the GAMS software and Lagrange relaxation method. The results of the implementation of the proposed robust models in this paper, compared to the basic model, show that the results have more stability against uncertainty and this causes a significant reduction in risk.

\* Corresponding author. L. Nazari

Tel.: 0982433753264; E-mail address: [nazari-l@abhariau.ac.ir](mailto:nazari-l@abhariau.ac.ir)